




İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Değişken, Bağımlı ve Bağımsız Değişken Terimlerine Yönelik Kavramsal Anlama Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

The Conceptual Understanding Levels and Misconceptions of Pre-service Secondary Mathematics Teachers for the Terms Variable, Dependent and Independent Variable

Bahar DİNÇER , Dr. Öğretim Üyesi, İzmir Demokrasi Üniversitesi, bahar.dincer@idu.edu.tr

Dinçer, B. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişken, bağımlı ve bağımsız değişken terimlerine yönelik kavramsal anlama düzeyleri ve kavram yanılgıları. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 13(2), 981-994.

Geliş tarihi: 01.05.2022

Kabul tarihi: 29.10.2022

Yayımlanma tarihi: 28.12.2022

Öz. Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik bilgilerini ve varsa kavram yanılgılarını sistematik olarak incelemektir. Durum çalışması yöntemi ile gerçekleştirilen araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarına değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik açık uçlu sorulardan oluşan anket uygulaması yapılmıştır. Verilerin çözümlenmesinde betimsel analiz yapılarak, kavramlara yönelik bilgiler ve kavram yanılgıları temalar halinde incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun değişken kavramına yönelik bilgi temalarının genel olarak doğru kabul edilebilir olduğu, ancak değişkenin çeşitli kullanımlarından ziyade sadece tek bir anlamına yöneldikleri ve buna ek olarak eksik ve yanlış öğrenmelerle birlikte bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik yaygın kavram yanılgılarına sahip oldukları saptanmıştır. Bu kavram yanılgıları ve çeşitleri analiz edilerek, giderilmesine yönelik öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematik eğitimi, Değişken, Bağımlı değişken, Bağımsız değişken.

Abstract. In this study, it is aimed to systematically examine the knowledge of preservice mathematics teachers about the concepts of variable, dependent variable and independent variable and their misconceptions, if any. The research was carried out with the case study method and in the research, preservice mathematics teachers were asked from open-ended questionnaires about the concepts of variable, dependent variable and independent variable. In the analysis of the data, descriptive analysis was carried out, information about the concepts and misconceptions were analyzed by dividing them into themes. As a result of the research, it was determined that the majority of the pre-service teachers' knowledge themes regarding the concept of variable were acceptable, but they tended to only one meaning of the variable rather than its various uses. In addition, it has been determined that they have common misconceptions about the concepts of dependent and independent variables, as well as incomplete and wrong learning. These misconceptions and their types were analyzed and suggestions were made to correct them.

Keywords: Mathematics education, Variable, Dependent variable, Independent variable.

Extended Abstract

Introduction. An effective mathematics teaching is related to the correct interpretation of concepts. The most important condition for effective cognitive features in teaching mathematics is to teach mathematical concepts correctly (Breigheith & Kuncar 2002). Misperceiving of mathematical concepts or acquiring them with missing meanings is a subject that needs to be examined in terms of mathematics teaching.

Variable and its sub-concepts have an important place in the mathematics curriculum. And it also plays an active role in the teaching of other mathematical concepts. The concept of variable is used in the teaching process of advanced mathematical concepts in proof, set, function, arithmetic, algebra and analysis. (Schoenfeld & Arcavi, 1988; Ursini & Trigerous, 2001).

Within the scope of this research, students' knowledge of variables and its sub-concepts was examined. Because it was observed that pre-service teachers had a lack of knowledge about the concept of variable in various mathematics courses at university level. In the study, it was aimed to explain these missing learnings and misconceptions in a more systematic way and to examine student knowledge about variables and sub-concepts.

For this purpose, sub-problems related to this research:

- 1) What is the conceptual knowledge level of the pre-service teachers about the term variable?
- 2) What is the conceptual knowledge level of the pre-service teachers about the independent variable term?
- 3) What is the conceptual knowledge level of pre-service teachers about the dependent variable term?
- 4) What are the misconceptions (if any) of pre-service regarding the concepts of variable, dependent variable and independent variable?

Method. The present study is a case study. A questionnaire consisting of open-ended questions was used as a measurement tool in the research. Three questions were asked about the concepts of variable, dependent variable and independent variable. Content validity was ensured by taking the opinions of two field experts. The secondary school mathematics teaching department was chosen for the application and the questionnaire was applied to 37 pre-service teachers. Descriptive analysis was made in the research. The knowledge themes and misconception themes of pre-service teachers were determined. The data obtained are presented with frequency and percentage values and with the sample responses of the students. The answers in which misconceptions were detected are discussed in a different table.

Results. The pre-service teachers' knowledge themes on the concept of variable consisted of the expressions "variable quantity, unknown, a term used in functions, a term used in equations, a letter/symbol and a functional term". The pre-service teachers' knowledge themes about the concept of variable are mostly under the title of "changeable quantity" (f= 13/ 35.1%). It was observed that the pre-service teachers' responses to the independent variable were in the themes of "not being dependent on a condition/situation or any other variable" (f=15/40.5%) and "being changeable" (f=11/29.7%). It was determined that the majority of the pre-service teachers' knowledge themes (f=25/ 67.5%) about the "dependent variable" were gathered under the category of "change depending on the independent variable / other quantities". In the misconceptions of pre-service teachers about the concepts of dependent and independent variables, it was seen that the wrong function was commonly used and confused with each other as a noun.

Discussion and Conclusion. It has been determined that the knowledge themes about the variable concept of the vast majority of pre-service teachers are generally acceptable. However, it has been found that the concept of variable tends to only one meaning rather than its various uses. In

addition, it has been determined that they have various misconceptions along with incomplete and incorrect learning about the sub-concepts related to the concept of variable.

Unlike the studies in the literature (Akgün, 2007; Gökkurt et al., 2016, Macgregor & Stacey, 1997; Rosnick, 1981; Soylu, 2006; Usiskin, 1988; Wagner, 1983), as a result of this study , pre-service teachers' themes on dependent and independent variables were also included in the concept of variable and a more comprehensive result was obtained. And as stated in the literature, it has been determined that pre-service teachers have difficulties in conceptual knowledge (Bozkurt & Koç, 2012; Lucas, 2006;).

