

Citation: Parlak, Z., Çelebi, S., Topbaş, G., "Eksenel Hidrostatik Yatak Tasarımı için Analitik Model ve Tasarım Parametrelerinin CYM ile Değerlendirilmesi (Analytical Model for Axial Hydrostatic Bearing Design and Evaluation of Design Parameters with CYM)". *Journal of Engineering Technology and Applied Sciences* 8 (1) 2023 : 59-72.

EKSENEL HİDROSTATİK YATAK TASARIMI İÇİN ANALİTİK MODEL VE TASARIM PARAMETRELERİNİN CYM İLE DEĞERLENDİRİLMESİ¹

Zekeriya Parlak^{a*} , Seçkin Çelebi^b, Gürkan Topbaş^b

^{a}Sakarya Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 54187, Sakarya
zparlak@sakarya.edu.tr*

^bHidropar Hareket Kontrol Teknolojileri Merkezi San. ve Tic. A.Ş, 41400, Gebze, Kocaeli

Özet

Hidrostatik yataklar, yüksek basınçlı ve nispeten ince yağ filmleri sayesinde, yüksek sönümleme, rijitlik ve yük kapasitesi gibi avantajlarının yanında son derece düşük hareket hataları potansiyeline sahiptir. Genellikle boyutsal ve geometrik toleranslar son derece yüksek hassas olduğundan birçok makine üreticisi de kendi hidrostatik yatak sistemlerini tasarlamayı ve üretmeyi tercih etmektedirler. Bu makalenin amacı, bir eksenel hidrostatik yatağın performansını değerlendirebilecek ve yatak tasarımına yardımcı olabilecek bir analitik modeli gerçekleştirmektir. Böylece hidrostatik yatak geometrilerinin yük kapasitesi, gerekli debi, rijitlik, ve güç tüketimi için hesaplamaları yapılabilecektir. Aynı zamanda performans üzerinde etkili olan tasarım parametrelerinin cevap yüzeyi yöntemi (CYM) kullanılarak bir değerlendirilmesi de yapılarak optimal tasarımlar elde edilecektir.

Anahtar Kelimeler: Hidrostatik yataklama, eksenel yataklama, cevap yüzeyi metodu, optimizasyon

¹ Bu çalışma TEYDEB 1501 kapsamında 3200574 proje numarası ile desteklenmiştir.

ANALYTICAL MODEL FOR AXIAL HYDROSTATIC BEARING DESIGN AND EVALUATION OF DESIGN PARAMETERS WITH CYM

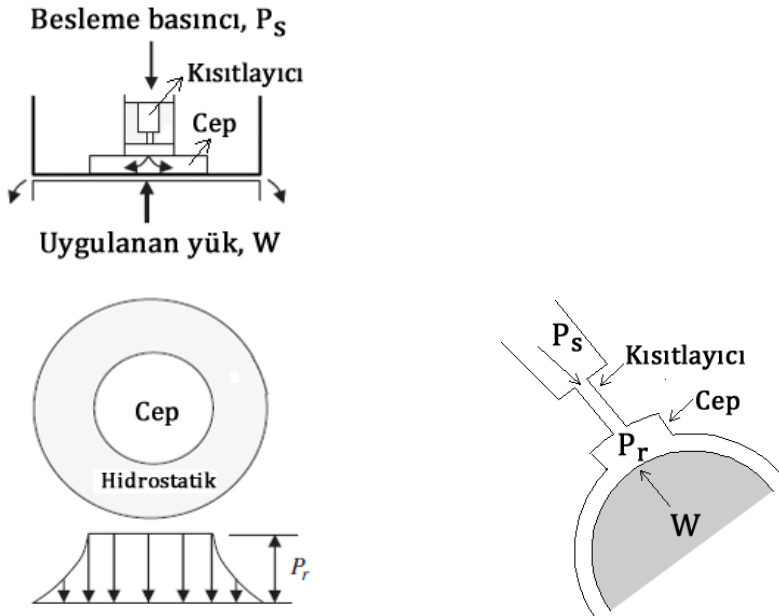
Abstract

Hydrostatic bearings have the advantages of high damping, stiffness and load capacity, as well as the potential for extremely low movement errors due to their high pressure and relatively thin oil films. Since dimensional and geometrical tolerances are usually extremely precise, many machine builders prefer to design and manufacture their own hydrostatic bearing systems. The aim of this paper is to realize an analytical model that can evaluate the performance of an axial hydrostatic bearing and assist in bearing design. This will enable the calculation of hydrostatic bearing geometries for load capacity, required flow rate, stiffness, and power consumption. At the same time, an evaluation of the design parameters affecting the performance using the response surface method (RSM) will be performed to obtain optimal designs.

Keywords: Hydrostatic bearing, axial bearing, response surface method, optimization

1. Giriş

Hidrostatik yataкта, iki yüzey, aralarındaki yüksek basınçlı bir akışkan filmi ile birbirlerinden ayrılırlar. Akışkan, sabit bir besleme basıncında (P_s) yatağa doğru pompalanır. Şekil 1’de de görüldüğü gibi basınçlı akışkan, bu basıncının azalmasına neden olan bir delikten (kısıtlayıcı) geçer ve cep (ped) olarak adlandırılan bir girintinin içinde dolar. Cep, yatak film kalınlığına kıyasla nispeten derindir ve cep hacmi içindeki basınç (P_r) sabittir. Yatak filmindeki basınç, yatak yüzeyinden geçerken azalır ve çıkıştaki ortam basıncına (P_a) ulaşır. [1]



Şekil 1. Bir kısıtlayıcı kontrollü a. dairesel kesitli düzlem yüzeyli ve b. milli hidrostatik yatak [1]

Cep basıncı uygulanan yük (W) ile değişebilmesi gerektiğinden $P_r < P_s$ olmalıdır. Eğer uygulanan yük büyük ise, akışkanın kısıtlayıcıdan yatak yüzeylerine doğru akışına debinin sıfır olmasına neden olacak kadar engel olur. Böyle bir durumda girinti basıncı, besleme basıncına eşit olana kadar yükselebilir. Eğer uygulanan yük sıfıra olursa, akışa karşı tek direnç, kısıtlayıcı tarafından meydana getirilir. Böyle bir durumda ise kısıtlayıcı boyunca basınç düşüşü, cep basıncını ortam basıncına düşürmek için yeterli olana kadar akış debisinin artmasına neden olur [1].

