

## AHŞAP EKSENLİ İMALAT YÖNETİMİNDE LİNEER CEBİR UYGULAMALARI KAPSAMINDA ÜRETİM TEMELLİ BİR KARAR VERME ÖRNEKLEMESİ

İlker USTA<sup>1</sup>

*Makale İlk Gönderim Tarihi / Recieved (First): 10.06.2022 Makale Kabul Tarihi / Accepted: 13.10.2022*

*Makale Türü: Araştırma Makalesi / Article Info: Research Article*

*Atıf / Cite: Usta, İ. (2022). Ahşap eksenli imalat yönetiminde lineer cebir uygulamaları kapsamında üretim temelli bir karar verme örnekleme, International Journal of Economics, Politics, Humanities & Social Sciences, 5(4), 125-140*

### Özet

Bu çalışmada, belirli ortak özellikleri bulunan problemlerin çözülmesi için nedensellik bağı kurularak uygulanan bir optimizasyon tekniği olan yöneylem araştırması zemininde, matematiksel modelleme yoluyla elde edilen olanaklarla en uygun çözümü sağlayarak doğru kararı vermek üzere gerçekleştirilen imgesel bir doğrusal programlama faaliyeti örneklendirilmiştir. Buna göre, dört aşamalı sorunsallığıyla örneklenen problem ile, tasarım kurgusu itibarıyla konstrüksiyonunda belli oranlarda ahşap malzeme bulunan taslak bir ürün tiplenişi için, aşağıdaki konular açıklığa kavuşturulmuştur: 1)müşteri memnuniyetini maksimize edecek ürün çeşit sayısının en az ne kadar olması gerektiği, mevcut kısıtlarla oluşturulan modelizasyon dahilinde grafik destekli doğrusal programlama ile belirlenmiştir, 2)ahşap eşliğinde değişik malzemelerle bütünleşik halde imalatı yapılacak olan taslak ürünlerin gerçekleştirilmesi için, malzeme kullanım miktarları ile malzeme tedarik maliyetinin ne kadar olacağı ve bunların imalatın tamamına nasıl yansıtacağı, ve 3)üretilen ürünlerin ulaştırma maliyeti bağlamında hedef pazarlara nasıl sevk edileceği, içerik kodlaması yapılmak suretiyle, matrisler oluşturularak ortaya koyulmuştur, 4)yeni ürün çeşitlerine ilişkin olarak kullanılabilirlik ve beğenilirlik durumu hakkında müşterilerin görüşlerinin değerlendirilmesi için öngörülen piyasa araştırmasının belli bir döngü kapsamında en düşük maliyetle kaç defa yapılması gerektiği, var olan kısıtlar uyarınca modellenerek grafik eşliğinde doğrusal programlama ile ortaya koyulmuştur. Bu araştırma, sebeple netice arasında bir ilişkilendirme yapılarak mevcut problemi çözmek ve olası muhtemel sorunların ortadan kaldırılması mahiyetinde optimal bir karar vermek için, lineer cebir uygulamaları esas alınarak doğrusal programlama modellemeleri ve matrisleme değerlendirmeleriyle yürütülecek bir imalat yönetimine ışık tutmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** İmalat Yönetimi, Ahşap, Karar Verme, Doğrusal Programlama, Matris.

### A PRODUCTION-BASED DECISION-MAKING SAMPLING WITHIN THE SCOPE OF LINEAR ALGEBRA APPLICATIONS ON THE AXIS OF WOOD MANUFACTURING MANAGEMENT

#### Abstract

In this study, an imaginary linear programming activity performed to make the right decision by providing the most appropriate solution with the possibilities available through mathematical modeling is exemplified on the ground of operations research, which is an optimization technique applied by establishing a causal link to solve problems with certain common features. Accordingly, with the problem exemplified by its four-stage problematicity, the following issues have been clarified for a draft product typing with certain proportions of wood material in its construction in terms of design setup: 1)the minimum number of product types that will maximize customer satisfaction has been determined by graphically supported linear programming within the modeling created with the existing constraints; 2)how much the material usage amounts and the cost of material procurement will be for the realization of the draft products, which will be manufactured as integrated with different materials accompanied by wood, and how these will be reflected in the whole production, and 3)how the products to be produced will be shipped to the target markets in the context of transportation costs, has been revealed by creating matrices by means of content coding, 4)how many times the market research should be done with the lowest cost within a certain cycle, in order to evaluate the opinions of customers about the usefulness and likability of new product types, was modeled in accordance with the existing constraints and presented with linear programming accompanied by graphics. This research sheds light on a manufacturing management that will be carried out with linear programming models and matrixing evaluations based on linear algebra applications in order to make an optimal decision to solve the current problem and eliminate possible problems by making a correlation between the cause and the effect.

**Keywords:** Manufacturing Management, Wood, Decision-Making, Linear Programming, Matrix.

<sup>1</sup> Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi Ağaç İşleri Endüstri Mühendisliği, [iusta@hacettepe.edu.tr](mailto:iusta@hacettepe.edu.tr), ORCID: 0000-0002-0470-5839.

## 1. Giriş

Esasen akademik bir disiplin olan yöneylem araştırması; bilimsel bir zemine temellenen bütünlük bakış açısıyla imalat ve yönetim süreçlerine destek olan disiplinlerarası bir yaklaşım olup bir sistemin veya organizasyonun tasarlanıp işletilmesinde yer alan faaliyetlerin nasıl yürütüleceği veya mevcut bileşenlerinin birbiriyle nasıl uyumlu hale getirileceği ile ilgili problemlerin/sorunların çözülmesi için kullanılan karar verme tekniklerini içerir (Demirer ve Alkan, 2015), öyle ki, belli bir sorun nezdinde (izlenecek yollar ile yapılması gereken iş ve işlemler itibarıyla) algoritmaları kullanarak matematiksel modellerle “tanımlama, formüle etme, çözme ve karar verme” adımlarıyla, halihazırdaki veya olası muhtemel problem(ler)in en uygun şekilde çözülmesine odaklanır (Öztürk, 2013). Bu bağlamda, akılcı yaklaşımla uygun çözüme erişmeyi öngören doğası gereği optimizasyonu ve idealizasyonu bünyesinde barındıran yöneylem araştırması, doğrusal programlama ve matrisler önde gelmek üzere, lineer cebir eşliğinde gerçekleştirilen değerlendirmelerle iç içedir.

Bu çalışmada, bir imalat yönetimi konusu olarak karar verme sürecini ihtiva eden örnek imalat faaliyeti nezdinde, hedef ve kısıtlayıcıları eşliğinde optimum çözümü gerçekleştirmek üzere, ürün içeriği ve üretici ölçeği tanımlanarak yapılmaksızın, farklı oranlarda ve değişik tiplerde ahşap malzeme ile bütünlük bir imalata dair imgesel bir doğrusal programlama süreci örneklendirilmiştir. Bu kapsamda, örneklenen problemin üretim-maliyet ilişkilendirmesini idealize edecek çözümler için, doğrusal programlama ile matematiksel model kurgulanmış ve devamında matrislerden faydalanılarak nihai sonuca ulaşmaya yönelik değerlendirmeler yapılmıştır.

## 2. Linear Cebir Uygulamaları

Bir sorunun somut verilere dayalı anlaşılır bilgilerle tanımlanarak en uygun veya ideal bir seçenekle çözülmesini temin eden lineer cebir (Dantzig, 1963), matematik disiplinindeki çok değişkenli analiz ile (birden fazla fonksiyonu ve bunların türevlerini ilişkilendiren) diferansiyel denklemler ve olasılık gibi farklı olguların birleşimi olarak geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir (Kolman ve Hill, 2000), çok boyutlu ve derinlikli muhteviyatıyla sayısal analizin temeli olması nedeniyle, neredeyse bütün disiplinler için önemli bir değerlendirme aracıdır (Carlson, 1994) ve soyut matematiksel fikirlerin analitik geometri yordamıyla, grafik ve diyagramların yanı sıra, geometrik şekiller ve modeller ile görselleştirilmek suretiyle somutlaştırılarak anlamlandırılmasını sağlar (Dündar ve diğ., 2012). Bu noktada, bir nevi matematiğin özünü oluşturan temel kavramlardan biri durumunda olan lineer cebir, nedenselliği odağına alan yaklaşımıyla karmaşık problemlerin doğrusal programlama yordamıyla çözülmesinde oldukça önemli bir işleve sahiptir (Can, 2012). Buna göre, analitik geometriyle ayrılmaz bir bütün halinde, problem çözme ve/veya karar verme sürecinde optimizasyonu sağlamayı öngören lineer cebir uygulamaları, etkili ve verimli üretim süreçleri ile müşteri odaklı ürün gerçekleştirme zemininde, doğrusal programlama ve matrislerle imalat yönetimine yardımcı olur.