According to the results of this research conducted with pre-service teachers, it can be suggested to increase the activities based on teaching the concepts of variable, dependent variable and independent variable in teacher education and to emphasize concept knowledge. In addition, in the teaching process of the variable concept, giving information and examples about the different uses of variables can help to know the multiple functions of the variable rather than a single function, to eliminate existing misconceptions and to obtain more effective learning products. Along with all these results and suggestions, it can be stated that conducting research on the concept of variable with different study groups and grade levels will contribute to the literature.

Giriş

Etkin bir öğretim sürecinde farklı aşamalar ve düzeyler olmakla birlikte, bazı alanlara yönelik alana özgü temeller bulunabilir. Matematik öğretimi de kavramsal anlama, işlemsel anlama ve bu ikisi arasında bağ kurulmasına yardımcı olan ilişki anlama temelleri üzerine inşa edilmiştir (Baykul,2003). Bu üç durum üzerinde bilişsel olarak en çok öğrenme güçlüğü bulunan durum kavramsal anlama ile ilgilidir (Bozkurt ve Koç, 2012; Lucas, 2006). O halde hem öğrencilerin hem de matematik öğretmeni ve adaylarının, matematiksel kavramları anlamlandırmaları ve bunları nasıl kullanacaklarını bilmeleri gerekmektedir (Vinner, 1991). Tüm bilim alanlarında olduğu gibi, matematikte de etkin bir öğretim yapılabilmesi kavramların doğru anlamlandırılması ile ilgilidir (Baykul, 2003). Matematik öğretiminde öğrenenlere farklı bilişsel ve duyuşsal özellikleri kazandırmak için en önemli koşul, öncelikle matematiksel kavramların doğru bir şekilde öğretimi ile geçerli bir kavramsal bilgi temelini atılmasıdır (Breigheith ve Kuncar, 2002). Matematiksel kavramların anlamı dışında algılanması ya da eksik anlamlarla edinilmesi matematik öğretimi açısından irdelenmesi gereken bir konudur.

Öğrenenler kendi dünyalarındaki kavramları gözlem yaparak, anne ve babalarının bakış açılarından veya deneme yanılma gibi birçok kaynaktan etkilenecek bilgi edinimi sağladıktan sonra sınıf ortamında da öğretmen tarafından verilen formal bilgileri alarak öğrenme süreçlerini devam ettirirler (Bybee ve Trowbridge 1996). Kişinin, herhangi bir konuyu, kavramı ya da durumu alan uzmanından farklı bir biçimde anlamlandırması kavram yanılığası olarak tanımlanır (Baki, 2006). Kavram yanılığası bilimsel gerçekliklere ve düşüncelere ters düşmesiyle birlikte, anlamlı öğrenmeler için de engelleyici bir etkiye sahiptir. O halde öğretim sürecinde öğrencilerin mevcut bilgi durumları ile birlikte, bilgi eksikleri ve kavram yanılığası da tespit edilmelidir. Çünkü matematik öğretim süreci, birikimsel ve aşamalı bir süreç olduğu için; önce edinilen bilgi ve kavramlar, sonraki süreçlerde edinilecekler için bir basamak görevi görmektedir. Bu sebeple öğrenenlerin sahip olduğu matematiksel kavram bilgisi iyi analiz edilmeli, bilgi eksikleri ve kavram yanılığası belirlenerek, buna yönelik çözüm yolları aranmalıdır (Küçük ve Demir, 200; Ryan ve Williams, 2007) Bu sebeple mevcut çalışmada farklı öğretim kademelerinde karşımıza çıkmakla birlikte, matematiğin çeşitli alan ve derslerinde pek çok konunun temelini oluşturan (Hirsch ve Lappan, 1989; Philipp, 1992) değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik öğretmen adaylarının kavram bilgilerinin incelenmesi esas alınmıştır. Araştırma konusu olarak değişken ve alt kavramlarının seçilmesinin temel nedeni ise; öğretmen adaylarının lisans programında çeşitli matematik alan derslerinde yer alan değişken kavramına yönelik bilgi eksiklerinin olduğunun araştırmacı tarafından lisans derslerinde gözlemlenmiş olmasıdır. Bu eksik öğrenmeleri ve kavram yanılığalarını daha sistematik bir biçimde açıklamak; değişken ve alt kavramlarına yönelik öğrenci bilgilerini incelemek araştırmanın başlangıç noktası olmuştur.

Değişken ve alt kavramları, matematik öğretim programında tek başına önemli bir yere sahip olmakla birlikte, başka matematiksel kavramların öğretiminde de etkin bir rol üstlenmektedir. Değişken kavramı, ispat, küme, fonksiyon, aritmetik, cebir ve analizdeki ileri matematiksel kavramların öğretim sürecinde önemli bir yere sahiptir (Schoenfeld ve Arcavi,1988; Ursini ve Trigerous,2001). Etkin bir öğretim sürecine yönelik çalışmaların büyük çoğunluğu, sahip olunan bilgi eksiklerini, yanlış öğrenmelerini ve varsa kavram yanılığalarının giderilmesi ile ilgilidir. Değişken kavramının, matematik öğretiminde yüksek bir öneme sahip olmasına karşın (Hirsch ve Lappan, 1989; Philipp, 1992), yapılan çalışmalarda etkin biçimde öğrenilemediği saptanmıştır (Akgün, 2007; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2016; Macgregor ve Stacey, 1997; Rosnick, 1981; Soylu, 2006; Usiskin, 1988; Wagner, 1983).

