BOĞAZİÇİ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM DERGİSİ
2023, CİLT 40-2, SAYI 2
https://doi.org/10.52597/buje.1128602

Bir Geometri Öğretimi Dersinin Geometrik Çalışma Düzlemleri Modeline Göre İncelenmesi

Yeşim İmamoğlu [a], Zeynep Çiğdem Özcan [b], Melek Pesen [c] ve Emine Erktin[d]

Öz

Bu çalışmada, geometri öğretimi dersinde kullanılan öğretim materyalleri Geometrik Çalışma Düzlemleri (GÇD) modeli ile incelenmiştir. Geometri dersinde gerçekleştirilen çalışmaları incelemek için geliştirilmiş model Türkçe alan yazında henüz çalışılmamıştır. Bu çalışmada, dersteki sınıf içi etkinlikler, modelde tanımlanan dikey düzlemlere ve geometri paradigmalarına göre içerik analiziyle sınıflandırılmıştır. Etkinliklerin çoğunun Geometri II (Doğal Aksiyomatik Geometri) paradigması bağlamında olduğu ve göstergebilimsel-söylemsel ve araçsal-söylemsel düzlemlere yönelik olduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuç, tümdengelimli akıl yürütmeyi ve Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısını tanıtan dersin amacı ile uyumludur. Ancak Geometri I (Doğal Geometri) paradigmasına dayalı ve göstergebilimsel-araçsal düzlemle ilgili etkinliklerin de derste ele alınmasının öğretmen adaylarının geometri paradigmaları arasındaki ilişkiyi fark etmeleri ve etkinliklerin gerektirdiği geometri çalışmalarını daha iyi kavramalarına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Sonuçların, geometri öğretimi derslerinin tasarımında yol göstereceği düşünülmektedir.

Makale Hakkında

Gönderim tarihi: 09.06.2022
Düzeltme tarihi: 01.02.2023
Kabul tarihi: 06.02.2023
Elektronik Yayın Tarihi: 09.11.2023

Anahtar Kelimeler: geometri paradigmaları, geometrik çalışma düzlemleri, öğretmen yetiştirme, geometri öğretimi

Giriş

Matematik müfredatının temel konularından biri olan geometri, öğrenciler için zorlu bir öğrenme alanıdır. TIMSS ve PISA gibi uluslararası değerlendirmelerde, geometride benzer başarı seviyeleri gösteren ülkelerin bu konunun öğretiminde farklı yaklaşımlara sahip olduğu, geometri eğitimleri incelendiğinde öğretim tarzlarının çeşitlenebildiği görülmektedir (Kuzniak, 2018). Houdement ve Kuzniak (1999, akt. Kuzniak, 2018),

[a]*Sorumlu yazar, Boğaziçi Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, yesim.imamoglu@boun.edu.tr, ORCID: 0000-0002-8790-3127*
[b]*İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, cigdem.ozcan@medeniyet.edu.tr, ORCID: 0000-0002-1132-5455*
[c]*Boğaziçi Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, melek.pesen@boun.edu.tr, ORCID: 0000-0003-1167-0707*
[d]*Boğaziçi Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, erktin@boun.edu.tr, ORCID: 0000-0002-9428-7115*

Alıntılamak için: İmamoğlu, Y., Özcan, Z. Ç., Pesen, M., & Erktin, E. (2023). Bir geometri öğretimi dersinin geometrik çalışma düzlemleri modeline göre incelenmesi. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *40-2*(2), 101-118, https://doi.org/10.52597/buje.1128602

Kuhn'un (1962, 1966, akt. Kuzniak ve Rauscher, 2011) felsefesini ve Gonseth'in (1945, 1955, akt. Kuzniak ve Rauscher, 2011) çalışmalarını temel alarak bu tür öğretim farklılıklarını açıklamak amacıyla üç farklı geometri paradigması tanımlamıştır. Bir sonraki bölümde bu paradigmalar ve bunları temel alarak oluşturulan Geometrik Çalışma Düzlemleri (GÇD) modeli açıklanacaktır.

Teorik Çerçeve

Tanımlanan üç geometri paradigması Geometri I (Doğal Geometri), Geometri II (Doğal Aksiyomatik Geometri) ve Geometri III (Formel Aksiyomatik Geometri) olarak sınıflandırılmıştır. Geometri paradigmaları, geometrik düşünmeyi oluşturan sezgi, deney ve çıkarımın farklı seviyelerde kullanılmasıyla ortaya çıkar (Çalışkan-Dedeoğlu, 2016; Houdement ve Kuzniak, 2003) ve farklı geometri öğretimlerini sınıflandırmak için faydalı bir yapı oluşturur. Bu paradigmalar geometri öğrenme ortamlarında iletişimi kolaylaştırır (Kuzniak, 2014). Bu paradigmalar hiyerarşik olarak düzenlenmediği gibi kapsamları da farklıdır. Çözüm için seçilen yöntemler sorunun amacına ve çözümde kullanılan paradigmaya göre değişiklik gösterebilir (Kuzniak, 2018).

Geometri I paradigmasında, algı, deney ve tümdengelime dayalı argümanlar kullanılarak geçerli iddialar üretilir. Bu paradigma genellikle geometriye özgü ders araç gereçlerinin kullanımını gerektirir. Paradigma kapsamında oluşturulan modeller ile gerçeklik arasında yüksek bir benzerlik vardır. Doğru olan herhangi bir argümanın (örneğin dinamik ve deneysel kanıtlar) gerekçe olarak gösterilmesi yeterli olur (Kuzniak ve Rauscher, 2011; Kuzniak, 2014). Geometri II paradigması Öklid geometrisinin aksiyomlarına, teoremlerine ve kanıtlarına dayanmaktadır. Aksiyomatik sistem ortaya konarak, oluşturulan ispatların bu sistem içerisinde geçerli olması gerekir. Bu paradigmada özünde modelleme olan aksiyomatik süreç dinamiktir. Aksiyomatik sistem aynı zamanda Geometri III adı verilen paradigmanın da merkezinde yer almakla birlikte bu paradigma Geometri II paradigmasına göre daha soyuttur. Sistemin temelinde sadece mantıksal çıkarım vardır. Somut uygulamalar hedeflenmez (Kuzniak ve Rauscher, 2011). Geometri III okul matematiğinde yer almadığından alanyazında fazla detaylandırılmamıştır (Çalışkan-Dedeoğlu, 2016; Houdement, 2007). Bu çalışmada özellikle uygulama alanlarına bağlı olarak eğitim programlarında yer alan Geometri I ve II paradigmalarına odaklanılmıştır. Bu iki paradigma Tablo 1'de ayrıntılı olarak karşılaştırılmıştır.

Bir paradigmadan diğerine geçişte kimi zaman farklı yaklaşımlar gerekebilir. Örneğin Geometri I'de nesnelerin, ölçümlerin ve çizimlerin kullanımı problem çözümünün asıl unsurlarıyken, Geometri II'de bu unsurlar yalnızca destekleyici nitelikte kullanılırlar. İlköğretim düzeyinde göz önüne alınması gereken Geometri I'den Geometri II'ye geçişin daha etkin olabilmesi için Geometri II'nin ortaokul öğrencilerine mümkün olduğunca erken öğretilmeye başlanması önerilmektedir (Houdement ve Kuzniak, 2003).

