



Capacity analysis of the secondary users in spectrum sharing model over Nakagami- m and log-normal fading channels

Arif Başgümüş*^{ID}, Maide Sultan Arıç^{ID}, Mustafa Namdar^{ID}

Electrical and Electronics Engineering Department, Engineering Faculty, Kütahya Dumlupınar University, 43100, Kütahya, Türkiye

Highlights:

- Spectrum sharing model for cognitive radio networks
- The effect of interference from the primary network
- The ergodic capacity analysis of the secondary user over Nakagami- m and log-normal fading channels

Keywords:

- Cognitive radio
- Ergodic capacity
- Nakagami- m and log-normal fading channels
- Spectrum sharing

Article Info:

Research Article
Received: 30.04.2022
Accepted: 13.10.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1111493

Correspondence:

Author: Arif Başgümüş
e-mail:
arif.basgumus@dpu.edu.tr
phone: +90 507 641 9369

Graphical/Tabular Abstract

In this study, ergodic capacity performance for the secondary user is analyzed under the average received power constraint. The performance analyses for the spectrum sharing model in the cognitive radio network on the Nakagami- m and log-normally distributed fading channels are given in Figure A.

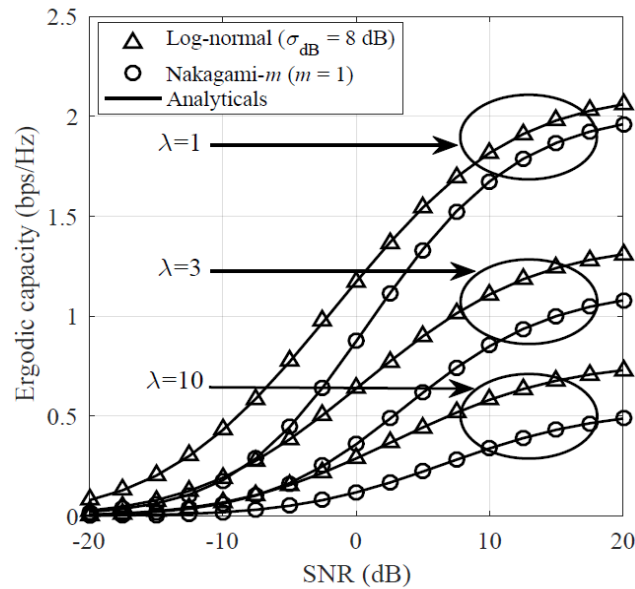


Figure A. The achieved ergodic capacity with the varying Lagrange multiplier values.

Purpose:

In this paper, the spectrum sharing model for cognitive radio networks is investigated. Considering the effect of the interference from the primary network transmitter, ergodic capacity performance for the secondary receiver is analyzed on the Nakagami- m and log-normal distributed fading channels under the average power constraint.

Theory and Methods:

Ergodic capacity maximization problem is derived over Nakagami- m and log-normal distributed fading channels under the average received power constraint considering water-filling solution.

Results:

The results obtained by the numerical calculations show that the interference generated by the primary network has a significant impact on the ergodic capacity of the secondary users.

Conclusion:

Ergodic capacity performance for the secondary user is verified with Monte Carlo simulations, considering the fading parameter of the Nakagami distribution, the standard deviation of the log-normal distribution, and the Lagrange multiplier parameters that determine the optimum power of the secondary user.



İkincil kullanıcıların spektrum paylaşım modelinde Nakagami- m ve log-normal sönmlemeli kanallar üzerindeki kapasite analizi

Arif Başgümüş*^{ID}, Maide Sultan Ardıç^{ID}, Mustafa Namdar^{ID}

Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 43100, Kütahya, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Bilişsel radyo ağları için spektrum paylaşım modeli
- Birincil ağ kaynaklı girişimin etkisi
- Nakagami- m ve log-normal sönmlemeli kanallarda ikincil kullanıcının ergodik kapasite analizi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 30.04.2022

Kabul: 13.10.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1111493

Anahtar Kelimeler:

Bilişsel radyo,
ergodik kapasite,
nakagami- m ve log-normal
sönmleme kanalları,
spektrum paylaşımı.

ÖZ

Bu çalışmada, bilişsel radyo ağı için spektrum paylaşım modelinde birincil kullanıcıdan gelen girişimin etkisi dikkate alınarak, ortalama alınan güç kısıtlaması altında ikincil kullanıcı için ergodik kapasite performansı analiz edilmektedir. Kapasiteyi maksimuma çıkaran su doldurma çözümü ve güç tahsisi yaklaşımı ile Nakagami- m ve log-normal dağılımlı sönmlemeli kanallar üzerinde ergodik kapasiteye ilişkin teorik çıkarımlar türetilmektedir. Nümerik sonuçlar, birincil ağ kaynaklı girişim kanallarının, ikincil kullanıcının kapasitesi üzerinde önemli ölçüde etki oluşturduğunu göstermektedir. İkincil kullanıcı için ergodik kapasite performansı; Nakagami dağılımın sönmleme parametresi, log-normal dağılımın standart sapması ve ikincil kullanıcının optimum gücünü belirleyen Lagrange çarpanı parametreleri dikkate alınarak, Monte Carlo benzetimleriyle doğrulanmaktadır.