### 2.1. Doğrusal Programlama

Bir problemin mevcut kısıtlar ve olanaklar dahilinde en uygun şekilde çözülmesini sağlamayı esas alan bir optimizasyon yöntemi olan doğrusal programlama, matematiksel yaklaşımla sorunun aydınlatılarak modelizasyon yordamıyla çözüme kavuşturulmasına temellenir. Böyle bakıldığında, bir problemin neden-sonuç örgüsüyle en uygun şekilde çözülmesi maksadıyla karar verilirken başvurulan matematiksel değerlendirme ve imgeleme yöntemi olan doğrusal programlama tekniğinde, mevcut sorunun formüle edilmesi için öncelikle dikkate alınması gereken genel kurallar bulunmaktadır. İdealize edilmiş bir model yordamıyla mevcut sorun hakkında akılcı bir karar vermeyi sağlamak üzere ortaya koyulan bu kaideler, yöneylem araştırması alanında doğrusal programlama konusunda yapılmış çok sayıda çalışmada tüm detaylarıyla tanımlanmıştır. Bu noktada; Beasley (1990)’in yanı sıra, Hillier ve Lieberman (2010) ile Esin ve Şahin (2012) bunlardan bazılarıdır.

## Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

Beasley (1990), bir doğrusal programlama modelinin amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar ile pozitif kısıt kriteri olmak üzere üç temel özellik içermesi gerektiğine atfen, bu koşulun belirli bir problem için yürütülen değerlendirme faaliyetlerinin çözümsel etkinlik açısından sistematik bir biçimde gerçekleştirilerek, problemin optimal bir içsellikte çözümlenmesine imkan tanıyacağı açıklamıştır. Bu perspektifte, optimal karar vermek ve/veya sorunu en uygun seçenikle çözmek üzere kurgulanan bir doğrusal programlama modeline dayanak teşkil eden biçimsel ve ilkesel özellikler, Alan ve Yeşilyurt (2004)'un bahsettiği gibi, ilgili eşitlikler (1-3) dahilinde aşağıda açıklanmıştır.

Amaç fonksiyonu

$$\sum_{j=0}^n c_j x_j \quad (1)$$

şeklinde ifade edilirken, en büyüklenecek (maksimizasyon) veya en küçüklenecek (minimizasyon) hedef bağlamında,  $c$  amaç fonksiyonu katsayıları ve  $x$  karar değişkenleri eşliğinde, doğrusal ilişkilendirmeyle optimal çözüme ulaşmayı temin edecek olan modelizasyonu bünyesinde ihtiva eder.

Kısıtlayıcı denklemi

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (2)$$

biçiminde tanımlanırken,  $i$  simgesi  $1 \dots m$  aralığındaki kısıt sayısını ve  $j$  simgesi  $1 \dots n$  arasında yer alan karar değişken sayısını göstermektedir. Bu denklemin bileşenlerinden  $a_{ij}$  ifadesi  $i$  kısıtındaki  $j$  karar değişkeni katsayısını ve  $b_i$  ifadesi ise  $i$  kısıtının kaynak değerini açıklamaktadır. Öte yandan, mevcut problemin optimum çözümlenmesi için ileri sürülen amaç fonksiyonunun maksimizasyon veya minimizasyon zemininde değerlendirilmesi durumuna göre, kısıt denklemi işareti  $\leq$  veya  $\geq$  olur.

Pozitiflik koşulu

$$x_j \geq 0 \quad (3)$$

ile belirtilirken, soruna ilişkin optimal çözüm arayışında kar veya faydanın negatif olamayacağı savı uyarınca, karar değişkenlerinin pozitif olması esas alınmaktadır.

## 2.2. Matris

Değişkenlerinin çokluğundan ötürü karmaşıklaşan problemlerin çözümlenmesi çoğu kez çok zor olduğu için, bir karar verme ve/veya sorun çözme öngörüsüyle yapılan doğrusal programlama faaliyetlerinde olabildiğince farklı bakış açılarından bakılarak irdelemeler yapılır. Bu mahiyette geliştirilmiş çeşitli matematik teknikleri bulunmakta olup vektörler konusunu bünyesinde barındıran matris yöntemi bunlardan biridir. Karmaşık problemleri çözerken başvurulan matrisler, mevcut sayısal verilerin birbirleriyle ahenkli bir bütünlük sağlamak üzere satırlar ve sütunlar şeklinde gruplandırılarak bir araya getirilmesiyle gerçekleştirilen hesaplamalara atfen, ifade kolaylığı ve işlem basitliği sağlayan matematiksel bir yaklaşım olarak değerlendirilmektedir. Bir yöneylem araştırması metodu olarak matris konusu pek çok çalışmada tanıtılmıştır. Dantzig (1963), Karmarkar (1984), Vanderbei ve Carpenter (1993), Bellman (1997), Kobu (2009) ve Küçük (2012) bunlardan bazılarıdır.

Dündar, Gökkurt ve Soylu (2012)'nin bahsettiği gibi, Mostow ve Sampson (1969)'a göre, matrisler; bir cebirsel denklemin görece olarak daha az sayıda rakamlarla sembollerin bulunduğu geometrik bir denkleme veya analiz çizelgesi haline dönüştürülerek aritmetik işlemler yönünden kolaylaştırılmasını sağladığı için, çok değişkenli denklemleri içeren bir problemin makul önermelerle somutlaştırılıp çözümlenmesinde oldukça etkili bir araç durumundadır. Bu çerçevede, karmaşık problemlerin çözümlenmesi ve/veya sorunların optimal karar verilerek çözüme kavuşturulması

## Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Lineer Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

maksadıyla [sıra ve sütün dizilimiyle toplanabilir ve çarpılabilir içsellikte bir gerçek sayılar tablosu hüviyetiyle] oluşturulacak matrislere temel teşkil eden prensipler, Kobu (2009)'nun açıkladığı gibi, ilgili eşitlikler (4-9) dahilinde aşağıda açıklanmıştır.

Satır vektörü

$$u = [u_1 \quad \dots \quad u_n] \quad (4)$$

ile belirtilirken,  $u_1, \dots, u_n$  aralığında, sayıların yan yana gelmek suretiyle yatay olarak sıralanarak bir sıra oluşturmasıdır.

Sütün vektörü

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

ile belirtilirken,  $u_1, \dots, u_n$  aralığında, sayıların dikey olarak üst üste dizilip sıralanmak suretiyle bir sütün oluşturmasıdır.

Matris tablosu

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

şeklinde gösterilirken,  $m$  ve  $n$  pozitif tam sayıları dahilinde,  $i = 1, \dots, m$  ve  $j = 1, \dots, n$  olmak üzere,  $a_{ij}$  sayma sayıları eşliğinde,  $m$  satırlı ve  $n$  sütünlu bir düzey toplama, toplanabilir veya çarpılabilir soyut miktarlar çerçevesinde kurgulanır. Bir matris, burada örneklendiği gibi,  $m$  satırları ile  $n$  sütünlarını oluşturan  $a_{ij}$  elemanları bağlamında,  $m \times n$  boyutlu bir matris olarak tanımlanır.

İki matrisin toplamı

$$C = A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = \begin{bmatrix} (a_{11} + b_{11}) & (a_{12} + b_{12}) & (a_{13} + b_{13}) \\ (a_{21} + b_{21}) & (a_{22} + b_{22}) & (a_{23} + b_{23}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix}$$

şeklinde yapılırken, mevcut her  $i$  ve  $j$  için  $c_{ij} = a_{ij} = b_{ij}$  bağıntısı uyarınca, ebadı  $m \times n$  olmak üzere aynı boyuttaki  $A$  ve  $B$  gibi iki matrisin elemanlarının karşılıklı olarak toplanması ile  $C$  matrisi elde edilir. İki matrisin toplamında  $A + B = B + A$  veya  $A + (B + C) = (A + B) + C$  öngörüsü temelinde, asosiyatif (genel kabul görmüş kuralın dışında hareket edilmesi) ve komütatif (işlemin sonucunu değiştirmeden mevcut öğelerin yerinin değiştirilmesi) yaklaşımlarına riayet edilir. Öte yandan, bir çıkarma işleminin yapılması gerektiğinde,  $A - B = A + (-1)B$  eşitliği mahiyetinde, iki matrisin farkını hesaplama işlemini içerir ve matrislerdeki elemanların karşılıklı olarak birbirlerinden çıkarılması suretiyle gerçekleştirilir.

İki matrisin çarpımı

$$C = A \times B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}) & (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32}) \\ (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31}) & (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

biçiminde gerçekleştirilirken,  $m$  satırlı ve  $n$  sütünlu ( $2 \times 3$  boyutunda)  $A$  matrisi ile  $m$  satırlı ve  $r$  sütünlu ( $3 \times 2$  boyutunda)  $B$  matrisinin çarpımı ile  $m$  satırlı ve  $r$  sütünlu ( $2 \times 2$  boyutunda)  $C$  matrisi oluşturulur. Bu çarpma işleminde,  $A$  matrisi ilk çarpan ve  $B$  matrisi son çarpan olarak tanımlanırken, (çarpım matrisi

## Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

olan C matrisindeki satır sayısının A matrisinin satır sayısına ve sütun sayısının B matrisindeki sütun sayısına eşit olması gerekliliği uyarınca), ilk çarpan A matrisindeki sütun sayısının son çarpan B matrisindeki satır sayısına eşit olması zorunludur. Buna göre, C matrisinde  $i = 1, \dots, m$  ve  $j = 1, \dots, r$  olmak üzere, herhangi bir  $c_{ij}$  elemanı, A matrisinin  $i$  satırındaki elemanlarının B matrisinin  $j$  sütunundaki elemanlarla karşılıklı olarak birebir çarpımlarının toplamı alınarak bulunur. İki matrisin çarpımı, boyut uyumsuzluğu halinde gerçekleştirilemezken, çarpım işlemi komütatif yaklaşım olmaksızın yapılır. Boyut şartları sağlandığı takdirde, ikiden fazla matrisin çarpımında  $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$  eşitliği dahilinde asosiyatif yaklaşım ve  $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$  eşitliği zemininde distribütif (cebirsel yönden ikili işlemlerin dağılmasıyla genelleştirilmesi) yaklaşımı benimsenir.