Tablo 1

Geometri I ve Geometri II Paradigmalarının Karşılaştırılması

	Geometri I	Geometri II
Çalışma Alanı	Sezgisel ve fiziksel	Fiziksel ve Kuramsal (Öklid Geometrisi)
Nesneler	Somut veya dijital nesneler, çizimler, modeller, araç-gereçlerle yapılan faaliyetler	Tanımlar ve aksiyomlar kullanılarak oluşturulan kavramlar, şekiller
Araçlar	Çeşitli araçlar (cetvel, geometrik şekiller, şablonlar, kâğıt katlama, kesme vb.); dinamik yazılımlar	İnşa amacıyla kullanılan araçlar (işaretsiz cetvel, pergel) Tümdengelimsel akıl yürütme
İspat	Sezgiye ve deneye dayalı; araç gereç ile kontrol etme veya inşa etme	Tanımlara/aksiyomlara ve tümdengelimsel akıl yürütmeye dayalı formel ispatlar
Ölçümler	Sonuçlar ölçmeye dayalı olarak yapılabilir.	Ölçme yardımcı bir araç olarak kullanılır; Sonuçlara ulaşmak için formel ispat gereklidir.
Çizimin rolü	Kanıt olarak kullanılabilir.	Akıl yürütmeyi ve kavramsallaştırmayı kolaylaştırıcı olarak kullanılır.

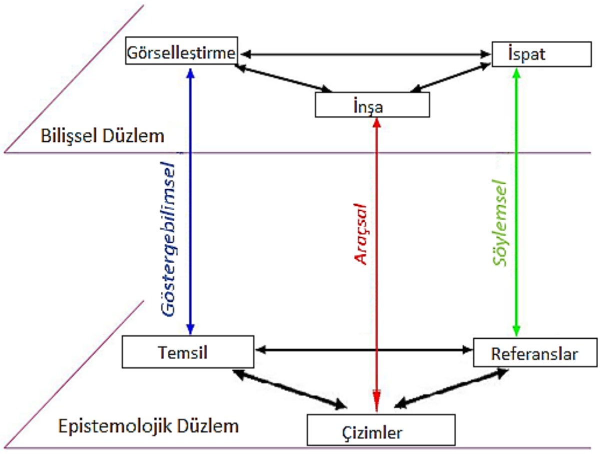
Not. Houdement (2007)'in "Geometrical Working Space, a Tool for Comparison" ve Houdement ve Kuzniak'ın (2003) "Elementary Geometry Split into Different Geometrical Paradigms" çalışmalarından uyarlanıp Türkçeleştirilmiştir.

Geometri paradigmaları, Matematiksel Çalışma Düzlemlerine (MÇD) dayalı olarak tanımlanan Geometrik Çalışma Düzlemleri (GÇD) (Kuzniak, 2018) modeli tarafından da desteklenir. Matematiksel Çalışma Düzlemleri konusu farklı boyutlarıyla on beş yılı aşkın süredir çalışılmaktadır. Bu konuda yapılan çalışmaları derleyen özel bir dergi sayısının yayınlanmasıyla birlikte (ZDM – Mathematics Education, Ekim 2016, sayı 6) matematik eğitimcileri arasında konunun bilinirliği artmıştır. MÇD yaklaşımının kullanıldığı alanlardan en fazla öne çıkanı geometridir. Buna karşılık gelen model genellikle Geometrik Çalışma Düzlemleri (GÇD) olarak adlandırılmıştır.

GÇD modeli, öğrencilerin ve öğretmenlerin sınıfta geometri ile ilgili bir etkinlik sırasında yaptıkları geometri çalışmalarını incelemek ve tanımlamak için geliştirilmiştir (Kuzniak, 2018). Model, geometri çalışmalarının epistemolojik ve bilişsel yönlerini iki metaforik düzlemde açıklar. Epistemolojik düzlem, çalışılan konunun matematiksel içeriği ile ilgilidir. Duval'ın (1993, akt. Kuzniak, Nechache ve Drouhar, 2016) yaklaşımından uyarlanan bilişsel düzlem, matematik ile ilgili bir etkinlik sırasında bireyin düşünme sistemine odaklanır. Bu iki düzlem ve bileşenleri Şekil 1'de gösterilmiştir.

Şekil 1

GÇD Modeli (Kuzniak, Nechache ve Drouhard, s.863)

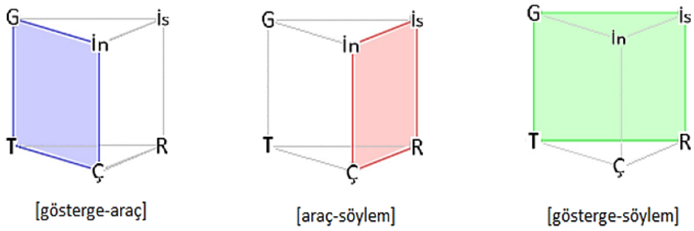


Tamamen matematiksel içeriğe göre düzenlenen epistemolojik düzlemde gerçekleştirilen geometri çalışmasını açıklamak için birbiriyle etkileşimli, temsil (representamen), çizimler (artifacts) ve referans (referentials) olmak üzere üç bileşen tanımlanmıştır. Temsil, geometrik çalışmanın modellemeler, semboller, grafikler veya fotoğraflar gibi somut ve elle tutulur nesnelerle düzenlenmesidir. Çizimler, cetvel ve pergel gibi geleneksel hesaplama ve çizim araçları ve dinamik geometri yazılımlarının kullanımını içerir. Referans, çalışmaların tanımlar, teoremler ve aksiyomlara tümdengelimli ispata dayalı olarak desteklenmesi ve düzenlenmesidir. Bilişsel düzlemde ise, epistemolojik düzlemdeki bileşenlere karşılık gelen görselleştirme (visualisation), inşa (construction) ve ispat (proof) bileşenleri bulunmaktadır. Görselleştirme, geometrik çalışma sürecindeki bilgilerin olduğu gibi değil çözümlenerek veya yorumlanarak görselleştirilmesini içerir., İnşa, sadece araç kullanımını değil gözlem, keşif veya deneye dayalı el ile veya çeşitli teknikler yardımıyla yapılan çizimlere ilişkin yapılan akıl yürütmeleri içerir. İspatta ise teorik bir referansa dayalı kanıtlar bileşenleri yer almaktadır (Kuzniak ve Nechache, 2021).