Capacity analysis of the secondary users in spectrum sharing model over Nakagami- m and log-normal fading channels

H I G H L I G H T S

- Spectrum sharing model for cognitive radio networks
- The effect of interference from the primary network
- The ergodic capacity analysis of the secondary user over Nakagami- m and log-normal fading channels

Article Info

Research Article

Received: 30.04.2022

Accepted: 13.10.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1111493

Keywords:

Cognitive radio,
ergodic capacity,
Nakagami- m and log-normal
fading channels,
spectrum sharing

ABSTRACT

In this study, ergodic capacity performance for the secondary user is analyzed under the average received power constraint taking into account the effect of interference from the primary user in the spectrum sharing model for the cognitive radio network. With the capacity-maximizing water-filling solution and power allocation approach, the theoretical derivations for ergodic capacity are provided on Nakagami- m and log-normally distributed fading channels. The numerical results show that interference channels originating from the primary network have a significant impact on the capacity of the secondary user. Ergodic capacity performance for the secondary user is verified by Monte Carlo simulations, taking into account the fading parameter of the Nakagami distribution, the standard deviation of the log-normal distribution, and the Lagrange multiplier parameters that determine the optimum power of the secondary user.

*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : *arif.basgumus@dpu.edu.tr, maidesultanardic@ogr.dpu.edu.tr, mustafa.namdar@dpu.edu.tr / Tel: +90 507 641 9369

1. Giriş (Introduction)

Son yıllarda, yüksek hızdaki veri ağlarından istifade eden kullanıcıların, uygulama sayılarının ve telsiz (mobil) ağlar ile sunulan servis hizmetlerine olan ilginin önemli derecede artış göstermesi, radyo frekans spektrumuna olan talebin de artmasını tetiklemiştir. Bu eğilimin artan mobil internet trafiğinden kaynaklandığı bilinmektedir ve mevcut frekans bandına olan ihtiyacın gün geçtikçe büyüyeceği de açıktır [1]. Yeni nesil şebekenin daha kaliteli hizmet sunması ve artan kullanıcı sayısının taleplerinin karşılanması beklenmektedir [2].

Radyo frekans spektrumu, devlet kurumu tarafından düzenlenen ve sınırlı olan bir kaynaktır. Spektrum yönetiminde geleneksel bir yaklaşım izlenmekte ve belli frekans bantlarının kullanıcılara lisanslanması yöntemi takip edilmektedir [3]. Bu durum, yeni telsiz ağ servislerini sunmak veya mevcut hizmetleri geliştirmek için boş frekans bantı bulmanın da giderek zorlaşacağını göstermektedir. İlave olarak, sistem içerisindeki kullanıcıları girişim (enterferans) gibi bozucu etkilerden korumak amacıyla izin verilen iletim gücüne sınırlar getirilmesi, geleneksel spektrum yönetiminin esnek olmayan bir diğer davranışıdır. Yapılan ölçümler, frekans spektrumunun belirli zaman dilimlerinde hiç kullanılmadığını veya çok az kullanıldığını göstermektedir [4]. Bu bulgu, yaşanabilecek olası bir spektrum kıtlığının büyük ölçüde frekans bandının fiziksel yetersizliğinden ziyade, statik lisans düzenlemesi yoluyla verimsiz kullanılmasından kaynaklandığını doğrulamaktadır. Ancak, statik frekans tahsisinin, vericilerin parametrelerini uyarlamadığı ve alıcıların sistemler arası girişimlere karşı düşük hassasiyete sahip olduğu veya hiç olmadığı senaryolarda, sistemleri girişimden korumak için kullanılan geçerli seçeneklerden biri olduğu unutulmamalıdır. Öte yandan, alıcı ve verici tasarımıdaki ilerlemeler, yeni nesil telsiz ağ teknolojilerindeki gelişmeler, spektrum erişimi için farklı tercihleri ve çözümleri gündeme getirmiştir [5]. Spektral verimliliği ön plana çıkaran bilişsel radyo (BR) ağlardaki spektrum paylaşım modelinde, kullanım lisansı olmayan ikincil kullanıcılar (İK) için, frekans bandını kullanma yetkinliği olan lisans sahibi birincil kullanıcının (BK) iletimini tehlikeye atmayacak şekilde, tolere edilebilir girişim seviyelerinde eşzamanlı bir iletim öngörülmektedir [6]. Böylece, ikincil ağ (İA) vericisinden yayılan toplam girişim gücü BK alıcısında belirli bir eşik altında kaldığı sürece, İK erişimine izin verilir [7].

Kanal kapasitesi ile ilgili çalışmalarda, statik spektrum erişim yönetmelikleri nedeniyle, iletilen verici gücü üzerinde kısıtlamalar olduğu varsayılmaktadır. Özellikle, İK kapasitesinde girişim gücü kısıtlamasına dayanan ve BK alıcısındaki güç sınırı üzerindeki çalışmalar literatürde yer almaktadır. Toplamsal beyaz Gauss gürültülü (additive white Gaussian noise, AWGN) kanal için alınan güç kısıtı altında kapasite analizi [8]'de sunulmaktadır. Hem ortalama hem de üst limit güç sınırları dikkate alındığında, ergodik kapasiteye ve kesinti olasılığına ilişkin matematiksel çıkarımlar [9]'da yer almaktadır. Sönümlemeli kanallarda dinamik spektrum paylaşım modeli için, İA iletiminin ortalama girişim kısıtlamaları altındaki kapasitesi [10]'da araştırılmıştır.

Yukardaki çalışmalar birincil ağ (BA) vericisinden gelen girişimin kapasite üzerindeki etkisini göz ardı etmektedir. Dolayısıyla, türetilen kapalı form denklemlerinin üst sınır için geçerli olduğu görülmektedir. Bu çalışmalarda elde edilen sonuçlar, spektrum erişiminde kazanımların olduğunu da desteklemektedir. Öte yandan, İA vericisi (T_x^{IA}) ile BA alıcısı (R_x^{BA}) arasındaki kanal durum bilgisinin mükemmel olarak bilindiği varsayımıyla analizler yapılmıştır. İlave olarak, [11]'de gecikme sınırlı ortamlarda İA için sistem kapasitesi ve kesinti olasılığı performansı çalışılmıştır. İletim gücü seviyesinin dikkate alındığı ve kapasite analizlerinin gerçekleştirildiği çalışmalar da literatürde yerini almıştır: Ortalama alınan

güç kısıtı altında, Jensen eşitsizliğini kullanarak alt sınırlı kapasite ifadeleri [12]'de BK vericisinin oluşturduğu girişim dikkate alındığında güncellenmemiş kanal durum bilgisinin (outdated CSI) etkisi, üst ve alt sınırlı ergodik kapasite denklemleri açısından [13]'te verilmiştir.

