



FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ GÖZENEKLİ KİRİŞLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ

Muhittin TURAN^{1*}

¹Bayburt Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 69010, Bayburt

Anahtar Kelimeler

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Kiriş, Sonlu Eleman Yöntemi, Statik Analiz.

Öz

Bu çalışmada, trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin (FDGB) sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi incelenmiştir. Sonlu eleman yöntemi için üç düğüm noktalı 12 serbestlik dereceli yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanı önerilmiştir. Denge denklemleri Lagrange prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Kiriş bileşenlerinin hacim içerisindeki değişimleri, bir kuvvet kuralı ile tanımlanmıştır. Kirişin çeşitli mesnet şartlarına, hacimsel değişim üsteline (k), gözeneklilik katsayısına (e) ve narinlik oranlarına (L/h) göre boyutsuz yer değiştirme değerleri, boyutsuz normal ve kayma gerilme değerleri elde edilmiştir. Önerilen yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanının doğruluğu araştırılmıştır. Sayısal sonuçlar literatürdeki mevcut çalışmaların sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu gösterilmiştir.

STATIC ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED POROUS BEAMS WITH FINITE ELEMENT METHOD

Keywords

Functionally graded porous beam, Finite element method, Static analysis.

Abstract

In this study, the static analysis of functionally graded porous beams (FDGB) using the finite element method according to the trigonometric shear deformation beam theory was investigated. A high-order finite beam element with three nodes and 12 degrees of freedom is proposed for the finite element method. The governing equations are obtained using Lagrange's principle. The variation of the beam components in the volume is defined by a power-law rule. Dimensionless deflection values and dimensionless normal and shear stress values were obtained according to various boundary conditions, power-law exponent (k), porosity coefficient (e), and slenderness ratio (L/h) of the beam. The accuracy of the proposed higher-order beam element has been investigated. Numerical results are compared with the available literature, and a good agreement has been shown between the results.

Alıntı / Cite

Turan, M., (2022). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Kirişlerin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Statik Analizi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 10(4), 1362-1374.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

M. Turan, 0000-0002-5703-0580

Makale Süreci / Article Process

Başvuru Tarihi / Submission Date	22.06.2022
Revizyon Tarihi / Revision Date	15.08.2022
Kabul Tarihi / Accepted Date	19.08.2022
Yayın Tarihi / Published Date	30.12.2022

1. Giriş (Introduction)

Homojen olmayan kademeli veya devamlı değişen bir yapıya sahip fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) fiziksel ve kimyasal olarak farklı özellikler taşıyan, iki madde arasında, farklı ısıl genleşme katsayılarından kaynaklanan ısıl gerilmeleri derecelendirilmiş yapılarıyla azaltmaktadır. Ayrıca FDM'ler, bu iki madde arasındaki kademeli değişim sebebiyle fiziksel ve kimyasal özelliklerdeki ani değişimlerin meydana getirebileceği diğer olumsuzlukları da en aza indirebilen yeni nesil bir malzeme olarak geliştirmiştir. Genel olarak FDM bir seramik ve bir metalin karışımından meydana gelmektedir. Seramik termal ortamlarda yüksek sıcaklıklara karşı dirençli iken, metal ise soğutmanın ilk aşamalarında seramik yüzeyde oluşacak çekme gerilmelerini azaltmaktadır (Avcar ve

* İlgili yazar / Corresponding author: mturan@bayburt.edu.tr, +90 458 211 11 77

Mohammed, 2017). Teknolojinin gelişmesiyle birlikte FDM'ler uçaklar, biyomedikal ürünler, uzay araçları, enerji santralleri ve inşaat mühendisliğinde yüksek sıcaklığa maruz kalan yapı elemanları gibi birçok mühendislik alanlarında kullanılmaktadır.

Günümüzde yaygın olarak kullanılan tabakalı kompozit malzemeler, farklı özelliklere sahip malzemelerin tabakalar halinde birleştirilmesiyle oluşturulmakta ve bu tabakaların farklı malzeme veya dizilişlerden oluşması nedeniyle malzeme içindeki sıcaklık ve gerilme dağılımında süreksizlikler meydana gelmektedir. Bu problemi ortadan kaldırmak için yüksek sıcaklık, yüksek mukavemet ve düşük ağırlık gibi çeşitli özellikler sunabilen en az iki malzemenin bir araya getirilmesiyle oluşturulan ve malzeme özellikleri bir fonksiyona bağlı olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler üretilmiştir. FDM'lerin bu üstün özellikleri sebebiyle araştırmacılar fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) kirişlerin statik, dinamik ve burkulma davranışlarını çeşitli kiriş teorilerine göre hem analitik ve hem de sayısal yöntemlerle incelemiştir (Vo vd., 2015; Turan, 2018). Kahya ve Turan (2017), FD kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizleri için birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayalı beş düğüm noktalı ve on serbestlik dereceli bir sonlu eleman önermişlerdir. Bu çalışmanın devamı niteliğinde, yazarlar aynı elemanı kullanarak FD sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma davranışlarını incelemiştir (Kahya ve Turan, 2018).