Değişken kavramı, matematiksel öğretim sürecinde kullanım ve temsil durumlarına göre farklı kategorilere ayrılmaktadır. Philipp (1992) değişkenlerin yedi farklı kullanımının olduğunu belirtmiştir:

1. Etiket /temsil etme, 2. Sabitler (π, e), 3. Bilinmeyenler ($5x-9=91$), 4. Genel sayılar ($a+b=b+a$), 5. Değişen nicelikler ($y=9x-2$), 6. Parametreler ($y=mx+b$ ifadesindeki b), 7. Soyut semboller. Bu kullanımlara ek olarak değişkenlere yönelik yapılan farklı bir sınıflandırmada; değişkenlerin genel olarak üç kullanımı olduğu ifade edilmiştir (Boz, 2013). Bunlar denklem çözümleri ve bilinmeyenler; örüntüler ve genel sayılar; fonksiyonlar ve bağımlı, bağımsız değişken başlıkları altında ifade edilmiştir.

Değişken terimi ile ilişkili olan bağımlı ve bağımsız değişken terimleri de matematiksel işlemlerde karşımıza çıkmaktadır. Genel anlamda değişkenler konusu fonksiyonlar bağlamında “bağımlı değişken” ve “bağımsız değişken” terimleri ile birlikte verilmektedir. Silverman (1985) kitabında fonksiyon tanımına yer verdikten sonra; tanım kümesindeki elemanlara “bağımsız değişken”; görüntü kümesindeki elemanlara ise “bağımlı değişken” dendiğini belirtmiştir. Upton (1936) ise bir değişkenin değerinin başka bir değişkene bağlı olması durumunda; ona diğerinin bir fonksiyonu dendiğini ifade etmiştir (aktaran Philip, 1992). Bir değişkenin değeri, diğer değişkene bağlı olarak değişmekte ise, bu iki değer arasında bağıntı vardır. Bu bağıntıda, değeri diğer değişkene bağlı olan terime “bağımlı değişken”; bağımlı değişkenin değerini bulmak için kullanılan terime de “bağımsız değişken” denmektedir. Bu isimlendirme fonksiyon konusundaki girdi-çıkıtı ifadeleri ile bağlantılıdır. Bir fonksiyonda girdiler bağımsız değişkeni temsil ederken; çıktılar da bağımlı değişkeni temsil etmektedir. Bir çemberin alanını veren formülü bir fonksiyon olarak düşündüğümüzde de çember alanını yarıçapa bağlı olarak gösteren $A=\pi r^2$ formülüne göre A değeri, r 'ye göre değişkenlik göstermektedir. Her r değerine bağlı olarak yalnızca bir A değeri bulunmaktadır. Bu nedenle A ve r arasındaki ilişki bizi fonksiyon temasına götürür ve çemberin alanını veren bu formülde, A bağımlı değişken ve r bağımsız değişken olarak ifade edilir. Aynı formülü A ve r harflerini kullanmak yerine, x ve y harflerini kullanarak yazarsak $y=\pi x^2$ formülünü elde ederiz. Bu gösterim şekli ile x ve y terimleri, yani bağımlı ve bağımsız değişkenleri arasındaki ilişki ifade edilmiş olur. Matematikte yaygın kullanım olarak eşitliğin sol tarafında bağımlı değişken yer alırken, sağ tarafında bağımsız değişken bulunur. Örnek olarak ifade edilirse; $y=x$ eşitliğinde her iki değişken de bağımlı veya bağımsız değişken olarak ifade edilebilir, ancak yaygın matematiksel kullanım y 'yi bağımlı değişken, x 'i ise bağımsız değişken olarak alma eğilimindedir. Günlük hayat durumlarında ise bağımlı ve bağımsız değişkenler matematik kullanımlarında olduğu gibi birbiri yerine yazılamaz. Örneğin; insanın bir hastalığa yakalanma riski yaş, cinsiyet, kilo ve genetik faktörler gibi farklı değişkenlere bağlıdır. Burada bağımlı ve bağımsız değişken terimleri yer değiştiremez. Çünkü hastalığa yakalanma riski kesin olarak bağımlı değişken iken; diğer faktörler bağımsız değişken olarak kabul edilir (Boz, 2013). O halde değişkenlerin farklı kullanım durumlarının olduğunu söylemek mümkündür ve bu kullanım alanlarına hakimiyetin ve kavram bilgisi çeşitliliğin irdelenmesi ile betimsel bir tablo sunmanın gerekliliği düşünülmektedir.

Araştırmanın Amacı ve Alt Problemler

Mevcut çalışma kapsamında, değişken, bağımlı ve bağımsız değişken terimlerinin kullanım bilgileri ile birlikte, literatürde değişken konusuna yönelik yapılan çalışmalar incelenmiştir (Akgün, 2007; Dede ve diğerleri, 2002; Gökkurt ve diğerleri, 2016, Macgregor ve Stacey, 1997; Rosnick, 1981; Soylu, 2006; Usiskin, 1988; Wagner, 1983). Bu çalışmalardan farklı olarak matematiğin en temel konularından olan değişken, bağımlı ve bağımsız değişken terimlerinin kavramsal anlama düzeylerine yönelik bilgi temalarını sistematik bir biçimde inceleyen bütünsel bir çalışmanın alanyazına ve kavramsal öğrenme süreçlerine katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Ve ayrıca öğrenme eksiklerinin ve temelinde yatan sebeplerin tespiti, sonrasında öğrencilere olumlu bir öğrenme süreci sağlamasında oldukça etkili görülmektedir. (Yetkin, 2003). Tüm bu bilgilerden hareketle yapılan çalışmanın amacı öğretmen adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik bilgilerini ve varsa kavram yanlışlarını sistematik olarak incelemektir.

Bu amaç doğrultusunda bu araştırmaya ilişkin alt problemler:

- 1) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişken terimine yönelik kavramsal bilgi düzeyleri nasıldır?
- 2) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının bağımsız değişken terimine yönelik kavramsal bilgi düzeyleri nasıldır?
- 3) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının bağımlı değişken terimine yönelik kavramsal bilgi düzeyleri nasıldır?
- 4) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik kavram yanılgıları (varsa) nelerdir?