Matris determinantının açılımı

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = (a_{11} \times a_{22}) - (a_{21} \times a_{12}) \quad (9)$$

ile belirlenirken, bir A kare matrisi için determinant değerinin belirlenmesi, (matris elemanlarının alt determinantlarıyla çarpılarak işlem yapılması mahiyetinde), birinci sütunun üst satırındaki elemanla ikinci sütunun alt satırındaki elemanın çarpımından, birinci sütunun alt satırındaki elemanla ikinci sütunun üst satırındaki elemanın çarpımının birbirinden çıkarılmasıyla “determinantın açılımı” yöntemiyle gerçekleştirilir.

### 3. Örnek Problem

İlkel olarak bir yöneylem araştırması sürecinde, bir problemin analiz edilerek tanımlanması ve formülasyonu ile modelin kurulması ve çözülmesi sonrasında, modelin test edilmesi ve çözüm sonuçlarının değerlendirilmesine dayanarak uygulama aşamasına geçilebilmesi için, Öztürk (2013)’ün bahsettiği gibi, disiplinlerarası takım yaklaşımıyla nicel yöntemlerin kullanılarak mevcut problemin/sorunun bilimsel açıdan yapılandırılması gerekir. Bu perspektifte, araştırmanın bu bölümünde dört aşama içeren örnek bir probleminin tanımlanması yapılarak optimum çözüm için geliştirilen yöntem ile matematiksel programlama modeline ilişkin ayrıntılara yer verilmiştir.

#### 3.1. Problemin Tanımı

**Birinci aşama:** Ürün yelpazesinde, benzeşik işlemlere sahip fakat farklı oranlarda ve değişik tiplerde ahşap içeren 45 çeşit ürün taslağına haiz bir imalat işletmesi, mevcut müşterilerce beğenilme göstergeleri düzleminde satış(lar)a dayalı birim kar marjı yüzde 6 ve 4 olan halihazırdaki 5 çeşitli  $\mathcal{S}$  ve 3 çeşitli  $\mathcal{U}$  grubu ürünlerini çeşitlendirerek piyasaya takdim etmeyi düşünmektedir. Bu maksatla gerçekleştirilen ön değerlendirme çalışmasında, tasarım kurgusu itibarıyla her bir ürünün gerçekleştirilmesine esas teşkil eden konstrüksiyonda bulunan ahşap malzemenin oranının  $1/3$  olduğu  $\mathcal{S}$  ve  $2/3$  olduğu  $\mathcal{U}$  grubu ürünlerinin sırasıyla 3 ve 5 işçilik saatiyle üretildiği gözlemlenirken, imalathanenin toplam işçilik kapasitesinin ise 60 saat olduğu belirlenmiştir. Bu koşullar çerçevesinde, imalatçı firmanın (müşteri memnuniyetini arttırmak ve yüksek karlılık elde etmek üzere) söz konusu  $\mathcal{S}$  ve  $\mathcal{U}$  grubu ürünleri için en az ne kadarlık bir ürün çeşitliliğine sahip olması gerektiğinin belirlenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

**İkinci aşama:** Örneklenen imalat işletmesi, (yukarıda mevzubahis edilen değerlendirmeye göre, ilk etapta X ve Y kodlamasıyla  $\mathcal{U}$  ürün grubu için iki çeşit ve Z kodlamasıyla  $\mathcal{S}$  ürün grubu için bir çeşit yeni ürünü üreterek piyasaya sunmayı), (b ahşap olmak koşuluyla) a, b, c ve d malzemelerini kullanarak her ürün konstrüksiyonunda yer alan ahşap malzeme oranının sırasıyla  $2/5$ ,  $3/5$  ve  $4/5$  olduğu X, Y ve Z kodlu taslak ürünlerden (her biri x10 birim ile ölçülmek üzere) 12, 15 ve 24 adet üretmeyi öngörmektedir. Bu ürünlerin üretilmesinde kullanılacak olan ve ana üretim maliyetini oluşturan malzemelerin her ürün için ne kadar miktarda sarf edileceği, imalatçı tarafından birim girdi biçiminde

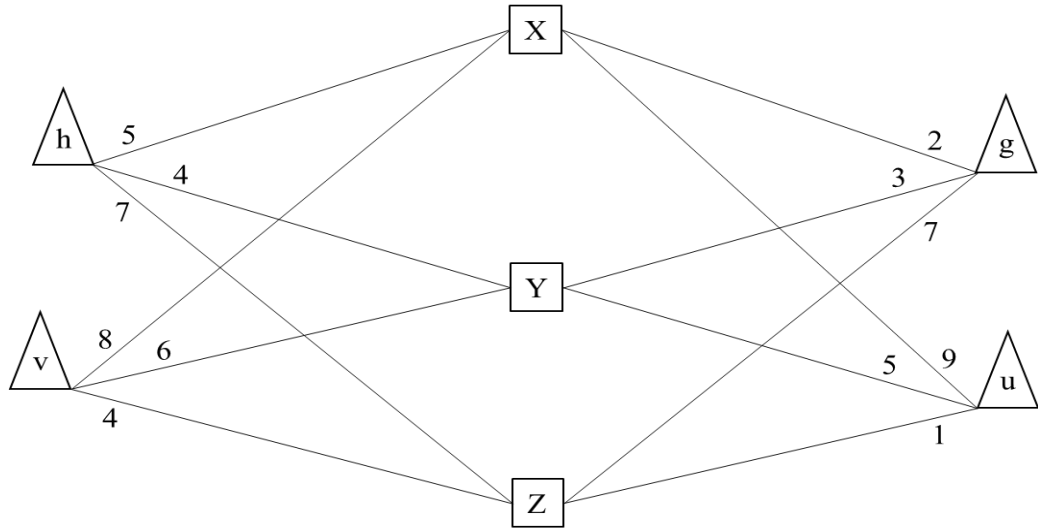


### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Lineer Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

şöyle tespit edilmiştir:  $a$ 'dan 11, 13 ve 12;  $b$ 'den 35, 38 ve 44;  $c$ 'den 26, 25 ve 20;  $d$ 'den 19, 22 ve 24. Ayrıca, her ürün için kullanılacak olan bu malzemelerin tedarikçilerden temin edilmesine binaen imalata yansiyacak birim maliyetlerinin satın alma fiyatı ile nakliye masrafı dahilinde değiştiği not edilerek  $a$ 'nın 10 ve 3;  $b$ 'nin 16 ve 7;  $c$ 'nin 11 ve 5;  $d$ 'nin 14 ve 8 birim değerlerinde piyasadan temin edilebileceği belirlenmiştir. Buna göre, şu konulara bir açıklık getirilmesi suretiyle firmanın eyleme dönük bir karar alması gerekmektedir: a) Tüm ürünlerin üretilmesi için her malzemeden birim girdi olarak ne kadar sarf edileceği ve her ürün için hangi malzemeden ne kadar birim kullanılacağı belirlenmelidir; b) Her üründe kullanılan malzemelerin birim değer olarak satın alma masrafları ile malzeme nakil maliyetleri itibariyle toplam maloluş değeri hesaplanmalıdır; c) Toplam imalat maliyetinin birim değer olarak hesaplanması zaruridir.

**Üçüncü aşama:** İmalat işletmesi, söz konusu ürünlerin üretildikten sonra, mevcut dağıtım kanallarını kullanarak müşterilerinin bulunduğu pazarlara hızlıca ulaştırmayı ve zaman geçirmeksizin müşterilerine sunmayı hedeflemektedir. Bu bağlamda, üretilmesi öngörülen  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinin piyasaya sunulacağı  $h$ ,  $v$ ,  $g$  ve  $u$  pazarlarına sevk edilmesi için gereken birim dağıtım maliyeti, Şekil 1'deki diyagramda gösterildiği gibi olduğuna göre, bu ürünlerin her pazara ne kadar birim maliyet ile ulaştırılacağı tespit edilmelidir.