MÇD ve GÇD'deki etkileşimleri açıklamak için, epistemolojik ve bilişsel düzlemler arasındaki bağlantıyı sağlayan üç kaynak tanımlanmıştır: göstergebilimsel (semiotic), araçsal (instrumental) ve söylemsel (discursive). Göstergebilimsel kaynaklar, geometrik nesnelerin kullanılan materyale bağlı olmayan temsillerini içerir. Araçsal kaynaklarda çizim araçları, hesap makineleri veya dinamik yazılımlar kullanılır. Söylemsel araçlar ise materyale bağlı değildir ve geometrik nesnelerin matematiksel/mantıksal özelliklerine dayanır (Kuzniak, Tanguay ve Elia, 2016). Düzlemler arasında matematiksel bilgi geçişleri kaynakların ikişerli bağlantıları ile açıklanır. Bu bağlantılar üç dikey düzlem olarak tanımlanmaktadır (bk. Şekil 2): göstergebilimsel-araçsal, söylemsel-araçsal ve göstergebilimsel-söylemsel (Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015; Kuzniak, Nechache ve Drouhard, 2016).

Şekil 2

GÇD Modelindeki Üç Dikey Düzlem (Kuzniak, Nechache ve Drouhard, 2016, s.864)



Göstergebilimsel-Araçsal: Bu düzlem, göstergebilimsel ve araçsal kaynakların etkileşimi ile ilgilidir. Bu düzleme geometrik şekillerin ve nesnelerin özelliklerini keşfetmede kolaylık sağlayan teknolojik araçların gelişmesi nedeniyle son zamanlarda daha fazla önem verilmektedir. Bu düzlemde belirli koşulları sağlayan şekillerin inşasına odaklanan veya ölçüm araçlarıyla oluşturulan verilerin yorumlanmasına yönelik çalışmalar gözlemlenebilir (Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015).

Araçsal-Söylemsel: Bu düzlem, söylemsel ve araçsal kaynakların etkileşimi ile ilgilidir. Bu düzlemde, ispat deneysel veriye veya salt tümdengelimli bir argümantasyona dayalı olabilir. Geometri ile ilgili araç gereçler kullanılarak verilerden sonuçlar çıkarılıyorsa, ampirik kanıtlar var demektir. Tersine, ispat teorik bir referansa dayanıyorsa, geometrik yapıları göstermek veya oluşturmak için çeşitli araçlar kullanılabilir (Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015).

Göstergebilimsel-Söylemsel: Bu düzlem, göstergebilimsel ve söylemsel kaynakların etkileşimi ile ilgilidir. Göstergebilimsel ve söylemsel kaynaklara verilen önceliğe göre iki olası durum söz konusudur: Bir yandan göstergebilimsel kaynak ön plandaysa, çizimler, parça-bütün ilişkileri ve görsel dönüşümler ile betimlenir ve daha çok algıya bağlı akıl yürütme söz konusu olur. Öte yandan, tanımlar ve aksiyomlara dayalı tümdengelimli ispat yaparken şekiller ve görselleştirme sezgisel bir rol oynar (Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015).

Alan Yazında Yapılan Çalışmalar

GÇD ve geometri paradigmaları alan yazında farklı şekillerde ele alınmıştır. Bazı çalışmalar sadece geometri paradigmalarına odaklanırken (örn., Houdement ve Kuzniak, 2003; Kuzniak ve Rauscher, 2011), çalışmaların çoğu geometri etkinliklerini analiz etmek için her ikisini de ele almıştır (örn., Radford, 2016; Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015; Kuzniak ve Nechache, 2021). Çoğu araştırmacı bu modeli, hangi dikey düzlemlerin aktive edildiğini analiz etmek için kullanırken (örn., Jiménez ve Ärlebäck (2018) bazıları sadece kaynakları (örn., Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015; Gómez-Chacón vd., 2016) araştırmıştır. Bazı analizlerde kaynakların yanı sıra bu modelle ilgili geometri çalışmasının bütünlüğü, uygunluğu ve doğruluğu gibi yeni ölçütler de ele alınmıştır (örn., Kuzniak, 2014; Kuzniak ve Nechache, 2021). Sınırlı sayıda çalışmada öğretim programları da bu modele dayalı olarak gözden geçirilmiştir (Jiménez ve Ärlebäck, 2018; Kuzniak ve Rauscher, 2011).

Geometri paradigmalarını içeren teorik çerçeve ilk olarak öğretmen eğitimi ile ilgili araştırmalar için geliştirilmiştir. Geometri öğretmeni yetiştirmede öğretmen adaylarının farklı paradigmalarla ilgili etkinlikleri ayırt edebilmesi ve bunun için farklı paradigmaların öğretmen eğitiminde belirgin hale getirilmesi amaçlanmıştır (Houdement ve Kuzniak, 2003).

Kuzniak ve Rauscher (2011)'in geometrik paradigmalarla ilgili ortaokul ve lise sınıflarında yaptıkları bir araştırmada, öğrencilerin, öğretmenlerinin düşündüğünden farklı bir paradigmaya sahip olabileceğini ve bunun da öğrenci ile öğretmen arasında yanlış anlaşılmalara yol açabileceğini belirtmişlerdir. Bu araştırmada 20 ortaokul öğretmenin rutin olmayan bir probleme ilişkin öğrenci çözümlerini değerlendirmeleri paradigmalar bağlamında analiz edilmiştir. Öğretmenlerin bir kısmının sadece Geometri II'yi kullanmış olduğu ve Geometri I'i geometri kavramlarının olası bir kaynağı olarak görmediği anlaşılmıştır. Bazı öğretmenler ise her iki paradigmayı da göz önünde bulundurmuş ve bu paradigmaların öğrencilerinin kişisel geometri çalışma alanlarını şekillendirdiğinin farkına varmışlardır. Çoğu öğretmen bir dereceye kadar paradigmaların varlığından haberdardır. Buna ek olarak, ortaokul öğretmenleri genellikle ispat yöntemini benimsemekte ısrarcı olurken şaşırtıcı bir şekilde, lise öğretmenleri formel bir ispat yaklaşımını benimseme konusunda daha az kararlı görünmüş ve öğretimlerinde daha fazla esneklik göstererek her iki paradigmaya da yer vermişlerdir. Araştırmanın sonucunda, ortaokul öğretmenlerinin ortak bir matematiksel altyapıdan kaynaklanan benzerliklerin ötesinde, öğrencilerin cevaplarını ele alma biçimlerinin geometri çalışma anlayışlarına göre değişiklik gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Houdement ve Kuzniak'ın (2003) ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yapmış oldukları bir çalışmada, öğretmen adaylarının problem çözümleri, hipotezleri nasıl doğruladıkları ve geometrik şekilleri nasıl inşa ettikleri analiz edilmiştir. Bu araştırmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının çalışmalarının farklı geometri paradigmalarına dayalı (Geometri I ve II) olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının çözümlerinin farklı paradigmaları nasıl yansıttığı gösterilmiş ve paradigma değişikliği ile karşılaştıkları zorluklara dikkat çekilmiştir. Öğretmen eğitiminde geometri paradigmalarının anlatılmasının önemi vurgulanmıştır.