Yöntem

Nitel bir araştırma yöntemi olan durum çalışması, ele aldığı kişi, toplum ya da durumun kendisine has özellikleri ile birlikte kendi bağlamı içerisinde incelenmesini amaçlamaktadır (Creswell ve Clark, 2007). Durum çalışmaları, “ne, nasıl ve neden?” sorularını temel alarak, araştırmacının kontrol etmediği ya da edemediği bir durum ya da olayın ayrıntılı bir şekilde incelenmesini sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu sebeple mevcut çalışma için durum çalışması uygun bir yaklaşım olarak görülmüştür.

Araştırmada ölçme aracı olarak öğretmen adaylarına yönelik “1.Değişken nedir? Açıklayınız, 2. Bağımsız değişken nedir? Açıklayınız, 3. Bağımlı değişken nedir? Açıklayınız.” açık uçlu sorularından oluşan test kullanılmıştır. Hazırlanan bu testin kapsam geçerliliği için ilgili literatür ve matematik eğitimi alan uzmanı görüşü yeterli görülmüştür. Bu test, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı ikinci sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrencilere uygulanmıştır. Testin uygulama aşamasında öncelikle öğretmen adaylarına yapılan çalışma hakkında bilgi verilmiş ve araştırmaya gönüllülük esasına göre 42 öğretmen adayı dahil edilmiştir. Açık uçlu üç sorudan oluşan test uygulaması öğretmen adaylarına ders saati sonrasında 30 dakika süre verilerek sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizi katılım durumuna göre 37 kişiden elde edilen bilgiler üzerinden yapılmıştır. Araştırmada ikinci sınıf düzeyinin seçilmesinin nedeni ise, Analiz-I dersi kapsamında tek değişkenli fonksiyonlar başlığı altında kullanılan değişken kavramının, ikinci sınıf düzeyindeki Analiz-III dersi kapsamındaki çok değişkenli fonksiyonlarla birlikte verilmesi süreci ile birlikte, öğrencilerde bu kavrama yönelik eksik ve yanlış öğrenmelerin olduğunun araştırmacı tarafından derslerde gözlemlenmiş olmasıdır. Araştırma verileri değişken kavramı ile araştırmadaki ikinci sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrencilerin yanıtları ile sınırlıdır. Bu araştırmada temel amaç, araştırılan konu ile ilgili betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır. Nitel araştırmalarda, bulguların geçerlik ve güvenilirliği, elde edilen verilerin mümkün olabildiğince ayrıntılı ve doğrudan sunulmasıyla (Yıldırım ve Şimşek, 2013) sağlanmaya çalışılmaktadır. Bu durum dikkate alınarak, mevcut araştırmanın bulgularının sunulması sırasında tablo içeriklerinde öğretmen adaylarının cevaplarından alıntılara yer verilmiştir.

Verilerin çözümlenmesinde anketlerdeki sorulara verilen yanıtlar kategorilere ayrıldıktan sonra betimsel analiz yapılarak, öğretmen adaylarının bilgi temaları ve bilgi temalarında yer alan başlıklara göre kavram yanılgısı temaları belirlenmiştir. Elde edilen veriler iki kodlayıcı tarafından “kodlama benzerlik ve farklılıklar” yönüyle karşılaştırmalar yapılarak ve puanlar arasındaki güvenilirlik yüzdesi ile hesaplanmıştır. Bu çalışmada güvenilirlik yüzdesi “ $r = \frac{\text{toplam görüş birlikleri sayısı}}{\text{toplam görüş birlikleri} + \text{görüş ayrılıkları}} \times 100$ ” formülü ile %85 olarak hesaplanmıştır. (Miles ve Huberman, 1994). Araştırma kapsamında elde edilen veriler kodların tekrar edilme sıklığına göre frekans (f) ve yüzde (%) değerleri ile ve öğrenci yanıtlarındaki örnek cümlelerle birlikte sunulmuştur. Kavram yanılgısının tespit edildiği durumlardaki yanıtlarda ise, bu yanıtlar bilgi teması kategorisinde değil, farklı bir tabloda frekans değerleri ile birlikte ifade edilmiştir.

Araştırma öncesinde İzmir Demokrasi Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu'nun 08/04/2022 tarihli ve 2022/04-07 numaralı kararı ile etik kurul izni alınmıştır.

Bulgular

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken terimlerine yönelik kavramsal bilgilerinin ve kavram yanlışlarının incelendiği bu çalışmada öncelikle öğretmen adaylarının değişken terimine yönelik kavramsal bilgi durumlarına yönelik tema kategorileri Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1.

Öğretmen Adaylarının Değişken Terimine Yönelik Kavramsal Bilgi Durumları

Değişken kavramına yönelik temalar	f	%	Yanıt Örnekleri
Değişebilen nicelik	13	35,1	... Değişken değişebilen şeydir kısaca. ... Farklı sayı değerleri verebildiğimiz ifadeler ... Sabit olmayan, verilen değerler, sonucu değişen
Bilinmeyen	7	18,9	... Matematikte bilinmeyendir. ... Hangi sayı olduğu bilinmeyendir.
Fonksiyonlarda kullanılan bir terim	6	16,2	... Fonksiyonda kümenin herhangi bir elemanını belirtmek için kullanılan tabirdir. ... Bir fonksiyonda x,y,z vb. kullanılması ... Bir fonksiyonda sayısal anlamda değer ya da değerleri olabilen şey
Denklemlerde kullanılan bir terim	5	13,5	... Bir denklemi, yerine doğru sayılar konulduğunda sağlayan kavram ... Herhangi bir fonksiyon veya denklemde bilinmeyen olarak ifade ettiğimiz x ve y terimleridir.
Harf / sembol	2	5,4	... Değeri harfle ifade edilen sembolik bir kavram ... Matematikte sayıların yerine yazılan harflerdir.
İşlevsel bir terim	1	2,7	... Bir temsil belirten, belli bir ortam veya duruma göre anlam kazanan şey
Boş Yanıt	3	8,1	

Tablo 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik bilgi temalarının sırası ile “değişebilen nicelik, bilinmeyen, fonksiyonlarda kullanılan bir terim, denklemlerde kullanılan bir terim, harf / sembol ve işlevsel bir terim” ifadelerinden oluştuğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik bilgi temaları en çok “değişebilen nicelik” (f= 13/ %35,1) başlığında toplanmış olup, 3 öğretmen adayı bu soruyu yanıtlamamıştır. Bazı öğretmen adayları yanıtlarında, değişken kavramına yönelik bütüncül bir yaklaşım yerine fonksiyon (f=6/ %16,2) ve denklem (f=5 / %13,5) ayırımına gitmişlerdir.