FDM'lerin yukarıda bahsedilen üstün özelliklerine ve avantajlarına rağmen üretimleri sırasında, FDM'nin yapısında üretim yöntemlerinden kaynaklanan nedenlerle gözenekler oluşmaktadır. Bu nedenle, birçok araştırmacı, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedeki yapılan gözenekli kirişlerin mekanik davranışlarını incelemiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin (FDGB) mekanik davranışlarını Timoshenko kiriş teorisine göre analitik yöntemlerle inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır (Chen vd., 2015; Wattanasakulpong ve Chaikittiratana, 2015; Kitipornchai vd., 2017; Gao vd., 2019). Ebrahimi vd. (2016), çeşitli ısı yüklerine maruz kalan fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin termo-mekanik titreşim analizlerini Navier tipi bir çözüm ve yarı analitik diferansiyel dönüşüm yöntemi ile incelemiştir. Zouatnia vd. (2017), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin eğilme ve serbest titreşim analizleri için analitik bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Avcar (2019) kusurlu (gözenekli) fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yapılmış kirişlerin serbest titreşimini incelemiştir. Hadji vd. (2019), FDGB'lerin statik ve serbest titreşim analizleri için yeni bir yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisini geliştirmişlerdir. Taşkin ve Demirhan (2020), iki değişkenli plak teorisi kullanarak gözenek içeren fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin titreşim analizini Navier metodu ile yapmışlardır. Derikvand vd. (2021), çekirdek tabakası gözenekli olan fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin burkulma davranışlarını üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu teoriye göre diferansiyel dönüşüm yöntemiyle incelemiştir. Nguyen vd. (2022), FDGB'lerin eğilme, serbest titreşim ve burkulma analizleri için yeni bir iki değişkenli kesme deformasyonlu teori önermişlerdir. Sayyad vd. (2022), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli dairesel kirişlerin statik ve serbest titreşim analizlerini yüksek mertebe hiperbolik dairesel kiriş teorisine göre Navier tipi çözüm yöntemiyle incelemiştir. Chami vd. (2022), FD sandviç kirişlerin doğal frekansları üzerinde gözenekliliğin etkisini araştırmak için gelişmiş kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre analitik yöntem kullanmışlardır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedeki yapılan gözenekli kirişlerin mekanik davranışlarını az da olsa sonlu elemanlar metodu ile inceleyen çalışmalar literatürde mevcuttur. Fouada vd. (2017), sonlu elemanlar yöntemi ile fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişin eğilme, burkulma ve titreşim analizlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre incelemiştir. Akbaş (2018), dinamik yük altında FD gözenekli derin kirişlerin zorlanmış titreşim davranışlarını sonlu elemanlar metoduyla araştırmıştır. Hamed vd. (2019), gözeneklilik modellerinin, boyuta bağlı FD kirişin statik davranışı üzerindeki etkilerini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir. Zghal vd. (2020), rafine karışık sonlu eleman kiriş modeli kullanarak FD kirişlerin statik analizi üzerindeki gözenekliliğin etkisini araştırmışlardır. Alnujaie vd. (2021), gözenekliliğe sahip tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş kalın kirişlerin sönümlü zorlanmış titreşim analizini on iki düğüm noktalı ve iki boyutlu düzlem sonlu eleman modeliyle ele almışlardır.

Yukarıda verilen literatür taramasından da görüleceği üzere FD gözenekli kirişlerin mekanik davranışlarını sonlu elemanlar metoduyla inceleyen çalışmalar oldukça sınırlıdır. Yazarın bildiği kadarıyla, trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre FD gözenekli kirişlerin önerilen sonlu eleman modeliyle statik analizini inceleyen çalışmaya rastlanılmamıştır. Sonlu eleman yöntemi için üç düğüm noktalı 12 serbestlik dereceli yüksek mertebe sonlu kiriş elemanı önerilmiştir. Denge denklemleri Lagrange prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Kiriş bileşenlerinin hacim içerisindeki değişimleri, bir kuvvet fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Kirişin çeşitli mesnet şartlarına, hacimsel değişim üsteline (k), gözeneklilik katsayısına (e) ve narinlik oranlarına (L/h) göre boyutsuz yer değiştirme değerleri, boyutsuz normal ve kayma gerilme değerleri elde edilmiştir.

2. Materyal ve Yöntem (Material and Method)

2.1. Malzeme Özellikleri (Material Properties)

Şekil 1’de görülen dikdörtgen kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin boyu L , kesit boyutları $b \times h$ olarak verilmektedir. Kirişin kesiti FDGB-1 (düzenli) ve FDGB-2 (düzensiz) olmak üzere iki farklı gözeneklilik modeline sahiptir (Şekil 2). Kirişin malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca karışım kuralına göre (1)’deki gibi değiştiği kabul edilmektedir (Wattanasakulpong ve Chaikittiratana, 2015).

$$P(z) = P_s \left(V_s(z) - \frac{e(z)}{2} \right) + P_m \left(V_m(z) - \frac{e(z)}{2} \right) \quad (1)$$

Burada, P_s ve P_m sırasıyla seramik ve metal bileşenlerine ait malzeme özellikleridir (Elastisite modülü $E(z)$, kayma modülü $G(z)$, yoğunluk $\rho(z)$). $e(z)$ ise gözeneklilik fonksiyonudur. Metal ve seramiğin toplam hacimdeki oranı (2)’deki gibi ifade edilmektedir.

$$V_s(z) + V_m(z) = 1 \quad (2)$$

Kirişteki seramiğin hacimsel değişim oranı kuvvet kuralına göre (3)’deki gibi kabul edilmiştir.

$$V_s(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k \quad (3)$$

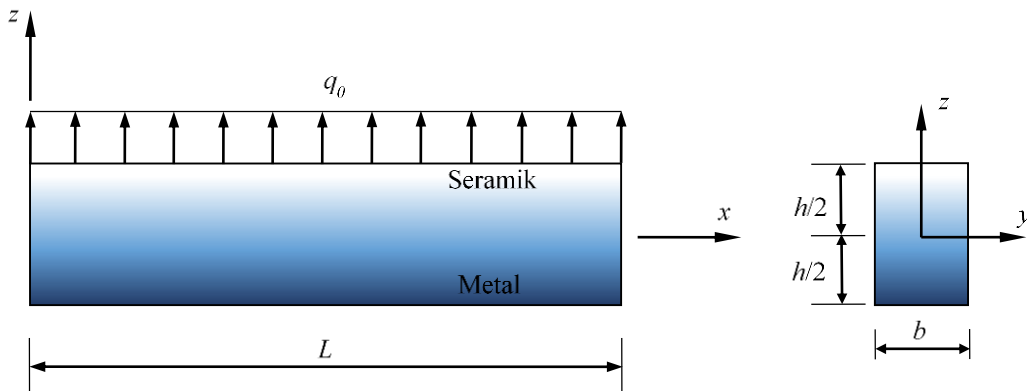
Gözenekliliğin düzenli dağıldığı FDGB-1 olarak tanımlanan malzemede malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişimi (4)’deki gibi elde edilmiştir (Wattanasakulpong ve Chaikittiratana, 2015).

$$P(z) = P_m + (P_s - P_m) \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k - \frac{e}{2} (P_s + P_m) \quad (4)$$