Bu çalışmada, yukarıdaki çalışmalardan yola çıkılarak, BA vericisinin İA'da oluşturduğu girişim değerlendirilmekte ve kapasite analizi üzerine çalışılmaktadır. Bu makalede, ortalama alınan güç kısıtı altında, BK vericisinin oluşturduğu girişimin etkisi göz önüne alınmakta ve İA için ergodik kapasite denklemleri türetilmektedir. Kapasite kullanımını en üst düzeye çıkaran optimum su doldurma (water-filling) algoritması yardımıyla güç tahsis yapılarak, yazarların bildiği kadarı ile daha önce literatürde çalışılmamış olan Nakagami- m ve log-normal dağılımlı sönümleme kanalları için ergodik kapasite performans analizleri sunulmaktadır. Çalışmanın 2. bölümünde BR ağlarda BA ve İA için spektrum paylaşım sistem modeline yer verilmektedir. Performans analizinin yer aldığı 3. bölüm, ergodik kapasite analizi çıkarımlarını Nakagami- m ve log-normal dağılımlı farklı iki sönümleme kanalı için aktarmaktadır. Nümerik sonuçların incelendiği 4. bölümde, performans çıktıları detaylı şekilde sunulmaktadır. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

2. Sistem Modeli (System Model)

BK ve İK'nın bir arada bulunduğu bir spektrum paylaşım modeli Şekil 1'de gösterilmiştir. Birincil ve ikincil ağda girişimlerle birlikte alınan işaretler sırasıyla Eş. 1 ve Eş. 2'deki gibi ifade edilmiştir.

$$r_p = h_p s_p + h_{sp} s_s + n_p, \quad (1)$$

$$r_s = h_s s_s + h_{ps} s_p + n_s. \quad (2)$$

h_p , T_x^{BA} 'dan R_x^{BA} 'ya, h_s , T_x^{IA} 'dan R_x^{IA} 'ya, h_{sp} , T_x^{IA} 'dan R_x^{BA} 'ya, h_{ps} , T_x^{BA} 'dan R_x^{IA} 'ya, kompleks değerli kanal kazançlarıdır. s_p ve s_s sırasıyla, P_p ve P_s ortalama gücü olan birincil ve ikincil vericiden gönderilen işaretlerdir. n_p ve n_s ortak spektral güç yoğunlukları N_0 olan sıfır ortalamalı AWGN'dir. Sistem modelindeki kanal katsayıları $(h_p, h_{ps}, h_{sp}, h_s) \sim CN(0, (\sigma_p^2, \sigma_{ps}^2, \sigma_{sp}^2, \sigma_s^2))$ sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı dairesel simetrik kompleks Gauss vektörüdür. İkincil vericide h_s , h_{sp} ve h_{ps} kanal durum bilgisinin mükemmel olarak bilindiği varsayılmaktadır. İşlemsel kolaylık açısından kazançlar, $(g_p, g_{ps}, g_{sp}, g_s) = (|h_p|^2, |h_{ps}|^2, |h_{sp}|^2, |h_s|^2)$ olarak alınmıştır.

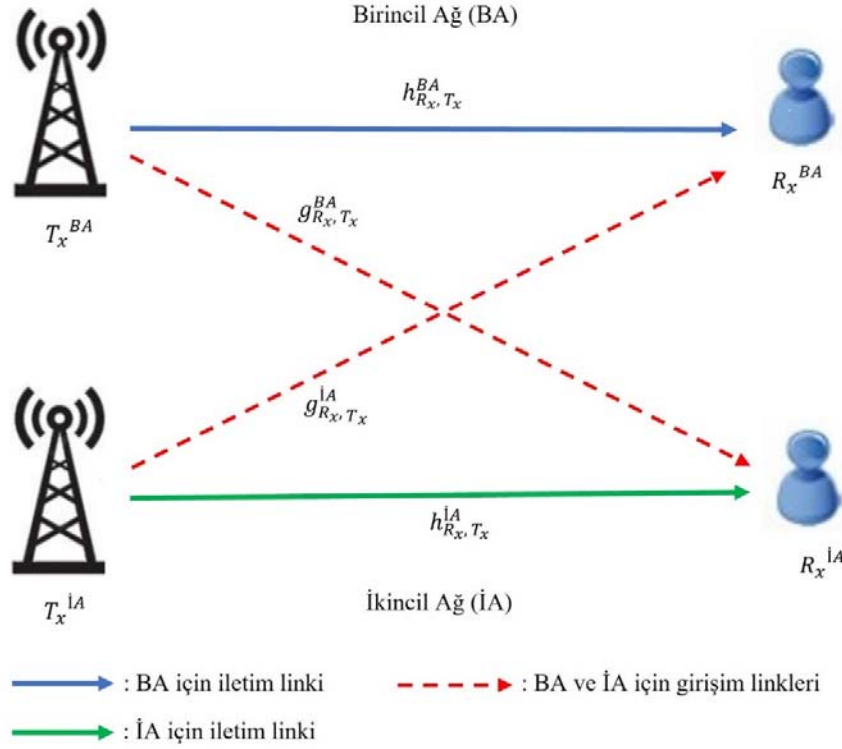
3. Performans Analizi (Performance Analysis)