Öğretmen adaylarının bağımsız değişken terimine yönelik kavramsal bilgi durumlarına yönelik tema kategorileri Tablo 2'de yer almaktadır. Ayrıca bağımsız değişken temasına yönelik bilgi temalarının analizinde bazı öğretmen adaylarının bu konuda kavram yanlışlığına sahip oldukları tespit

edilmiştir, bu kavram yanlışlarına ait durumlara Tablo 2’ de yer verilmeyerek bir sonraki tabloda ele alınmıştır.

Tablo 2.

Öğretmen Adaylarının Bağımsız Değişken Terimine Yönelik Kavramsal Bilgi Durumları

Bağımsız Değişken kavramına yönelik temalar	f	%	Yanıt Örnekleri
Bir koşul / durum veya başka bir değişkene bağlı olmaması	15	40,5	<p>... Değeri başka değişkene bağlı olmayan değişken</p> <p>... Başka bir değişkene bağlı olarak sonucu değişmeyen, kendi katsayısı ile değişen değişkendir. Örneğin $x+1= y$ dersek x değişkeni fonksiyondaki ne 1'e ne de y'ye bağlıdır. Bu yüzden bağımsız değişkendir.</p> <p>... Belli bir koşul/duruma bağlı olmayan değişken</p> <p>... Bir olayda hiçbir değişkene göre değişmeyen değişken</p> <p>... Fonksiyonda hiçbir etkene bağlı olmadan değişen değer</p> <p>... Herhangi bir ölçümde belli bir yere bağlı olmaksızın ilerleyen, o durumdan ayrı hareket edebilen bir değişkendir.</p> <p>... Sayısal değeri, bir başka değişkenin değişmesiyle değişmeyen herhangi bir değişkene bağımlı olmayan değişkene bağımlı değişken denir.</p> <p>... Herhangi bir terim değiştiğinde etkilenmeyen terimdir.</p>
Değiştirilebilir/ seçilebilir olması	11	29,7	<p>... Serbest değişiklik yapabildiğimiz değişkenler</p> <p>... İsteğimize göre seçebildiğimiz değişken</p> <p>... Üzerinde değişiklik yapabildiğimiz değişken</p> <p>... Kendimizin değiştirebildiği değişken</p> <p>... Bağımsız değişken, isteğe bağlı değişen şeye denir. Örneğin $x+3$ işlemindeki x gibi</p>
Fen bilimlerindeki kullanımı ile ifade edilmesi	1	2,7	<p>... Deney yapan gözlemcinin, deneydeki etkisini araştırmak üzere değiştirdiği elemanlardır.</p>
Harf notasyonları ile ifade edilmesi	1	2,7	<p>... X değişkenine değer verildiğinde, y değişiyorsa veya y'ye değer verildiğinde x değişiyorsa bunlar sırası ile x ve y bağımsız değişkendir.</p>
Boş yanıt	2	5,4	

Tablo 2’de yer alan bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının “bağımsız değişken” temasına yönelik bilgi temalarının tercih edilme çokluğuna göre sırası ile “bir koşul / durum veya başka bir değişkene bağlı olmaması, değiştirilebilir/ seçilebilir olması, fen bilimlerindeki kullanımı ile ifade edilmesi ve harf notasyonları ile ifade edilmesi” olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının yaygın olarak yanıtlarının bir koşul/durum veya başka bir değişkene bağlı olmama ($f=15/\%40,5$) ve değiştirilebilir/seçilebilir olma ($f=11/\%29,7$) temalarında toplandığı görülmektedir. Yaygın kullanımdan farklı olarak, 1 öğretmen adayı bağımsız değişken kavramını fen bilimlerindeki kullanım durumu ile ifade etmiş, farklı bir öğretmen adayı ise bağımsız değişken kavramını harf notasyonundan yararlanarak belirtmiştir. 2 öğretmen adayı bu soruya yanıt vermezken, 7 öğretmen adayının bağımsız değişken kavramına yönelik kavram yanlışlığına sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının

bağımsız değişken terimine yönelik kavram yanlışlığı içeren yanıtları temalar halinde Tablo 3'te ifade edilmiştir.

Tablo 3.

Öğretmen Adaylarının Bağımsız Değişken Terimine Yönelik Kavram Yanlışlığı İçeren Yanıtları

Kavram Yanlışlığına Sebep olan Düşünce Teması	f	%	Yanıt Örnekleri
Sadece denklem kavramı içinde ifade edilmesi	4	10,8	... Herhangi bir denklemde bütün değişkenler değişse bile bir değişkeni etkilemiyorsa bu değişken bağımsız değişkendir. ... Denklem içinde değişimin etki etmemesi. Örnek olarak tüm elemanlar 2'ye bölünebiliyorsa bölmemiz bir şeyi değiştirmez. ... Denklemi kendi değiştiren, denkleme yön veren ... Denklemdeki değişkenlere ve denklemin sonucuna bakılmaksızın değer alan değişken
Parametrik bir değer olarak algılanması (Boz,2013)	1	2,7	... $ax+b'$ deki b
Bağımlı değişken ile ilişkisinin göz ardı edilmesi	1	2,7	... Sonucu yalnızca kendini etkileyen değişken
Anlamının bağımlı değişken kavramı ile karıştırılması	1	2,7	... Değişkenlerin değer almasıyla sonuçtan etkilenen değişken

