



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Düzlemsel kafes tipi köprülerin gradyan düşüş yöntemiyle şekil ve boyut optimizasyonu

## *Shape and size optimization of planar truss bridges by gradient descent method*

Yazar(lar) (Author(s)): Simge ŞAHİN TAŞKESİĞİ<sup>1</sup>, Ersan GÜRAY<sup>2</sup>

ORCID<sup>1</sup>: 0000-0002-4716-0912

ORCID<sup>2</sup>: 0000-0001-5349-6511

**To cite to this article:** Taşkesiği S.Ş. ve Güray E., “Düzlemsel kafes tipi köprülerin gradyan düşüş yöntemiyle şekil ve boyut optimizasyonu”, *Journal of Polytechnic*, 26(1): 293-301, (2023).

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz:** Taşkesiği S.Ş. ve Güray E., “Düzlemsel kafes tipi köprülerin gradyan düşüş yöntemiyle şekil ve boyut optimizasyonu”, *Politeknik Dergisi*, 26(1): 293-301, (2023).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.1110349

# Düzlemsel Kafes Tipi Köprülerin Gradyan Düşüş Yöntemiyle Şekil ve Boyut Optimizasyonu

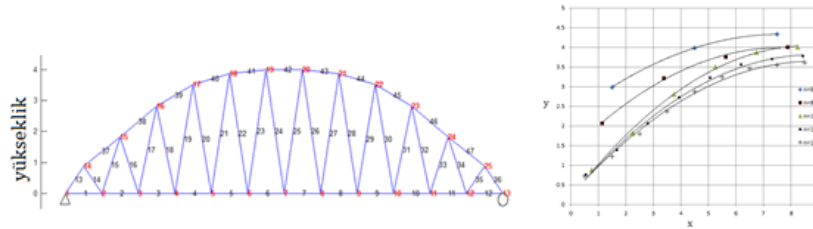
## Shape and Size Optimization of Planar Truss Bridges by Gradient Descent Method

### Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Dinamik sınırlandırmalar, aralık sayısında artış ile, nihai optimum yapının az da olsa ağırlaşmasına sebep olur/ Dynamic constraints cause an increase in weight of the final optimum structure by increasing number of intervals.
- ❖ Ara yüksekliklerinin tepe noktalarının oluşturduğu eğri parabole yakınsar/The curve formed by the peaks of the intermediate heights converges to the parabola.
- ❖ Dinamik kısıtlamalar, optimum yapıyı dikey yönde daha rijit olmaya zorlar/ Dynamic constraints force the optimum structure to reach a certain stiffness in the vertical direction.

### Grafik Özet (Graphical Abstract)

Warren türü kafes köprü modeli, çeşitli sayıda eşit aralıklara bölünerek, minimum ağırlık için optimize edildi /The Warren-type truss bridge model was divided into several equal spacings and optimized for minimum weight.



Şekil. 6c-10 /Figure. 6c-10

### Amaç (Aim)

Warren tipi kafes köprülerin, eşit aralıklara bölünmüş açıklığıyla, dinamik sınırlandırmalar ile optimize edilmesi amaçlandı/It is aimed to optimize Warren type truss bridges with dynamic constraints when the span is subdivided into equal segments.

### Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Optimizasyon için Gradyan Düşüş ve Logaritmik bariyer, statik analiz için rijitlik yöntemi kullanıldı/ Gradient Descent and Logarithmic barrier were used for optimization, stiffness method was used for static analysis.

### Özgünlük (Originality)

Gradyan tabanlı bir yaklaşımla iskelet türü bir geometrinin statik yüklemeye altında şekil ve boyut optimizasyonuna dair bir çalışmadır/ A study of shape and size optimization of a skeletal geometry under static loading using a gradient-based approach.

### Bulgular (Findings)

Dinamik sınırlamalar yapıyı rijitliğe zorlar ve optimum yapı segment sayısında artışla ağırlaşır. Optimum yapı şeklen parabole yakınsar/ Dynamic constraints force the structure into rigidity, and the optimum structure becomes heavier with an increase in the number of segments. The optimum structure converges to the parabola in shape.

### Sonuç (Conclusion)

Dinamik sınırlamalar olduğunda optimum yapı ağır olurken, dinamik sınırlar olmadığında optimum yapı daha hafif olmaktadır/The optimum structure is heavy when there are dynamic constraints, while the optimum structure is lighter when there are no dynamic constraints.

### Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission

# Düzlemsel Kafes Tipi Köprülerin Gradyan Düşüş Yöntemiyle Şekil ve Boyut Optimizasyonu

*Araştırma Makalesi / Research Article*

Simge ŞAHİN TAŞKESİĞİ<sup>1</sup>, Ersan GÜRAY<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye

<sup>2</sup> Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 28.04.2022 ; Kabul/Accepted : 30.06.2022 ; Erken Görünüm/Early View : 24.08.2022)

## ÖZ

Bu çalışmada, sabit bir açıklık mesafesi için, Warren kafes tipi köprünün olası en hafif tasarımı hedeflenmektedir. Optimum yapıya Gradyan-Düşüş yöntemiyle ulaşılmıştır. Tüm yapıyı oluşturan çubuk elemanların toplam ağırlığı amaç fonksiyonu olarak kullanılmıştır. Açıklıktaki çubukların boyutu ve dikey çubukların yükseklikleri tasarım değişkenleri olarak atanmaktadır. Çubukların basınç ve çekme mukavemeti, burkulma direnci ve dinamik kısıtlama olarak minimum doğal titreşim frekansları, sınırlandırılmakta veya belirli aralıklar içinde tanımlanmaktadır. Kısıtlamalar logaritmik bariyer fonksiyonu olarak işlemlere dahil edilmektedir. Aralık sayısında artışla, nihai optimum yapının az da olsa ağırlaştığı ve optimum yapının şeklinin parabole yakın bir eğriyi gösterdiği ve dinamik kısıtlamalar işleme dahil edildiğinde optimum yapının dikey yönde daha rijit hale geldiği bu çalışmanın bazı önemli sonuçlarıdır.

**Anahtar Kelimeler:** Kafes köprü, optimizasyon, gradyan düşüş yöntemi, logaritmik bariyer.

## Shape and Size Optimization of Planar Truss Bridges by Gradient Descent Method

### ABSTRACT

In this study, the lightest possible design of the Warren truss bridge is aimed for a fixed span distance. Optimum structure has been achieved by the Gradient-Descent method. The total weight of the bar elements that make up the whole structure is used as the objective function. The size of the bars in the span and the heights of the vertical bars are assigned as design variables. The minimum natural vibration frequencies of the rods as compressive and tensile strength, buckling resistance and dynamic restraint are limited or defined within certain ranges. The constraints are included as logarithmic barrier functions. Some important results of this study are that with an increase in the number of gaps, the final optimum structure becomes slightly heavier, the shape of the optimum structure shows a curve close to a parabola, and the optimum structure becomes more rigid in the vertical direction when dynamic constraints are included in the process.

**Keywords:** Truss bridges, optimization, gradient descent method, logarithmic barrier.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Köprüler medeniyetin başlangıcından beri insanların kendilerini, eşyalarını ve hayvanlarını bir yerden bir yere aktarmak için kullandıkları bir araç olagelmıştır. Köprüler kara parçasının nehirler, denizler ile bölündüğü yerlerde bir gereksinim olmuştur. İlkel zamanlarda köprüler taş, çakıl gibi basit ve doğal malzemelerin üst üste yığılmasıyla yapılırken (bkz. Arkadiko Köprüsü [1]), ahşap, metaller ve betonarme kullanımıyla geniş vadiler, engebeli araziler ve büyük su kütleleri dahi çok uzun açıklığı olan köprülerle ulaşımına açık hale getirilmiştir.