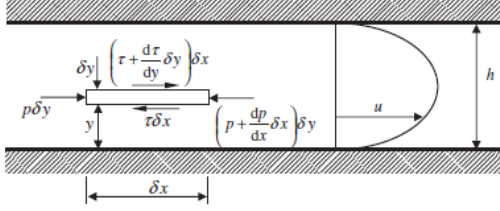
Hidrostatik yataklar ya sadece eksenel, ya da radyal veya her ikisini de aynı destekleyecek şekilde tasarlanırlar. Patil vd. [2] yaptıkları çalışmada aktuatörler için hidrostatik yatak kullanımını incelemişler ve geliştirdikleri matematiksel modelde en yüksek yük kapasitesine olanak verecek şekilde sistemde geometrik optimizasyon gerçekleştirmişlerdir. Yuan vd. [3] küresel bir hidrostatik yatağı döner dövme preslerinde kullanımı prensibini tanıtmışlardır. Geleneksel hidrostatik yataklara göre daha büyük rijitlik, daha uzun süre kullanım ömrü ve daha kolay valf seçimi gibi avantajlarının olduğunu belirtmişlerdir. Ana tasarım parametreleri cep alanı, basınç oranı olmuştur. Xu vd. [4] hidrostatik yatağın desteklediği kuvvete, sıvı film kalınlığının etkileri, hesaplamalı akışkanlar dinamiği simülasyonu ve doğrulama deneyleri yöntemleriyle araştırmışlardır. Deneysel sonuçlar, rotorun pratik direncinin, 0,1 MPa'dan 6,0 MPa'ya çalışma basıncında deneysel rotor hızının değişen eğilimi tarafından iyi bir şekilde yansıtılabileceğini ve simülasyon sonuçları kullanılarak hesaplanan teorik dirençle uyumsuz olduğunu göstermektedir. Simülasyon sonuçları, üst ve alt akışkan filmleri arasındaki hem çalışma basıncının hem de kalınlık farkının artmasıyla bileşke kuvvetin lineer olarak arttığını göstermiştir. Kowalski ve Tadeusz [5] dönen bir üst duvara sahip bir hidrostatik baskı yatağının değişken dar yatak boşluğundaki basıncını Navier-Stokes denklemleri ve süreklilik denklemi temelinde elde etmek için bir formülasyon geliştirmişlerdir. Ayrıca, boşluğun en küçük yüksekliği etrafındaki çevresel basıncın dağılımı üzerindeki geometrik parametrelerin ve kullanım koşullarının etkisini de analiz etmişlerdir. Michalec vd. [6] optimum hidrostatik yatak pedi oranlarını tahmin etmek için yeni bir iki parametrelili yöntemi araştırmışlar ve deneysel veriler ile doğrulanan CFD kullanılarak yaptıkları çalışmada klasik tek parametrelili yaklaşıma kıyasla enerji kaybını %30 azalttıklarını belirtmişlerdir. Shang vd. [7] yüzey dokusu şeklinin ve yüksekliğinin hidrostatik yatağı performansı üzerindeki etkisi CFD analizleri ile sistematik olarak araştırılmış ve yüzey yapısının yüksekliği yağ filmi kalınlığının 1 ~ 2 katı olduğunda yatağın performansının en iyi olduğunu göstermişlerdir. Lin S-C vd. [8] hidrostatik yatağın rijitlik performansını iyileştirmek için çift membranlı bir kısıtlayıcı tasarımı önerilmiştir

Bu çalışmada eksenel bir hidrostatik yatağın genel bir tasarım konsepti, buna uygun tasarım parametreleri ve bunların alt ve üst limitleri belirlenmiştir. Yatak performansını değerlendirebilmek için eksenel yatağa uygun bir analitik model geliştirilmiştir. Modelde geometrik parametrelerinin yanında besleme basıncı ve akışkan viskozitesi gibi tasarım parametreleri de kullanılmıştır. Analitik model sayesinde her bir cep içindeki basınç, destelenebilecek toplam yatak yükü, gerekli debi, basınç oranı gibi sonuçlar hesaplanabilmiştir. Bu analitik model ile her bir parametrenin performans üzerindeki etkileri Cevap Yüzeyi Metodu kullanılarak incelendi ve tasarım parametrelerinin belirlenen alt ve üst limit değerleri arasında optimal tasarım noktaları hedef koşullar için elde edilmiştir.

2. Modelleme ve yöntem

Sınırlayıcılardan ve yatak yüzeylerinden geçen debi ve yatak yüzeylerindeki akışkan-filmi kuvveti değerleri yatak yüzeyindeki basınç dağılımına bağlıdır. Basınç ve debi arasındaki ilişkilerin incelenmesi tasarım verilerinin türetilmesi için esastır. Şekil 2'de, ince bir filmle

ayrılmış iki sabit paralel plaka arasında laminer akış, giriş ve çıkıştaki basınç farkından kaynaklanmaktadır. Akıştaki basınç düşümü kayma gerilmeleri tarafından karşılanır. Akışın dik eksenini boyunca basıncın sabit olduğu varsayılır ($\frac{\partial p}{\partial y} = 0$).