Tablo 3'teki verilere göre, 7 öğretmen adayının bağımsız değişken terimine yönelik farklı kavram yanlışlıklarına sahip olduğu tespit edilmiştir. 4 (%10,8) öğretmen adayının bağımsız değişken kavramını sadece denklem kavramıyla ilişkili olarak düşündüğü saptanmıştır. Bir öğretmen adayı bağımsız değişkenin, bağımlı değişkeni etkileme işlevini farklı bir biçimde ifade etmiş, başka bir öğretmen adayı ise bağımsız değişken ile bağımlı değişken teriminin anlamını karıştırmıştır. Yine bir diğer öğretmen adayı bağımsız değişken kavramını, fonksiyon ifadesindeki parametrik değer ile karıştırmıştır. Boz (2013)'ün belirttiği üzere $y = ax^2 + bx + c$ ifadesinde $a, b, c \in R$ gibi bir ifadede yer alan bütün harfler bir değişken olarak algılanmaktadır, ancak bu ifadede y bağımlı, x ise bağımsız değişken olarak ifade edilir. Benzer olarak $y = mx + n$ ifadesinde y bağımlı, x bağımsız bir değişken, m ve n harfleri ise parametre olarak isimlendirilir ve bağımsız değişkenin aksine parametrelere değer verilerek bağımlı değişkenin değeri bulunmaz. Bu bakımdan değişken ve parametrelerin işlevsel yönleri birbirinden farklıdır. Yani bağımsız değişken bir girdi olarak görülürken, parametrelerin böyle bir rolü yoktur. Bu sebeple öğretmen adayının bağımsız değişken kavramı yerine parametre kavramını ifade etmesi kavram yanlışlığı başlığı altında incelenmiştir.

Öğretmen adaylarının bağımlı değişken terimine yönelik kavramsal bilgi durumlarına yönelik tema kategorileri Tablo 4'te yer almaktadır. Ayrıca bağımlı değişken temasına yönelik bilgi temalarının analizinde bazı öğretmen adaylarının bu konuda kavram yanlışlığına sahip oldukları tespit edilmiştir, bu kavram yanlışlıklarına ait durumlara Tablo 4'te yer verilmeyerek bir sonraki tabloda ele alınmıştır.

Tablo 4.

Öğretmen Adaylarının Bağımlı Değişken Terimine Yönelik Kavramsal Bilgi Durumları

Bağımlı Değişken kavramına yönelik temalar	f	%	Yanıt Örnekleri
Bağımsız değişkene /başka nicelik-değerlere /tanım kümesine bağlı olarak değişmesi	25	67,5	... Bağımsız değişkenden yaptığımız değişiklikten etkilenen değişken ... Bir sistemde belirlenen bir nitelik ya da niceliği değiştirdiğimizde bu değişen veriye bağımlı olan değişkene denir. ... Bağımsız değişkene göre değişen değişkendir. ... Değişmesi başka bir duruma bağlı olan değişken ... Diğer değişkenlerden etkilenip onlara bağlı olarak değişen sonuçlar ... Bağımlı değişken bir işlemde değişkenin değişmesi sonucu değişen şeydir. Örneğin $x+2$ ifadesinde sonuç x 'e bağımlıdır. ... Sayısal değeri bir başka değişkene bağlı olan, başka değişkenin niceliğinin değişimi durumunda değişen değişkene denir. ... Fonksiyonun tanım kümesine bağlı olarak değişen değerdir.
Fen bilimleri veya günlük kullanımdaki anlamı ile ifade edilmesi	3	8,1	... Deneyde değişimini gözlemlemek istediğimiz değişken ... Deneyde insan kontrolünde değişen değişken türüdür. ... Bir olayın koşullarının tamamen bir şeye bağlı olarak değişmesi
Boş yanıt	4	10,8	

Tablo 4'te yer alan bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun ($f=25/\%67,5$) "bağımlı değişken" temasına yönelik bilgi temalarının "Bağımsız değişkene /başka nicelik-değerlere /tanım kümesine bağlı olarak değişme" kategorisi altında toplandığı görülmektedir. Matematiksel kullanımdan farklı olarak, 3 öğretmen adayı bağımlı değişken kavramını "Fen bilimleri veya günlük kullanımdaki anlamı" ile ifade etmiş, 4 öğretmen adayı ise bu soruya yanıt vermemiştir. 5 öğretmen adayının bağımlı değişken kavramına yönelik kavram yanılığısına sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının bağımlı değişken terimine yönelik kavram yanılığısı içeren yanıtları temalar halinde Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5.

Öğretmen Adaylarının Bağımlı Değişken Terimine Yönelik Kavram Yanılığısı İçeren Yanıtları

Kavram Yanılığısına Sebep olan Düşünce Teması	f	%	Yanıt Örnekleri
Anlamının bağımsız değişken kavramı ile karıştırılması	3	8,1	... Sonucu etkileyen değişken ... Fonksiyon sonucunu değiştiren değişken ... Deney sırasında deneyi yöneten kişinin değiştirdiği değişkendir.
Değişim gösterebilme özelliğinin göz ardı edilerek işlevinin yanlış ifadesi	2	5,4	... Yapılan deneyde sabit tutulan değişken ... Herhangi bir değişkene değer verildiğinde değişmeyen değerdir.

Tablo 5'teki veriler incelendiğinde, 5 öğretmen adayının bağımlı değişken terimine yönelik farklı kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmektedir. 3 öğretmen adayın bağımlı değişken kavramının anlamını, bağımsız değişken kavramının anlamı ile karıştırmış, 2 öğretmen adayı bağımlı değişkenin değişim gösterebilme işlevini yok saymıştır. Genel olarak kavram yanılgılarına sahip öğretmen adaylarında, bağımlı değişkenin işlevine yönelik yanlış öğrenmelerin mevcut olduğu saptanmıştır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada öğretmen adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik bilgileri ve bu kavramlara yönelik kavram yanılgıları incelenmiştir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun değişken kavramına yönelik bilgi temalarının genel olarak doğru kabul edilebilir olduğu, ancak değişken kavramının çeşitli kullanımlarından ziyade sadece tek bir anlamına yöneldikleri ve buna ek olarak değişken kavramı ile bağlantılı alt kavramlara yönelik eksik ve yanlış öğrenmelerle birlikte çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları saptanmıştır.