Verimli kullanımıyla, hafif tasarımlara erişebilmek için kafes tipi köprüler tercih edilebilir [2]. Uç uca eklenmiş çubukların geometrik olarak üçgen şeklini alması ve bu birleşen yapıların ankastre bir kiriş gibi çalışması büyük endüstriyel yapılarda ya da çok geniş çatısı olan hava alanı, spor salonu gibi yapılarda ya da geniş açıklıklı köprülerde yükte hafif performansta yüksek bir etki

sağlamaktadır. Doğasında esneklik barındıran ve ağır yüklere etkili bir dayanım sağlayan kafes yapılar, sadece çekme ya da basınç taşıyabilen elemanlarının boyut olarak iyileştirilmesi ve buna ilaveten tüm yapının şekil olarak daha uygun hale getirilmesiyle daha da hafifletilebilmekte, daha az malzeme ile çok etkili tasarımlar gerçekleştirilebilmektedir. Bilinen ilk kafes tipi köprü 1840'ta Fransa'da Alfred Neville tarafından inşa edilmiştir. Bu köprü ikizkenar üçgenler şeklinde birleştirilmiş çerçeve elemanlarıyla oluşturulmuştur. Bilinen ilk Warren tipi köprü olmasına rağmen daha sonraları İngiltere'de inşa edilen ve eşit kenarlı üçgenlerden oluşturulan yapı 1848'de James Warren ve Willoughby Theobald tarafından "Warren" tipi kafes yapı olarak patentlendirilmiştir. Bu tasarım türü tüm İngiltere'de ve Hindistan'da yaygın biçimde kullanılmıştır. Tren yolu altyapıları için çokça kullanılmış ve Avrupa'da olduğu gibi Amerika'da da yaygınlaşmıştır [3].

Yapı tasarımında iyileştirilmesi hedeflenen başlıca temel ölçütler yapının maliyeti, yapım sürecinin ekonomisi ve

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : ersan.guray@mu.edu.tr

yapının sağlamlığıdır. Optimizasyon, hedeflenen bir büyüklüğün nerede bir minimuma veya maksimuma eriştiği ve bu uç noktalarda karşılık geldiği değişken değerlerinin değerlerini belirlemek üzerine işlemler bütünüdür [4]. Örneğin bir köprü tasarlanırken maliyet veya malzeme minimumunda tutulurken, köprünün dayanımına dair en başta belirlenmiş koşullar da sağlanmaktadır. Bu minimum maliyet veya malzeme değeri için olan kesit ölçüleri, yapının şekli ve topolojisi de burada değişken değerleri ya da tasarım değerleridir. Kesit ölçüleri dikkate alındığında optimum boyutlandırma ile maliyeti en aza indirmek veya tasarım performansını en üst düzeye çıkarmak için yapı elemanlarının uygun değer kalınlığını veya kesit alanını belirlenir. Optimum şeklin belirlenmesi, tasarım topolojisi sabit kaldığında optimum geometrik profili bulmak için alan sınırlarının yumuşak modifikasyonları ile ilgilenir. Yapının optimum topolojisi ise maksimum tasarım esnekliği ile çalışır ve üretim ve birleştirme boşlukları yoluyla optimum malzeme dağılımını belirler [5].

Pek çok kaynakta, gradyan yönteminin ilk olarak Louis Augustin Cauchy tarafından kullanıldığı ifade edilmektedir. Astronomi hesaplamalarında denklemler sisteminin simultane çözümü, birkaç yüzyıl öncesi şimdiye göre daha zor olduğundan, bu denklemlerin çözümünde gradyan yöntemini geliştirmiştir [6]. Yöntem, ilk kez bölgesel minimum değerleri belirlemek üzere doğrusal olmayan denklemler içeren optimizasyon problemlerinde kullanılmıştır [7]. Gradyan düşüş yöntemi ile türevi alınabilir, sürekli bir fonksiyonun minimum noktasını bulabilmek için, fonksiyonun mevcut noktadaki gradyanının tersi yönünde belli küçüklükteki adım uzunluklarıyla ilerlemek gerekmektedir. Bu şekilde minimum noktaya giden en dik iniş yönü izlenmekte ve yerel minimum noktasına ulaşılmaktadır.

Çeşitli endüstriyel ürünlerin gradyan tabanlı algoritmalarla yapının şeklen ve elemanların boyutunun optimize edilmesine dair pek çok çalışma mevcuttur. Örneğin uçak kanatlarının maksimum aerodinamik verimlilik ve hafiflikte tasarlanması bir örnek teşkil eder [8]. Ancak kafes tipi köprülerin optimum tasarımına ilişkin evrimsel algoritmalarla olan pek çok çalışma mevcutken, gradyan tabanlı bir yaklaşımla iskelet türü bir geometrinin statik yükleme altında şekil ve boyut optimizasyonuna dair bir genel değerlendirme çalışması göze çarpmamaktadır [9].

Bu çalışmada Warren kafes tipi köprülerin şekil ve boyut optimizasyonu için çalışıldı. Yapı elemanlarının boyu ve boyutları değişken olarak ele alındı ve yapının toplam ağırlığı minimize edilmek üzere amaç fonksiyonu olarak tanımlandı. Ayrıca sadece statik yükler altındaki sınırlandırmalar değil, dinamik yükler altında davranışlar da probleme dahil edildi. Dinamik yüklerin etkisi, yapının doğal frekanslarının belli bir aralıkta olmasına zorlanmasıyla sağlandı [10-15].

Elemanların maruz kaldığı basınç veya çekme kuvveti, elemanların burkulmaya karşı durumu ve yapının doğal frekansları sınır olarak kullanıldı. Problem bu şekilde tanımlandıktan sonra, gradyan düşüş yöntemi ile adım ötelemeli olarak çeşitli durumlar için çözüldü. Her bir adımda, yapı analizleri rijitlik yöntemi ile gerçekleştirildi.

## 2. GRADYAN DÜŞÜŞ YÖNTEMİ (GRADIENT DESCENT METHOD)

Gradyan tabanlı optimizasyon yöntemleri uygulamalarında, başlangıçta bir değişken kümesi tanımlanır. Tüm kısıtlamaların karşılandığı bir noktadan başlayarak ötelemeli olarak en iyi çözüme ulaşılır. Burada köprü elemanlarının kesit alanının en aza indirilmesi ve düğüm noktalarının en iyi konfigürasyonunun belirlenmesi için köprüyü oluşturan elemanların hacmi, malzemenin yoğunluğu ( $\rho$ ) ile çarpılmakta ve yapının ağırlığını gösteren amaç fonksiyonu elde edilmektedir:

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (1)$$

Eşitlik 1'de görülen  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  tasarım değişkenlerini belirten vektördür.

Kısıtlayıcı eşitsizlikler, çekme ya da basınç gerilmesi, basınç altındaki elemanların kritik burkulma eşiği ve iki boyutlu düzlemsel yapının yükleme yönündeki ilk 3 doğal frekansı ile ilgilidir. Tüm bu eşitsizlikler şu şekilde sıralanır:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \geq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$n$ , kısıtlamaların sayısını temsil eder. Eşitlik 2 ile gösterilen tüm kısıtlama değerleri her yineleme adımında sağlanmalı ve pozitif olmalıdır.

$$F = f - \varepsilon [\log(g_1) + \log(g_2) + \dots + \log(g_n)] \quad (3)$$

Yukardaki ifade (eşitlik 3), şu şekilde de gösterilebilir:

$$F = f - \varepsilon \{\log(g_1 \cdot g_2 \dots g_n)\} \quad (4)$$

Eşitlik 4 ile gösterilen bağıntı, amaç fonksiyonunun logaritmik bariyer fonksiyonuyla yeniden tanımlanmış halidir. Burada bariyer fonksiyonunun çarpanı olan  $\varepsilon$  katsayısı küçük tutulduğunda amaç fonksiyonu çok daha yakın sonuçlar vermektedir, öyle ki:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(x_1, x_2, \dots, x_m) = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (5)$$

$F$ , yukarıda gösterildiği gibi  $\varepsilon$  değeri ile tanımlanan logaritmik bariyer fonksiyonu ile geliştirilmiştir. Uygun değer, çeşitli katsayılar seçilerek deneme yanılma yöntemiyle belirlenir. Bu çalışmada  $\varepsilon$  değeri  $10^{-p}$  olarak seçilmiş olup,  $p$  pozitif reel bir sayıyı temsil etmektedir.