Şekil 2. Poiseuille akışı [1]

Genişliği z olan plakalar arasındaki akıştaki bir akışkan parçacığına etkiyen kuvvet dengesi

$$pz\delta y - \left(p + \frac{dp}{dx}\delta x\right)z\delta y - \tau z\delta x + \left(\tau + \frac{d\tau}{dy}\delta y\right)z\delta x = 0 \quad (1)$$

$y = h/2$ 'de $\frac{du}{dy} = 0$ ve $y = 0$ ve $y = h$ 'da $u = 0$ sınır koşulları uygulandığında;

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (y^2 - yh) \quad (2)$$

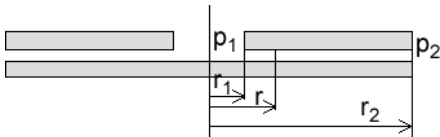
hız profil denklemini elde edilir. Kesit boyunca gerçekleşen debi $q = \int_0^h uzdy$ olduğunda göre, hız profili yerine konularak toplam hacimsel debi;

$$q = \frac{Wh^3}{12\eta} \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

olarak elde edilir.

Eğer dairesel kesitli plakalar (Şekil 3) arasında şekildeki gibi bir akış söz konusuysa bu durumda hız profili $u = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dr} (y^2 - yh)$ ve debi $q = \int_0^h u2\pi rdy$ olacaktır;

$$q = \frac{-\pi r h^3}{6\eta} \frac{dp}{dr} \quad (4)$$



Şekil 3. Dairesel kesitli ped içindeki Poiseuille akışı

Kanal içindeki akış için basınç dağılımını denklem 4 entegre edilerek;

$$p_1 - p = \frac{6\eta q}{\pi h^3} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \quad (5)$$

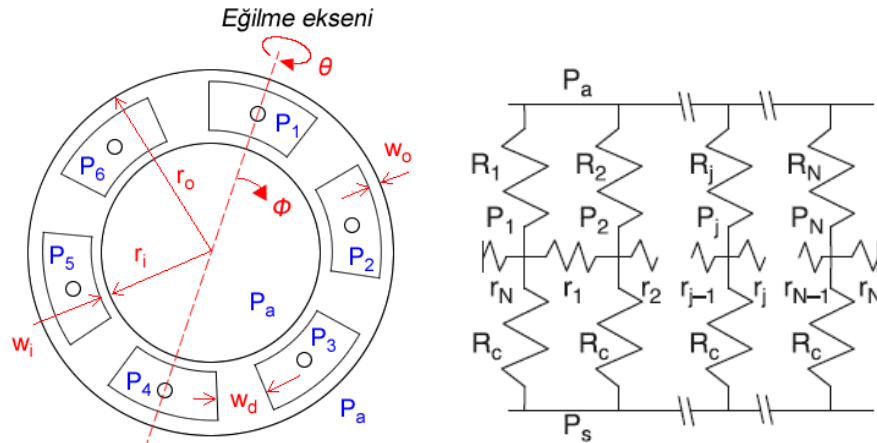
Kılcal kanallı bir kısıtlayıcıdaki akıştaki debi;

$$q = \frac{(P_s - P_r)\pi d_c^4}{128\eta l_c} \quad (6)$$

burada l_c kısıtlayıcı kanalı uzunluğu ve d_c kısıtlayıcı kanalın çapıdır.

2.1 Eksenel hidrostatik yataklama için analitik modeli

Radyal alanlara sahip halka şeklindeki cep, moment ve eksenel yükleri dengeleyebildiği ve dolayısıyla yük altında değişen eğilme rijitliği sağladığı için kullanışlı bir tasarımdır [9]. Şekilde gösterilen yatağın dış yarıçapı r_o , iç yarıçapı r_i , dış ve iç halkasal alanları sırasıyla w_o ve w_i genişliğindedir, ayrıca cepler arasında w_d genişliğinde radyal alanlara da sahiptir. İç ve dış halkasal alanlar arasındaki basınç farkı, cep basınçları (P_1, P_2, \dots) ile ortam basıncı olan P_a arasındaki fark kadarken, iki cep arasındaki radyal alanlar arasındaki basınç farkı ise, bitişik cepler arasındaki basınç farkı kadardır. Yatak herhangi bir eğilmeye de maruz kaldığında (θ), akışkan film tabakası boşluğu açılmal konuma (Φ) göre de değişir, bu nedenle de her cep içindeki basınçlarında değişiklik meydana gelir. Bu çalışmada model Wardle [9]'nın çalışması referans alınarak geliştirilmiştir.



Şekil 4. Radyal alanlara sahip halkasal cep ve akış direnç modeli [9]

Yatağın ve akış direncini şematik modelleri Şekil 4 gösterilmektedir. Akış direnci, basınç farkı ile debi oranı olarak tanımlanır ($R = \frac{\Delta P}{Q}$).

Düzlemsel yüzeylerde direnç denklem 3'den;

$$r = \frac{12\eta W}{h_0^3 L} \quad (7)$$

ile hesaplanır, burada L sıvı akış yönüne dik olan düzlemsel yüzeyin uzunluğudur, W düzlemsel yüzeyin genişliğidir (akış yönünde) h_0 ise yatak ile yüzey arasında kalan akış filminin kalınlığıdır.