Şekil 1.  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinin  $h$ ,  $v$ ,  $g$  ve  $u$  pazarlarına ulaştırılmasındaki birim dağıtım maliyeti



**Dördüncü aşama:** Örneklenen imalat işletmesi, kurumsal kalite politikası uyarınca, müşteriye merkeze alan paydaş görüşlerini belirlemek ve (işlev yetersizliği ve konstrüksiyonel yıpranma durumuna binaen zaafiyeti ya da tasarım gayesine uygunluk düzeyine atfen fayda sağlama ve yararlı olma yetisi itibariyle) ürünlerin kullanılabilirlik durumunu gözden geçirmek, halihazırdaki ürünlerin niteliğini iyileştirmek veya korumak için gerekli tedbirleri ivedilikle almak öngörüsüyle, 36 aylık dönemler halinde düzenli olarak piyasa araştırması gerçekleştirmektedir. Buna göre, müşteri geribildirimlerini teminen (planla, uygula, kontrol et ve önlem al düsturuyula, ürün-üretim-pazar odağında mevcut süreci sürekli iyileştirmeyi öngören sınamalı imalat yönetimi yaklaşımı nezdinde) kapsamlı memnuniyet araştırması hüviyetiyle gerçekleştirilen piyasa araştırmasının (öncel bilgi ve tecrübelerle istinaden)  $\mathcal{S}$  ürün grubu için 6 ve  $\mathcal{U}$  ürün grubu için 3 ay sürebileceği tahmin edilirken, (her iki ürün grubunu temsil eden yeni ürün çeşitleri için) müşteri memnuniyetini gösterecek olan piyasa araştırmasının her değerlendirme döngüsünde kaç defa tekrar edilmesi gerektiğinin tespit edilmesinin, beğenilirlik açısından, çok önemli olduğu değerlendirilmiştir. Ürün yelpazesi çerçevesinde gerçekleştirilen piyasa araştırmasının, ürün-üretim-pazar üçlemesi uyarınca ortaya çıkan maliyet koşullarından ötürü,  $\mathcal{S}$  ürün grubu için 3 ve  $\mathcal{U}$  ürün grubu için 2 birim tutarındaki harcamayla yapılması

### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

halinde, ürün değerlendirme maliyetinin azaltılabileceği değerlendirilirken, söz konusu piyasa araştırmasının gerçekleştirilmesi için, bu konuda bilgili ve deneyimli toplam 28 çalışan arasından, Ş ürün grubu için 3 ve Ü ürün grubu için 4 çalışanın görevlendirilmesinin yeterli olacağı düşünülmüştür. Bu perspektifte, Ş ve Ü ürün gruplarını temsilen Z, X ve Y ürünleri için müşteri memnuniyetini gösteren değerlendirmelerin en düşük maliyetle yapılmasına imkan verecek piyasa araştırmasının, her döngüdeki tekrür sayısının kaç olması gerektiğinin neden-sonuç bağıyla ortaya koyulması elzemdir.

#### 3.2. Matematiksel Model

Mevcut problemin çözümü için aşağıda açıklanan metodik yaklaşıma göre işlemler gerçekleştirilmiştir: a) Problemin birinci ve dördüncü aşamalarının yöneylem araştırması kapsamında doğrusal programlama yordamıyla matematiksel model kurularak ve grafik yöntem ile diyagram oluşturularak çözümlenebileceği değerlendirilmiş ve genel hatlarıyla “doğrusal programlama” başlığı altında açıklanan kavramsal ve işlemsel bilgiyi kullanmak suretiyle ideal çözgü için modelleme yapılmıştır; b) Problemin ikinci ve üçüncü aşamalarının imalat yönetimi bağlamında vektörler oluşturularak matrisler vasıtasıyla çözüme kavuşturulacağı öngörülmüş ve “matris” başlığı altında kısaca açıklanan metodik ilkeler bağlamında en uygun kararı vermeye temellendirilmiş örnekleme yapılmıştır.

Burada örneklenen problem dört aşamalı karar verme sürecini içerdiğinden, problemin çözümü için önerilen modelleme/örnekleme, her aşama için ayrı ayrı yapılmıştır.

**Birinci aşama:** Problemin tanımında verilen bilgiler ışığında, öngörülen matematiksel modele ilişkin amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. Bu yapılırken, hesaplama işlemlerine kolaylık sağlamak üzere notasyonlar geliştirilerek eşitliklere yerleştirilmiştir. Buna göre; imalatın mevcut ürün çeşitliliğini arttırmaya odaklanması sebebiyle, amaç fonksiyonu bir maksimizasyon problemi olarak değerlendirilerek  $Z_{max}$  ile tanımlanmış ve probleme ilişkin kısıtlayıcı denklem(ler)  $i \leq$  ile oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonu, Ş ve Ü ürün grubunun müşteriler tarafından beğenilme göstergeleri uyarınca yeni ürünlerin birim kar marjıyla piyasaya sunulmasının etkisini içerdiğinden  $x$  ile Ş ve  $y$  ile Ü ürün grupları temsil edilmiştir. Bu ürün grupları bağlamında, ürün çeşitliliği ( $e$ ) ve işçilik ( $o$ ) kısıtlarının her biri için kısıtlayıcı denklemleri düzenlenmiş olup (grafik çizimi ile kartezyen koordinat sistemine göre verilerin konumlandırılmasıyla olası ürün çeşitliliğinin durumunun belirlenmesi öngörüldüğünden) kurgulanan bu denklemlerde Ş için  $x$  ve Ü için  $y$  simgeleri kullanılmıştır.

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{max} = 6x + 4y \quad (10)$$

Kısıtlayıcı denklemleri:

$$\text{çeşitlilik kısıtı için: } 5x + 3y \leq 45 \quad (11)$$

$$\text{işçilik kısıtı için: } 3x + 5y \leq 60 \quad (12)$$

Pozitiflik koşulu:

$$x, y \geq 0 \quad (13)$$

Her kısıtlayıcı denkleminde, önce  $x$  değeri için 0 verilerek  $y$  değeri hesaplanmış ve sonra  $y$  değeri için 0 verilerek  $x$  değeri hesaplanmış, bu işlemin ardından  $x$  ve  $y$  koordinatlarına göre grafik üzerinde  $e$  ve  $o$  doğruları çizilmiştir. Bunun devamında, Kobu (2009)'nun bahsettiği gibi, problemin amaç fonksiyonunu maksimum yapan değerlerin bulunması istenildiğinden,  $e$  ve  $o$  doğrularının kesişme noktası (olan B noktası) altında yer alan (A ve C noktalarıyla sınırlandırılmış) bölgenin ürün çeşitliliği için optimal karar vermeyi sağlayan en uygun bölge olduğu öngörüsüyle,  $e$  ve  $o$  doğrularının  $x$  ve  $y$

### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Lineer Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

eksenleri üzerindeki kesişme noktaları (A ve C) için  $Z_{max}$  değerlendirmeleri yapılmıştır. Bu perspektifte, A ve C değerleri,  $e$  ve  $o$  verileri ile kısıtlayıcı denklemler yordamıyla grafik üzerinden tespit edildiği halde, B noktasındaki  $x$  ve  $y$  değerleri için  $\$$  ve  $\ddot{U}$  ürün grubu çeşitliliğini içeren M matrisi ile  $\$$  ürün grubu işçiliğini gösteren  $M_1$  matrisi ve  $\ddot{U}$  ürün grubu işçiliğini gösteren  $M_2$  matrisi nezdinde, determinant açılımı yoluyla, aşağıdaki gibi bir hesaplama yapılmıştır.

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 45 & 3 \\ 60 & 5 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 5 & 45 \\ 3 & 60 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$x = M_1 / M \quad (17)$$

$$y = M_2 / M \quad (18)$$

**İkinci aşama:** Problemin tanımında ortaya koyulan veriler uyarınca, optimal karar vermeye ilişkin modelizasyona altlık oluşturacak matrisler aşağıdaki gibi düzenlenmiş olup bunlar oluşturulurken her önerme için ayrı simgeler kullanılarak işlemsel ayrıntılaşma yapılmış ve matris bileşenleri özel harflerle kodlanmıştır. Buna göre; P ile X, Y ve Z ürünleri için üretim miktarı matrisi, Q ile a, b, c ve d malzemeleri için taslak girdi matrisi, R ile malzemelerin satın alma fiyatı (f) ve nakliye masrafı (n) dahilinde tedarik edilmesi için birim maliyet matrisi, W ile ürünlerin pazarlara sevk edilmesi için gereken birim dağıtım maliyeti matrisi oluşturulmuş, s simgesi (P x Q işlemiyle) imalatın tamamı için her malzemeden ne kadar birim sarf edileceği, m simgesi (Q x R işlemiyle) her ürün için imalatla kullanılacak malzemelerin toplam satın alma maliyetinin ve nakliye masrafının ne kadar tutacağı, t simgesi (P x (Q x R) işlemiyle) toplam imalat maliyetinin ne kadar olacağı bağlamında yapılacak hesaplamalarda işlemin içeriğini göstermek için kullanılmıştır.

Ürünler (X, Y, Z için) üretim miktarı matrisi:

$$P = [12 \quad 15 \quad 24] \quad (19)$$

üç boyutlu bir satır vektörü halinde gösterilirken, problemin çözümlenmesinde karar verme sürecini etkileyen temel unsur olması sebebiyle 1x3 ebadında bir matris olarak ortaya koyulmuştur.

Kullanılacak malzemeler (a, b, c, d için) taslak girdi matrisi:

$$Q = \begin{bmatrix} 11 & 35 & 26 & 19 \\ 13 & 38 & 25 & 22 \\ 12 & 44 & 20 & 24 \end{bmatrix} \quad (20)$$

üç satırlı ve dört sütunlu (3x4 ebadında) oniki bileşenli bir matris olarak düzenlenirken, malzemeler sütunlarda ve ürünler satırlarda konuşlandırılmıştır. Bu çerçevede, sütunların soldan sağa dizilişi abcd dizgesiyle ve satırların yukarıdan aşağıya sıralanışı XYZ sıralamasıyla oluşturulmuştur.