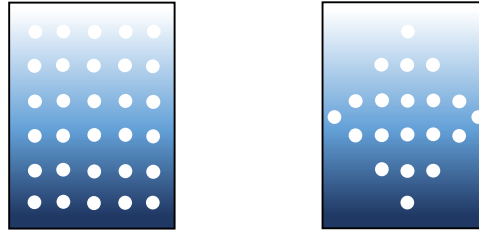
Gözenekliliğin düzensiz dağıldığı FDGB-2 de ise malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişimi (5)’deki gibidir (Wattanasakulpong ve Chaikittiratana, 2015).

$$P(z) = P_m + (P_s - P_m) \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k - \frac{e}{2} \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) (P_s + P_m) \quad (5)$$

Burada k , kalınlık yönündeki kuvvet fonksiyonu üst indis değerleridir. e ise gözeneklilik katsayısıdır. Bu iki gözeneklilik modeli için malzeme özellikleri $E(z)$, $G(z)$ ve $\rho(z)$ yukarıdaki denklemlere göre değişmektedir. Bununla birlikte, Poisson oranının FDM davranışı üzerindeki etkisi, elastisite modülünden çok daha azdır, bu nedenle Poisson oranı ν ’nin sabit olduğu varsayılmaktadır. Çeşitli kuvvet fonksiyonu üst indis değerleri ve gözeneklilik katsayıları için FDGB-1 ve FDGB-2’nin elastisite modülünün değişimi Şekil 3’de verilmiştir. Şekil 3’de görüldüğü gibi, gözeneklilik katsayısı sıfır olduğunda ($e=0$), $E(z)$ ’ye göre kirişin kesiti hasarsızdır.



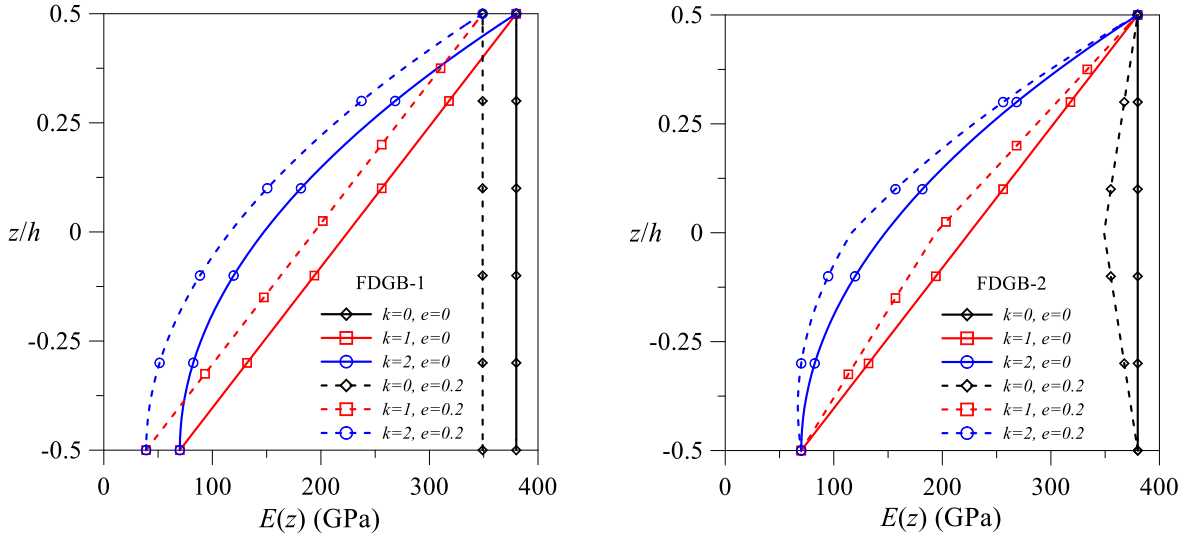
Şekil 1. FD Gözenekli Kirişin Geometrik Özellikleri ve Koordinat Eksenleri (Geometric Properties and Coordinate Axes of FD Porous Beam)



FDGB-1

FDGB-2

Şekil 2. Farklı İki Gözeneklilik Durumu İçin Kirişin Kesiti (Cross-section of Beam for Two Different Porosity Situations)

Şekil 3. FDGB-1 ve FDGB-2 için k ve e 'ye Bağlı Olarak E 'nin Yükseklik Boyunca Değişimi (Variation of E Along Height with Respect to k and e for FDGB-1 and FDGB-2)

2.2. Teori ve Sonlu Elemanlar Metodu (Theory and Finite Element Method)

Şekil 4'de L_e elemanın boyu olmak üzere, sonlu eleman yöntemi için önerilen üç düğüm noktalı 12 serbestlik dereceli yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanı gösterilmektedir. Önerilen yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanı için yer değiştirme vektörü (6)'da verilmiştir.

$$\mathbf{u} = \{u_1 \ u_2 \ u_3 \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3\}^T \quad (6)$$

Burada u ve w sırasıyla boyuna ve enine yer değiştirmeler, ϕ ve β dönme bileşenleri olup çubuk eksenini üzerinde ölçülmektedirler. Trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre herhangi bir noktadaki yer değiştirmeler (7)'de verilmektedir (Ferreira vd., 2005).

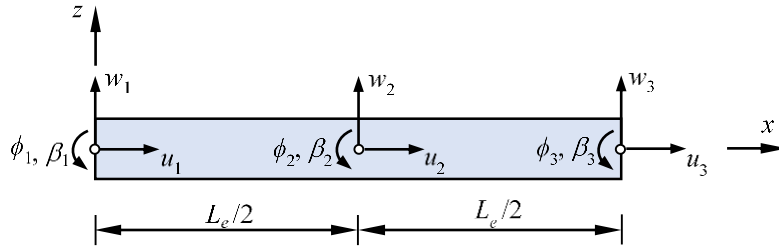
$$u(x, z) = u_0(x) - z\beta_0(x) + \sin\left(\pi\frac{z}{h}\right)\phi_0(x), \quad (7)$$

$$w(x, z) = w_0(x)$$

FD gözenekli izotropik kiriş için bünye denklemleri (8)'deki gibi yazılmaktadır (Turan, 2018).

$$\sigma_{xx} = E(z)\varepsilon_{xx}, \quad \tau_{xz} = G(z)\gamma_{xz} \quad (8)$$

Burada, σ_{xx} ve τ_{xz} sırasıyla normal ve kayma gerilmelerini, $E(z)$, $\nu(z)$ ve $G(z) = E(z)/2[1+\nu(z)]$ sırasıyla elastisite modülü, Poisson oranı ve kayma modülünü göstermektedir. Ayrıca bünye denklemlerindeki $\varepsilon_{xx} = \partial u/\partial x$ ve $\gamma_{xz} = \partial u/\partial z + \partial w/\partial x$ sırasıyla uzama oranı ve kayma açısıdır.