Halkasal yüzeylerde direnç denklem 4'den;

$$R = \frac{6\eta \ln(r_0/r_i)}{\pi h_0^3} \quad (8)$$

Yatağın yüzeyi boyunca h_0 film kalınlığının değişmesine neden olacak olan bir eğilme eksenini (θ) söz konusuysa, ceplerin herbirinin sıvı akışına karşı farklı dirençleri (R_1, R_2, \dots) oluşacaktır ve bu dirençler denklem 8'e göre dairesel iç ve dış halkasal yüzeylerin geometrisi ve her birinin Φ boyunca değişen film kalınlığı değerleri sayesinde belirlenir. Her bir cepten geçen ve dairesel iç ve dış halkasal yüzeyleri boyunca akan sıvı, ortam basıncı olarak belirlenen P_a basıncına tahliye edilir. Ceplerin birbirleri arasındaki akış ise, eğim eksenine göre konumlarına bağlı olarak, her cep için r_1, r_2, \dots dirençlerinde olmak üzere radyal düzlemlerle ayrılır. Ayrıca her cebe, direnci R_c olan bir kısıtlayıcı kanal aracılığıyla besleme basıncı P_s basıncında akışkan pompalanır.

Yatak tarafından desteklenen yük, her bir cepte eğilme derecesi neticesi meydana gelen yatak boşluğu (h) için cep basınçları (P_1, P_2, \dots) ve yatak geometrisinden belirlenir. Cep basınçları, cebe giren ve çıkan akışkanın kütleli debisinin eşit olması prensibinden yola çıkarak kütleli korunumu ilkesi ile bulunabilir. Böylece Şekil 4 üzerindeki P_1 basıncındaki 1 numaralı cep için:

$$\frac{P_s - P_1}{R_c} + \frac{P_a - P_1}{R_1} + \frac{P_6 - P_1}{r_6} + \frac{P_2 - P_1}{r_1} = 0$$

Benzer şekilde diğer cepler için;

$$\begin{aligned} \frac{P_s - P_2}{R_c} + \frac{P_a - P_2}{R_2} + \frac{P_1 - P_2}{r_1} + \frac{P_3 - P_2}{r_2} &= 0 \\ \frac{P_s - P_3}{R_c} + \frac{P_a - P_3}{R_3} + \frac{P_2 - P_3}{r_2} + \frac{P_4 - P_3}{r_3} &= 0 \\ \frac{P_s - P_4}{R_c} + \frac{P_a - P_4}{R_4} + \frac{P_3 - P_4}{r_3} + \frac{P_5 - P_4}{r_4} &= 0 \\ \frac{P_s - P_5}{R_c} + \frac{P_a - P_5}{R_5} + \frac{P_4 - P_5}{r_4} + \frac{P_6 - P_5}{r_5} &= 0 \\ \frac{P_s - P_6}{R_c} + \frac{P_a - P_6}{R_6} + \frac{P_5 - P_6}{r_5} + \frac{P_1 - P_6}{r_6} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Böylece, 6 cepli bir yatak için, P_1 ile P_6 basınçlarını bulmak için 6 denklem elde edilir. Matris aritmetiğine dayalı bir çözüm şeması ile çözülmek istenirse, akışkan direncinin tersi olan $A = 1/R$ tanımı yapılarak çalışmak uygun olacaktır.

Bu denklem kümesini aşağıdaki matris form ile ifade edilir;

$$\begin{bmatrix}
(A_c + A_1 + a_6 + a_1) & -a_1 & 0 & 0 & 0 & -a_6 \\
-a_1 & (A_c + A_2 + a_1 + a_2) & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -a_2 & (A_c + A_3 + a_2 + a_3) & -a_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -a_3 & (A_c + A_4 + a_3 + a_4) & -a_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -a_4 & (A_c + A_5 + a_4 + a_5) & -a_5 \\
-a_6 & 0 & 0 & 0 & -a_5 & (A_c + A_6 + a_5 + a_6)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
P_1 \\
P_2 \\
P_3 \\
P_4 \\
P_5 \\
P_6
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
P_s A_c + P_a A_1 \\
P_s A_c + P_a A_2 \\
P_s A_c + P_a A_3 \\
P_s A_c + P_a A_4 \\
P_s A_c + P_a A_5 \\
P_s A_c + P_a A_6
\end{bmatrix}
\quad (10)$$

Tasarlanan yatak boşluğu h_0 ise, θ eğimi için, yatağın herhangi bir noktasındaki boşluk şu şekilde verilir:

$$h = h_0 + \theta \cdot r \cdot \sin(\phi) \quad (11)$$

burada r belirlenen noktanın yarıçapıdır ve ϕ eğilme eksenine göre Şekil 4’de de gösterilen açılal konumudur. Bu çalışmada her bir cebin konumlarını veren ϕ değeri aşağıdaki tablodaki gibi belirlenmiştir.

Tablo 1. Ceblerin konumlarını için belirlenen ϕ değerleri

	ϕ (°)
1. cep	0
2. cep	60
3. cep	120
4. cep	180
5. cep	240
6. cep	300

Besleme basıncındaki akışkanın kılcal kısıtlayıcı kanallardan girişi için akışkan direncinin tersi denklem 6’dan

$$A_c = \frac{\pi d_c^2}{128 \eta l_c} \quad (12)$$

olarak yazılır. Benzer şekilde j. cep için halkasal yüzeylerde ve düzlemsel yüzeylerdeki akışkan direncinin tersi denklem 7 ve 8’den sırasıyla;

$$A_j = \left[\frac{\pi h_{oj}^3}{6\eta} \frac{1}{\ln\left(\frac{R_o}{R_o + W_o}\right)} \frac{1}{N} \right] + \left[\frac{\pi h_{ij}^3}{6\eta} \frac{1}{\ln\left(\frac{R_i + W_i}{R_i}\right)} \frac{1}{N} \right] \quad (13)$$

$$a_j = \frac{h_j^3 (R_o - R_i - W_o - W_i)}{12\eta W_d}$$

olarak yazılır.