Gradyan iniş prensibinde, fonksiyonun hesaplanacağı yeni değer, fonksiyonun gradyanına göre belirlenir. Herhangi bir değişkenin mevcut konumunda gradyan pozitif ise, o değişkenin değeri azaltılmalı, negatif ise artırılmalıdır, buna göre:

$$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k - \alpha \nabla F \quad (6)$$

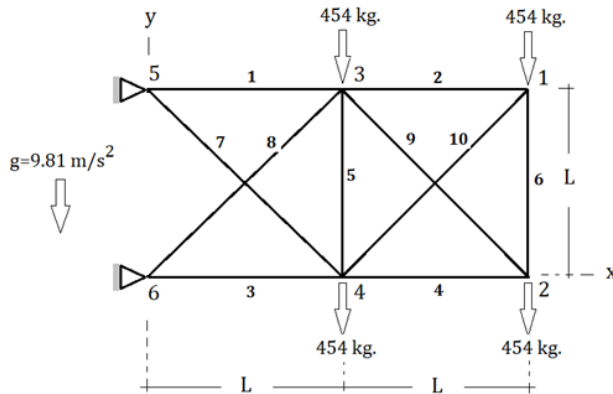
burada  $\alpha$ , gradyan işlemindeki adım boyutudur ve  $k$ , yineleme sayısıdır.  $\alpha$  yeterince küçük seçilir. Eşitlik 4 ile

gösterilen yeniden düzenlenmiş amaç fonksiyonunun gradyanı, analitik olarak çok işlem içerdiğinden, türev işlemleri İleri-Euler yaklaşımı ile gerçekleştirilmiştir. Bunun için türev işleminin gerçekleşeceği  $i$  değişkeninin  $h$  kadar ötesindeki değer belirlenmekte ve bu iki değerden türev alınabilmektedir:

$$\frac{\partial F(x_1, \dots, x_m)}{\partial x_i} \approx \frac{F(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_m) - F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m)}{h} \quad (7)$$

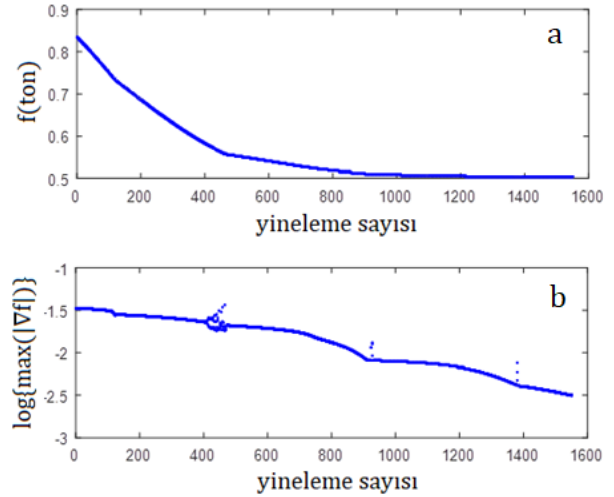
### 3. 10-ÇUBUKLU KAFES YAPI TESTİ (10-BAR TRUSS TEST)

Bu bölümde, Warren türü kafes köprüler çalışmadan önce, gradyan düşüş yöntemi ile 10-çubuklu kafes yapı türü çalışıldı ve çalışmanın sonuçları gösterildi. 10-çubuklu kafes yapı, literatürde çeşitli optimizasyon yöntemlerinin, önceki çalışmalarla karşılaştırılabilmesi, yöntemin doğru sonuçlar verdiğini gösterilebilmesi ve burada çalışılan modellere çok yakın bir geometriye sahip olması nedeniyle tercih edildi. Şekil 1.'de gösterilen yapı, elastik modülü (E)  $6.98 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> ve malzeme yoğunluğu ( $\rho$ ) 2.77 t/m<sup>3</sup> alınarak, ilk üç frekans değerinin ise sırasıyla 7 Hz, 15 Hz ve 20 Hz değerlerinden büyük olmaları kısıtlamaları ile çözüldü.



Şekil 1. 10-çubuklu kafes yapı ve yükleri (10-bar truss structure and added mass)

Tüm yinelemelerde  $\varepsilon$  değeri  $10^{-3}$ , adım ötelemesi  $\alpha$  ise  $10^{-1}$  olarak alındı. Adım ötelemesi uyarlanabilir biçimde ayarlandı. Her adımda net ağırlıkta olan düşüşle,  $\alpha$  değeri % 0.25 artırıldı, tersi durumda başlangıç değeri olan  $10^{-1}$ 'e geri getirildi. Tüm kısıtlama koşullarını sağlayan eleman çapı olarak 6 cm tüm elemanlar için başlangıç değeri olarak atandı. Tolerans değeri  $10^{-2.5}$  olarak girildi ve işlemler 1551 adımda sonuç verdi. Yinelemeler toplam 239.5 saniye zaman aldı (Şekil 2). Sonuç olarak başlangıçta alınan çapa karşılık gelen eleman kesit alanı değeri 28.274 cm<sup>2</sup>, her bir eleman için optimize edildi ve literatürle oldukça uyumlu, hatta daha küçük bir net yapı ağırlığına erişildi (Çizelge 1).



Şekil 2. 10-çubuklu kafes yapı için amaç fonksiyonu(a) ve logaritmik ölçekte amaç fonksiyonunun gradyanının mutlak değerinin maksimum normu(b) (Objective function (a) and the maximum norm of the absolute value of the gradient of the objective function in logarithmic scale (b) for 10-bar truss structure)

Çizelge 1. 10-çubuklu kafes testi, çeşitli yöntemlerle bulunan optimum eleman kesit alanları (cm<sup>2</sup>) ve yapının net ağırlığı (kg) (10-bar truss test, optimum member cross-sectional areas (cm<sup>2</sup>) and net mass of the structure (kg))

El. no	Wang vd. (2004)	Grandhi (1993)	Sedaghati vd. (2002)	Lingyun vd. (2005)	Gomes (2011)	Mevcut çalışma
1	32.456	36.584	38.245	42.234	37.712	36.982
2	16.577	24.658	9.916	18.555	9.959	16.570
3	32.456	36.584	38.619	38.851	40.265	36.982
4	16.577	24.658	18.232	11.222	16.788	16.570
5	2.115	4.167	4.419	4.783	11.576	4.974
6	4.467	2.070	4.419	4.451	3.955	4.132
7	22.810	27.032	20.097	21.049	25.308	17.368
8	22.810	27.032	24.097	20.949	21.613	17.368
9	17.490	10.346	13.890	10.257	11.576	11.818
10	17.490	10.346	11.452	14.342	11.186	11.818
N.ağ (kg)	553.80	594.00	537.01	542.75	537.98	503.44

Karşılık gelen ilk üç frekans değerlerinde, 1. ve 3. değerler oldukça yakın olduğu ancak 2. frekans değerinde literatür değerlerine kıyasla makul bir sapma olduğu gözlemlendi (Çizelge 2).

Çizelge 2. Çizelge 1'de gösterilen çeşitli çözümlere karşılık gelen ve bu çalışmada elde edilen optimum yapının küçükten büyüğe ilk üç doğal frekans değeri (Hz) (The first three natural frequency values of the optimum structure from smallest to largest, referring to various solutions given in Table 1 and obtained in this study)

Fre. no	Wang vd. (2004)	Grandhi (1993)	Sedaghati vd. (2002)	Lingyun vd. (2005)	Gomes (2011)	Mevcut çalışma
1	7.011	7.059	6.992	7.008	7.000	7.004
2	17.302	15.895	17.599	18.148	17.786	19.161
3	20.001	20.425	19.973	20.000	20.000	20.032

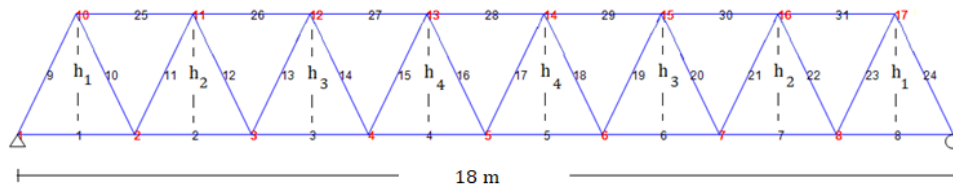
#### 4. WARREN KAFES MODELİ ANALİZİ (ANALYSIS OF WARREN TRUSS MODEL)