Malzemelerin (satın alma fiyatı (f) ve nakliye masrafı (n) ile tedarikinde) birim maliyet matrisi:

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 16 & 7 \\ 11 & 5 \\ 14 & 8 \end{bmatrix} \quad (21)$$

dört satırlı ve iki sütunlu (4x2 ebadında) sekiz bileşenli bir matris olarak oluşturulurken, sütunlar soldan sağa f ve n sırasıyla dizilmiş, satırlar yukarıdan aşağıya a, b, c ve d sırasıyla yerleştirilmiştir.



### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Lineer Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

Yukarıda gösterilen notasyonlar kapsamında, ikinci aşama için tanımlanmış olan problemin çözümü için gerçekleştirilecek hesaplamalara yönelik formül düzenlemeleri şöyle belirlenmiştir:

İmalatın tamamı için her malzemeden ne kadar birim sarf edileceği:

$$s = P \times Q \quad (22)$$

Her ürünlerdeki malzemelerin toplam satın alma maliyeti ve nakliye masrafının ne kadar tutacağı:

$$m = Q \times R \quad (23)$$

Toplam imalat maliyetinin ne kadar tutacağı:

$$t = P \times (Q \times R) \quad (24)$$

**Üçüncü aşama:** Birim dağıtım maliyetiyle  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinin  $h$ ,  $v$ ,  $g$  ve  $u$  pazarlarına sunulması çerçevesinde, ürünlerin her pazara ne kadar birim maliyet ile ulaştırılacağına yönelik sınımayı gerçekleştirmek üzere  $W$  matrisi oluşturulmuş,  $r$  simgesi ( $P \times W$  işlemiyle) ürünlerin hedef pazarlara sevk edilmesi için gereken toplam ulaştırma maliyetinin ne kadar tutacağını belirlemek için kullanılmıştır.

Ürünlerin pazarlara ( $h$ ,  $v$ ,  $g$ ,  $u$  için) ulaştırılmasına yönelik birim dağıtım matrisi:

$$W = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 & 9 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

üç satırlı ve dört sütunlu ( $3 \times 4$  ebadında) oniki bileşenli bir matris olarak tasarlanırken, pazarlar sütunlarda ve ürünler satırlarda gösterilmiştir. Buna göre, sütunların soldan sağa dizilişi " $h$ ,  $v$ ,  $g$ ,  $u$ " sırasıyla ve satırların yukarıdan aşağıya sıralanışı " $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ " dizilişiyle oluşturulmuştur. Bu perspektifte, problemin üçünü aşama çözümü için kullanılması öngörülen formül şöyledir:

Tüm ürünlerin pazarın tamamına ulaştırılmasının maliyetinin ne kadar tutacağı:

$$r = P \times W \quad (26)$$

**Dördüncü aşama:** Problemin dördüncü aşamasında,  $\$$  ve  $\ddot{U}$  ürün gruplarını temsil eden ( $Z$ ,  $X$  ve  $Y$  kodlu) yeni ürün çeşitlerinin kullanılabilirlik ve beğenilirlik durumunu içeren müşteri memnuniyeti araştırmasının en uygun maliyetle nasıl yapılabileceği irdelendiği için, amaç fonksiyonu bir minimizasyon problemi olarak değerlendirilerek  $Z_{min}$  ile tanımlanmış ve problemin kısıtlayıcı denklem(ler)i  $\geq$  ile oluşturulmuştur. Buna göre, problemin tanımına bağlı olarak ortaya koyulacak matematiksel modelin amaç fonksiyonu ve kısıtları aşağıda verilmiş olup hesaplamalar Kobu (2009)'nun metodik yaklaşımına göre yapılmıştır. Bu kapsamda, amaç fonksiyonu,  $Z$  ve  $X$  ile  $Y$  ürün çeşitleri itibarıyla,  $\$$  ve  $\ddot{U}$  ürün gruplarının müşteriler tarafından beğenilmesi durumunu belirlemek üzere gerçekleştirilecek piyasa araştırmasının (belli bir süreyi ihtiva eden değerlendirme çevrimi dahilinde) en düşük maliyetle ne kadar bir sıklıkta yapılmasının tespitini içerdiğinden  $x$  ile  $\$$  ve  $y$  ile  $\ddot{U}$  ürün grupları gösterilmiştir. Öte yandan, adı geçen ürün grupları çerçevesinde, araştırma süresi ( $g$ ) ve değerlendirme görevlisi ( $\ddot{o}$ ) kısıtlarının her biri için kısıtlayıcı denklemleri düzenlenmiş, (grafik çizimiyle kartezyen koordinat sisteminde verilerin konumlandırılmasına bağlı olarak, söz konusu piyasa araştırmasının en uygun maliyetle yapılabilmesini sağlayacak ideal tekerrür sayısının ne olacağı bağlamında) kurgulanan bu denklemlerde  $\$$  için  $x$  ve  $\ddot{U}$  için  $y$  sembolleri kullanılmıştır.

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{min} = 3x + 2y \quad (27)$$

Kısıtlayıcı denklemleri:

### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örneklemesi

$$\text{süre kısıtı için: } 6x + 3y \geq 36 \quad (28)$$

$$\text{görevli kısıtı için: } 3x + 4y \geq 28 \quad (29)$$

Pozitiflik koşulu:

$$x, y \geq 0 \quad (30)$$

Problemin birinci aşamasında olduğu gibi, her kısıtlayıcı denkleminde, önce  $x$  değeri için 0 verilerek  $y$  değeri hesaplanmış ve sonra  $y$  değeri için 0 verilerek  $x$  değeri hesaplanmış, bu işlemin ardından  $x$  ve  $y$  koordinatlarına göre grafik üzerinde  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  doğruları çizilmiştir. Bunun ardından, Kobu (2009)'nun belirttiği gibi, problemin amaç fonksiyonunu minimum yapan değerlerin tespit edilmesi istenildiğinden,  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  doğrularının kesişme noktası (olan B noktası) üstünde yer alan (A ve C noktalarıyla sınırlandırılmış) bölgenin piyasa araştırması için optimal karar vermeyi sağlayan en uygun bölge olduğu öngörüsüyle,  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  doğrularının  $x$  ve  $y$  eksenleri üzerindeki kesişme noktaları (A ve C) için Zmin değerlendirmeleri yapılmıştır. Bu perspektifte, A ve C değerleri,  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  verileri ile kısıtlayıcı denklemler vasıtasıyla grafik üzerinden belirlendiği halde, B noktasındaki  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  ürün grubunu örnekleyen  $x$  ve  $y$  değerleri eliminasyon tekniği ile belirlenmiştir. Buna göre,  $\checkmark$  (araştırma süresi) ve  $\checkmark$  (değerlendirme görevlisi) için oluşturulan kısıt denklemlerinde yer alan  $y$  için ortak çarpan yordamıyla sıfırlama işlemi yapılarak var olan denklemlerden kaldırılmak suretiyle  $x$  değeri belirlenmiş ve bunun devamında  $\checkmark$  kısıt denkleminde  $x$  yerine kendi değeri konuşturularak  $y$  değeri hesaplanmıştır.

### 3.3. Problemin Çözümü

Problemin çözümü ve karar verme süreçleri, ortaya koyulan model ve denklemler eşliğinde, birinci aşama ve ikinci aşama ile üçüncü aşama ve dördüncü aşama için aşağıda ayrı ayrı açıklanmış ve değerlendirilmiştir.

**Birinci aşama:** Problemin birinci aşaması,  $\checkmark$  ve  $\checkmark$  grubu ürünleri için en az ne kadarlık bir ürün çeşitliliği gerektiği bağlamında,  $x$  ile  $\checkmark$  ve  $y$  ile  $\checkmark$  temsil edilmek suretiyle, aşağıdaki gibi çözümlenmiştir.

Çeşitlilik kısıtı,  $5x + 3y \leq 45$  olduğundan, önce  $x$  için 0 değeri verilerek  $y$  değeri hesaplanmış ve sonra  $y$  için 0 değeri verilerek  $x$  değeri hesaplanmıştır. Bu hesaplama göre, çeşitlilik kısıtı denkleminde yer alan  $x$  değeri 9 ve  $y$  değeri 15 olarak belirlenmiştir.

İşçilik kısıtı,  $3x + 5y \leq 60$  olduğundan, önce  $x$  için 0 değeri verilerek  $y$  değeri hesaplanmış ve sonra  $y$  için 0 değeri verilerek  $x$  değeri hesaplanmıştır. Bu hesaplama göre, işçilik kısıtı denkleminde yer alan  $x$  değeri 20 ve  $y$  değeri 12 olarak belirlenmiştir.

Bu kapsamda, mevcut kısıtlara ilişkin denklemleri oluşturan  $x$  ve  $y$  değerleri [(çeşitlilik için: 0 ve 15; 9 ve 0), (işçilik için: 0 ve 12; 20 ve 0)] kartezyen koordinat sistemine göre oluşturulan grafikte (Şekil 2) konuşturularak kısıtların tesiriyle açığa çıkan uygun çözüm bölgesinin sınırları ve uygun çözüm noktasının hangisi olduğu tespit edilmiştir. Burada,  $y$  ekseninde  $x$  değeri 0 ve  $y$  değeri 12 olarak A noktası,  $x$  ekseninde  $x$  değeri 9 ve  $y$  değeri 0 olarak C noktası uygun çözüm bölgesinin sınırlarını oluştururken, bu iki noktanın uzantılarıyla kesişen B noktasının  $x$  ve  $y$  değerleri ise, çeşitlilik ve işçilik kısıtları denklemlerine göre kurgulanan kare matris için determinant açılımıyla belirlenmiştir.