θ eğilme açısına bağlı olarak, ϕ açısal konum boyunca yatak yüzeyindeki film kalınlığı değerleri; dış halkasal yüzey h_{oj} , iç halkasal yüzey h_{ij} ve iki cep arasındaki yüzey h_j olmak üzere

$$\begin{aligned} h_{oj} &= h_o + \theta \left(R_o - \frac{W_o}{2} \right) \sin \phi_j \\ h_{ij} &= h_o + \theta \left(R_i + \frac{W_i}{2} \right) \sin \phi_j \\ h_j &= h_o + 0.5 \theta (R_o - W_o + R_i + W_i) \sin \left(\phi_j + \frac{\pi}{N} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

denklemleri kullanılır.

Her bir cebin basıncı yukarıdaki matris çözümümü ile edilir ve j. cep için oluşan yük;

$$F_j = (P_j - P_a)A_p + (P_{oj} - P_a)A_{oL} + (P_{ij} - P_a)A_{iL} + \frac{(P_{j+1} + 2P_j + P_{j-1} - 2P_a)A_d}{N} \quad (15)$$

ile hesaplanır her bir cep için oluşan yük bu denklem ile hesaplandıktan sonra N kadar cep için toplam yük $\sum F = \sum_{j=1}^N F_j$ ile hesaplanır.

P_{oj} ve P_{ij} sırasıyla cep dışındaki radyal doğrultudaki dış ve iç halkasal yüzeylerin ortalama basınçlarıdır;

$$\begin{aligned} P_{ij} &= (P_j - P_a) \left[\frac{R_i + W_i}{W_i} - \frac{1}{\ln((R_i + W_i)/R_i)} \right] \\ P_{oj} &= (P_j - P_a) \left[\frac{R_o}{W_o} - \frac{1}{\ln(R_o/(R_o - W_o))} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

A_d , A_p , A_{iL} ve A_{oL} sırasıyla iki cep arasında kalan yüzey alanı, cep yüzey alanı, cep dışındaki radyal doğrultudaki iç ve dış halkasal yüzeylerin alanlarıdır.

$$\begin{aligned} A_d &= W_d [R_o - R_i - W_o - W_i] \\ A_p &= \pi [(R_o - W_o)^2 - (R_i + W_i)^2] \\ A_{iL} &= \pi [(R_i + W_i)^2 - R_i^2] \\ A_{oL} &= \pi [R_o^2 - (R_o - W_o)^2] \end{aligned} \quad (17)$$

N adet pad için toplam debi;

$$Q = \sum_{j=1}^N [A_j (P_j - P_a) + a_j (P_j - P_a)] \quad (18)$$

$\theta = 0$ için bu analitik model kullanılarak cep basınçları (P_j), eksenel yük ($\sum F$), debi (Q), Pad basıncı/Besleme Basıncı (P_j/P_s) değerleri gibi değerler hesaplanabilmektedir.

2.2 Cevap yüzeyi metodu

Cevap yüzeyi metodu (CYM), bağımsız ve bağımlı değişkenler arasında matematiksel bir model oluşturmak ve bir süreçteki sonucu (cevabı) etkileyen parametrelerin etkisini bulmak için uygulanan matematiksel ve istatistiksel tekniklerin bir birleşimidir [10]. CYM'deki ilk adım, parametreler ile cevap arasındaki gerçek ilişkiye yakın uygun bir yaklaşım bulmaktır. Birinci dereceden bir modelin değişkenler ve yüzey eğrileri arasındaki etkileşimlerini verme konusundaki eksikliğinde dolayı, ikinci dereceden bir model optimizasyon sürecini önemli ölçüde iyileştirebilir [11]. Genel bir ikinci dereceden model şu şekilde tanımlanır:

$$y = a_0 + \sum_{i=0}^n a_i x_i + \sum_{i=0}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j |_{i < j} \quad (19)$$

burada x_i ve x_j tasarım değişkenleri, a ayar parametresi ve n parametre sayısıdır. CYM tekniğinde optimizasyon, "istenilirlik (desirability)" adı verilen bir parametreye dayanmaktadır [11]. İstenilirlik, limitlerin dışında 0.0 ile hedefte 1.0 arasında değişen bir amaç fonksiyonudur. Optimizasyon ile istenilirlik fonksiyonunu maksimize eden bir değer bulur. Birden fazla cevap için, tüm hedefler tek bir istenilirlik işlevinde birleştirilir. Optimizasyonun amacı, tüm hedefleri karşılayacak iyi bir koşullar kümesi bulmaktır. İstenilirlik, her bir cevap (d_i) için tercih edilen aralıkları yansıtır. Eşzamanlı amaç fonksiyonu, dönüştürülmüş tüm cevapların geometrik bir ortalamasıdır. [11]:

$$D = \left(\prod_{i=1}^n d_i \right)^{1/n} \quad (20)$$

burada n ölçülen cevapların sayısıdır. Bu çalışmada belirlenen tasarım parametrelerinin alt ve üst limit değerleri Tablo 2'de verildiği gibi belirlenmiştir. Bu değerler fiziksel tutarlılık ve uygulanabilirlik dikkate alınarak belirlenmiştir.

Tablo 2. Tasarım parametrelerinin alt ve üst limitleri

	Alt	Üst
d_c (mm)	1	2
h_0 (mm)	0.025	0.1
L_c (mm)	18	22
W_d (mm)	5	12
W_i (mm)	3	6
p_s (bar)	50	150
η (Pa.s)	0.02	0.06

Cevap yüzeyini oluşturabilmek için her parametrenin farklı kombinasyonlarından oluşan 79 farklı hesaplama yukarıdaki analitik model ile hesaplanmış ve sonuç elde edilmiştir. Bu çalışmada cevap parametreleri toplam hacimsel debi (Q), toplam yük (F) olarak belirlenmiştir.