Mevcut araştırma sonucuna göre, öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik bilgi temalarının tercih edilme sıklığına göre sırası ile; “değişebilen nicelik, bilinmeyen, fonksiyonlarda kullanılan bir terim, denklemlerde kullanılan bir terim, harf / sembol ve işlevsel bir terim” başlıkları altında toplandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik bilgi temaları en çok “değişebilen bir nicelik” başlığında toplanmış olup bazı öğretmen adayları yanıtlarında, değişken kavramına yönelik bütüncül bir yaklaşım yerine fonksiyon ve denklem ayırımına gitmişlerdir. Yapılan farklı bir çalışmada öğretmenlerin değişken kavramını denklemdeki bilinmeyen olarak açıklama eğiliminde oldukları görülmüş (Boz, 2004), bir diğer çalışmada öğrencilerin değişkenleri sadece bilinmeyen olarak algıladıkları saptanmıştır (Yıldız, Çiftçi, Akar ve Sezer, 2015). Literatürdeki farklı bir araştırmada öğretmen adaylarının harfleri genel sayı ya da fonksiyonlarda değişken olarak kullanmada zorlandıkları, ancak harflerin bilinmeyen işlevi gördüğü durumlarda zorlanmadıkları tespit edilmiştir (Boz, 2007). Ayrıca harflerin algılanmasına yönelik yapılan farklı bir çalışmada öğrencilerin değişkenleri sadece bilinmeyen olarak var saydıkları görülmüş; değişkenleri temsil eden harfleri $x+y=y+x$ eşitliğindeki gibi bir değişken (genelleştirilmiş sayı) olarak değil, $x+3=8$ eşitliğindeki gibi tek bir değer (bilinmeyen) olarak algıladıkları saptanmıştır (Kuchemann, 1978). Yine bu konuya yönelik olarak değişkenlerin edinim sürecine ilişkin yapılan farklı bir çalışmada, denklem, cebirsel ifade gibi yapılarıdaki bilinmeyenlerin genellenerek değişken kavramının oluşturulması önerilmiştir (Eldekçi, 2019). Aslında literatürdeki değişken tanımlarında, değişkenlerin farklı kullanım alanları olduğu ve bunlar içinde de denklem ve fonksiyonlardaki kullanım durumları da olduğu bilinmektedir. Yani değişkenlerin bilinmeyen olarak kullanılması yanlış olmamakla birlikte, değişkenin sadece bilinmeyen olarak görülmesi eğilimi değişken kavramının yeterince ve kapsamlı biçimde anlaşılmasına sebebiyet verebilmektedir (Boz, 2013; Philipp, 1992). Yapılan bu araştırmada da literatürde yer alan diğer çalışmalar gibi öğretmen adaylarının değişken kavramının sadece tek bir kullanım alanına odaklandığı, literatürde yer alan değişken tanımlarının tüm yönlerini içermeyen ve bütüncül olmayan eksik bir kavram bilgisine sahip oldukları saptanmıştır. Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik tanımlamaları kategorilere ayrılarak, bu kategorilerin literatürde yer alan formal tanımlarla benzeşim gösterdiği saptanmıştır (Boz, 2013; Philipp, 1992). Ancak öğretmen adaylarının değişken kavramının yaygın kullanımından ziyade, sadece tek bir kullanım alanına odaklandığı belirlenmiştir. Bir kavrama dair yanlış /eksik bilgilerden bazılarının eski bilginin yeni bilgiyle ilişkilendirme sırasındaki hatalardan kaynaklandığı düşünülmektedir (Skordoulis, Vitas, Dafermos ve Koleza, 2009). Bu sebeple değişken kavramındaki yanlış veya eksik tanımlamalarda da benzer durum söz konusu olabilir.

Öğretmen adaylarının “bağımsız değişken” temasına yönelik bilgi temaları incelendiğinde ise; tercih edilme çokluğuna göre sırası ile “bir koşul / durum veya başka bir değişkene bağlı olmaması, değiştirilebilir/ seçilebilir olması, fen bilimlerindeki kullanımı ile ifade edilmesi ve harf notasyonları ile ifade edilmesi” başlıkları altında toplandığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının yaygın olarak yanıtlarının bir koşul/durum veya başka bir değişkene bağlı olmama ve değiştirilebilir/seçilebilir olma temalarında toplandığı görülmüştür. Yaygın kullanımdan farklı olarak, bir öğretmen adayı bağımsız değişken kavramını fen bilimlerindeki kullanım durumu ile ifade etmiş, farklı bir öğretmen adayı ise bağımsız değişken kavramını harf notasyonundan yararlanarak belirtmiştir. Bazı öğretmen adaylarının ise bağımsız değişken kavramına yönelik kavram yanlışlığına sahip oldukları tespit edilmiştir. Buna göre öğretmen adaylarından bir kısmının bağımsız değişken kavramını fonksiyon yerine sadece denklem kavramıyla ilişkili olarak düşündüğü saptanmıştır. Bir öğretmen adayı bağımsız değişken kavramını, fonksiyon ifadesindeki parametrik değer ifadesi ile belirtmiş, bir öğretmen adayı bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni etkileme işlevini yok saymış, bir öğretmen adayı ise bağımsız değişken ile bağımlı değişken teriminin anlamını karıştırmıştır. Bağımsız değişken kavramı ile ilgili tespit edilen bu kavram yanlışlıklarına; değişken kavramına bağlı bir kavram olan bağımsız değişken kavramının, kavramsal olarak yeterince vurgulanmaması ve özelliklerinin belirtilmemesinin sebep olduğu düşünülebilir.