Şekil 4. 12 Serbestlik Dereceli Yüksek Mertebe Sonlu Kiriş Elemanı (High-Order Finite Beam Element with 12 Degrees of Freedom)

(9)'daki Lagrange eşitliği yardımıyla denge denklemleri elde edilmektedir (Turan, 2018).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (9)$$

Burada, $L = T - (U + V)$ Langragian fonksiyonudur. q_i ise düğüm noktalarındaki genelleştirilmiş koordinatlarıdır ($u_i, w_i, \phi_i, \beta_i$). İfadede $T = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \int_A \rho(z) (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dA dx$ ve $U = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \int_A (\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA dx$ sırasıyla kinetik ve şekil değiştirme enerjilerini, $V = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} P_0 (w_{0,x})^2 dx + \int_0^{L_e} q_0 w_0 dx$ ise dış yükün yaptığı işi göstermektedir.

Sayısal çözüm için yer değiştirmeler (10)'daki gibi kabul edilmiştir.

$$u_0(x) = \sum_{i=1}^3 \psi_i(x) u_i, \quad w_0(x) = \sum_{i=1}^3 \psi_i(x) w_i, \quad \phi_0(x) = \sum_{i=1}^3 \psi_i(x) \phi_i, \quad \beta_0(x) = \sum_{i=1}^3 \psi_i(x) \beta_i \quad (10)$$

Burada, $\psi_i(x)$ şekil fonksiyonu ikinci dereceden polinom olup, bütün yer değiştirmeler için Lagrange interpolasyon formülü ile aynı elde edilmektedir ($\psi_1 = (1-x/L_e)(1-2x/L_e)$, $\psi_2 = 4x/L_e(1-x/L_e)$, $\psi_3 = -x/L_e(1-2x/L_e)$). u_i, w_i, ϕ_i ve β_i ise genelleştirilmiş yer değiştirmeleri göstermektedir.

Sayısal çözüm için verilen yer değiştirmeler hesaba katılarak, iş ve enerji ifadeleri Lagrange denkleminde yazılırsa L_e boyundaki kiriş elemanının hareket denklemi (11)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{k}_e - P_0 \mathbf{k}_g) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (11)$$

Burada, \mathbf{m} , \mathbf{k}_e ve \mathbf{k}_g sırasıyla kütle, rijitlik ve geometrik rijitlik matrisleri, \mathbf{f} ise dış yük vektörüdür. P_0 burkulma yüküdür. (11)'de bir eleman için yazılan denklem sistem için türetilir ve bu denklemde kütle matrisi ve burkulma yükü sıfırlanırsa, statik analiz için denge denklemi (12)'deki gibi elde edilir.

$$\mathbf{K}_e \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (12)$$

Burada, \mathbf{K}_e ve \mathbf{F} sırasıyla sistem rijitlik matrisi ve sistem yük vektörüdür. (12)'nin çözümünden yer değiştirmeler (\mathbf{X}) elde edilir.

3. Bulgular ve Tartışma (Results and Discussion)

Bu bölümde, düzgün yayılı yük (q_0) altında çeşitli sınır şartlarına sahip FD gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle, hacimsel değişim üsteline (k), gözeneklilik katsayısına (e) ve narinlik oranlarına (L/h) göre boyutsuz yer değiştirme değerleri, boyutsuz normal ve kayma gerilme değerleri elde edilmiştir. Bu çalışmada, $L=2\text{m}$, $b=0,1\text{m}$ ve $q_0=10000\text{N/m}$ olarak alınmıştır. FD gözenekli kirişte kullanılan metal (alüminyum, Al) ve seramik (alüminyum oksit, Al_2O_3) için malzeme özellikleri sırasıyla metal ve seramiğe ait elastisite modülü (E), yoğunluk (ρ) ve Poisson oranı (ν) olmak üzere $E_m = 70\text{GPa}$, $\rho_m = 2702\text{kg/m}^3$, $\nu_m=0,3$ ve $E_s = 380\text{GPa}$, $\rho_s = 3960\text{kg/m}^3$, $\nu_s=0,3$ şeklindedir. Göz önüne alınan farklı sınır şartları sırasıyla iki ucu ankastre kiriş (A-A), basit kiriş (B-B) ve konsol kiriş (A-S)

şeklinde. Kirişin yer değiştirmeleri, normal ve kayma gerilmeleri çalışmada (13) ifadesindeki gibi boyutsuz olarak verilmiştir.

$$\bar{w} = \frac{100E_m b h^3}{qL^4} w(x, 0), \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{bh}{q_0 L} \sigma_{xx}(x, z), \quad \bar{\tau}_{xz} = \frac{bh}{q_0 L} \tau_{xz}(x, z) \quad (13)$$

Sonlu eleman yöntemlerinde öncelikle problemin çözümünde yeterli olacak sonlu eleman sayısını belirlemek için yakınsama çalışması yapılmaktadır. $L/h = 5$, $k = 1$, $e = 0$ için farklı sınır şartlarına sahip FD gözeneksiz kirişlerin maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin eleman sayısı ile değişimi Tablo 1'de verilmiştir. Tablodan görüldüğü gibi, mevcut eleman hızlı bir şekilde eleman sayısı arttığında yakınsamaktadır. Bu nedenle sayısal hesaplamalarda istenilen doğruluk için 22 eleman yeterli görünmektedir.