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = 25 - 9 = 16$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 45 & 3 \\ 60 & 5 \end{bmatrix} = 225 - 180 = 45$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 5 & 45 \\ 3 & 60 \end{bmatrix} = 300 - 135 = 165$$

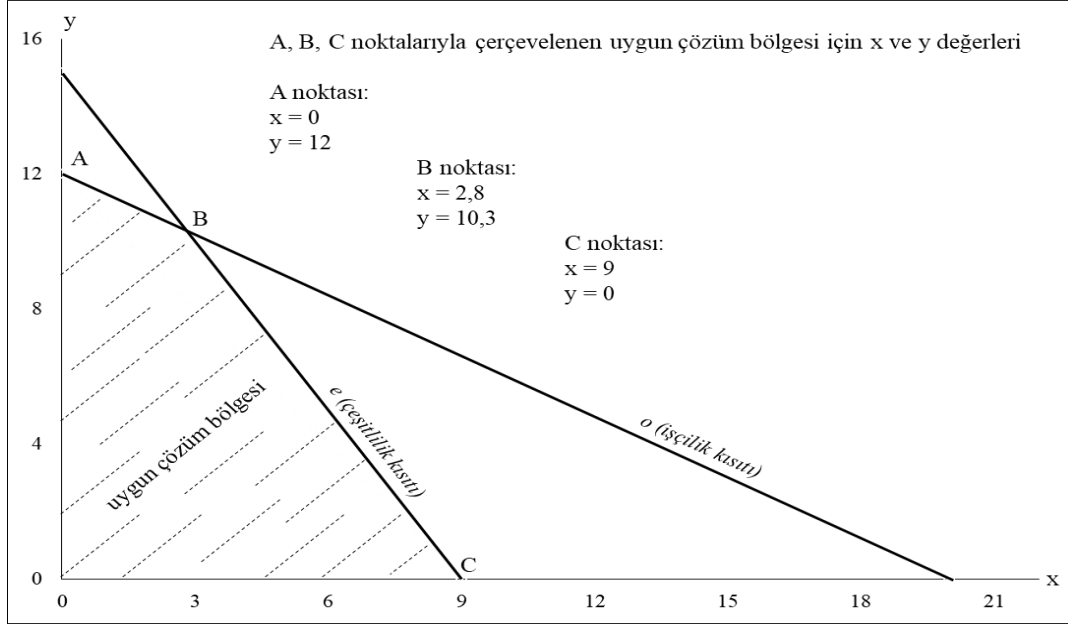
**Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme**

$$x = M_1 / M = 45 / 16 = 2,8$$

$$y = M_2 / M = 165 / 16 = 10,3$$

Bu eşitlikler kullanılarak B noktasının x değeri 2,8 ve y değeri 10,3 olarak hesaplanmıştır.

**Şekil 2. Kısıtlara bağlı Ş ve Ü ürün grupları için ürün çeşitliliği belirteçleri**



Not: Şekil 2’de, x ile Ş ve y ile Ü temsil edilmektedir.

Buna göre, 1/3 oranında ahşap malzemeden yapılan 6 birim kar marjına sahip Ş ürün grubu ile 2/3 oranında ahşap malzemeden yapılan 4 birim kar marjına sahip Ü ürün grubu nezdinde, mevcut piyasaya yeni bir ürün sunmak suretiyle müşteri memnuniyetini arttırmak suretiyle yüksek karlılığı sağlayacak ürün çeşitliliğinin ne olması gerektiği, amaç fonksiyonu olan  $Z_{max} = 6x + 4y$  ile Şekil 2’deki grafikte gösterilen A ve B ile C noktalarının x ve y değerleri sınanarak belirlenmiştir.

$$A \text{ noktası için, } Z_{max} = 6 (0) + 4 (12) = 48$$

$$B \text{ noktası için, } Z_{max} = 6 (2,8) + 4 (10,3) = 58$$

$$C \text{ noktası için, } Z_{max} = 6 (9) + 4 (0) = 54$$

eşitliklerine göre, en yüksek meblağı sağlayan B noktasına ait değerlerin en uygun çözümü sağlayan değerler olduğu ortaya koyulmuş olup Ş ürün grubunu temsil eden x değerinin 2,8 ve Ü ürün grubunu temsil eden y değerinin 10,3 olduğu göz önüne alındığında, müşteri memnuniyetinin artırılmasına yönelik bir girişim olarak piyasaya takdim edilecek ürün çeşitliliğinin Ş için 3 çeşit ve Ü için 10 çeşit üründen müteşekkil bir ürün karması biçiminde düşünülmesinin faydalı olacağı değerlendirilmiştir.

**İkinci aşama:** Problemin ikinci aşaması, (b ahşap olmak üzere) a, b, c ve d malzemelerinin kullanılarak (her birinin x10 birim ile ölçüldüğü) her ürün konstrüksiyonunda bulunan ahşap malzeme oranının 2/5 olduğu 12 adet X, 3/5 olduğu 15 adet Y ve 4/5 olduğu 24 adet Z kodlu taslak ürünlerin imalatında üretim-maliyet ilişkilendirmesinin nasıl olacağı odağında, aşağıdaki gibi çözümlenmiştir.

İmalatın tamamı için her malzemeden ne kadar birim sarf edileceği, (X, Y, Z ürünlerinin) üretim miktarı matrisi olan 1x3 boyutlu P ile (a, b, c, d malzemelerinin) taslak girdi matrisi olan 3x4 boyutlu Q nezdinde çarpım işlemi yapılarak hesaplanmış ve 1x4 boyutlu s matrisi elde edilmiştir.

**Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim**

**Temelli Bir Karar Verme Örnekleme**

$$s = P \times Q = [12 \quad 15 \quad 24] \times \begin{bmatrix} 11 & 35 & 26 & 19 \\ 13 & 38 & 25 & 22 \\ 12 & 44 & 20 & 24 \end{bmatrix}$$

$$s = [615 \quad 2046 \quad 1167 \quad 1134]$$

$s$  matrisiyle gösterilen sonuçlar, her malzemenin birim girdi miktarı ile imalata dahil edildiklerinde, ürünlerin sayısı ile sınırlı kalmak üzere, yekünü oluşturan malzeme miktarı itibariyle malzemelerin (en çoktan en aza) üretimde kullanılma sıralamasının  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ve  $a$  şeklinde olduğunu göstermiştir. Burada,  $b$  kodlamasıyla tanımlanmış olan ( $s$  satır matrisindeki ikinci sıradaki) ahşap malzemenin diğerlerine göre bariz şekilde yüksek bir meblağ içermesi (yaklaşık değerlerle  $a$ 'dan 3 kat,  $c$  ve  $d$ 'den ise 2 kat fazla miktarda sarf edilecek olması) ahşabın konstrüksiyonel olarak  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinde  $2/5$ ,  $3/5$  ve  $4/5$  oranlarında yer almasının öngörülmesinden kaynaklanmaktadır.

Her ürün için imalatta kullanılacak malzemelerin toplam satın alma maliyeti ve nakliye masrafının ne kadar tutacağı, ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  malzemelerinin) taslak girdi matrisi olan  $3 \times 4$  boyutlu  $Q$  ile malzemelerin (satın alma fiyatı ( $f$ ) ve nakliye masrafı ( $n$ ) ile tedariki için) birim maliyet matrisi olan  $4 \times 2$  boyutlu  $R$  nezdinde çarpım işlemi yapılarak hesaplanmış ve  $3 \times 2$  boyutlu  $m$  matrisi elde edilmiştir.

$$m = Q \times R = \begin{bmatrix} 11 & 35 & 26 & 19 \\ 13 & 38 & 25 & 22 \\ 12 & 44 & 20 & 24 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 16 & 7 \\ 11 & 5 \\ 14 & 8 \end{bmatrix} \quad m = \begin{bmatrix} 1222 & 560 \\ 1321 & 606 \\ 1380 & 636 \end{bmatrix}$$

$m$  matrisiyle gösterilen sonuçlara göre, imalatın tümünde her ürün için belli miktarlarda kullanılması öngörülen malzemelerin satın alma maliyeti ile nakliye masrafı toplamından oluşan malzeme tedarik maliyetinin,  $Y$ 'den yaklaşık 1,5 kat ve  $X$ 'den 2 kat daha fazla ürün sayısına sahip olan  $Z$  kodlu taslak ürünün imalatında gerçekleşeceği anlaşılmaktadır. Bu noktada, birim satın alma maliyeti ve birim nakliye masrafı itibariyle kıyaslandıklarında (her ne kadar ucuz  $a$  ve  $c$  malzemeleri ile pahalı  $b$  ve  $d$  malzemeleri arasında bir eşdeğerlik olmamasına rağmen)  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinin birbirleri arasında görece olarak belirgin bir farklılık bulunmamakla birlikte, üretilecek ürün sayısının her ürün için  $\times 10$  şeklinde gerçekleştirileceği düşünüldüğünde, (projelendirilmiş nihai üretilme sayısına bağlı olmak üzere) her üründe kullanılacak malzemelerin toplam tedarik maliyetinin giderek artacağı aşikardır. Bu perspektifte, imalat sürecinde kullanılması öngörülen malzemelerin (satın alma maliyeti ve nakliye masrafı çerçevesinde) daha uygun bir tedarik maliyetiyle temin edilmesinin sağlanması gerekmektedir.