Daha önceki bölümlerde açıklanan sayısal yöntemi uygulamak için Warren kafes modeli seçilmiştir. Eşit aralıkların sayısı  $n_{seg}$  olarak ifade edilmektedir. Yapı tam ortadan sağ ve sol tarafıyla simetrik olarak ele alındığında karşılıklı denk gelen elemanların kesit boyutları birer değişken olarak probleme dahil edilmektedir. Değişken olarak eleman kesit boyutlarından sonra sırasıyla her aralıkta olan yükseklikler de ( $h_1, h_2, \dots, h_{n_{seg}/2}$ ) değişken olarak tanımlanmıştır. Örneğin, 8 aralıklı kafes yapı düşünüldüğünde (Şekil 3), 9, 10, 23 ve 24 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_1$ , 11, 12, 21 ve 22 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_2$ , 13, 14, 19 ve 20 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_3$ , 15, 16, 17 ve 18 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_4$ , 1, 25, 8 ve 31 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_5$ , 2, 26, 7 ve 30 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_6$ , 3, 27, 6 ve 29 no'lu elemanların kesit çapı  $\emptyset_7$  ve 4, 5 ve 28 no'lu elemanların kesit çapı ise  $\emptyset_8$  olarak alınmıştır. Sonra gelen diğer değişkenler ise  $h_1$ 'den  $h_4$ 'e olan yüksekliklerdir.  $n_{seg}$  aralıklı bir yapı için, toplam eleman sayısının  $4n_{seg} - 1$  olduğu, kesit boyutu değişkenlerinin karşılık geldiği elemanların listesi şu şekilde gösterilmektedir:

**Çizelge 3.** Çoklu-Warren, çeşitli aralık sayıları ( $n_{seg}$ ) için çap ve karşılık geldiği elemanlar (Multi-Warren, the member size and referring member no)

değişken	Eleman no
$\emptyset_1$	$n_{seg} + 1, n_{seg} + 2, 3n_{seg} - 1, 3n_{seg}$
$\emptyset_2$	$n_{seg} + 3, n_{seg} + 4, 3n_{seg} - 3, 3n_{seg} - 2$
$\emptyset_3$	$n_{seg} + 5, n_{seg} + 6, 3n_{seg} - 5, 3n_{seg} - 4$
...	...
$\emptyset_{n_{seg}/2}$	$2n_{seg} - 1, 2n_{seg}, 2n_{seg} + 1, 2n_{seg} + 2$
$\emptyset_{n_{seg}/2+1}^{n_{seg}}$	$1, 3n_{seg} + 1, n_{seg}, 4n_{seg} - 1$
$\emptyset_{n_{seg}/2+2}^{n_{seg}}$	$2, 3n_{seg} + 2, n_{seg} - 1, 4n_{seg} - 2$
$\emptyset_{n_{seg}/2+3}^{n_{seg}}$	$3, 3n_{seg} + 3, n_{seg} - 2, 4n_{seg} - 3$
...	...
$\emptyset_{n_{seg}-1}$	$n_{seg}/2 - 1, 7n_{seg}/2 - 1, n_{seg}/2 + 2, 7n_{seg}/2 + 1$
$\emptyset_{n_{seg}}$	$n_{seg}/2, n_{seg}/2 + 1, 7n_{seg}/2$

Diğer değişkenler  $n_{seg}/2$  adet,  $h_1, h_2, \dots, h_{n_{seg}/2}$  olarak tanımlanmış yüksekliklerdir. Öyle ki toplam  $3n_{seg}/2$  değişken vardır.



**Şekil 3.** 18 m.'lik açıklık için 8 eşit aralıklı Warren kafes türü (Warren truss model for a span length of 18 m and 8 equispaced segments)

Tüm modeller 18 m.'lik açıklık mesafesine sahip, ilk düğüm noktasında basit mesnetle, ( $n_{seg}+1$ )'inci düğüm noktasında ise hareketli mesnetle desteklenmişlerdir. Yapının kendi ağırlığı ve birim uzunluk başına alınan 4 kN/m'lik hareketli yük, tüm alt düğüm noktalarına eşit olarak dağıtılmıştır. Optimum yapı için tanımlanan kısıtlamalar, elemanların ekstenel gerilmesi, kritik burkulma yükü ve yapının yüklü iken olan en küçük doğal frekansları için tanımlanmıştır. Elemanların ekstenel gerilmeleri için kısıtlamalar şu şekildedir:

$$g_k = \{-|\sigma_i|\}/\sigma_{all} > 0 \quad (8)$$

Burada,  $\sigma_{all}$ , 25 kN/cm<sup>2</sup> olarak alınan, izin verilen ekstenel gerilmedir.  $k$  ve  $i$  indisleri tamsayı olmak koşuluyla tanımlı oldukları aralıklar  $k \in [1, 2n_{seg} - 3]$  ve karşılık gelen  $i$  indisleri aralıkları ise  $i \in [(1, n_{seg}/2) \cup (n_{seg} + 1, 2n_{seg} - 1) \cup (3n_{seg} + 1, 7n_{seg}/2)]$  şeklinde tanımlanmıştır. Basınç içeren elemanların burkulması ile ilgili sınırlandırmalar, ilgili elemandaki ekstenel kuvvetin elemanın kritik burkulma yükü ile değerlendirilmesiyle elde edilmektedir:

$$g_k = \{P_{cr} - F_i\}/P_{cr} > 0 \quad (9)$$

Burada, kritik burkulma yükü ( $P_{cr} = (\pi^2 EI)/L^2$ ) ilgili eleman için hesaplanmakta ve  $k$  ve  $i$  indisleri yine tamsayı olmak koşuluyla tanımlı oldukları aralıklar  $k \in [2n_{seg} - 2, 7n_{seg}/2 - 5]$  ve karşılık gelen  $i$  indisleri aralıkları ise  $i \in [(n_{seg} + 1, 2n_{seg} - 1) \cup (3n_{seg} + 1, 7n_{seg}/2)]$  şeklinde tanımlanmıştır. E, malzemenin elastisite modülü 200 GPa olarak alınmıştır. I çubukların ikinci atalet momentini, L ise karşılık gelen çubuğun uzunluğudur. Yapının bazı modlarının karşılık geldiği doğal frekanslarının, yapının dinamik yüklere karşı direnç gösterebilmesi için gerektiği şekilde sınırlıdır. Son kısıtlamada (Eşitlik 10), yapının minimum ilk üç doğal frekansı ( $\omega_N$ ), sırasıyla belirlenmiş izin verilen 7 rad/sn, 10 rad/sn ve 20 rad/sn değerlerinden ( $\omega_{all}$ ) büyük olmaya zorlanmıştır:

$$g_k = (\omega_{N,i} - \omega_{all,i})/\omega_{all,i} > 0 \quad (10)$$

İndisler  $k \in [7n_{seg}/2 - 5, 7n_{seg}/2 - 2]$  ve karşılık gelen  $i$  indisleri aralıkları ise  $i \in [1, 3]$  olarak ifade edilebilir.

#### 4.1 Bariyer Fonksiyonu Katsayısının ( $\epsilon$ ) Belirlenmesi (Determination of Barrier Function Coefficient ( $\epsilon$ ))

Logaritmik bariyer fonksiyonu tüm kısıtlama değerlerinin çarpımının logaritması ile elde edilmekte ve dikkate değer bir değer üretmektedir. Bu sayı, pratik olarak bir katsayı ( $\epsilon$ ) ile çarpılarak uygun bir değere

indirgenir.  $\varepsilon$ , sayısal işlemler üzerinde istenmeyen etkilere sahip olduğundan dikkatli bir şekilde seçilir. Çok büyükse, ideal optimum değerlerden uzaklaşmakta, çok küçük olması durumunda, çok küçük adım boyutu gerektirmektedir. Uygun bir  $\varepsilon$ 'ye karar vermek için, aynı test çeşitli katsayı değerleri ile 6 eşit aralıklı Warren kafes tipinde (Şekil 3), çubukların çapı ( $\Phi$ ) ve özdeş bir yükseklik ( $h$ ) değerlerinin tespiti için denenmiştir. Başlangıçta, tüm kısıtlama fonksiyonlarının sağlandığı, çap değeri ( $\Phi$ ) 12 cm ve özdeş yükseklik ( $h$ ) 5 m olarak seçilmiştir. Adım boyutu ( $\alpha$ ) çap için  $10^{-4}$ , yükseklik için ise  $10^{-3}$  olarak alınmıştır. Yinelemeler, amaç fonksiyonunun (Eşitlik 3), gradyanının maksimum normunun ( $\max(\nabla F)$ ),  $10^{-2}$  tolerans değerinden küçük ya da eşit olduğu duruma kadar sürdürülmüştür. Çizelge 4.'te görüldüğü üzere,  $10^{-2}$  değeri, ağırlık değişimi % 1'den küçük olacak şekilde yeterli ve normal bir değer olarak kabul edilmiştir.