3. Sonuçlar ve tartışma

3.1. Varyans analizi (ANOVA)

Her bir faktörün sonuçlar üzerindeki etkisi, varyans analizi yöntemi (ANOVA) kullanılarak belirlenir. ANOVA, toplam varyasyonun bileşenlerini ayıran istatistiksel bir araç ve matematiksel bir tekniktir. ANOVA'nın birincil amacı, sonuçlardaki toplam varyasyondan her bir faktörün neden olduğu varyasyon derecesini sonuçlardan çıkarmaktır [12]. ANOVA'nın güven aralığı, çalışmadaki tüm durumlarda %95 olarak alınmıştır. Debi (Q) ve toplam yük (F) için küçültülmüş ikinci dereceden modeli uygulanmıştır, bu sayede etkisi önemsiz olan faktörler modelden çıkarılmıştır. Parametrelerin etkileri ve ayrıca bu parametrelerin arasındaki etkileşimler göz önüne alındığında, Q ve F için aşağıdaki tabloda verilen denklemler elde edilmiştir.

Tablo 3. Q ve F için elde edilmiş olan cevap yüzeyi denklemleri

Q	=		F	=
36.04			30200.51	
8	d_c		-2582.13	d_c
63.56	h_o		-1478.29	h_o
22.89	P_s		2273.14	P_s
-23.49	η		2193.27	η
-13.64	W_i		768.13	W_d
15.06	$d_c h_o$		-807.61	W_i
4.21	$d_c P_s$		5868.08	$d_c P_s$
-4.21	$d_c \eta$		6281.22	$h_o W_d$
-4.67	$d_c W_i$		8846.02	$h_o W_i$
31.96	$h_o P_s$		-6221.66	$P_s \eta$
-31.96	$h_o \mu$		10724.56	η^2
-17.89	$h_o W_i$		-9355	W_i^2
-11.72	$P_s \eta$			
-6.88	$P_s W_i$			
6.88	ηW_i			
26.89	h_o^2			
11.82	μ^2			

Bu denklemler parametrelerin üst limit değerlerinin +1, alt limit değerlerinin -1 olarak kodlandığı kodlu denklemlerdir ve her bir parametrenin verilen değerlerine karşılık cevapları tahmin etmek için kullanılır.

Tablo 4'de Q ve F için ANOVA sonuçlarına göre, 401.19 ve 2.45 F-değerleri bu modellerin anlamlı olduğunu gösterir. Gürültü nedeniyle bu büyüklüklerde bir F değerinin ortaya çıkma olasılığı Q için yalnızca %0.01 ve F için %1.04'dir. p-değeri eğer 0.05'den daha küçükse modelin anlamlı olduğunu gösterir. Uyum istatistikleri Tablo 5'te görülebilir, Q için Öngörülen R^2 'nin değeri 0.9849 ile Düzeltilmiş R^2 'nin 0.9887 değeri arasındaki fark 0.2'den küçük olduğu için birbirleri ile makul bir uyum içindedir. Aynı uyum F değerlerinden de görülür. Yeterli Hassasiyet değeri, sinyal-gürültü oranını ölçer ve 4'ten büyük bir oran arzu edilir. Q için 76.477 ve F için 7.85 oranları yeterli bir sinyali gösterir. Dolayısıyla bu modeller, tasarım uzayında gezinmek için kullanılabilecek bir modeldir.

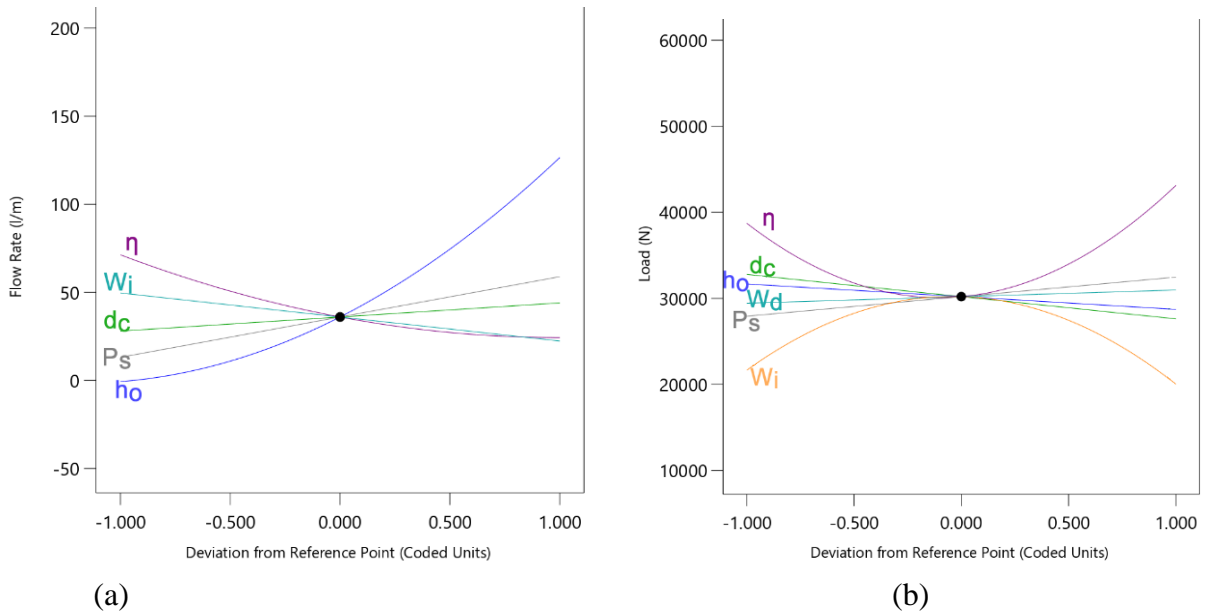
Tablo 4. Q ve F için ANOVA

Cevap	Kareler toplamı	Serbestlik derecesi (df)	Kareler Ortalaması	F-value	p-value
Q	1.230e+05	17	7236.28	401.19	< 0.0001
F	1.762e+09	12	1.468e+08	2.45	0.0104