Öğretmen adaylarının “bağımlı değişken” temasına yönelik bilgi temaları incelendiğinde; yanıtların büyük çoğunluğunun “Bağımsız değişkene /başka nicelik-değerlere /tanım kümesine bağlı olarak değişme” kategorisi altında toplandığı görülmektedir. Matematiksel kullanımdan farklı olarak, bazı öğretmen adaylarının bağımlı değişken kavramını “Fen bilimleri veya günlük kullanımdaki anlamı” ile ifade ettiği ve bazı öğretmen adaylarının da bağımlı değişken kavramına yönelik kavram yanlışlığına sahip olduğu tespit edilmiştir. Belirlenen kavram yanlışlıklarına göre, bazı yanıtlarda bağımlı değişken kavramının anlamı ile bağımsız değişken kavramının anlamının karıştırıldığı, bağımlı değişkenin değişim gösterebilme işlevinin yok sayıldığı saptanmıştır. Bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarına ait kavram yanlışlıklarının tespiti sonucunda, özellikle değişkenlik gösterme durumlarının karıştırılması ve terimsel olarak birbirleri yerine kullanımlarının yaygın olduğu saptanmıştır. Her iki kavramın da gerek fonksiyonlar konusundaki önemi gerekse değişken konusunun önemli alt başlıklarını oluşturmasından ötürü bu konulara yönelik kavram öğretiminin önemi bir kez daha ortaya çıkmıştır.

Literatürdeki çalışmalardan farklı olarak (Akgün, 2007; Dede ve diğerleri, 2002; Gökkurt ve diğerleri, 2016, Macgregor ve Stacey, 1997; Rosnick, 1981; Soylu, 2006; Usiskin, 1988; Wagner, 1983), bu çalışma sonucunda öğretmen adaylarının bağımlı ve bağımsız değişkenler konusundaki temaları da değişken kavramına dahil edilerek incelenmiş ve daha kapsamlı bir sonuç elde edilmiştir. Ve alanyazında da belirtildiği gibi öğretmen adaylarının kavramsal bilgi boyutunda sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir (Bozkurt ve Koç, 2012; Lucas, 2006). Bu kapsamda yapılan çalışmada da değişken kavramının alt başlıklarını oluşturan bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik çeşitli kavram yanlışlıkları ve eksik öğrenmeler saptanmıştır ve öğretim süreci planlanırken saptanan bu yanlışlıklar ve eksik bilgilerin yol haritası olarak kullanılmasının yararlı olacağı söylenebilir.

Öğretmen adaylarıyla yapılan bu araştırmanın sonuçları temel alınarak, öğretmen eğitiminde değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarının öğretime dayalı etkinlik sayısının ve kavram bilgisinin vurgulanması önerilebilir. Ayrıca değişken kavramının öğretim sürecinde, değişkenlerin farklı kullanım alanlarına dair bilgi ve örnekler verilmesi, değişkenin tek bir kullanım alanından ziyade çoklu işlevlerini bilmeye, mevcut kavram yanlışlıklarını gidermeye ve daha etkin bir öğrenme ürünü elde etmeye yardımcı olabilir. Tüm bu sonuç ve önerilerle birlikte, çalışmanın farklı çalışma grubu ve sınıf düzeyleri ile yapılmasının alanyazına katkı sağlayacağı söylenebilir.

Kaynakça

- Akgün, L. (2007). *Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). İstanbul: Derya Kitabevi.
- Baykul, Y. (2003). *İlköğretimde matematik öğretimi* (7. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Boz, N. (2004). Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*, 6-9.
- Boz, N. (2007). Öğretmen adaylarının değişkenlerin kullanımı ile ilgili bilgileri. *Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 1-18.
- Boz, N. (2013). Matematiğin temel yapı taşlarından değişken. *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*, 329-338.
- Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma kavramına dair bilgilerinin incelenmesi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2941-2952.
- Breigheith, M. ve Kuncar, H. (2002). Mathematics and mathematics education, S. Elaydi, S. K. Jain, M. Saleh, R. EbuSaris, E. Titi (Ed), *Misconceptions in Mathematics* (pp. 122-134). Singapore: Word Scientific Printers.
- Bybee, R. W. ve Trowbridge, L. W. (1996). *Teaching Secondary School Science: Strategies for Developing Scientific Literacy* (6. Baskı). United States of America: Prentice-Hall.
- Creswell, J. W. ve Clark, V. L. P. (2007). *Designing And Conducting Mixed Methods Research*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002, Eylül). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Ankara: ODTÜ.
- Eldeki, S. (2019). *7. sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama sürecinin RBC modeliyle ortaya çıkarılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2016). Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(39), 17-31.
- Hirsch, C. ve Lappan, G. (1989). Transition to high school mathematics. *Mathematics Teacher* 82, November, s. 614-618.
- Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23- 26.
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (13), 97-112.
- Lucas, C. A. (2006). Is subject matter knowledge affected by experience? The case of composition of functions. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, pp. 97-104. Prague: PME.
- Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15, *Educational Studies in Mathematics*, In *Stepping stones for the 21st century* (pp. 63-81). Brill.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage
- Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85(7), 557-561
- Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables? *Mathematics Teacher*, 74(6), 418-420
- Ryan, J. ve Williams, J. (2007). *Children's mathematics, 4-15: learning from errors and misconceptions*. New York: Open University Press
- Schoenfeld, A. ve Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*. September, s. 420-427.
- Silverman, R.E (1985) *Calculus with analytic geometry*. New Jersey: Prentice-Hall
- Skordoulis, C., Vitsas, T., Dafermos, V. ve Koleza, E. (2009). The system of coordinates as an obstacle in understanding the concept of dimension. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 253-272.
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 211-219

- Ursini, S. ve Trigerous , M (2 001). A Model For the Uses Of Variable In Elementary Algebra. In Van den Heuvel-Panhuizen M. (Ed.). *Proceedings of the XXV PME International Conference*. Utrecht, Neatherlands, vol. 4, pp. 327-334
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables algebra. *Thinking, Grades K*, 12(8), 7-13.
- Vinner, S. (1991).The role of definitions in the teaching and learning mathematics. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
- Wagner, S. (1983). What are these things called variables? *The Mathematics Teacher*, 76(7), 474-478
- Yetkin, E. (2003). *Student difficulties in learning elementary mathematics*. ERIC Digest. ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, P., Çiftçi, Ş. K., Şengil-Akar, Ş. ve Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Araştırmaları Dergisi; Cilt 1, Sayı 1 (2015)*.