İkincil kullanıcı için ortalama alınan güç kısıtı altında, ergodik kapasite maksimizasyon problemi Eş. 3'teki gibi ifade edilebilir [14].

$$C = \max_{P_s} E \left[\log_2 \left(1 + \frac{g_s P_s}{g_{ps} P_p + N_0} \right) \right], E[g_{sp} P_s] \leq Q_{th}. \quad (3)$$

$E[\cdot]$, beklenen değer operatörüdür. Gürültünün spektral güç yoğunluğu N_0 , BA alıcısına gelen girişimin gücü $g_{sp} P_s$ ve ortalama alınan güç kısıtı Q_{th} eşiği olarak tanımlanmaktadır. P_p 'nin sabit olduğu varsayılmıştır. Amaç fonksiyonu, tüm sönümleme kanalları üzerinde ortalaması alınmış bir ergodik kapasitedir. Yukarıdaki ifade için optimum güç tahsis Lagrange yöntemi kullanılarak Eş. 4'teki gibi elde edilmektedir:

$$P_{s,opt} = \left[\frac{1}{\lambda g_{sp} \log 2} - \frac{g_{ps} P_p + N_0}{g_s} \right]^+. \quad (4)$$



Şekil 1. Bilişsel radyo ağlarda birincil ve ikincil kullanıcılar için spektrum paylaşımli sistem modeli (Spectrum sharing system model for primary and secondary network in cognitive radio networks)

Burada, $[\zeta]^+ = \max(0, \zeta)$ ve λ Lagrange çarpanıdır. Eş. 4'ten optimum güç $P_{s,opt}$ 'nin g_s ile arttığı, ancak g_{sp} ve g_{ps} ile azaldığı görülmektedir.

3.1. Nakagami- m Sönümlenme Kanalı için Ergodik Kapasite Analizi (Ergodic Capacity Analysis over Nakagami- m Fading Channels)

Çok yönlü bir sönümlenme modeli olan Nakagami- m dağılımı, tek bir parametreyi ayarlayarak, geniş bir çerçevede modelleme yapılmasının sağlanması açısından tercih edilmektedir. Bu parametre, m , görüş hattı sinyal gücünün (Line of Sight, LoS) çoklu yol (multi-path) bileşenine oranıdır. Birim ortalamalı kanal kazancına sahip ($E[g] = 1$), Nakagami- m dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu (OYF) Eş. 5'teki gibi verilmektedir [10, 17]:

$$f_{\sqrt{g}}(y) = \frac{2m^m y^{2m-1}}{\Gamma(m)} e^{-my^2}, m \geq 0,5. \quad (5)$$

$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$, Gamma fonksiyonunu ifade eder [15, 16]. Nakagami- m sönümlenme kanalı için, kanal güç kazancı g Eş. 6'daki Gamma dağılımına göre dağılmaktadır:

$$f_g(x) = \frac{m^m x^{m-1}}{\Gamma(m)} e^{-mx}, x \geq 0. \quad (6)$$

Eş. 6'dan yola çıkarak $\frac{g_s}{g_{sp}}$ 'nin OYF'si Eş. 7'deki gibi ifade edilmektedir:

$$f_{\frac{g_s}{g_{sp}}}(x) = \left(\frac{m_0}{m_1}\right)^{m_0} \frac{x^{m_1-1}}{B(m_0, m_1) \left(x + \frac{m_0}{m_1}\right)^{m_0+m_1}}, x \geq 0. \quad (7)$$

Burada, m parametresi g_s ve g_{sp} için sırasıyla m_0 ve m_1 ile gösterilmektedir. $B(m_0, m_1) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$ Beta fonksiyonudur. Eş. 7'de $m_0 = m_1 = m$ olarak alındığında Eş. 8'deki gibi elde edilmektedir.

$$f_{\frac{g_s}{g_{sp}}}(x) = \frac{x^{m-1}}{B(m, m)(x+1)^{2m}}, x \geq 0. \quad (8)$$

İK için maksimum ergodik kapasite, optimum gücün Eş. 3'te kullanılması ve kanal sönümlenme katsayıları üzerinden ortalama alınmasıyla elde edilebilir. Dolayısıyla Eş. 9, İK'nın en uygun iletim gücüne sahip ergodik kapasite ifadesini göstermektedir,

$$C = \int \int \int_{\frac{g_s}{g_{sp}} \geq \lambda \log 2(g_{ps} P_p + N_0)} \log_2 \left(\frac{g_s}{g_{sp} \lambda \log 2(g_{ps} P_p + N_0)} \right) \times f_{g_s}(g_s) f_{g_{sp}}(g_{sp}) f_{g_{ps}}(g_{ps}) dg_s dg_{sp} dg_{ps}. \quad (9)$$

Burada, $f_{g_s}(g_s)$, $f_{g_{sp}}(g_{sp})$ ve $f_{g_{ps}}(g_{ps})$ sırasıyla g_s , g_{sp} ve g_{ps} kanal güç kazançları için OYF'lerdir. $z = \frac{g_s}{g_{sp}}$, $w = g_{ps}$ ve $\alpha = \lambda \log 2 P_p$ şeklinde alındığında z ve w için OYF'ler Eş. 10 ve Eş. 11 ifadelerine dönüşmektedir.

$$f_z(z) = \frac{z^{m-1} \Gamma(2m)}{\Gamma(m) \Gamma(m) (z+1)^{2m}}, \quad (10)$$

$$f_w(w) = \frac{m^m w^{m-1}}{\Gamma(m)} e^{-mw}. \quad (11)$$

Değişkenler Eş. 9'da yerine konulduğunda ergodik kapasite ifadesi Eş. 12'deki gibi elde edilmektedir:

$$C_{\text{Nakagami-}m} = \iint_{z \geq \lambda \log 2 (wP_p + N_0)} \log_2 \left(z \frac{1}{\lambda \log 2 (wP_p + N_0)} \right) \times f_z(z) f_w(w) dz dw. \quad (12)$$