**Çizelge 4.** Bariyer Fonksiyonu Katsayıları ( $\varepsilon$ ) ve karşılık gelen optimum çap ( $\Phi$ ), yükseklik ( $h$ ), yineleme sayısı (iter), yapı ağırlığı ( $W$ ), bir önceki değere göre yineleme sayısı değişimi ( $\Delta$  iter) ve ağırlık değişimi ( $\Delta W$ ) oranları (Barrier Function Coefficients ( $\varepsilon$ ) and corresponding optimum diameter ( $\Phi$ ), height ( $h$ ), number of iterations (it), structure weight ( $W$ ), iteration number change ( $\Delta$  iter) and weight change ( $\Delta W$ ) rates from the previous value)

$\varepsilon$	$\Phi$ (cm)	$h$ (m)	iter	$W$ (kg)	$\Delta$ iter (%)	$\Delta W$ (%)
$10^{-1.0}$	9.9870	3.9417	3801	3.5977	-	-
$10^{-1.5}$	9.8247	4.0607	3829	3.5527	0.74	1.25
$10^{-2.0}$	9.7629	4.1150	4630	3.5402	20.92	0.35
$10^{-2.5}$	9.7409	4.1360	10006	3.5366	116.11	0.10

#### 4.2 Tolerans Değerinin Belirlenmesi (Determination of Tolerance Value)

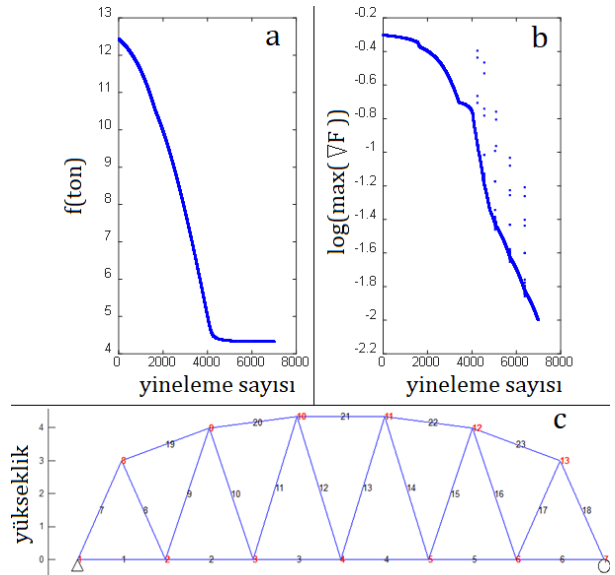
Ötelemelerin bitirilmesi gereken durumun tanımlanması  $\max(\nabla F)$  değerinin aldığı değer izlenerek belirlenmektedir. Bu değer belli bir tolerans değerine değin azalması gerekmektedir. Uygun bir tolerans değerine karar vermek için, bir önceki bölümde gerçekleştirilen test, tekrar edilmiştir. Tüm değerler başlangıçta o testteki değerler olarak alınmış, bariyer fonksiyonu katsayısı  $10^{-2}$  olarak girilmiş ve çeşitli tolerans değerleri için sonuçlar tablo olarak gösterilmektedir (Çizelge 5). Bu çizelgede görüldüğü üzere,  $10^{-1.5}$  değeri, ağırlık değişimini yaklaşık olarak % 1'den küçük bir farkla değiştirdiği, biraz daha uygun bir tolerans değeri olan  $10^{-2.0}$  değerinin seçilmesinin daha uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

**Çizelge 5.** Tolerans değerleri (tol) ve karşılık gelen optimum çap ( $\Phi$ ), yükseklik ( $h$ ), yineleme sayısı (iter), yapı ağırlığı ( $W$ ), bir önceki değere göre yineleme sayısı değişimi ( $\Delta$  iter) ve ağırlık değişimi ( $\Delta W$ ) oranları (Tolerance values (tol) and corresponding optimum diameter ( $\Phi$ ), height ( $h$ ), number of iterations (iter), structure weight ( $W$ ), iteration number change ( $\Delta$  push) and weight change ( $\Delta W$ ) rates from the previous value)

tol	$\Phi$ (cm)	$h$ (m)	iter	$W$ (kg)	$\Delta$ iter (%)	$\Delta W$ (%)
$10^{-1.0}$	10.0970	3.7860	3564	3.5798	-	-
$10^{-1.5}$	9.8340	4.0357	4129	3.5444	15.85	0.99
$10^{-2.0}$	9.7629	4.1150	4630	3.5402	12.13	0.12
$10^{-2.5}$	9.7432	4.1382	5106	3.5396	10.28	0.02
$10^{-3.0}$	9.7371	4.1455	5629	3.5394	10.24	0.00

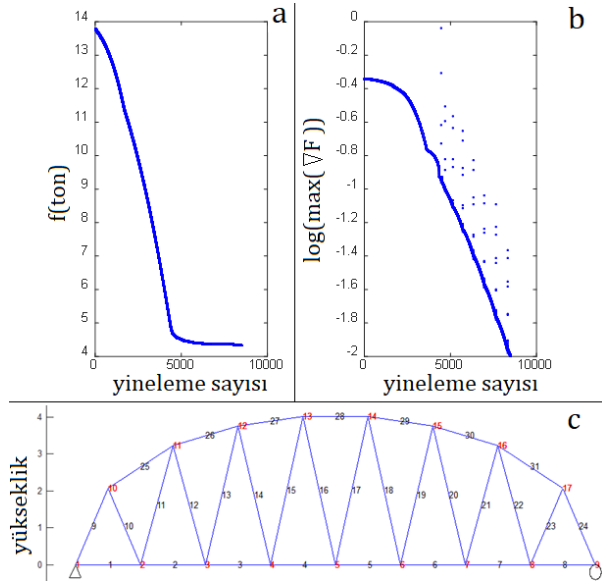
#### 4.3 Warren Kafes Testleri (Warren Truss Tests)

Çalışmanın bu bölümünde açıklık çeşitli sayıda eşit aralıklara bölünerek test edilmiş ve sonuçlar gösterilmiştir. Bunun için segment sayısı ( $n_{seg}$ ) 6, 8, 12, 16 ve 18 olarak alındı. Elemanların başlangıç kesitleri özdeş ve çapları 15 cm, ara yükseklikler ise 3 m olarak atandı. Bariyer fonksiyonu katsayısı ( $\varepsilon$ ) ve tolerans değeri (tol)  $10^{-2}$  olarak sabit tutuldu. Hem eleman çapları değişkenleri hem de yükseklik değişkenleri adım ölçüsü  $5 \cdot 10^{-4}$  olarak başlatıldı ve adım ölçüsü yinelemeleri hızlandırmak amacı ile ayarlanır şekilde programlandı. Bunun için her adımda net ağırlıkta olan düşüşle  $\alpha$  değeri % 0.1 artırıldı, tersi durumda o anki değerinin yarısına kadar azaltıldı.