Toplam imalat maliyetinin ne kadar tutacağı, ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  ürünlerinin) üretim miktarı matrisi olan  $1 \times 3$  boyutlu  $P$  ile her ürün için imalatta kullanılacak malzemelerin toplam satın alma maliyeti ve nakliye masrafını içeren  $3 \times 2$  boyutlu  $m$  matrisi nezdinde çarpım işlemi yapılarak hesaplanmış ve  $1 \times 2$  boyutlu  $t$  matrisi elde edilmiştir.

$$t = P \times (Q \times R) = [12 \quad 15 \quad 24] \times \begin{bmatrix} 1222 & 560 \\ 1321 & 606 \\ 1380 & 636 \end{bmatrix} \quad t = [67599 \quad 31074]$$

$t$  matrisiyle gösterilen sonuçlar, 12 adet  $X$  ile 15 adet  $Y$  ve 24 adet  $Z$  kodlu taslak ürünlerin (her biri farklı satın alma fiyatı ve nakliye masrafı ile tedarik edilen)  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ve  $d$  malzemelerinin kullanılarak üretilmesi halinde, toplam imalat maliyetinin yaklaşık üçte ikisinin malzeme satın alma maliyeti ve üçte birinin nakliye masrafı olacağını ortaya koymaktadır. Bu sonucun  $m$  matrisiyle örtüştüğü değerlendirildiğinde, söz konusu malzemelerin birim satın alma maliyeti ile birim nakliye masrafı kapsamında açığa çıkan tedarik maliyetlerinin düşürülmesini sağlamak üzere, piyasa fiyat araştırmasının büyük bir titizlikle yapılmasının gerektiği katı bir gerçeklik olarak ortadadır.

**Üçüncü aşama:**  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ürünlerinin  $h$ ,  $v$ ,  $g$  ve  $u$  pazarlarına ulaştırılmasının maliyetinin

### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

ne kadar tutacağı, (Şekil 1'deki diyagramda gösterildiği gibi, X ürünü için 5, 8, 2 ve 9; Y ürünü için 4, 6, 3 ve 5; Z ürünü için 7, 4, 7 ve 1 olduğuna göre), tüm ürünlerin üretim miktarı matrisi olan  $1 \times 3$  boyutlu P ile öngörülen ürünlerin pazarın tamamına ulaştırılmasına yönelik birim dağıtım matrisi olan  $3 \times 4$  boyutlu W nezdinde çarpım işlemi yapılarak hesaplanmış ve  $1 \times 4$  boyutlu r matrisi elde edilmiştir.

$$r = P \times W = [12 \quad 15 \quad 24] \times \begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 & 9 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad r = [288 \quad 282 \quad 237 \quad 207]$$

r matrisiyle gösterilen sonuca göre, ürünlerin ulaştırılacağı pazarlardan u pazarı, diğerleriyle karşılaştırıldığında en düşük ulaştırma maliyetiyle öne çıkarken bunu g pazarı izlemektedir, h ve v pazarları ise tüm pazarlar içerisinde yüksek ulaştırma maliyetine sahiptir. Bu bağlamda, tüm ürünlerin sevkiyatı için h ve v pazarlarının birbirlerine benzer değerlerde yüksek bir ulaştırma maliyeti içerdiği halde, g pazarının X ve Y ürünleri için oldukça düşük fakat Z ürünü için çok yüksek, u pazarının ise Z ürünü için çok düşük fakat X ürünü için çok yüksek ulaştırma maliyetine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu çerçevede, ürünlerin üretilmesinde kullanılacak malzemelerin tedarik edilme maliyetini gösteren m matrisi ile ürünlerin pazarlara sevk edilmesi maliyetini gösteren W matrisi zemininde, ürün-pazar ilişkisi uyarınca öncelik sıralaması yapılarak ürünlerin pazarlara peyderpey takdim edilmesi düşünülebilir. Buna göre; ürünlerin pazara sevkiyatı Y için eş zamanlı yaklaşımla g, h, u, v sırasıyla, X için önce g ve h sonra v ve u sırasıyla, Z için önce u ve v sonra g ve h sırasıyla yapılabilir.

**Dördüncü aşama:** Problemin dördüncü aşaması, Ş ürün grubundan Z çeşidi ve Ü ürün grubundan X ve Y çeşitlerinin kullanımına bağlı olarak müşteri memnuniyetini belirlemek için gerçekleştirilecek olan piyasa araştırmasının (kurumsal kalite politikası uyarınca açıklanmış değerlendirme döngüsü dahilinde) en uygun maliyetle kaç kere tekrar edilmesi gerektiği bağlamında, x ile Ş ve y ile Ü temsil edilmek suretiyle, aşağıdaki gibi çözümlenmiştir.

Süre kısıtı,  $6x + 3y \geq 36$  olduğundan, önce x için 0 değeri verilerek y değeri hesaplanmış ve sonra y için 0 değeri verilerek x değeri hesaplanmıştır. Bu hesaplama göre, süre kısıtı denkleminde yer alan x değeri 6 ve y değeri 12 olarak belirlenmiştir.

Görev kısıtı,  $3x + 4y \geq 28$  olduğundan, önce x için 0 değeri verilerek y değeri hesaplanmış ve sonra y için 0 değeri verilerek x değeri hesaplanmıştır. Bu hesaplama göre, görev kısıtı denkleminde yer alan x değeri 9,3 ve y değeri 7 olarak belirlenmiştir.

Bu çerçevede, mevcut kısıtlara ilişkin denklemleri oluşturan x ve y değerleri [(süre için: 0 ve 12; 6 ve 0), (görev için: 0 ve 7; 9,3 ve 0)] kartezyen koordinat sistemine göre oluşturulan grafikte (Şekil 3) konuşlandırılarak kısıtların etkisiyle açığa çıkan uygun çözüm bölgesinin sınırları ve uygun çözüm noktasının hangisi olduğu belirlenmiştir. Burada, y ekseninde x değeri 0 ve y değeri 12 olarak A noktası, x ekseninde x değeri 9,3 ve y değeri 0 olarak C noktası uygun çözüm bölgesinin sınırlarını oluştururken, bu iki noktanın uzantılarıyla kesişen B noktasının x ve y değerleri ise, süre ve görev kısıtları denklemlerine göre eliminasyon tekniğiyle belirlenmiştir. Bu işlem, y değerinin ortak çarpanla sıfırlanıp x değerinin belirlenmesine bağlı olarak y değerinin hesaplanması şeklinde yapılmıştır. Buna göre, birer eşitlik formuna dönüştürülen ğ ve ö kısıt denklemleri, y değerinin sıfırlanarak x değerinin belirlenmesi için 4 ve (-3) ortak çarpanlarıyla işleme tabi tutulmuştur.

$$4 / 6x + 3y = 36$$

$$-3 / 3x + 4y = 28$$

ortak çarpan ile eşitlikler için işlem yapma mahiyetinde



### Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

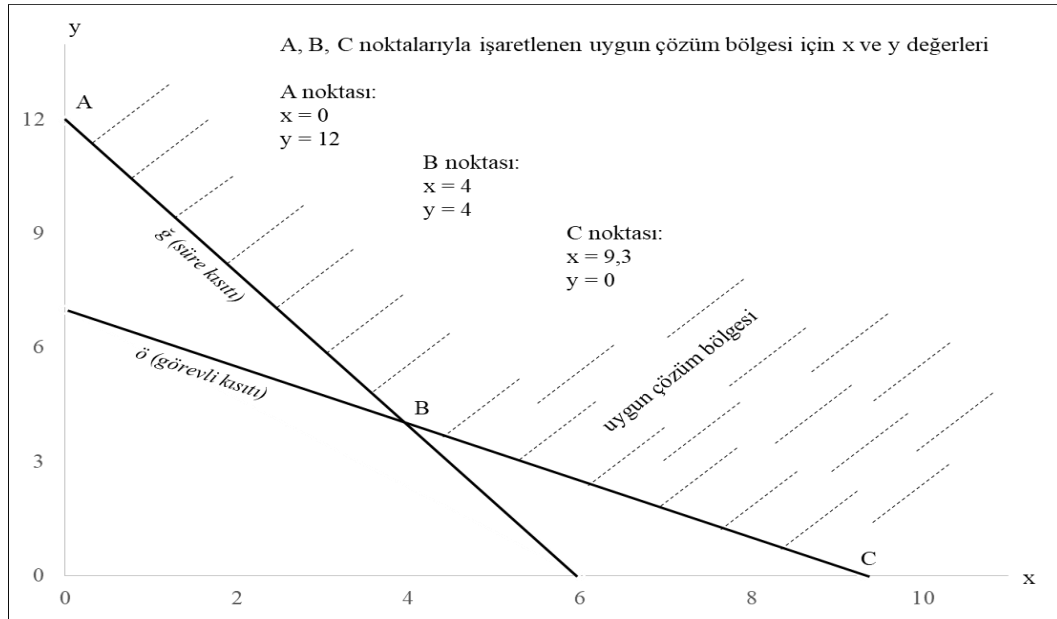
$$24x + 12y = 144$$

$$-9x - 12y = -84$$

şeklinde ortaya çıkan eşitlikler nezdinde çıkarma işlemi yapılarak  $y$  elimine edilmiş,  $15x = 60$  eşitliğinden  $x$  değeri 4 olarak belirlenmiştir. Bu işlemin ardından,  $x = 4$  uyarınca,  $3x + 4y = 28$  eşitliğinde  $x$  yerine 4 yazılarak  $4y = 16$  eşitliğinden  $y$  değeri 4 olarak hesaplanmıştır.