$f_z(z)$ ve $f_w(w)$ OYF ifadeleri Eş. 12'de yerine konulduğunda, İK için ergodik kapasite ifadesi Eş. 13'teki forma kavuşmaktadır:

$$C_{\text{Nakagami-}m} = \frac{m^m \Gamma(2m)}{\Gamma(m) \Gamma(m) \Gamma(m) \log 2} \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \times \underbrace{\int_{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})}^\infty \log \left(z \frac{1}{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})} \right) \frac{z^{m-1}}{(z+1)^{2m}} dz}_{A} dw. \quad (13)$$

A ifadesi, belirli matematiksel işlemler uygulanarak düzenlendiğinde:

$$A = \int_{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})}^\infty \log z \frac{z^{m-1}}{(z+1)^{2m}} dz - \log \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right) \int_{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})}^\infty \frac{z^{m-1}}{(z+1)^{2m}} dz, \quad (14)$$

Eş. 14'teki gibi elde edilir ve $\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) = M$ alındığında, Eş. 15'teki gibi yazılabilir:

$$A = \underbrace{\int_{A_1}^\infty \log z \frac{z^{m-1}}{(z+1)^{2m}} dz}_{A_1} - \log M \underbrace{\int_{A_2}^\infty \frac{z^{m-1}}{(z+1)^{2m}} dz}_{A_2}. \quad (15)$$

A_1 ve A_2 Mathematica programı yardımıyla,

$$A_1 = \frac{M^m}{m^2} [{}_pF_q(\{m, m, 2m\}, \{1+m, 1+m\}, -M) - m {}_2F_1(m, 2m, 1+m, -M) \log(M)], \quad (16)$$

$$A_2 = (-1)^{-m} B_{\frac{1}{M}}(m, 1-2m),$$

Eş. 16'daki gibi elde edilmiştir. A_1 genelleştirilmiş hipergeometrik seriden yola çıkılarak [16, Eş. (9.14.1)] yardımıyla Eş. 17'deki gibi ifade edilmektedir:

$$A_1 = \frac{M^m}{m^2} {}_3F_2(m, m, 2m; m+1, m+1; -M) - \frac{M^m}{m} {}_2F_1(m, 2m; m+1; -M) \log(M). \quad (17)$$

$B_x(p, q) = \int_0^x t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt = \left(\frac{x^p}{p} \right) {}_2F_1(p, 1-q; p+1; x)$ tamamlanmamış Beta fonksiyonudur. A_2 ifadesi ise $B_{\frac{1}{M}}(m, 1-2m) = \left(\frac{-\frac{1}{M}}{m} \right) {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\frac{1}{M}\right)$ denkliği ile

$$A_2 = \frac{M^{-m}}{m} {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\frac{1}{M}\right), \quad (18)$$

Eş. 18 ifadesine kavuşmaktadır. Eş. 15'teki A ifadesi, Eş. 17 ve Eş. 18'e göre düzenlendiğinde:

$$A = \frac{M^m}{m^2} {}_3F_2(m, m, 2m; m+1, m+1; -M) - \frac{M^m}{m} {}_2F_1(m, 2m; m+1; -M) \log(M) - \frac{M^{-m}}{m} {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\frac{1}{M}\right) \log(M), \quad (19)$$

Eş. 19 şekline dönüşmektedir. A, Eş. 13'te yerine konularak ve $M = \alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)$ uygulandığında Eş. 20 elde edilir:

$$C_{\text{Nakagami-}m} = \frac{m^m \Gamma(2m)}{\Gamma(m)^3 \log 2} \left[\int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \times \frac{1}{m^2} \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right)^m \times {}_3F_2\left(m, m, 2m; m+1, m+1; -\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)\right) dw - \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \frac{1}{m} \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right)^m \times \log \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right) \times {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)\right) dw - \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \frac{1}{m} \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right)^{-m} \times \log \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right) \times {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right)^{-1}\right) dw \right]. \quad (20)$$

Eş. 20'de gerekli matematiksel işlemler uygulandıktan sonra, Nakagami- m sönmülemeli kanallarda İK için ergodik kapasite matematiksel ifadesi Eş. 21'deki forma kavuşmaktadır:

$$C_{\text{Nakagami-}m} = \frac{m^m \Gamma(2m)}{\Gamma(m)^3 \log 2} \left[\frac{\alpha^m}{m^2} \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)^m \times {}_3F_2\left(m, m, 2m; m+1, m+1; -\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)\right) dw - \frac{\alpha^m}{m} \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)^m \times {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)\right) \times \log \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right) dw - \frac{\alpha^{-m}}{m} \int_0^\infty (w)^{m-1} \exp(-mw) \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right)^{-m} \times {}_2F_1\left(m, 2m; m+1; -\left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right)^{-1}\right) \times \log \left(\alpha \left(w + \frac{N_0}{P_p} \right) \right) dw \right]. \quad (21)$$

3.2. Log-normal Sönümlenme Kanalı için Ergodik Kapasite Analizi (Ergodic Capacity Analysis over Log-normal Fading Channels)