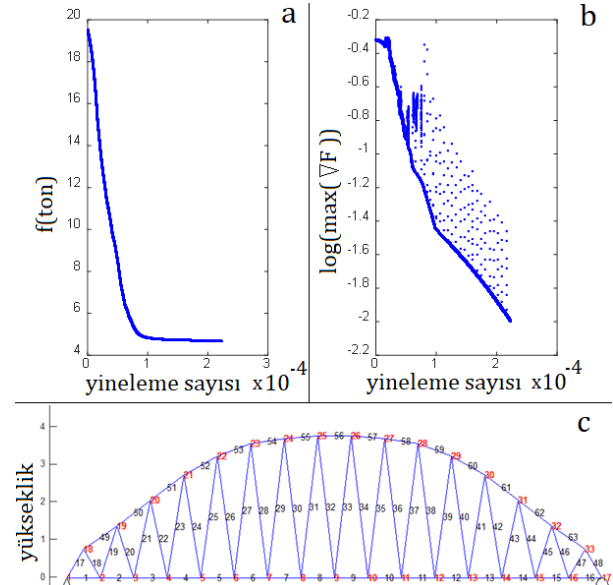


**Şekil 4.**  $n_{seg} = 6$  için, amaç fonksiyonu (a), amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu (b) ve optimize edilmiş Warren modeli (c) (For  $n_{seg} = 6$ , objective function (a) the maximum norm of the gradient of the objective function (b) and the optimized Warren model (c))

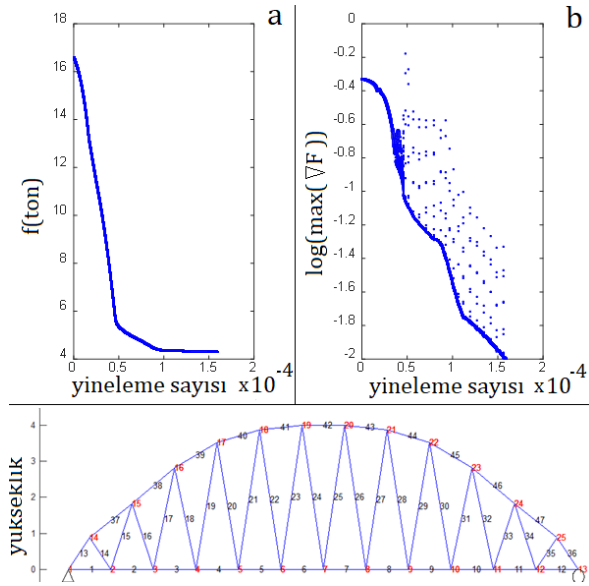
Optimum yapının ağırlığı olan amaç fonksiyonunun yinelemelerle değişimi ve gradyanının maksimum normu çeşitli segment sayıları için incelendi (Şekil 4-8). Aralık sayısının artmasıyla yapının ara yüksekliklerinin tepe noktalarının oluşturduğu şeklin daha sofistike bir eğriye dönüştüğü gözlemlendi. Segment sayısında artışla yineleme sayısının ve işlemleri tamamlamak için geçen zamanın arttığı belirlendi. Daha fazla aralık sayısının yapının nihai optimum ağırlığında da bir artışa sebep olduğu görüldü (Çizelge 6).



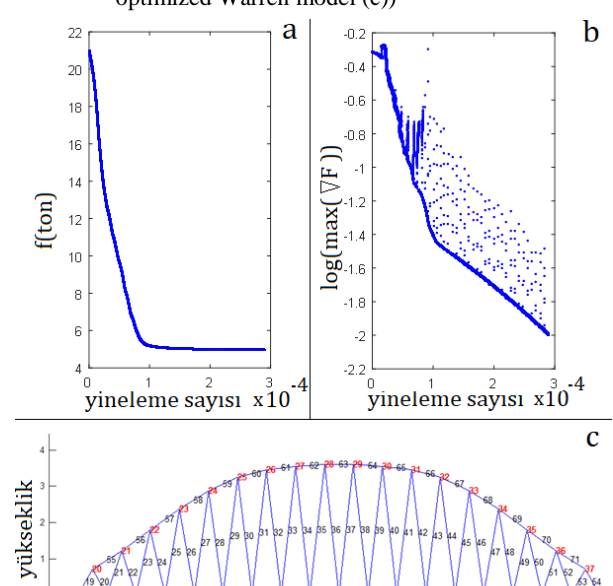
Şekil 5.  $n_{seg} = 8$  için, amaç fonksiyonu (a), amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu (b) ve optimize edilmiş Warren modeli (c) (For  $n_{seg} = 8$ , objective function (a) the maximum norm of the gradient of the objective function (b) and the optimized Warren model (c))



Şekil 7.  $n_{seg} = 16$  için, amaç fonksiyonu (a), amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu (b) ve optimize edilmiş Warren modeli (c) (For  $n_{seg} = 16$ , objective function (a) the maximum norm of the gradient of the objective function (b) and the optimized Warren model (c))



Şekil 6.  $n_{seg} = 12$  için, amaç fonksiyonu (a), amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu (b) ve optimize edilmiş Warren modeli (c) (For  $n_{seg} = 12$ , objective function (a) the maximum norm of the gradient of the objective function (b) and the optimized Warren model (c))



Şekil 8.  $n_{seg} = 18$  için, amaç fonksiyonu (a), amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu (b) ve optimize edilmiş Warren modeli (c) (For  $n_{seg} = 18$ , objective function (a) the maximum norm of the gradient of the objective function (b) and the optimized Warren model (c))

Çizelge 6. Çeşitli aralık sayılarında yineleme sayısı, toplam işlem süresi ve optimum yapının ağırlığı (Number of iterations, total consumed time and the weight of optimum structure for various number of segments)

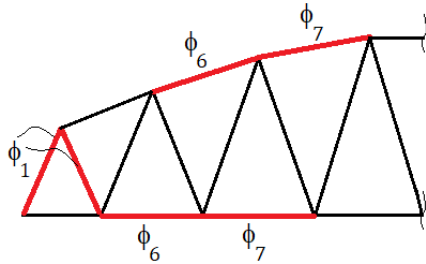
$n_{seg}$	yineleme sayısı	Zaman(sn)	W (ton)
6	6992	2112	4.3201
8	8511	3551	4.3491
12	15896	14778	4.3103
16	22275	38812	4.6870
18	28960	73999	4.9614



**Çizelge 7.** Çeşitli aralık sayıları için eleman gruplarının optimum çap ölçüleri (Optimum diameter sizes of member groups for various number of segments)

i	$\phi_i$ (cm) $n_{seg}$ = 6	$\phi_i$ (cm) $n_{seg}$ = 8	$\phi_i$ (cm) $n_{seg}$ = 12	$\phi_i$ (cm) $n_{seg}$ = 16	$\phi_i$ (cm) $n_{seg}$ = 18
1	10.3893	9.9739	8.4549	8.5799	8.7498
2	8.0514	6.4240	5.3277	5.8477	6.1233
3	9.2081	8.4160	4.8462	5.3786	5.4756
4	8.6174	8.3565	4.7784	5.0996	5.5503
5	9.8748	8.5465	6.3594	4.0625	4.6675
6	8.1671	10.1964	6.6727	5.9613	4.8024
7		10.4304	10.3006	6.8076	6.4080
8		8.1130	12.5210	6.7662	6.9947
9			11.7537	9.1951	6.8205
10			11.0490	12.5335	8.6639
11			10.5572	12.2080	12.5499
12			6.7401	11.6903	12.3963
13				11.2814	12.0524
14				11.0030	11.6592
15				10.8907	11.4013
16				7.0329	11.2919
17					11.2492
18					7.3479

Optimize edilmiş kesit ölçüleri incelendiğinde (Çizelge 7), yapının en başında ve sonunda bulunan eğik elemanların komşu elemanlarına göre daha kalın olduğu görüldü. Yapının tam ortasına komşu üç yatay elemanın, hemen komşu yatay elemanlara göre daha az rijit olduğu, sistemin dinamik dayanımı için gerekli optimum tasarımda tüm kalın kesitlerin ortadaki yatay veya eğik elemanlarda değil, onlardan hariç, sağılarındaki ve sollarındaki yatay elemanlarda kenarlara doğru azalarak olageldiği gözlemlendi. Örneğin (Şekil 9), segment sayısı 8 olan durum için, 9 ve 10 no'lu elemanlara karşılık gelen ilk çap değişkeninin ( $\phi_1$ ), Çizelge 7'de görüldüğü üzere, optimize edilmiş yapıda, komşu elemanlarına göre daha kalın olduğu görülmektedir. Yine, sırasıyla 2, 26 ve 3, 27 no'lu elemanların çapları, diğer deyişle  $\phi_6$ 'nın ve  $\phi_7$ 'nin, diğer elemanlara nispetle daha kalın oldukları gözlemlenmektedir.