Tablo 5. Q ve F için uyum istatistikleri

	Standart Sapma	Ortalama	R ²	Öngörülen R ²	Düzeltilmiş R ²	Yeterli Hassasiyet
Q	4.25	45.8	0.9911	0.9887	0.9849	76.48
F	7739.56	30545.8	0.3083	0.1825	0.0267	7.85

Cevap yüzeyi tasarımları için, Şekil 5'deki pertürbasyon eğrileri, diğer tüm parametreler referans değerinde (alt ve üst limitlerin aritmetik ortalaması) sabit tutularak, her bir parametrenin değişen değerlerinde Q ve F cevap değerlerinin nasıl değiştiğini gösterir. Şekil 5a'da gösterildiği gibi, minimum Q, d_c , h_o ve P_s 'nin daha küçük değerinde, η ve W_i 'nin daha büyük değerinde meydana geldiği görülmektedir. Q'nın değişiminde en etkili parametrenin h_o parametresi, bir sonraki etkili parametrenin ise η parametresi olduğu açıkça anlaşılmaktadır. L_c ve W_d 'nin etkileri son derece düşük olduğu için hem denklemden hem de grafikte yer almamıştır. Şekil 5b'de gösterildiği gibi, maksimum F için η ve W_i merkez noktasının sağında ve solunda ters etkilere sahip bir karakteristik sergilemektedir. Maksimum F için daha büyük W_d ve P_s değerlerinde ve daha küçük d_c ve h_o değerlerinde meydana gelmektedir.

**Şekil 5** Pertürbasyon grafikleri (a) Q (b) F

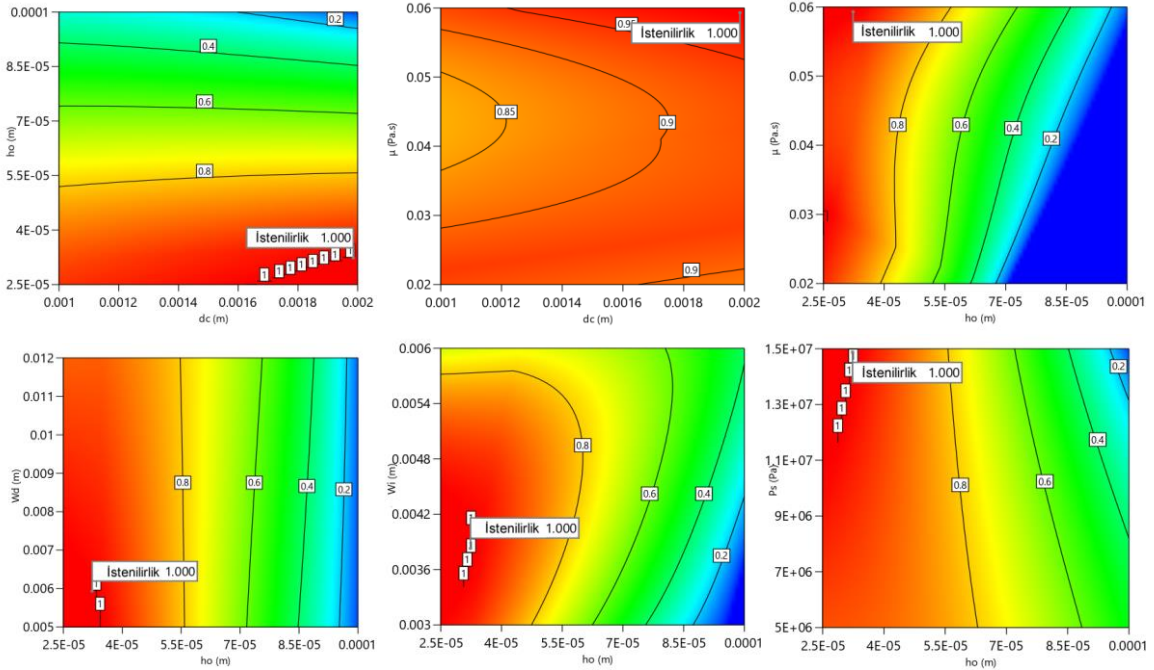
3.2. Optimizasyon

Optimizasyon, CYM tekniği için yukarıda tarif edildiği gibi daha iyi çalışma koşulunu gösteren yüksek istenilirliğe dayanmaktadır. Minimum Q ve maksimum F için optimum tasarım noktasındaki parametre değerleri Tablo 6'da görülebilir.

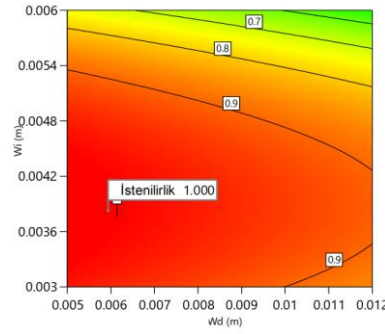
Tablo 6. Optimum tasarım değerleri

d_c (mm)	2
h_0 (mm)	0.025
L_c (mm)	20
W_d (mm)	12
W_i (mm)	6
p_s (bar)	150
η (Pa.s)	0.06
Q (l/d)	1.793
F (N)	43929