Öğretmen adayları ile yapılan bir başka çalışmada, dinamik geometri yazılımı (GeoGebra) kullanarak yapılan çizim etkinliğinde öğretmen adaylarının GÇD'leri, kullanılan kaynaklar (göstergebilimsel, araçsal ve söylemsel) ve kaynaklar arasındaki ilişkiler bağlamında araştırılmıştır (Gómez-Chacón ve Kuzniak, 2015). Seçilen etkinlik Geometri I ve Geometri II paradigmalarının yapısını ve aralarındaki ilişkiyi vurgulamayı amaçlamaktadır. Çalışmanın sonuçları GÇD'nin iki farklı örneğini ortaya çıkarmıştır. İlkinde etkinlikte verilen şeklin çizimine ilişkin çalışmada ispata odaklanılmış, dolaylı olarak Geometri II paradigmasına öncelik verilmiştir. Ancak, bu örnekte inşa için çizim araçlarına hiç dikkat edilmemiştir. Dolayısıyla söylemsel ve göstergebilimsel kaynaklar arasında bir etkileşim söz konusu olmuştur. Araştırmacılar tarafından bu durum öğretmen adaylarının çalışmalarını sadece göstergebilimsel ve söylemsel kaynaklara dayandırdıkları gerekçesi ile eksiklik olarak nitelendirilmiştir. Teori ve geometri yazılımı arasında bir etkileşim sağlayamadıklarından öğretmen adaylarının araçsal kaynakların kullanımı ile ilgili zorluklar yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Gözlemlenen başka bir örnekte, öğretmen adayları göstergebilimsel ve araçsal kaynaklara odaklanmış böylece çalışmalarını Geometri I paradigmasına dayandırmışlardır.

Kuzniak ve Nechache (2015) GÇD modelinin ilkokul öğretmeni eğitimlerinde de kullanılıp kullanılamayacağını araştırmışlardır. Bu modeli 27 öğretim üyesinin katıldığı daire kavramını ele alan geometri öğretimi ile ilgili bir çalıştayda kullanmışlardır. Çalıştayda bu kavramın öğretim sürecinin ana unsurlarını vurgulamak ve GÇD modelinin geometri çalışmasının gelişimine nasıl yardımcı olabileceğini incelemek amaçlanmıştır. Teorik çerçeveye göre, GÇD'nin üç kaynağının (göstergebilimsel, araçsal ve söylemsel) aktive edildiği çalışmalar "tam" olarak kabul edilmiştir. Bu nedenle daire ile ilgili bu çalışmada, GÇD'nin tüm kaynaklarını etkinleştiren bir üçlü [dairenin çizimi (göstergebilimsel), pergel (araçsal), eşit uzaklık (söylemsel)] ortaya çıkmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretim üyeleri, GÇD modelinin hem geometri öğretimine küresel bir bakış açısı kazandırdığı hem de öğretmenlerin ders planlarını gözden geçirmelerine olanak sağladığı sonucuna ulaşmıştır.

Kuzniak ve Nechache (2021) tarafından gerçekleştirilen bir başka çalışmada ise, öğretmen adaylarının geometri çalışmaları araç-gereç kullanımı ve aktive edilen kaynağın belirlenmesi amacıyla incelenmiştir. Çalışmalar, bütünlük (tüm düzlemlerin kapsanması), süreçlerin paradigmalara uygunluğu ve çözümlerin doğruluğu bağlamında üç kriter açısından incelenmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının çözümlerinden "Parçalara ayıran" (Dissector), "Ölçen" (Surveyor), "Keşfeden" (Explorer), "İnşa eden" (Constructor) ve "Hesaplayan" (Calculator) olmak üzere beş farklı çalışma şekli belirlenmiştir. Sonuç olarak, bu kriter ve çalışma şekillerini kullanan yaklaşım, öğretmen adaylarının kendi geometri çalışmalarını değerlendirip eksiklerini gidermelerinde yararlı olmuştur. Dolayısıyla geometri ve pedagoji bilgilerini birleştiren bu modelin geometri öğretmeni yetiştirmede de kullanılabileceği görülmektedir.

Başka bir çalışmada (Gómez-Chacón vd., 2016), araçsal kaynaklardan söylemsel kaynaklara geçişleri ve bu geçişler sırasında bilişsel ve duyuşsal etkileşimi tanımlamada dinamik bir geometri yazılımı (GeoGebra) kullanımının etkinliği incelenmiştir. Ortaokul öğrencileriyle yapılan bu deneysel çalışmada yazılım kullanmanın öğrencilerin tutumları üzerinde olumlu bir etkisi olduğu sonucuna varılmıştır. Derse GeoGebra'yı dahil etmenin, öğrencilere konuyu kavramada ve farklı açılardan düşünmede yararlı olduğunu belirten araştırmacılar, ayrıca geometri etkinliği için yazılımı kullanırken öğretmenin öğrencilerle ve öğrencilerin birbirleriyle nasıl etkileşime girdiğini araştırmıştır. Öğretmenin yansıtıcı rolünün öğrencilerin araçsal kaynaktan söylemsel kaynağa geçişlerinde önemli bir rol oynadığı gözlemlenmiştir.

Houdement (2007), geometri paradigmalarının ve GÇD modelinin öğretim programlarını analiz etmek ve karşılaştırmak için de bir araç olarak kullanılabileceğini öne sürmüştür. Yazar, öğretim programında yer alan geometri çalışmalarının bileşenlerini çözümlemeyi kurumsal GÇD olarak tanımlamıştır (Castela vd., 2006, akt. Houdement, 2007). Houdement (2007) Fransa ve Şili öğretim programlarını kurumsal GÇD kapsamında dört aşamada inceleyerek karşılaştırmıştır. Önce program içeriği (hedeflenen müfredat), ardından öğretmen kılavuz kitapları incelenmiştir. Üçüncü aşamada alıştırma ve etkinliklerin yer aldığı ders kitapları incelenmiştir. İkinci ve üçüncü aşamalar mevcut müfredat olarak tanımlanmıştır. Son aşama, sınıftaki uygulamalarla ilgilidir ve geometri problemi üzerinde çalışan öğretmen ve öğrenci performansları gözlemlenmiştir. Tüm aşamalar incelendiğinde, Şili'de hem Geometri I hem de Geometri II paradigmalarına yer verildiği sonucuna varılmıştır. Öte yandan, Fransa'da, sadece tümdengelime dayalı bir söylemin kullanımının kabul edildiği, bu nedenle, kabul gören paradigmanın Geometri II olduğu bildirilmiştir.

Jiménez ve Ärlebäck (2018), İsveç lise geometri öğretim programını GÇD modelini odak alarak incelemiştir. Bu çalışma, GÇD'nin kurumsal düzeyde kullanımına bir örnektir. Öğretim programında hangi geometri paradigmalarının ve dikey düzlemlerin vurgulandığı araştırılmıştır. Sonuçlara göre öğretim programında, Geometri II paradigmasının baskın olduğu ve dikey düzlemler arasında, göstergebilimsel-söylemsel ve araçsal-söylemsel düzlemlerin, hemen hemen tüm alanlarda aktif dikey düzlemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Göstergebilimsel-araçsal düzlemin öğretim programında en az kullanılan dikey düzlem olduğu ortaya çıkmıştır.