**Şekil 9.**  $n_{seg} = 8$ , diğerlerine göre daha kalın olan elemanların (kalın kırmızı çizgiler) sol simetride gösterimi (Display of the elements which are thicker than others (thick red lines) in left symmetry for  $n_{seg} = 8$ )

Ara yüksekliklerin en kenardan ortaya doğru arttığı gözlemlendi (Çizelge 8). Bu artışın her bir aralık sayısında olan değişimi ikinci derece polinomlarla (Çizelge 9) ifade edildiğinde oldukça uygun eğrilerin (Şekil 10) elde edildiği görüldü. Bu durum, mevcut tanımlı problem için optimum yapı şeklinin üst kısmının parbole yakın bir şekli aldığını göstermektedir.

**Çizelge 8.** Çeşitli aralık sayıları için optimum ara yükseklikler (Optimum internal heights for various number of segments)

i	$h_i$ (cm) $n_{seg}$ = 6	$h_i$ (cm) $n_{seg}$ = 8	$h_i$ (cm) $n_{seg}$ = 12	$h_i$ (cm) $n_{seg}$ = 16	$h_i$ (cm) $n_{seg}$ = 18
1	2.9895	2.0653	0.8839	0.7644	0.7170
2	3.9817	3.2254	1.8224	1.3784	1.2256
3	4.3308	3.7566	2.8137	2.0633	1.8014
4		4.0076	3.5115	2.7234	2.3689
5			3.8742	3.2245	2.8754
6			4.0053	3.5629	3.2436
7				3.6958	3.4563
8				3.7654	3.5476
9					3.6049

**Çizelge 9.** Çeşitli aralıklar için elde edilen ikinci derece polinomlar ve  $R^2$  değerleri (Fitting second order polynomials and  $R^2$  values for various number of segments)

$n_{seg}$	2. derece polinom eğrisi	$R^2$ değeri
6	$y = -0.0357x^2 + 0.5451x + 2.2522$	1.0000
8	$y = -0.0449x^2 + 0.6866x + 1.3671$	0.9973
12	$y = -0.0520x^2 + 0.8958x + 1.1817$	0.9973
16	$y = -0.0463x^2 + 0.8141x + 0.2277$	0.9961
18	$y = -0.0439x^2 + 0.7734x + 0.2390$	0.9958

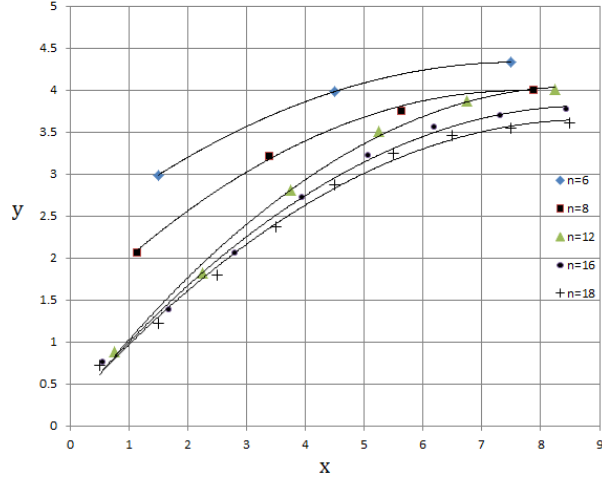
**Çizelge 10.** Çeşitli aralık sayıları için yapının ilk üç doğal frekansı (The first three natural frequencies of the structure for various number of segments)

$n_{seg}$	$\omega_1$ (rad/sn)	$\omega_2$ (rad/sn)	$\omega_3$ (rad/sn)
6	7.0068	14.4087	20.0177
8	7.0062	15.0524	20.0188
12	7.0067	11.9298	20.0170
16	7.0052	11.0132	20.0200
18	7.0047	11.3217	20.0203

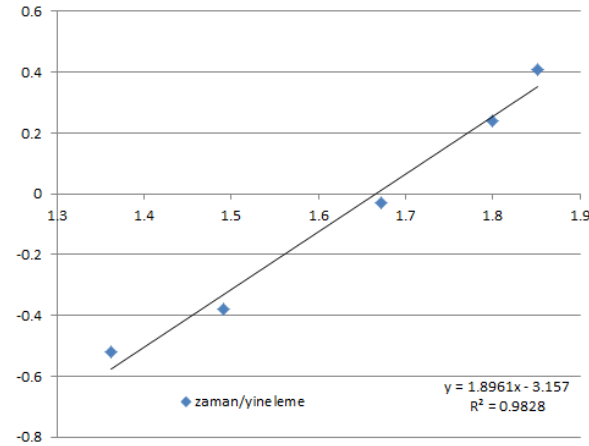
Sınır fonksiyonlarının nihai optimum duruma erişildiğinde aldıkları değerlerden elde edilen eleman gerilmelerinin,  $25 \text{ kN/cm}^2$  olarak tanımlanan sınır değerinin çok çok altında olduğu, elemanların içerisindeki aksel kuvvetlerin yine ilgili duruma göre hesaplanan burkulma değerinin çok altında olduğu görüldü. Ancak, dinamik sınır fonksiyonları olarak tanımlanan, yapının majör doğal frekanslarının optimizasyon probleminde oldukça baskın olduğu gözlemlendi. Her bir aralık sayısı için optimum yapının küçükten büyüğe ilk üç frekans değerinin sınır değerleri olan 7 rad/sn, 10 rad/sn ve 20 rad/sn değerlerinden çok az büyük oldukları tespit edildi (Çizelge 10). Özellikle 6 ve 8 segmentli yapılarda ikinci doğal frekans değerinin, 12, 16 ve 18 segmentli yapılara göre nispeten daha farklı olduğu görüldü.

Her bir yineleme için geçen zamanın serbestlik derecesi ile ikinci dereceden ilişkili olduğu gözlemlendi (Şekil 11). Grafikte yer alan enterpolasyon doğru çizgisinin eğim katsayısı olan 1.8961 bunu göstermektedir. Her bir yinelemede rijitlik yöntemi kullanılmaktadır ve bu yöntemde düğüm noktası sayısına bağlı serbestlik derecesi kadar büyüklüğü olan katsayı matrisi oluşturulur. MATLAB'de  $n \times n$  büyüklükte bir matris için geçen sürenin  $n$  ile logaritmik ilişkisi incelendiğinde 1.82 gibi bir değere ulaşılmaktadır. Bu çalışmada bulunan 1.8961 bu değere çok yakındır ve bu da her bir

yinelemede zamanın büyük ölçüde optimizasyon algoritmalarında değil, rijitlik yöntemi uygulamasında geçtiğini göstermektedir. Hatta yüzdelik olarak rijitlik yönteminde geçen zaman, toplam sürenin % 95'i iken, optimizasyon işlemleri % 5'lik zamanı almaktadır.



Şekil 10. Optimum ara yüksekliklerin ikinci mertebe polinomlarla yakınsanması (Fitting optimized internal heights with second order polynomials)



Şekil 11. Çeşitli aralıklar için işlemden geçen zamanın yineleme sayısına oranının logaritmik değerinin, serbestlik derecesinin logaritmik değeriyle karşılaştırılması ve doğru çizgisi (Total number of degree of freedom vs. the ratio of consumed time to number of iterations and corresponding best line for various number of segments in logarithmic scale)

Çizelge 11. Çeşitli aralıklar için gerilme ve dinamik sınırlandırmaları olan (W) ve sadece dinamik sınırlandırmaları olan (W\*) optimize edilmiş yapının nihai ağırlıkları (The final weights of the optimized structure of constrained for both stress and dynamic conditions and solely dynamic conditions for various number of segments)

$n_{seg}$	6	8	12	16	18
W(ton)	4.3201	4.3491	4.3603	4.6870	4.9614
W*(ton)	0.8271	0.6582	0.5310	0.5026	0.5012

Segment sayısında artış ile optimize edilmiş yapının ağırlığında da artış olduğu görüldü. Doğal frekansların kısıtlayan fonksiyonların kaldırılmasıyla elde edilen yapıların nihai ağırlıklarının giderek daha da azaldığı

gözlemlendi (Çizelge 11). Bu durumda dinamik kısıtlamaların yapıyı dikey yönde daha yüksek bir rijitliğe erişmeye zorladığı gözlemlenmektedir.