Tablo 1. Farklı Sınır Şartlarına Sahip FD Gözeneksiz Kirişlerin Maksimum Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Eleman Sayısıyla Değişimi ($L/h = 5$, $k = 1$, $e = 0$) (Variation of the Maximum Dimensionless Displacements of FD Non-Porous Beams with Different Boundary Conditions with the Number of Elements ($L/h = 5$, $k = 1$, $e = 0$))

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	12	16	18	20	22	24
A-A	1,5843	1,6267	1,6299	1,6305	1,6306	1,6307	1,6307	1,6307
B-B	6,2245	6,2567	6,2586	6,2590	6,2590	6,2591	6,2591	6,2591
A-S	57,2011	57,3457	57,3557	57,3576	57,3580	57,3582	57,3583	57,3583

Tablo 2. Farklı Sınır Şartlarına Sahip FD Gözeneksiz Kirişlerin Maksimum Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Literatür ile Karşılaştırılması (Comparison of the Maximum Dimensionless Displacements of FD Non-Porous Beams with Different Boundary Conditions with the Literature)

Kiriş	Teori	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$
$L / h = 5$						
A-A	Bu Çalışma	0,8574	1,6307	2,1325	2,8013	3,2132
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,8630	1,6403	2,1101	2,6477	3,0337
	Vo vd. (2015) ⁽²⁾	0,8501	1,6179	2,1151	2,7700	3,1812
B-B	Bu Çalışma	3,1652	6,2591	8,0683	9,8393	10,9424
	Turan (2018)	3,1657	6,2599	8,0303	9,6483	10,7194
	Vo vd. (2015)	3,1654	6,2594	8,0677	9,8281	10,9381
A-S	Bu Çalışma	28,7698	57,3583	73,6866	88,2935	97,4908
	Turan (2018)	28,7811	57,3774	73,5629	87,5977	96,6782
	Vo vd. (2015)	28,7555	57,3323	73,6482	88,2044	97,4151
$L / h = 20$						
A-A	Bu Çalışma	0,5932	1,1844	1,5207	1,8167	2,0033
	Turan (2018)	0,5936	1,1852	1,5194	1,8063	1,9909
	Vo vd. (2015)	0,5933	1,1843	1,5203	1,8155	2,0027
B-B	Bu Çalışma	2,8960	5,8043	7,4413	8,8182	9,6901
	Turan (2018)	2,8962	5,8049	7,4396	8,8069	9,6767
	Vo vd. (2015)	2,8962	5,8049	7,4421	8,8182	9,6905
A-S	Bu Çalışma	27,7021	55,5544	71,2062	84,2755	92,5587
	Turan (2018)	27,7034	55,5575	71,2005	84,2320	92,5074
	Vo vd. (2015)	27,7029	55,5546	71,2051	84,2712	92,5571

⁽¹⁾ Birinci mertebeye kayma deformasyonu teorisine dayalı sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ Üçüncü mertebeye kayma deformasyonu teorisine dayalı analitik çözüm

Farklı sınır şartlarına sahip FD gözeneksiz kirişlerin maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin literatür ile karşılaştırılması Tablo 2'de görülmektedir. Bu çalışmanın sonuçları farklı sınır şartlarına, hacimsel değişim üsteline ve narinlik oranlarına göre birinci mertebeye kayma deformasyonu teorisine dayalı sonlu eleman çözümü yapan Turan (2018) ve üçüncü mertebeye kayma deformasyonu teorisine dayalı analitik çözüm yapan Vo vd. (2015) ile karşılaştırılmıştır. Tabloya bakıldığında sonuçların birbirleri ile oldukça uyumlu oldukları görülmektedir. k 'nın artması ile bütün sınır şartlarında kirişin hacmindeki metal oranı arttığı için (rijitlik azalmakta) maksimum

boyutsuz yer değiştirmeler artmaktadır. Sınır şartları arasında bir kıyaslama yapılacak olursa beklenildiği gibi en büyük yer değiştirmeler konsol kirişte (A-S), en küçük yer değiştirmeler ise iki ucu ankastre kirişte (A-A) meydana gelmektedir. Narinliğin artması ile maksimum boyutsuz yer değiştirmeler azalmaktadır. Gerçekte bu durumun tersi beklenmektedir, ancak sonuçların bu şekilde çıkması boyutsuzlaştırmadan kaynaklanmaktadır.

Basit mesnetli FD gözeneksiz kirişin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin literatür ile karşılaştırılması Tablo 3'de verilmektedir. Bu çalışmanın sonuçları Vo vd. (2015) ile karşılaştırılmış ve sonuçların oldukça uyumlu oldukları görülmüştür. Basit mesnetli FD gözeneksiz kirişlerde boyutsuz normal gerilmeler $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$ hacimsel değişim üstelinin ve narinlik oranlarının artması ile artmaktadır. Boyutsuz kayma gerilmeleri $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$ ise hacimsel değişim üstelinin artması ile düzenli bir değişim göstermemektedir. Narinliğin artması ile boyutsuz kayma gerilmeleri az da olsa artmaktadır.

Tablo 3. Basit Mesnetli FD Gözeneksiz Kirişin Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin Literatür ile Karşılaştırılması
(Comparison of Dimensionless Normal and Shear Stresses of Simply Supported FD Non-Porous Beam with Literature)

Kiriş	Teori	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$
$L / h = 5$						
$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	Bu Çalışma	3,8021	5,8911	6,8893	8,1381	9,7314
	Vo vd. (2015) ⁽¹⁾	3,8020	5,8836	6,8826	8,1106	9,7122
$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	Bu Çalışma	0,7492	0,7492	0,6949	0,6310	0,6792
	Vo vd. (2015)	0,7332	0,7332	0,6706	0,5905	0,6467
$L / h = 20$						
$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	Bu Çalışma	15,0139	23,2068	27,1025	31,8219	38,1458
	Vo vd. (2015)	15,0129	23,2053	27,0991	31,8130	38,1385
$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	Bu Çalışma	0,7691	0,7691	0,7143	0,6496	0,6979
	Vo vd. (2015)	0,7451	0,7451	0,6824	0,6023	0,6596