Çalışmanın Amacı

Öğretmen yetiştirme programında yer alan geometri öğretimi dersinin bir bölümünü değerlendirme girişimi olarak düşünülen bu çalışmanın amacı kullanılan öğretim materyallerini kurumsal GÇD bağlamında incelemektir. Sınıfta yapılan geometri çalışmalarını belirlemek ve incelemek için geliştirilen bu model, henüz sınırlı sayıda araştırmada kullanılmıştır. Bu güncel modelin Türkçe alan yazına tanıtılmasının ve öğretmen yetiştirme programında yer alan bir öğretim dersinin bu model ışığında incelenmesinin alana katkı sağlayacağına inanılmaktadır.

Bu çalışmada incelenen geometri öğretimi dersi, bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi matematik öğretmenliği programında yer almaktadır. Bu derse üçüncü sınıfta okuyan ilköğretim ve ortaöğretim öğretmen adayları katılmaktadır. Derste, Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısı, gerekçelendirme ve ispat üzerinde durulmaktadır. Bunun yanı sıra, geometri öğretimi ile ilgili pedagojik konularının tartışılması da amaçlanmaktadır. Ders kapsamında öğretmen adaylarını geometri kavramları üzerinde düşündürmek ve ileride kullanabilecekleri etkinliklere örnek oluşturmak amacıyla sınıf içi geometri etkinlikleri uygulanmaktadır. Etkinlikler dersin önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Ders öğrencilere haftalık olarak dağıtılan çalışma kağıtları üzerinden yürütülmektedir. Dersin içeriği ile ilgili ayrıntılı bilgi yöntem kısmında verilmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları ortaya konmuştur:

(1) Geometri öğretimi dersinde hangi geometri paradigmalarına vurgu yapılmaktadır?

(2) Geometri öğretimi dersi kapsamında kullanılan sınıf içi etkinlikler GÇD modelinde yer alan göstergebilimsel, araçsal ve söylemsel kaynakların hangilerinin etkileşimi ile açıklanabilir?

Yöntem

Bir devlet üniversitesinde verilen geometri eğitimi dersini incelemek amacıyla tasarlanmış bu çalışma genel nitel bir araştırmadır. Genel nitel araştırmalar (generic qualitative inquiry), nitel yöntemler ile verilerin toplandığı ve analiz edildiği ancak bilinen nitel yaklaşımların (vaka çalışmaları, fenomenoloji gibi) seçilemediği durumlarda kullanılır (Patton, 2015).

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada ele alınan Geometri Öğretimi dersi 2021-2022 bahar döneminde iki şube olarak yürütülmüştür. Dersi ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği programlarından toplam 50 kişi almıştır. Bu çalışmanın araştırmacılarından biri dersin öğretim elemanıdır. Bu çalışmada, öğrencilerden veri toplanmamıştır, sadece derste kullanılan çalışma kağıtlarındaki etkinlikler analiz edilmiştir.

Derste kullanılan 13 çalışma kağıdında geometri çalışması sayılabilecek toplam 18 sınıf içi etkinlik yer almıştır. Bu etkinliler Öklid Geometrisinin temel teoremlerini ispatlama, geometrik inşa ve tangram ya da kâğıt katlama gibi somut malzemeler kullanılarak yapılan etkinliklerden oluşmaktadır. Örnek çalışma kağıdına ekte yer verilmiştir.

Veri Analizi

Derste kullanılan çalışma kağıtlarındaki geometri etkinliklerinde hangi geometri paradigmalarının vurgulandığını ve bilişsel ve epistemolojik düzlemler arasındaki ilişkilerin GÇD modeline göre nasıl açıklanabileceğini belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada içerik analizi ile çalışma kağıtlarındaki ödevler incelenmiş ve her bir etkinlik (i) geometri paradigmalarına ve (ii) modeldeki dikey düzlemlere göre sınıflandırılmıştır.

Bir sınıf içi etkinliğinin hangi geometri paradigmasına uyduğunu belirlemek için Tablo 1'de listelenen kriterler kullanılmıştır. Buna göre, çalışma alanı, nesneler, araçlar, neyin ispat teşkil edeceği ve ölçüm ve çizimlerin nasıl kullanılması beklendiği göz önünde bulundurulmuştur. Etkinlikler ayrıca, Geometri I veya Geometri II olarak kodlanmıştır. Etkinliklerdeki epistemolojik ve bilişsel düzlemler arasındaki etkileşimi hangi dikey düzlemin açıkladığına karar vermek için göstergebilimsel, araçsal ve söylemsel kaynakların ve dikey düzlemlerin tanımları kullanılmıştır. Sonuç olarak, etkinlikler "gösterge-söylem", "araç-söylem" veya "gösterge-araç" olarak kodlanmıştır. Kodlamalar iki araştırmacı tarafından önce ayrı, sonra birlikte gerçekleştirilmiştir. Daha sonra sonuçlar üçüncü bir araştırmacı tarafından kontrol edilmiş ve tutarsızlıklar üç kodlayıcı arasında tartışılarak çözülmüştür.

GÇD ve Geometri Paradigmalarının Nasıl Belirlendiğine Dair Örnekler

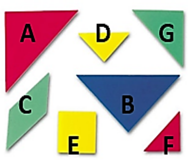
Alan konusu ile ilgili aksiyom ve teoremler incelendikten sonra, Şekil 3'te görünen Tangram etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlikte alan konusunun daha iyi kavranmasını sağlamak amaçlanmaktadır. Bu etkinlik, uyumlu parçaları birleştirerek dışbükey çokgenler oluşturma, çokgenleri görselleştirme ve ayırt etmeyi gerektiren alt basamaklar içermektedir (bk. Şekil 3). Etkinliğin ilk basamağında temel amaç, parçaların kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin fark edilmesine yardımcı olmaktır. Burada çalışma alanı fizikseldir ve somut materyaller kullanılır. Araçlar, teorik gerekçeler öne sürülmeden kullanılan fiziksel araçlardır. İspat inşa yoluyla gerçekleştirilir. Çalışmanın belirlenen nesneleri manipülatifler ve çizimler olduğundan bu etkinlik Geometri I paradigmasında kodlanmıştır.

Dikey düzlemler açısından bu etkinlik, araçsal ve söylemsel kaynakların bir arada bulunması nedeniyle araçsal-söylemsel düzlemde kodlanmıştır. Bu etkinlikte, bazı araç-gereçler yardımıyla geometrik şekillerin inşası söz konusudur. Öğretmen adaylarından inşaları ve çizimlerini inceleyerek çokgenlerin türünü ve oluşturdukları şekillerin eş olup olmadığını belirlemeleri beklenmektedir. Dolayısıyla, Geometri I paradigması bağlamında söylemsel kaynak etkinleştirilecektir.