Log-normal dağılımlı [18] sönmülemde, kanal kazancı e^X rastgele değişkeniyle modellenmiştir. X sıfır ortalamalı, σ^2 varyanslı Gauss rastgele değişkenidir. $g_s = e^{X_1}$ ve $g_{sp} = e^{X_0}$ alındığında; $\frac{g_s}{g_{sp}} = e^{X_1 - X_0} = e^Y$ olmaktadır. e^Y log-normal rastgele değişkenidir ve $Y = X_1 - X_0$ sıfır ortalamalı (μ) ve $2\sigma^2$ varyanslı Gauss rastgele değişkenidir. Log-normal dağılımın standart sapması, dB olarak karakterize edildiğinde $\sigma = 0.1 \log(10) \sigma_{dB}$ ile ilişkilendirilir ve genellikle 4 dB ile 12 dB aralığında gösterilmektedir [10, 19]. Log-normal dağılım için OYF Eş. 22'de verilmektedir:

$$f_x(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x > 0. \quad (22)$$

$\frac{g_s}{g_{sp}}$ ve g_{ps} kanal güç kazançlarının ortalama ve varyans değerleri Eş. 22'de yerine konulduğunda, olasılık yoğunluk fonksiyonları $f_z(z) = \frac{1}{z\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}}$ ve $f_w(w) = \frac{1}{w\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}}$ olarak bulunmaktadır. Değişkenler ($z = \frac{g_s}{g_{sp}}, w = g_{ps}, \alpha = \lambda \log 2 P_p$) ve OYF'ler Eş. 9'da log-normal sönümlenmeli kanal için yerine konulduğunda ergodik kapasite denklemi Eş. 23'teki gibi tanımlanmaktadır:

$$C_{\log\text{-normal}} = \iint_{z \geq \alpha(w + \frac{N_0}{P_p})} \log g_z \left(z \frac{1}{\lambda(w P_p + N_0) \log 2} \right) \times \frac{1}{z\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}} \frac{1}{w\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}} dz dw. \quad (23)$$

Eş. 23'te belirli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra Eş. 24'teki ifadeye dönüşmektedir.

$$C_{\log\text{-normal}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\sigma^2 \log 2} \int_0^\infty \frac{1}{w} e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}} \times \underbrace{\int_{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})}^\infty \frac{1}{z} e^{-\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}} \log \frac{z}{\alpha(w + \frac{N_0}{P_p})} dz}_{B} dw. \quad (24)$$

B ifadesi matematiksel işlemler uygulanarak düzenlendiğinde ve $\alpha(w + \frac{N_0}{P_p}) = M$ alındığında:

$$B = \int_M^\infty \frac{\log z}{z} e^{-\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}} dz - \log M \int_M^\infty \frac{1}{z} e^{-\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}} dz, \quad (25)$$

Eş. 25 elde edilmektedir. Burada, $\frac{(\log z)^2}{4\sigma^2}$ ifadesi $\left(\frac{\log z}{2\sigma}\right)^2$ şeklinde yazıldıktan sonra değişken dönüşümü yardımıyla $\frac{(\log z)}{2\sigma} = u$ ve $dz = 2z\sigma du$ elde edilmektedir. Eş. 23'te integralin alt sınırının $z \geq \alpha(w + \frac{N_0}{P_p})$ olduğu görülmektedir. İşlem kolaylığı açısından $z = M$ olarak yazılabilir ve bu durumda Eş. 25, Eş. 26 ifadesine dönüşmektedir:

$$B = 4\sigma^2 \int_{\frac{\log M}{2\sigma}}^\infty u e^{-u^2} du - 2\sigma \log M \int_{\frac{\log M}{2\sigma}}^\infty e^{-u^2} du. \quad (26)$$

[16, Eş. 8.250] yardımıyla, Eş. 26 integralden çıkarılarak Eş. 27 gibi elde edilmektedir,

$$B = 2\sigma^2 e^{-\left(\frac{\log M}{2\sigma}\right)^2} - \sigma\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}\left(\frac{\log M}{2\sigma}\right) \log M. \quad (27)$$

Burada, $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$ tamamlayıcı hata fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır [15]. B ifadesi Eş. 24'te yerine konulduğunda:

$$C_{\log\text{-normal}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\sigma^2 \log 2} \int_0^\infty \frac{1}{w} e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}} \times \left[2\sigma^2 e^{-\left(\frac{\log M}{2\sigma}\right)^2} - \sigma\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}\left(\frac{\log M}{2\sigma}\right) \log M \right] dw, \quad (28)$$

Eş. 28 elde edilmektedir. Eş. 28'deki ifadeye belli matematiksel işlemler uygulandıktan sonra, İK için log-normal sönümlenmeli kanal üzerindeki ergodik kapasite ifadesi Eş. 29'daki gibi elde edilmektedir: 2210

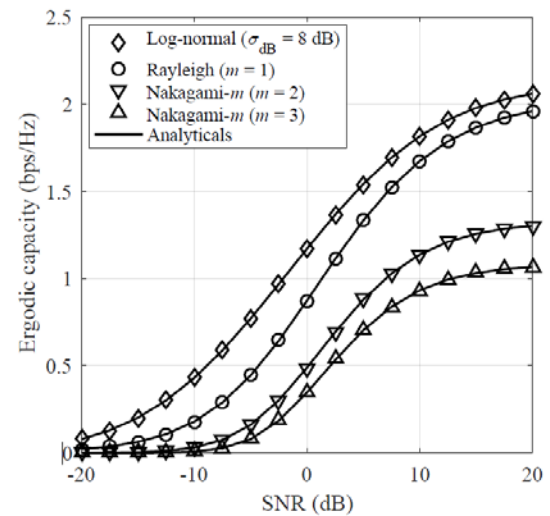
$$C_{\log\text{-normal}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\sigma^2 \log 2} \left[2\sigma^2 \int_0^\infty \frac{1}{w} \times e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}} - \frac{\left(\log\left(\alpha\left(w + \frac{N_0}{P_p}\right)\right)\right)^2}{(2\sigma)^2} dw - \sigma\sqrt{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{w} \log\left(\alpha\left(w + \frac{N_0}{P_p}\right)\right) \times e^{-\frac{(\log w)^2}{2\sigma^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\log\left(\alpha\left(w + \frac{N_0}{P_p}\right)\right)}{2\sigma}\right) dw \right]. \quad (29)$$