Optimum tasarım noktası için istenilirlik konturları Şekil 7'da görülebilir. İstenilirlik konturları, diğer parametre değerlerini en iyi değerlerinde sabit tutarak iki parametre arasındaki ilişkiyi gösterir. Parametreler arasındaki etkileşimler göz önüne alındığında en uygun çalışma noktası için istenirliğin 1 olması iyi bir optimizasyon sonucuna karşılık gelir. Bu sonuçlara göre h_0 'ın $5e-5$ m değerinin altındaki her d_c değerinde optimal seçim yapılabilirken, yüksek viskozite değeri ancak yüksek d_c değerleri ile eşleştğinde optimal seçim yapılabilir. Ancak h_0 'ın $4e-5$ m'den daha küçük değerleri seçildiğinde viskozite seçimi daha az önemli hale gelmektedir. Aynı ilişki h_0 ile W_d arasında da söz konusudur. Bununla birlikte h_0 'ın $4e-5$ m'den daha küçük değerleri W_i 'nin ancak 0.005 m'den daha küçük değerleri ile eşleştğinde bir optimal seçim söz konusu olacaktır. Daha büyük besleme basıncı (P_s) seçimi optimal seçim için h_0 değerlerinin seçim aralığını genişletmektedir. W_i ve W_d arasındaki optimal seçim aralığı ise oldukça geniş bir seçeneğe sahiptir.



Şekil 6. İstenilirlik konturları



Şekil 7 (devam). İstenilirlik konturları

4. Netice

Bu çalışmada gerçekleştirilen analitik modelle sayesinde, doğru kısıtlamalar yapılırsa bir aksenal hidrostatik yatağın tasarım parametrelerinin optimizasyon sürecinde hem kolaylık hem de zaman ve maliyet tasarrufu sağlamaktadır. Bu çalışmada, bir aksenal hidrostatik yatağın mümkün olan en düşük debi ile en yüksek yük desteği sağlayabilmesi için cevap yüzeyi metodolojisi (CYM) kullanılmıştır. Akışkan vizkozitesi (η), besleme basıncı (P_s) ve bu basınçtaki akışkanın cebe gönderildiği kanalın çapı (d_c) ve uzunluğu (L_c), iç halkasal destek yüzeyi (W_i), iki cep arasındaki yüzeyin genişliği (W_d) halkasal destek yüzeylerinin genişliği ve yatak akışkan film kalınlığı (h_o) tasarım parametreleri olarak seçilirken yatağın iç ve dış yarıçapları olan R_o ve R_i sabit tutuldu. Bu tasarım parametreleri, 6 cepli bir aksenal hidrostatik yatak için geliştirilen matematiksel bir modelde kullanılarak debi ve yük değerleri elde edilebildi. CYM ile bu matematiksel model sonuçları değerlendirilmiş ve tasarım optimize edilmiştir. Her bir parametrenin sonuçlar üzerindeki etkisi, bir analiz varyansı (ANOVA) kullanılarak belirlenir. Q ve F'nin değişiminde tasarım parametrelerinin etkisi incelenmiş, hem bu tasarım parametrelerini hem de bunların etkileşimlerinin etkisini dikkate alan denklemler elde edilmiştir. Q üzerinde h_o en önemli etkiye sahipken onu viskozite, besleme basıncı ve d_c takip etmektedir. F üzerinde ise besleme basıncı ve d_c önemli bir etkiye sahip olduğu görülmüştür. En küçük debi ve en büyük yük desteği için yapılan optimizasyon çalışmasında ise bu tasarım parametrelerinin optimal değerleri elde edilmiştir.

Kaynaklar

- [1] Rowe, W. B., "Hydrostatic, aerostatic and hybrid bearing design", Elsevier, (2012).
- [2] Patil, S., Khairnar, A., Phalle, V. M., Limaye, P. K., "Design of self-compensating hydrostatic bearing for actuators", An International Conference on Tribology (TRIBOINDIA) Haryana, India, (2018) : 1-6.
- [3] Yuan, S., Decheng, Z., "Design procedure of an advanced spherical hydrostatic bearing used in rotary forging presses", International Journal of Machine Tools and Manufacture 37(5) (1997) : 649-656.
- [4] Xu, E., Wang, Y., Wu, J., Xu, S., Wang, Y., & Wang, S., "Investigations on the applicability of hydrostatic bearing technology in a rotary energy recovery device through CFD simulation and validating experiment", Desalination 383 (2016) : 60-67.

- [5] Kowalski, K., Tadeusz, Z., "An analysis of pressure distribution in water and water emulsion in a front gap of a hydrostatic bearing", *Teka Komisji Motoryzacji i Energetyki Rolnictwa* 14(4) (2014) : 45-52.
- [6] Michalec, M., Ondra, M., Svoboda, M., Chmelík, J., Zeman, P., Svoboda, P., Jackson, R. L., "A novel geometry optimization approach for multi-recess hydrostatic bearing pad operating in static and low-speed conditions using CFD simulation", *Tribology Letters* 71(2) (2023) : 52.
- [7] Shang, Y., Cheng, K., Ding, H., Chen, S., "Design and Optimization of the Surface Texture at the Hydrostatic Bearing and the Spindle for High Precision Machining", *Machines* 10(9) (2022) : 806.
- [8] Lin, S. C., Lo, Y. H., Lin, Y. H., Tung, W. T., Lai, T. H., "Design and Performance Analysis of Dual Membrane Restrictor for Hydrostatic Bearing", *Lubricants* 10(8) (2022) : 179.
- [9] Wardle, F. "Ultra-precision bearings", Elsevier, (2015).
- [10] Zhou, J., Hatami, M., Song, D., Jing, D., "Design of microchannel heat sink with wavy channel and its time-efficient optimization with combined RSM and FVM methods", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 103 (2016) : 715-724.
- [11] Rahimi-Gorji, M., Pourmehran, O., Hatami, M., Ganji, D.D., "Statistical optimization of microchannel heat sink (MCHS) geometry cooled by different nanofluids using RSM analysis", *The European Physical Journal Plus* 130 (2015) : 1-21.
- [12] Roy, R. K., "Design Experiments Using the Taguchi Approach:16 Steps to Product and Process. Improvement", A Wiley–Interscience Publication, (2003).