Şekil 3

Tangram Etkinliği

Aşağıda gösterilen tangram parçalarını kullanarak dış bükey çokgenler oluşturunuz. Her durum için, oluşturabildiğiniz çokgenleri listeleyiniz ve noktalı kâğıda çiziniz. (Eş çokgenler bir kere sayılabilir).



a. A ve B
b. C ve D
c. A ve G
d. D, E ve F
e. C, D, E ve F
f. Tüm parçalar

Aynı çalışma kağıdında yer alan "Alan Etkinliği"nde (bk. Şekil 4), öğretmen adaylarından bazı geometrik nesneler çizmeleri istendiği için ortam fiziksel alandır. Bu nedenle, çalışmanın odağı çizimlerdir. Kullanılan araçlar, teorik gerekçeler olmadan kullanılması beklenen noktalı kâğıt gibi fiziksel nesnelerdir. Öğretmen adaylarından alan formülü kullanmadan açıklama yapmaları istenmiştir. Şekillerin ölçülmesi, karşılaştırılması, ayrıştırılması ve yeniden yapılandırılması ispat olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla bilginin kaynağının ölçüm olduğu söylenebilir. Sonuç olarak, bu etkinlik Geometri I paradigması olarak değerlendirilmiştir. Burada inşa, parça-bütün ilişkisi, ayrıştırma, oran belirleme ve yeniden inşa etme ön plandadır. Bu nedenle, bu etkinlik göstergebilimsel-araçsal düzlem ile ilişkilidir.

Şekil 4

Alan Etkinliği

Bir noktalı kâğıda

a. Aynı alana sahip bir kare ve bir üçgen
b. Aynı alana sahip bir dikdörtgen ve bir paralelkenar çiziniz.

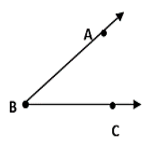
Alanların neden eşit olduğunu herhangi bir **formül kullanmadan** açıklayınız.

İnşa etkinliğinde (bk. Şekil 5), öğretmen adaylarının verilen açıyı yalnızca cetvel ve pergel kullanarak (başka hiçbir ölçüm aracı olmadan) iki eş parça ayırmaları istenmektedir. Ayrıca kullandıkları yöntemleri ve gerekçelerini belirtmeleri de beklenmiştir. Çalışma alanı Öklid geometrisiyle sınırlı olup; nesneler noktalar, ışınlar, doğru parçaları, açılar, şekiller, tanımlar ve özelliklerden oluşur. Cetvel ve pergel gibi araçlar teorik gerekçelerle desteklenerek inşa amacıyla kullanılmıştır. Gerekçelendirmeler için geometrik özellikler ve tümdengelimsel akıl yürütme gereklidir. Çizimler ise akıl yürütmeye destek olarak kullanılır. Bu nedenle bu etkinlik Geometri II paradigması dahilinde kodlanmıştır. Burada, öğretmen adaylarından tanımlar ve geometrik özellikler kullanarak kanıta dayalı inşa yapmaları istenmiştir. Bu nedenle etkinlik araçsal-söylemsel düzlemle ilişkilendirilmiştir.

Şekil 5

İnşa Etkinliği

İşaretsiz cetvel ve pergel ile çiziniz.

$A\hat{B}C$ açısını ikiye bölünüz.	
Çizim 	**Yöntem & Gerekçelendirme**

Eşlik etkinliğinde öğretmen adaylarından *“Bir üçgenin iki kenarı eş ise, o zaman bu kenarların karşısındaki açılar da eştir.”* teoremini kanıtlamaları beklenmektedir. Bu etkinlik, aksiyomatik sistem ve formel ispat gerektirdiğinden, Geometri II paradigması içinde değerlendirilmiştir. Çalışmanın nesnelerini tanımlar, aksiyomlar ve teoremler oluşturmaktadır. Çizim, ispata yardımcı bir araç olarak kullanılabilir. Bu etkinlik göstergebilimsel-söylemsel düzlem içinde kodlanmıştır. Burada, öğretmen adayları ikizkenar veya eşkenar üçgenlerin sembolik temsillerini kullanarak ispatlar oluşturabilirler.

Bulgular

Çalışma kağıtlarındaki etkinliklerin incelenmesi sonucunda, Geometri II paradigmasının daha baskın olarak kullanıldığı (%78) ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, Geometri I paradigmasıyla uyumlu bazı etkinlikler de gözlemlenmiştir (%22). Epistemolojik ve bilişsel düzlemler arasındaki etkileşimler incelendiğinde de, etkinliklerin çoğunun (%56) göstergebilimsel-söylemsel dikey düzlemi hedeflediğini, araçsal-söylemsel dikey düzlemi hedefleyen 7 etkinliğin (%39) olduğunu ve yalnızca bir etkinliğin (%5) göstergebilimsel-söylemsel dikey düzlemi hedeflediğini ortaya koymuştur. Çalışma kağıtlarındaki etkinliklerin karşılık geldiği paradigma ve dikey düzlemlere dair sıklık ve yüzdeler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2

Çalışma Kağıtlarındaki Etkinliklerin Paradigmalar ve Dikey Düzlemler Sıklık ve Yüzdeleri

		Sıklık	Yüzde
Paradigma	Geometri I	4	22
	Geometri II	14	78
GÇD Dikey Düzlem	Göstergebilimsel-Söylemsel	10	56
	Araçsal-Söylemsel	7	39
	Göstergebilimsel-Söylemsel	1	5

Geometri alan bilgisi ile ilgili, derste yürütülen etkinlikleri içeren çalışma kağıtlarının modele göre incelenmesi sonucu elde edilen bulgular doğrultusunda, her bir etkinliğe karşılık gelen paradigmalar ve dikey düzlemler Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'te ayrıca çalışma kağıdının dersin hangi haftasında kullanıldığı, o hafta hangi konunun işlendiği ve derste yapılan her bir etkinliğin amacı belirtilmiştir.

Tablo 3

Çalışma Kâğıdı İçerikleri, Karşılık Gelen Geometri Paradigmaları ve GÇD Dikey Düzlemleri

Hafta	Çalışma kâğıdı	Kapsanan Konular ve İlgili Etkinlikler	Paradigma	GÇD Dikey Düzlem
2	1	**Konu:** Öklid aksiyomları; noktalar, doğrular ve düzlemlerle ilgili tanımlar ve teoremler.		
		Etkinlik: Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri ispatlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
2	2	**Konu:** Uzaklık, arada olma ve eşlik kavramları, doğru parçası, ışın, üçgen ve dörtgen tanımları.		
		Etkinlik: Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri ispatlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
3	3	**Konu:** Dışbükey ve içbükey kümeler, açıların ölçümü ve inşası ile ilgili tanımlar ve aksiyomlar.		
		Etkinlik: Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
4	4	**Konu:** Pergel ve cetvel ile geometrik inşa çalışmaları.		
		Etkinlik: İnşa için bir prosedür belirleme, inşayı gerçekleştirme, prosedürün adımlarını açıklama ve prosedürü aksiyom ve teoremler kullanarak doğrulama.	Geo II	[araç-söylem]
4	5	**Konu:** Üçgenlerde eşlik ve iki üçgenin eşliğinin belirlenmesi ile ilgili teoremler.		
		Etkinlikler: Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.		
		Teorem 1: Bir üçgenin iki kenarı eş ise, bu kenarların karşısındaki açılar da eştir.	Geo II	[gösterge-söylem]
		Teorem 2: A ve B noktalarından eşit uzaklıkta olan tüm noktalar [AB]'nin orta dikmesi üzerindedir.	Geo II	[gösterge-söylem]
		Teorem 3: Bir üçgenin herhangi bir dış açısı, kendisine komşu olmayan iç açılarından herhangi birinin ölçüsünden daha büyüktür. (İspat, yapılandırma gerektirdiğinden, pergel-cetvel veya yazılım gibi bir araç kullanmak faydalı olacaktır.	Geo II	[araç-söylem]
5	6	**Konu:** Kâğıt katlama ile inşa (örneğin, bir kağıt parçası üzerine çizilen bir doğru parçasının orta dikmesini oluşturmak).		
		Etkinlik: İnşa için bir prosedür belirleme ve kullanma, prosedürün adımlarını açıklama ve aksiyom ve teoremler kullanarak prosedürü doğrulama.	Geo II	[araç-söylem]
6	7	**Konu:** Paralel doğrular ve kesenler, iç ters ve yöndeş açılar bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı, üçgenlerde açılarla ilgili teoremler. **Etkinlik:** Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
6	8	**Konu:** Üçgen eşitsizliği, diklik, dörtgen çeşitleri ve özellikleri, paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili ispat çalışmaları. **Etkinlik:** Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]