⁽¹⁾ Üçüncü mertebeye kayma deformasyonu teorisine dayalı analitik çözüm

Tablo 4. Basit Mesnetli FDGB-1 Kirişlerin Maksimum Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Literatür ile Karşılaştırılması
(Comparison of Maximum Dimensionless Displacements of Simply Supported FDGB-1 Beams with the Literature)

k	Teori	$L/h = 5$			$L/h = 20$		
		$e = 0$	$e = 0,1$	$e = 0,2$	$e = 0$	$e = 0,1$	$e = 0,2$
0	Bu Çalışma	3,1652	3,3644	3,5904	2,8960	3,0782	3,2850
	Zouatina vd. (2017)	3,1654	3,3646	3,5906	2,8962	3,0785	3,2852
	Sayyad vd. (2022)	3,1224	3,3646	3,5906	2,8585	3,0785	3,2853
1	Bu Çalışma	6,2591	7,2504	8,6771	5,8043	6,7450	8,1083
	Zouatina vd. (2017)	6,2594	7,2507	8,6774	5,8049	6,7457	8,1093
	Sayyad vd. (2022)	6,2586	7,2507	8,6774	5,7292	6,7457	8,1093
2	Bu Çalışma	8,0683	10,0099	13,5429	7,4413	9,2846	12,6858
	Zouatina vd. (2017)	-	-	-	-	-	-
	Sayyad vd. (2022)	7,9627	10,0080	13,5410	7,3450	9,2855	12,6870
5	Bu Çalışma	9,8393	12,9412	20,1491	8,8182	11,6165	18,2691
	Zouatina vd. (2017)	9,8281	12,9180	20,0930	8,8182	11,6160	18,2670
	Sayyad vd. (2022)	9,6986	12,9160	20,0890	8,7031	11,6150	18,2660
10	Bu Çalışma	10,9424	14,5412	23,2139	9,6901	12,7848	20,2345
	Zouatina vd. (2017)	10,9380	14,5260	23,1350	9,6905	12,7840	20,2300
	Sayyad vd. (2022)	10,7940	14,5240	23,1280	9,5641	12,7840	20,2300

Tablo 4'de basit mesnetli FDGB-1 kirişlerin hacimsel değişim üsteline (k), gözeneklilik katsayısına (e) ve narinlik oranlarına (L/h) göre maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin literatür ile karşılaştırılması verilmektedir. Bu çalışmanın sonuçları yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre analitik çözüm yapan Zouatina vd. (2017) ve yüksek mertebeye hiperbolik dairesel kiriş teorisine göre analitik çözüm yapan Sayyad vd. (2022) ile karşılaştırılmıştır. Gözenekliliğin düzenli dağıldığı FDGB-1 için bu çalışmadan elde edilen sonuçlar literatür ile

oldukça uyumlu çıkmaktadır. Hacimsel değişim üstelinin ve gözeneklilik katsayısının artmasıyla (rijitlik azalmakta) FDGB-1 de maksimum boyutsuz yer değiştirmeler artmaktadır. Narinliğin artması ile boyutsuz yer değiştirmeler azalmaktadır.

Farklı sınır şartlarına sahip FD gözenekli kirişlerin maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin gözeneklilik katsayısına (e) ve hacimsel değişim üsteline (k) göre değişimi Tablo 5’de görülmektedir. Tabloya bakıldığında gözenekliliğin düzenli dağıldığı FDGB-1 ve gözenekliliğin düzensiz dağıldığı FDGB-2 arasında kıyaslama yapılabilmektedir. Aynı gözeneklilik oranına sahip FDGB-1’de maksimum boyutsuz yer değiştirmelerin FDGB-2’ye göre daha yüksek çıktığı görülmektedir. Bunun sebebi FDGB-1’de FDGB-2’ye göre daha fazla boşluk oluşmakta ve rijitliği diğerine göre daha fazla düşmektedir. Rijitliği diğerine göre daha fazla düştüğü için maksimum boyutsuz yer değiştirmesi daha büyük çıkmaktadır. e ’nin üst sınırı gözeneklilik tiplerine göre değişmektedir. Tablo 5’de e değerlerinin 0,4’e kadar incelenmesinin sebebi, FDGB-1 için $k=2$ ve $e=0,45$ değerinin üzerinde kirişin Elastisite modülü eksi değerlere gitmektedir (Denklemler 4’e göre). Elastisite modülü rijitliğe çarpan olarak girdiği için rijitliği düşürmektedir. Rijitliğin düşmesiyle yer değiştirmeler artmaktadır. FDGB-1 için $k=2$ ve $e=0,4$ değerinde Elastisite modülü kirişin alt kısmında sıfıra oldukça yakın olduğu için yer değiştirmesi diğerlerine göre büyük çıkmıştır. FDGB-2 için ise $k=2$ ve $e=0,95$ değerinin üzerinde kirişin Elastisite modülü eksi değerlere gitmektedir. Aynı zamanda önceki kısımda sınır şartlarına, hacimsel değişim üsteline, gözeneklilik katsayısına ve narinlik oranlarına göre yapılan yorumlar burada aynen geçerli olmaktadır.

Tablo 6’da basit mesnetli farklı tip FD gözenekli kirişin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin gözeneklilik katsayısına ve hacimsel değişim üsteline göre değişimi verilmektedir. Burada $k=0$ için FDGB-1 de normal gerilmeler FDGB-2’den küçük olmaktadır. $k=1$ ve 2 için ise de normal gerilmeler FDGB-2’den büyük çıkmaktadır. k ’nın her değeri için boyutsuz kayma gerilmesi FDGB-1’de FDGB-2’ye göre daha büyük olmaktadır.