4. Nümerik Sonuçlar (Numerical Results)

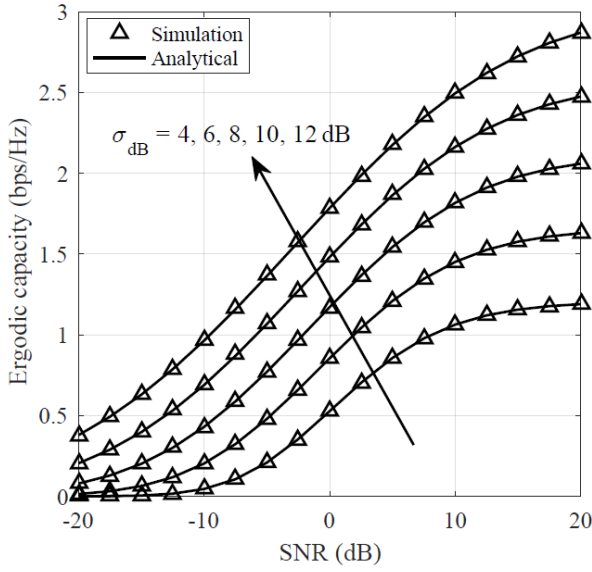
Bu bölümde, matematiksel çıkarımlarla elde edilen analitik sonuçlar, farklı sistem parametreleri yardımıyla nakagami- m ve log-normal sönümlenmeli kanalları üzerinde ergodik kapasite performansının incelenmesi amacıyla kullanılmaktadır. Çalışmada bazı özel fonksiyonların çözümü MATLAB ve Mathematica programları yardımıyla yapılmıştır. Monte Carlo benzetimlerinde, ergodik kapasitenin artan işaret gürültü oranları (İGO, SNR) ile başarılı performans gösterdiği anlaşılmaktadır. Ancak BK vericisinin İK alıcısında yol açtığı girişimin gücü arttığında, İK'nın ergodik kapasitesi azalmaktadır. Analitik sonuçlar ile benzetim sonuçlarının uyumlu olduğu görülmektedir.

Şekil 2'de İK'nın ergodik kapasitesinin İGO ile değişimi verilmiştir. Log-normal sönümlenmeli kanal için, $\sigma_{dB} = 8$ dB değerinde sabit tutulmuştur. Nakagami- m sönümlenmeli kanalda ise $m=1, 2, 3$ alınarak sönümlenme parametresine göre Nakagami- m kanalının performansı incelenmektedir. Her iki kanal analizi için $\lambda = 3$ alınmaktadır. Şekilden anlaşıldığı gibi sönümlenme parametresinin değeri arttıkça, İK'nın ergodik kapasitesi kötüleşmektedir. Nakagami- m kanalında İK'nın en iyi ergodik kapasite performansı, $m=1$ (Rayleigh sönümlenmeli kanal karakteristiği) olduğunda görülmektedir. Standart sapması $\sigma_{dB} = 8$ dB alınan log-normal sönümlenmeli kanal ise m parametresinin her değeri için Nakagami- m sönümlenmeli kanaldan daha iyi bir performans göstermektedir.

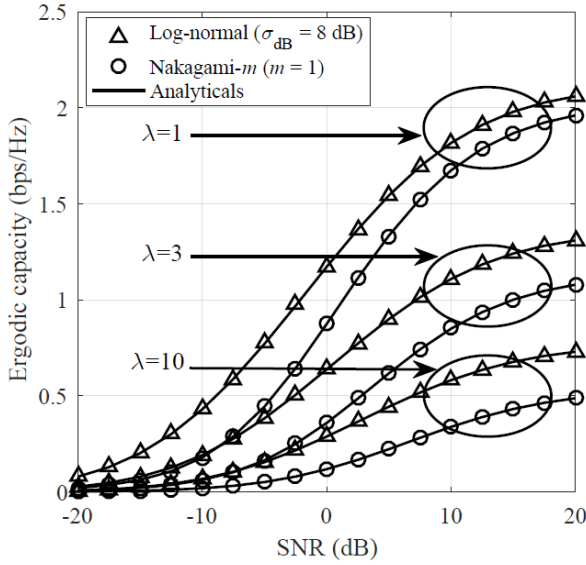
Şekil 3'te log-normal sönümlenmeli kanal için $\sigma_{dB} = 4, 6, 8, 10, 12$ dB değerlerine göre İK'nın ergodik kapasite analizi yapılmaktadır. Şekilde görüldüğü gibi SNR = 20 dB için, σ_{dB} değeri 2 dB arttıkça kanalın ergodik kapasitesi yaklaşık 0,5 bps/Hz farklarla iyileşme göstermektedir.



Şekil 2. İK'nın ergodik kapasitesi üzerinde sönümlenme parametresinin etkisi (The effect of fading parameter on the ergodic capacity for the secondary user)



Şekil 3. Log-normal sönümlü kanalda σ_{dB} değerlerinin ergodik kapasite üzerinde etkisi
(The impact of σ_{dB} values on the ergodic capacity in log-normal fading channels)



Şekil 4. λ değerlerinin İK'nın ergodik kapasitesi üzerindeki etkisi
(The effect of λ values on the ergodic capacity of the secondary user)

Şekil 4'te log-normal sönümlenmeli kanal için $\sigma_{dB} = 8$ dB ve Nakagami- m sönümlenmeli kanal için $m = 1$ kullanılmaktadır. Lagrange çarpanı sırasıyla, $\lambda = 1, 3, 10$ alınarak, log-normal ve Nakagami- m sönümlenmeli kanallarının ergodik kapasite performansları karşılaştırılmaktadır. Log-normal dağılımlı kanal her λ değeri için, Nakagami- m dağılımlı modelden daha iyi ergodik kapasiteye sahip olmakla birlikte en iyi performansı $\lambda = 1$ olduğunda göstermektedir. Aynı şekilde, Nakagami- m kanalında İK'nın ergodik kapasitesi λ değeri arttıkça kötüleşmektedir.