Hafta	Çalışma kâğıdı	Kapsanan Konular ve İlgili Etkinlikler	Paradigma	GÇD Dikey Düzlem
7	9	**Konu:** Kâğıt katlama ile bir açıyı üç eş açıya bölme. **Etkinlik:** Açıyı üçe bölme prosedürünü gerçekleştirmek, prosedürü aksiyom ve teoremler kullanarak doğrulamak.	Geo II	[araç-söylem]
7	10	**Konu:** Çemberler ve özellikleri, çemberlerdeki açılar (merkez açı, çevre açı) **Etkinlik:** Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
8	11	**Konu:** Üçgenlerde yükseklik ve kenarortay, üçgen ve dörtgenlerde alan, Pisagor teoremi ve tersi. **Etkinlik:** Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]
10	12	**Konu:** Alan Kavramı		
		Etkinlik 1: Kâğıt Katlayarak Alanın İncelenmesi: Öğrencilerden bir kare kâğıt katlayarak belirli bir alana sahip yeni bir şekil (örneğin, orijinalin yarısı kadar alana sahip bir kare) elde etmeleri beklenir. Daha sonra öğrencilerden oluşturulan şeklin neden belirtilen alana sahip olduğunu açıklamaları istenir.	Geo I	[araç-söylem]
		Etkinlik 2: Tangram etkinlikleri		
		Bölüm 1: Kâğıt katlayarak ve keserek tangram parçaları oluşturmak. Söylemsel kaynakları kullanarak parça-bütün ilişkisini oluşturmaya ve anlamaya odaklanılır.	Geo I	[araç-söylem]
		Bölüm 2: Belirtilen tangram parçalarını kullanarak çokgenler oluşturma (parçalardan bütün oluşturma).	Geo I	[araç-söylem]
		Etkinlik 3: Çokgenlerde alan ilişkilerinin incelenmesi, aynı alana sahip çokgenlerin belirlenmesi (bütünü parçalarla görme ve yeni bir bütün oluşturma).	Geo I	[gösterge-araç]
10	13	**Konu:** Üçgenlerde benzerlik ve ilgili teoremler. **Etkinlik:** Verilen aksiyomları ve tanımları kullanarak teoremleri kanıtlama.	Geo II	[gösterge-söylem]

Tartışma

Güncel bir yaklaşım olan GÇD modelini deneyimleme hedefiyle yola çıkan bu çalışmanın amacı, bir geometri öğretimi dersinde kullanılan öğretim materyallerini bu model odağında incelemektir. Bu çalışmada ders kapsamında gerçekleştirilen sınıf içi geometri etkinlikleri ilkin geometri paradigmalarına göre analiz edilmiştir. Derste kullanılan etkinliklerin çoğunun Geometri II paradigması dahilinde olduğu ortaya çıkmıştır. Ülkemizde ilköğretim ve hatta ortaöğretim programlarının büyük ölçüde Geometri I paradigmasına dayandığı ve Geometri II'ye yeterince yer verilmediği varsayımıyla, dersin öğretmen adaylarına Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısını tanıtması ve geometride kullanılan ispata dayalı düşünme becerilerini geliştirmesi hedeflemektedir. GÇD modeli ve geometri paradigmaları ışığında ders incelendiğinde, iki paradigma arasındaki etkileşimi kolaylaştıracak daha fazla etkinliğin derse dahil edilmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Öğretmen adaylarının, öğrencilerini Geometri I'den Geometri II paradigmasına geçişe hazırlayabilmeleri için iki paradigma arasındaki farklılıkların ve ilişkilerin farkında olmaları önemlidir. Araştırmalar öğretmenlerin paradigmalar arası geçişi nadiren dikkate aldıklarını, Geometri II düzeyinde çalışanların geometri kavramlarını açıklarken Geometri I'i olası bir kaynağı olarak görmediklerini, Geometri I düzeyinde öğretim yapanların ise Geometri II'ye geçişi göz önüne almadıklarını göstermektedir (Kuzniak ve Rauscher, 2011). Houdement ve Kuzniak (2003), ilkokulda bu geçişin gerekli olduğunu ve Geometri II'nin ortaokul düzeyinde öğretilmesinin düşünülmesi gerektiğini öne sürmektedir. Geometri I düzeyinde kazanılan deneyimler, Geometri II'deki aksiyom ve tanımlara hazırlık sağlayabilir. Farklı paradigmalara geçiş aynı problemler için farklı sorular sorularak mümkün olabilir.

Derste kullanılan etkinlikler, göstergebilimsel, araçsal ve söylemsel kaynakların etkileşimiyle tanımlanan dikey düzlemlere göre de analiz edilmiştir. Dersin amacına paralel olarak, hemen hemen tüm etkinliklerde beklenen geometri çalışmalarının göstergebilimsel-söylemsel veya araçsal-söylemsel düzlemlere dayandığı görülmüştür. Bu ders kapsamında Göstergebilimsel-araçsal düzleme dayalı az sayıda etkinliklere yer verilmiştir. Geometri II paradigmasına dayalı bir yapıya sahip olan İsveç lise geometri öğretim programını analiz eden çalışmada da benzer bir bulgu gözlemlenmiştir (Jiménez ve Ärlebäck, 2018). İdeal bir geometri çalışmasında epistemolojik ve bilişsel düzlemler arasında bir ilişki bulunması ve modelin üç boyutunun da işe koşulması geometri çalışmasının bütünlüğü açısından önemli görülmüştür (Kuzniak vd., 2016). Her geometri çalışmasının tüm dikey düzlemleri işe koşması beklenmez. Ancak tüm ders söz konusu olduğunda, her çeşit dikey düzlemi hedefleyen sınıf içi çalışmalara yer vermek Geometri I paradigmasından Geometri II paradigmasına geçiş için önemli olabilir. Bu nedenle derse göstergebilimsel-araçsal düzlemle ilgili çalışmaların eklenmesi, öğretmen adaylarının verilen etkinliklerdeki geometri konusunu daha iyi kavramalarına ve ileride kendi öğrencilerine daha iyi aktarmalarına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Derste teknoloji kullanımına yer vermek göstergebilimsel-araçsal düzlemden söylemsel kaynağa geçişi geliştirmeye katkı sağlayabilir. Jacinto ve Carreira (2017) tarafından önerildiği üzere, rutin olmayan geometri sorularının çözümünde Geogebra gibi yazılımlar kullanılarak etkinlikler planlanabilir ve bu durumda üç kaynak birden etkinleştirilerek geometri çalışmasının bütünlüğü sağlanabilir.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmanın bulguları, GÇD modelinin geometri öğretimi dersinin değerlendirilmesi ve geliştirilmesi için yararlı bir araç olduğunu göstermektedir. Bu çalışma, bir geometri öğretimi dersinden elde edilen verilere dayanarak, modelin iki önemli yönünü, yani geometri paradigmalarını ve bilişsel ve epistemolojik düzlemler arasındaki etkileşimi tartışmayı amaçlamıştır. Bu çalışmada derste yapılan geometri etkinliklerine odaklanılmıştır. Bu modelin, Kuzniak'ın (2018) önerdiği gibi, mevcut çalışmaların gözden geçirilmesi ve yenilerinin geliştirilmesi amacıyla kullanılabileceği, böylece ders etkinliklerinin bilişsel ve epistemolojik düzlemler arasındaki etkileşimi kolaylaştırabileceği görülmüştür.