Buna göre, bu işlem yordamıyla B noktasının  $x$  değeri 4 ve  $y$  değeri 4 olarak tespit edilmiştir.

Şekil 3. Kısıtlara bağlı  $\$$  ve  $\tilde{U}$  ürün grupları için değerlendirme tekrarları



Not: Şekil 3’de,  $x$  ile  $\$$  ve  $y$  ile  $\tilde{U}$  temsil edilmektedir.

Konstrüksiyonda ahşap malzeme bulunma oranı  $4/5$  olan  $Z$  ile  $2/5$  olan  $X$  ve  $3/5$  olan  $Y$  ürün çeşitleri nezdinde,  $\$$  ve  $\tilde{U}$  ürün gruplarının kullanılabilirlik ve beğenilme durumu açısından müşteri memnuniyetinin belirlenmesi için belli bir dönemde gerçekleştirilecek olan piyasa araştırmasının kaç defa tekrar edilmesi gerektiği, amaç fonksiyonu olan  $Z_{min} = 3x + 2y$  ile Şekil 3’deki grafikte gösterilen A ve B ile C noktalarının  $x$  ve  $y$  değerleri sınanmak suretiyle belirlenmiştir.

$$A \text{ noktası için, } Z_{min} = 3(0) + 2(12) = 24$$

$$B \text{ noktası için, } Z_{min} = 3(4) + 2(4) = 20$$

$$C \text{ noktası için, } Z_{min} = 3(9,3) + 2(0) = 27,9$$

eşitliklerine göre, en düşük tutarı sağlayan B noktasına ait değerlerin en uygun çözümü sağlayan değerler olduğu ortaya koyulmuş olup  $\$$  ürün grubunu temsil eden  $x$  değerinin 4 ve  $\tilde{U}$  ürün grubunu temsil eden  $y$  değerinin 4 olduğu göz önüne alındığında, kurumsal kalite politikası bağlamında, müşteri memnuniyetinin belirlenmesi gayesiyle belli bir dönemde gerçekleştirilecek piyasaya araştırmasının tekerrür sayısının hem  $\$$  ürün grubundan  $Z$  çeşidi hem de  $\tilde{U}$  ürün grubundan  $X$  ve  $Y$  çeşitleri için dört kez yapılmasının uygun olacağı değerlendirilmiştir.

#### 4. Sonuç

Araştırma sonuçları, dört aşamalı bir süreci içeren örnek problemin lineer cebir eşliğinde doğrusal programlama ve matrisler yordamıyla çözümlenerek açıklığa kavuşturulabileceğini göstermiş

## Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Linear Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim Temelli Bir Karar Verme Örnekleme

ve optimum çözüm sağlama ile uygun karar verme eşliğinde gerçekleştirilecek ideal imalat yönetimi bağlamında, aşağıdaki genel çıkarımlara imkan tanımıştır;

- Tasarım kurgusu itibarıyla farklı oranlarda ahşap malzeme içeren belli sayıdaki ürün yelpazesine temellenmiş bir imalat için, müşteri beğeni göstergesi temelinde birim kar marjı bilinen iki değişik ürün grubunun mevcut müşteri memnuniyetinin artırılmasına yönelik olası çeşitlendirme seçeneği, halihazırdaki çeşitlilik sayısı ve işçilik kapasitesi kısıtlarına dayanan bir model kurularak, grafik çözümlenmeyle pekiştirilen doğrusal programlama yordamıyla ortaya koyulabilir,

- Ahşap malzemenin farklı oranlarla konstrüksiyona dahil edildiği dört malzemenin müteşekkil üç tipteki taslak ürünlerin değişik miktarlarda üretilerek dört adet pazar mahiyetinde piyasaya sürülmesi, (her ürün tipi için hangi malzemenin ne kadar birim kullanılacağı, birim satın alma maliyeti ile nakliye masrafı dahilinde her malzemenin ürün tipleneşi ayrıştırlarak ve bütünleşik halde tüm imalat için tedarik maliyetinin ne kadar olacağı, birim ulaştırma maliyeti değışkenliği uyarınca ürünlerin pazarlara sevkiyatının devamlı veya fasıllı şekilde yapılıp yapılmayacağı kapsamında) çeşitli ebatlarda matrisler oluşturularak gerçekleştirilebilir,

- Müşterilerin kullanımına sunulacak yeni ürün çeşitlerinin kullanılabilirlik durumunun gözden geçirilmesi, işlevsellik odağında ürünlerin niteliğinin iyileştirilmesi veya korunmasına yönelik gerekli tedbirlerin zaman geçirmeksizin alınması düşüncesiyle, kurumsal kalite politikası gereği, belli bir döngüde yapılan piyasa araştırmasının, araştırma süresi ve değerlendirme görevlisi kısıtları uyarınca, en düşük maliyetle kaç kere gerçekleştirileceği modellenerek grafik destekli doğrusal programlama ile takdim edilebilir.

Ahşap ürün odaklı örnek bir problem imgelemesiyle takdim edilen bu araştırma; var olan veya olası problem(ler)i çözümlenme ve en uygun çözüm için karar verme sürecinde, doğrusal programlama modellemeleri ile matris örneklemelemlerinin ontoloji-epistemoloji-metodoloji örgüsüyle kurgulanışlarını gösterirken, malzeme ve üretim ile işlevsellik ve beğenilirlik zemininde müşteri memnuniyetini esas alan değerlendirmelerin nüvesini oluşturan imalat yönetimi ile lineer cebir yaklaşımının birbiriyle ilişkilendirmesini ortaya koymuştur.

### Araştırmacının Katkı Oranı (Author's contributions)

Çalışmanın tümü yazar tarafından gerçekleştirilmiştir.

*The entire manuscript has been prepared by the author.*

### Destek ve Teşekkür (Fundings and Acknowledgments)

Çalışma, kamusal, özel, ticari nitelikte ya da kar amacı gütmeyen herhangi bir kurumdan destek alınmadan hazırlanmıştır.

*This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors.*

### Çatışma Beyanı (Competing interests)

Çalışmanın yazarı, herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

*The authors declare that they have no competing interests.*

### Kaynakça

Alan, M. A., Yeşilyurt, C. (2004). Doğrusal Programlama Problemlerinin Excel İle Çözümü, Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 5(1): 151-162.

**Ahşap Eksenli İmalat Yönetiminde Lineer Cebir Uygulamaları Kapsamında Üretim  
Temelli Bir Karar Verme Örnekleme**

Beasley, J. (1990). Linear Programming on Cray Supercomputers. *Journal of Operational Research Society*, 41: 133–139.

Bellman, R. (1997). *Introduction to Matrix Analysis*. (2nd Edition). McGraw-Hill Book Company Inc., New York.

Can, T. (2012). *Lineer Cebir*. (2. Baskı). Beta Basım Yayın, İstanbul.

Carlson, D. (1994). “Recent Developments in the Teaching of Linear Algebra in the United States. İçinde: Aportaciones Matematicas. XXVI Congreso Nacional de la Sociedad Matematica Mexicana. Serie Comunicaciones, 14: 371–382.

Dantzig, G.B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton.

Demirer, Ö., Alkan, R.M. (2015). Disiplinlerarası Bir Yaklaşım Olarak Yöneylem araştırmasının mühendislik uygulamalarında kullanımı, *Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi*, 7(1): 37–46.

Dundar, S., Gokkurt, B., Soylu, Y. (2012). The Efficiency of Visualization Through Geometry at Mathematics Education: A Theoretical Framework. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46: 2579–2583.

Esin, A., Şahin, S.T. (2012). *Yöneylem Araştırmalarında Yararlanılan Karar Yöntemleri*. (5. baskı). Gazi Kitabevi, Ankara.

Hillier, F.S., Lieberman, G.J. (2010). *Introduction to Operations Research*. (9th Edition). The McGraw-Hill Companies Inc., New York.

Karmarkar, N.K. (1984). A New Polynomial Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica*, 4(4): 373–395.

Kobu, B. (2009). *İşletme Matematiği*. (8. Baskı). Beta Basım Yayın, İstanbul.

Kolman, B., Hill, D.R. (2000). *Elementary Linear Algebra* (7th Edition). Prentice Hall, Hoboken.

Küçük, M. (2012). “Doğrusal Denklem Sistemleri ve Matrisler”. İçinde: Genel Matematik (Ed. Şahin Koçak, Nesrin Alptekin), Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi Yayını, No: 2518/1489: 131-158, Eskişehir.

Mostow, G.D., Sampson, J.H. (1969). *Linear Algebra*. McGraw-Hill Book Company, New York.

Öztürk, A. (2013). Yöneylem Araştırmasının Tarihi Gelişimi ve Özellikleri, *Alphanumeric Journal*, 1(1): 1–11.

Vanderbei, R.J., Carpenter, T.J. (1993). Symmetric Indefinite Systems for Interior Point Methods, *Mathematical Programming*, 58: 1–32.