5. Sonuçlar ve Tartışmalar (Conclusions and Discussions)

Bu çalışmada, BR ağlarının spektrum paylaşım modelinde İK'nın ergodik kapasitesi analiz edilmekte ve ortalama alınan güç kısıtı altında BK vericisinin girişimi göz önünde bulundurulmaktadır.

Ergodik kapasite analizine ait matematiksel denklemler su doldurma çözümü ve güç tahsisi yaklaşımı ile Nakagami- m ve log-normal sönümlenmeli kanallardan türetilmektedir. Sistem başarımı; Nakagami dağılımın sönümlenme parametresi, log-normal dağılımın standart sapması ve ikincil kullanıcının optimum gücünü belirleyen Lagrange çarpanı parametreleri dikkate alınarak, Monte-Carlo benzetim sonuçlarıyla doğrulanmaktadır. SNR = 20 dB için; Nakagami- m sönümlenme parametresinin değeri 1'den 3'e arttırıldığında, İK'nın ergodik kapasitesi yaklaşık 1 bps/Hz azalmakta, log-normal sönümlenmeli kanallarda standart sapma değeri 2 dB arttıkça İK'nın ergodik kapasitesi yaklaşık 0,5 bps/Hz iyileşmekte ve her iki sönümlenmeli kanal için de Lagrange çarpanı 1'den 10'a yükseltildiğinde, İK'nın ergodik kapasitesi yaklaşık 1.5 bps/Hz kötüleşmektedir. Nümerik sonuçlardan, ergodik kapasitenin artan işaret gürültü oranları ile performansının iyileştiği gözlenmektedir. Ancak BK vericisinin İK alıcısında yol açtığı girişimin gücü arttığında İK'nın ergodik kapasitesi azalmaktadır.

Kaynaklar (References)

- Haykin S., Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications, IEEE Journal on Selected Areas in Comm., 23 (21), 201-220, 2005.
- Haneet K., Jha R. K., Jain S., and Kumar P., Protocol design and resource allocation for power optimization using spectrum sharing for 5G networks, Telecommunication Systems, 72, 95-113, 2019.
- Ridhima and Buttar A. S., Fundamental operations of cognitive radio: A survey, IEEE Int. Conf. on Electrical, Computer and Comm. Technologies (ICECT), 1-5, 2019.
- Federal Communications Commission, Spectrum Policy Task Force Report, ET Docket No. 02-135, 2002. <https://www.fcc.gov/document/spectrum-policy-task-force>. Yayın tarihi Kasım 15, 2002. Erişim tarihi Nisan 20, 2022.
- Panwar N., Sharma S., and Singh A. K., A survey on 5G: The next generation of mobile communication, Physical Comm., 18 (2), 64-84, 2016.
- Namdar M. and Ilhan H., Exact closed-form solution for detection probability in cognitive radio networks with switch-and-examine combining diversity, IEEE Trans. on Vehicular Technology, 67 (9), 8215-22, 2018.
- Namdar M. et al., Iterative interference alignment with spatial hole sensing in MIMO cognitive radio networks, Annals of Telecommunications, 9 (3), 1-9, 2021.
- Gastpar M., On capacity under received-signal constraints, 42nd Annual Allerton Conf. Comm. Control Computing, 1322-31, 2004.
- Musavian L. and Aissa S., Capacity and power allocation for spectrum sharing communications in fading channels, IEEE Trans. on Wireless Comm., 8 (1), 148-156, 2009.
- Ghasemi A. and Sousa E.S., Fundamental limits of spectrum-sharing in fading environments, IEEE Trans. on Wireless Comm., 6 (2), 649-658, 2007.
- Kang X., Liang Y. C., Nallanathan A., Garg H. K., and Zhang R., Optimal power allocation for fading channels in cognitive radio networks: Ergodic capacity and outage capacity, IEEE Trans. on Wireless Comm., 8 (2), 940-950, 2009.
- Bagayoko A., Fijalkow I., and Tortelier P., Power control of spectrum-sharing in fading environment with partial channel state information, IEEE Trans. on Signal Process., 59 (5), 2244-56, 2011.
- Kim H., Wang H., Lim S., and Hong D., on the impact of outdated channel information on the capacity of secondary user in spectrum sharing environments, IEEE Trans. on Wireless Comm., 11 (1), 284-295, 2012.
- Noh G., Lim S., and Hong D., Exact capacity analysis of spectrum sharing systems: Average received-power constraint, IEEE Comm. Letters, 17 (5), 884-887, 2013.
- Xia M. and Aissa S., Cooperative AF relaying in spectrum-sharing systems: Performance analysis under average interference power constraints and Nakagami- m fading, IEEE Trans. on Comm., 60 (6), 1523-33, 2012.
- Gradshteyn I. S. and Ryzhik I. M., Tables of integrals, series, and products, Elsevier, 7th edition, U.S.A., 2007.

17. Ucar-Gul M., Namdar M., and Basgumus A., Performance analysis of two-way AF relaying system with the presence of hardware impairments over Nakagami-m fading channels, IET Comm., 14 (15), 2618-27, 2020.
18. Kurnaz Ç., Mutlu M., Monitoring and modelling of long-term radiofrequency electromagnetic field levels, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 36 (2), 669-683, 2021.
19. Namdar M., Ilhan H., and Durak-Ata L., Dispersed chirp-z transform-based spectrum sensing and utilization in cognitive radio networks, IET Signal Process., 8 (4), 320-329, 2014.