Modelin öğretmen adaylarına sunulması, geometri çalışmalarını değerlendirmeleri açısından yararlı olabilir. Böylece onlar da modeli kullanarak ders planlarını hazırlayabilir ve kendi öğrencilerinin çalışmalarını değerlendirebilir. Öğrencilerin algıladığı paradigmaların öğretmenlerin çalışmalarda hedeflediklerinden farklı olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır (Houdement ve Kuzniak, 2003). Bu çalışmada da Kuzniak ve Nechache (2015)'nin çalışmasında olduğu gibi GÇD modelinin öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorlukları öngörmede ve yaptıkları hataları belirlemede öğretmenlere yol gösterici olabileceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada, *mevcut müfredat*ta (Houdement, 2007) kullanılan öğretim materyallerindeki etkinlikler GÇD modeli bağlamında incelenmiştir. Sonraki çalışmalarda dersin uygulama aşamasının da değerlendirilmesi, doküman analizinin yanı sıra gözlem ve görüşmeler aracılığıyla öğrenci çalışmalarının incelenmesi önerilmektedir.

Araştırma Etiği

Boğaziçi Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler İnsan Araştırmaları Etik Kurulunun (SBİNAREK) 10.09.2021 tarih ve E-84391427-050.01.04-29681 sayılı kararıyla bu çalışmanın yapılmasında etik açıdan sakınca görülmemiştir.

Yazar Notu

Bu çalışma Boğaziçi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü kapsamında gerçekleştirilmiştir (Proje No:18762). Çalışma 19-21 Mayıs 2021 tarihleri arasında gerçekleşen 14. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde "Geometri Öğretimi Dersinin Geometrik Çalışma Düzlemleri (GÇD) Modeli ile İncelenmesi" başlığında sunulmuştur.

Kaynakça

Çalışkan-Dedeoğlu, N. (2016). Geometrik Paradigmalar. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (s. 291–305). Pegem Akademi.

Gómez-Chacón, I.M., & Kuzniak, A. (2015). Spaces for geometric work: figural, instrumental, and discursive geneses of reasoning in a technological environment. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(1), 201–226. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9462-4

Gómez-Chacón, I. M., Romero Albaladejo, I. M., & del Mar García López, M. (2016). Zig-zagging in geometrical reasoning in technological collaborative environments: A Mathematical Working Space-framed study concerning cognition and affect. *ZDM Mathematics Education, 48*(6), 909–924. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0755-2

Houdement, C. (2007). Geometrical working space, a tool for comparison. D. Pitta-Pantazi ve G. Philippou (Ed.), *Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for the Research of Mathematics Education* içinde (s. 972–981). University of Cyprus.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2003). Elementary geometry split into different geometrical paradigms. M. A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the Third Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME3, 28 February-3 March 2003)* içinde (Thematic Working Group 7, Article 7). Bellaria, Italy: ERME. http://bit.ly/47ISQqn

Jacinto, H., & Carreira, S. (2017). Mathematical problem solving with technology: The techno-mathematical fluency of a student-with-GeoGebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(6), 1115–1136. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9728-8

Jiménez, L., & Ärlebäck, J. B. (2018). Using the Mathematical Working Space model as a lens on geometry in the Swedish mathematics upper secondary curriculum. Perspectives on Professional development of mathematics teachers, *Proceedings of MADIF*, *11*, 201–210.

Kuzniak, A. (2014). Understanding geometric work through its development and its transformations. S. Rezat, S., M. Hattermann, & A. Peter-Koop (Ed.), *Transformation-A Fundamental Idea of Mathematics Education* içinde (s. 311–325). Springer.

Kuzniak, A. (2018). Thinking about the teaching of geometry through the lens of the theory of geometric working spaces. P. Herbst vd. (Ed.) *International perspectives on the teaching and learning of geometry in secondary schools* içinde (s. 5–21). Springer, Cham.

Kuzniak, A., & Nechache, A. (2015). Using the geometric working spaces to plan a coherent teaching of geometry. K. Krainer & N. Vondrová (Ed.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4-8 February 2015)* içinde (s. 543-549). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. https://hal.science/hal-01287007

Kuzniak, A., & Nechache, A. (2021). On forms of geometric work: a study with pre-service teachers based on the theory of Mathematical Working Spaces. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(2), 271–289. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10011-2

Kuzniak, A., Nechache, A., & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM Mathematics Education*, *48*(6), 861–874. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0773-0

Kuzniak, A., & Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties? *Educational Studies in Mathematics*, *77*(1), 129–147. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9304-7

Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: An introduction. *ZDM Mathematics Education, 48*(6), 721–737, https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research and evaluation methods: Integrating theory and practice* (4. baskı). Thousand Oaks, CA: Sage.

Radford, L. (2016). The epistemic, the cognitive, the human: A commentary on the mathematical working space approach. *ZDM Mathematics Education, 48*(6), 925–933. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0811-y

Examining a Teaching Geometry Course from the Perspective of Geometric Working Spaces Model

Abstract
In this study, materials used in a teaching geometry course were examined using Geometric Working Spaces (GWS) model. The model, developed to examine the activities carried out in geometry lessons, has not yet been studied in Turkish context. In this study, in-class activities were classified by content analysis according to the vertical planes and geometry paradigms defined in the model. Most of the activities were in line with Geometry II paradigm and oriented towards semiotic-discursive and instrumental-discursive planes. This result is in line with the aim of the course, which introduces deductive reasoning and the axiomatic structure of Euclidean geometry. However, including activities based on Geometry I paradigm and related to semiotic-instrumental plane in the course would help pre-service teachers to recognize the relationship between geometry paradigms and better comprehend geometry studies required by the activities. Results are thought to guide the design of teaching geometry courses.

Keywords: geometry paradigms, geometric working spaces, teacher training, teaching geometry