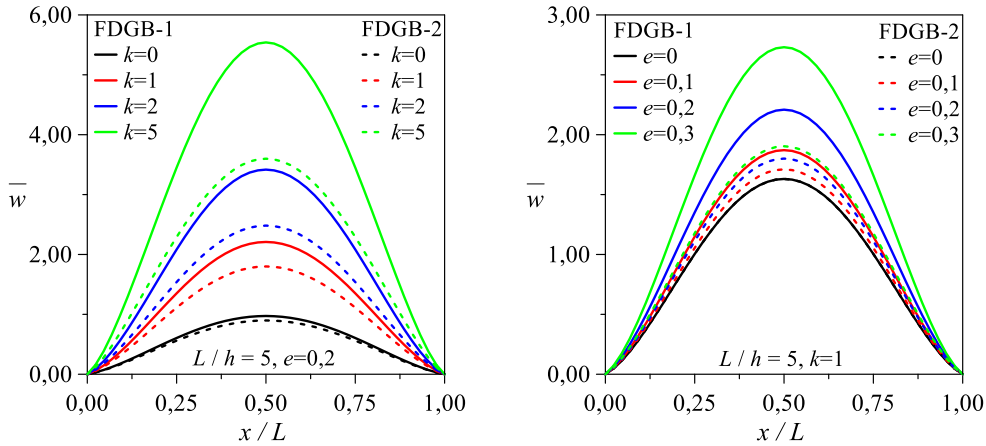
Tablo 5. Farklı Sınır Şartlarına Sahip FD Gözenekli Kirişlerin Maksimum Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Gözeneklilik Katsayısına (e) ve Hacimsel Değişim Üsteline (k) göre Değişimi (Variation of Maximum Dimensionless Displacements of FD Porous Beams with Different Boundary Conditions According to Porosity Coefficient (e) and Power-Law Exponent (k))

k	e	A-A		B-B		A-S	
		FDGB -1	FDGB -2	FDGB -1	FDGB -2	FDGB -1	FDGB -2
$L/h = 5$							
0	0,1	0,9114	0,8771	3,3644	3,2200	30,5805	29,2301
	0,2	0,9726	0,8980	3,5904	3,2770	32,6344	29,7072
	0,3	1,0426	0,9203	3,8489	3,3367	34,9841	30,2021
	0,4	1,1235	0,9442	4,1475	3,3992	37,6983	30,7161
1	0,1	1,8711	1,7104	7,2504	6,5305	66,5717	59,7743
	0,2	2,2090	1,8005	8,6771	6,8350	79,8882	62,4791
	0,3	2,7307	1,9037	10,9473	7,1805	101,1956	65,5390
	0,4	3,6834	2,0234	15,2599	7,5775	141,9472	69,0437
2	0,1	2,6017	2,2903	10,0099	8,6057	91,7350	78,4640
	0,2	3,4166	2,4819	13,5429	9,2542	124,8610	84,2141
	0,3	5,3730	2,7211	22,6122	10,0580	210,9009	91,3246
	0,4	28,7759	3,0301	139,5357	11,0904	1333,4587	100,4316
$L/h = 20$							
0	0,1	0,6306	0,6026	3,0782	2,9399	29,4456	28,1201
	0,2	0,6729	0,6123	3,2850	2,9853	31,4232	28,5511
	0,3	0,7213	0,6223	3,5215	3,0321	33,6857	28,9956
	0,4	0,7773	0,6327	3,7947	3,0804	36,2993	29,4543
1	0,1	1,3751	1,2340	6,7450	6,0444	64,5671	57,8477
	0,2	1,6509	1,2896	8,1083	6,3128	77,6326	60,4107
	0,3	2,0927	1,3524	10,2971	6,6159	98,6169	63,3046
	0,4	2,9383	1,4243	14,5007	6,9624	138,9361	66,6123
2	0,1	1,8943	1,6189	9,2846	7,9158	88,8662	75,7378
	0,2	2,5810	1,7369	12,6858	8,4862	121,4716	81,1838
	0,3	4,3675	1,8829	21,5822	9,1905	206,8255	87,9078
	0,4	27,6666	2,0698	138,4261	10,0912	1329,0207	96,5052

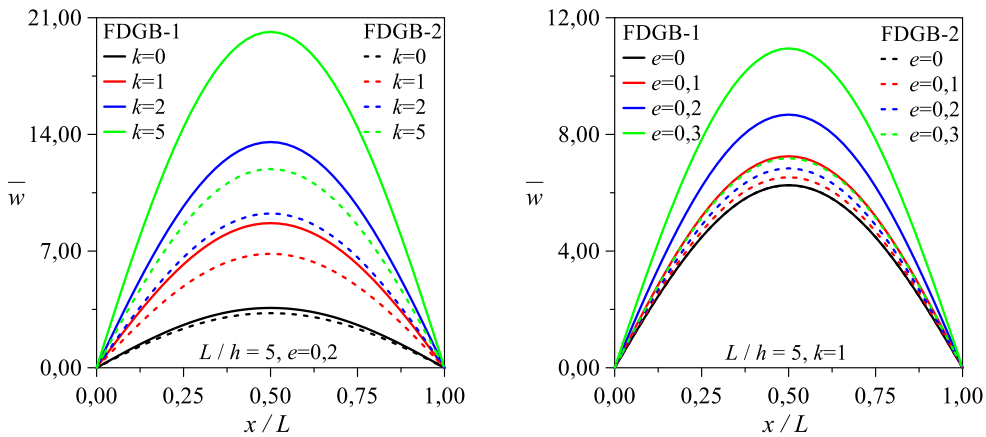
Tablo 6. Basit Mesnetli FD Gözenekli Kirişin Boyutsuz Normal Ve Kayma Gerilmelerinin Gözeneklilik Katsayısına (e) ve Hacimsel Değişim Üsteline (k) Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Normal and Shear Stresses of Simply Supported FD Porous Beam with Respect to Porosity Coefficient (e) and Power-Law Exponent (k))

k	e	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$		$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$		$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$		$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	
		$L/h = 5$				$L/h = 20$			
		FDGB-1	FDGB-2	FDGB-1	FDGB-2	FDGB-1	FDGB-2	FDGB-1	FDGB-2
0	0,1	3,8021	3,8609	0,7492	0,7359	15,0139	15,2399	0,7677	0,7542
	0,2	3,8021	3,9217	0,7492	0,7214	15,0139	15,4729	0,7677	0,7395
	0,3	3,8021	3,9846	0,7492	0,7056	15,0139	15,7131	0,7677	0,7234
1	0,1	6,2199	6,0352	0,7493	0,7255	24,5364	23,7856	0,7695	0,7450
	0,2	6,7065	6,1965	0,7493	0,6980	26,4642	24,3994	0,7702	0,7170
	0,3	7,4866	6,3692	0,7494	0,6656	29,5607	25,0530	0,7713	0,6841
2	0,1	7,5756	7,1216	0,6841	0,6548	29,8104	27,9780	0,7040	0,6736
	0,2	8,8097	7,3798	0,6669	0,6049	34,7035	28,9437	0,6876	0,6228
	0,3	11,9499	7,6720	0,6317	0,5408	47,2385	30,0260	0,6544	0,5574