## 5. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Bu çalışmada 18 m'lik açıklıkta olan köprü tabliyesinin kafes yapılar ile taşınması modellenmiştir. Yapı, bir tarafta basit mesnet ve diğer tarafta hareketli mesnet ile desteklenmektedir. Kafes topolojisi Warren olarak seçilmiştir. Warren türü kafes sisteminin orta açıklığın sağında ve solundaki simetrik elemanlarının kesit alanlarının ve ara yüksekliklerinin bağımsız birer değişken olarak alındığı durum analiz edilmiştir. Tüm yapıda, elemanlarda, maksimum eksenel gerilme ya da basınç, izin verilen gerilmenin altında tutulur. Elemanlardaki eksenel basınç yükünün kritik burulma değerinden küçük olması sağlanmıştır. Ve son olarak, dinamik kısıtlamalar, burada yapısal sistemin minimum doğal frekansları başta belirtilen bazı titreşim değerlerinden büyük tutularak probleme dahil edilmiştir.

Optimizasyon işlemleri Logaritmik Bariyer fonksiyonlu Gradyan İniş Yöntemi ile yapının statik analizleri ise Rijitlik Yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Statik analizler deplasmanların küçük olacağı öngörüldüğünden doğrusal yapılmıştır. Eleman kuvvetleri, sapmalar ve dinamik çıktı (frekans değerleri) her yineleme adımında rijitlik yöntemiyle ve düşey yöndeki temel hareket denklemiyle elde edilmiştir. İşlemler MATLAB kodlarıyla, Intel I-5 işlemcili bir iş istasyonunda (hp Z640) gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar şu şekilde özetlenebilir:

- Çeşitli segment sayıları için, optimize edilmiş yapının nihai ağırlığı olan amaç fonksiyonunun yinelemelerle değişimi ve amaç fonksiyonunun gradyanının maksimum normu incelendiğinde (Şekil 4-8), aralık sayısının artmasıyla yapının ara yüksekliklerinin tepe noktalarının oluşturduğu eğrinin, giderek yükselen bir eğri olduğu (Çizelge 8), bu eğrinin ikinci derece polinomlarla ifade edilebileceği (Çizelge 9 ve Şekil 10) ve optimize Warren kafes yapının üst kısmında bulunan düğüm noktalarının koordinatlarının bir parabolle temsil edilebileceği gösterildi (Şekil 10).
- Aralık sayısında artışla yineleme sayısının, işlemleri tamamlamak için geçen zamanın ve nihai optimum ağırlığın arttığı gözlemlendi (Çizelge 6).
- Optimum yapının en başında ve sonunda bulunan eğik elemanların komşu elemanlarına göre daha kalın olduğu görüldü (Çizelge 7). Yapının tam ortasına komşu üç yatay elemanın, hemen komşu yatay elemanlara göre daha az rijit olduğu, sistemin dinamik dayanımı için gerekli optimum tasarımda tüm kalın kesitlerin tam ortadaki yatay veya eğik elemanlarda değil, onlardan hariç, sağlarındaki ve sollarındaki

yatay elemanlarda kenarlara doğru azalarak sonuç bulunduğu gözlemlendi.

- Optimize edilmiş yapının eleman gerilmelerinin, eleman sınır gerilmesi değerinin oldukça altında olduğu, optimum yapının elemanlarındaki ekstenel kuvvetlerin yine ilgili eleman için hesaplanan burkulma değerinin çok altında olduğu gözlemlendi. Optimum yapının ilk 3 doğal frekansı ise sınır değerine yakın bir değerde olduğu, bu durumda dinamik sınırlamaların böyle bir yapıda oldukça baskın bir rol oynadığı gösterildi.
- Yineleme başına için geçen zamanın yapının serbestlik derecesi ile yaklaşık ikinci dereceden ilişkili olduğu gözlemlendi (Şekil 11). MATLAB işlemleri kullanıldığından, sadece matris tersi alındığında geçen sürenin, burada yapılan işlemlerdekine benzer bir değer verdiği (1.82), yüzdelik olarak rijitlik yönteminde geçen zaman toplam sürenin % 95'i iken, optimizasyon işlemleri % 5'lik zamanı aldığı görüldü.

Optimum yapının ağırlığı, aralık sayısında artışla arttı ancak doğal frekansların kısıtlayan fonksiyonların probleme dahil edilmediği durumda elde edilen optimize yapıların nihai ağırlıklarının giderek daha da azaldığı gözlemlendi. (Çizelge 11). Bu durumda dinamik kısıtlamaların, optimum yapıyı dikey yönde daha yüksek bir rijitliğe erişmeye zorladığı belirlendi.

#### ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

#### YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

**Simge ŞAHİN TAŞKESİĞİ:** Bu çalışma kendisinin yüksek lisans tez çalışmasının sonuçlarını içermektedir. / This study includes the thesis work of her.

**Ersan GÜRAY:** Birinci yazarın bu çalışmayla ilgili tez çalışmasının danışmanıdır. Çalışmanın ortaya çıkarılması ve makalenin yazımında büyük ölçüde yer almıştır. / He is the advisor of the first author's thesis on this work. He took a great part in the discovery of the study and the writing of the article.

#### ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur. / There is no conflict of interest in this study.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Maslak M., Doncho Partov D., "Selected Ancient Stone Bridges with Corbelled False-Arch Structure", *Civil And Environmental Engineering Reports*, 28(4):163-179, (2018)
- [2] Jiang C., Tang C.C., Seidel H-P., Chen R. and Wonka P., "Computational Design of Lightweight Trusses", *Computer-Aided Design*, 141:103076, (2021)
- [3] *sciencetruck.com / information - about-warren-truss-bridges*, "Startling Information About Warren Truss Bridges", (2022)
- [4] Dede T., Kripta M., Togan V., Yepes V. and Venkata R.R., "Usage of Optimization Techniques in Civil Engineering During the Last Two Decades", *Current Trends in Civil & Structural Engineering*, 2(1):1-17, (2019)
- [5] Upadhyay B.D., Bhavik D., Sonigra S.S. and Daxini S.D., "Numerical analysis perspective in structural shape optimization: A review post 2000", *Advances in Engineering Software*, 155:102992, (2021)
- [6] Lemarechal C., "Cauchy and the Gradient Method", *Documenta Mathematica*, Extra Vol. ISMP: 251-254, (2012)
- [7] Curry H.B., "The Method of Steepest Descent for Non-linear Minimization Problems". *Quart. Appl. Math.*, 2(3): 258-261, (1944)
- [8] Dababneh O., Kipouros T. and Whidborne J.F., "Application of an Efficient Gradient-Based Optimization Strategy for Aircraft Wing Structure", *Aerospace*, 5(1):3, (2018)
- [9] Topping B.H.V. , " Shape Optimization of Skeletal Structures: A Review", *Journal of Structural Engineering*, 109(8), (1983)
- [10] Bellagamba L., Yang T.Y., "Minimum mass truss structures with constraints on fundamental natural frequency", *AIAA Journal*, 19(11):1452, (1981)
- [11] Grandhi R.V., "Structural optimization with frequency constraints – A review", *AIAA Journal*, 31(12):2296-2303, (1993)
- [12] Wang D., Zhang W.H. and Jiang J.S., "Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints", *AIAA Journal*, 42 (3):1452-1456, (2004)
- [13] Sedaghati R., Suleman A. and Tabarrok B., "Structural optimization with frequency constraints using finite element force method", *AIAA Journal*, 40 (2):382-388, (2002)
- [14] Lingyun W., Mei Z., Guangming W., Guang M., "Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm", *Computational Mechanics*, 35(5):361-368, (2004)
- [15] Gomes H.M., "Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm", *Expert Systems with Applications*, 38(1):957-968, (2011)