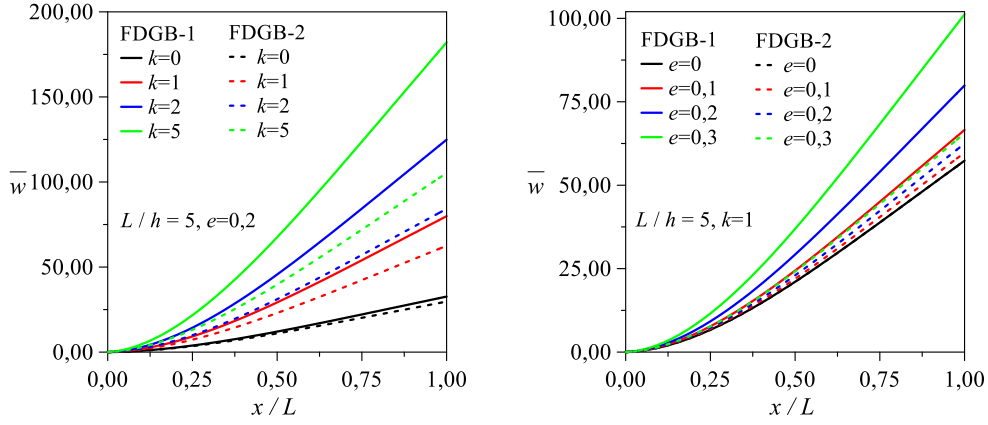
İki ucu ankastre FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz yer değiştirmelerin k , e ve x/L 'ye göre değişimi Şekil 5'de verilmektedir. $L/h=5$ ve $e=0,2$ için maksimum boyutsuz yer değiştirme kirişin orta kesitinde meydana gelmektedir. FDGB-1 ve FDGB-2 için en büyük yer değiştirmeler $k=5$ ve $e=0,3$ olması durumunda oluşmaktadır. $e=0,2$ sabit tutulup k arttırıldığında yer değiştirmeler artmaktadır. $k=1$ alınıp e arttırıldığında yer değiştirmeler yine artmaktadır. Bunun sebebi e ve k 'nin artması kirişin rijitliğini azaltmasıdır. Ayrıca FDGB-1'de yer değiştirmelerin FDGB-2'ye göre daha büyük olduğu görülmektedir. Şekil 6'da basit mesnetli FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz yer değiştirmelerin k , e ve x/L 'ye göre değişimi gösterilmektedir. Bu sınır şartında A-A'ya göre kirişin yer değiştirmesinin büyüklüğü ve formu değişse bile yapılan yorumlar aynen geçerlidir.



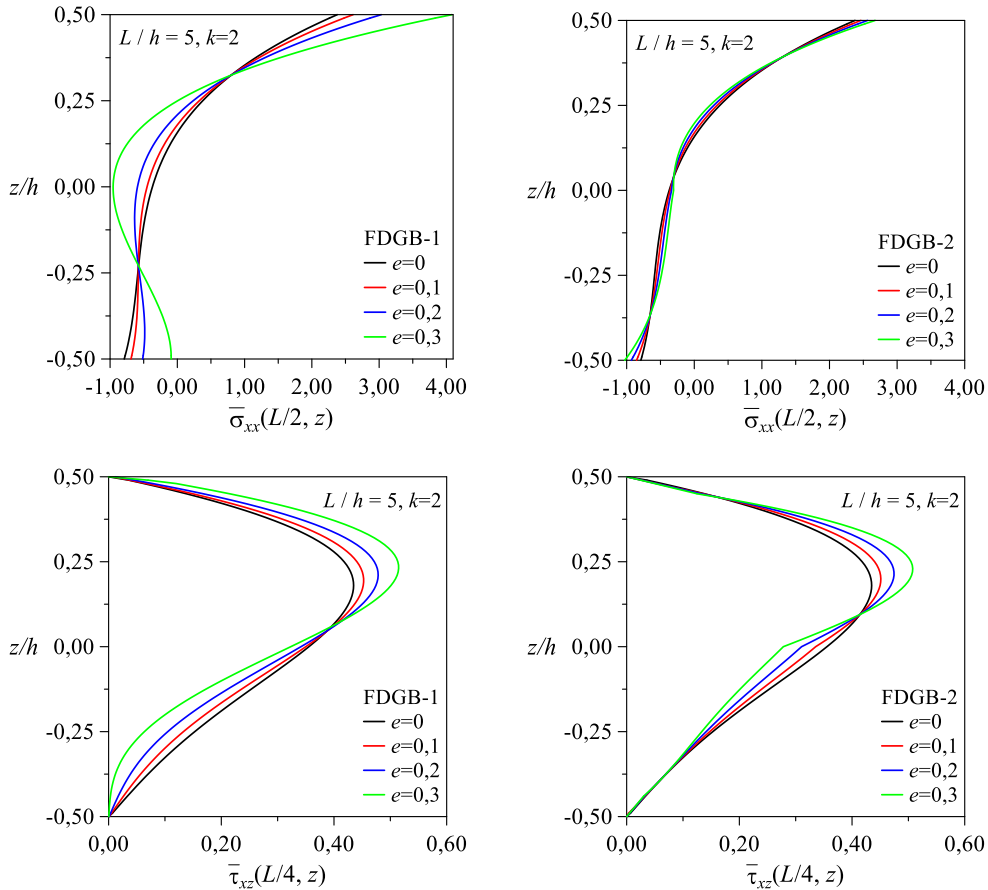
Şekil 5. İki Ucu Ankastre FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Yer Değişimlerinin k , e ve x/L 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Displacements with Respect to k , e , and x/L for Clamped-Clamped FDGB-1 and FDGB-2)



Şekil 6. Basit Mesnetli FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Yer Değişimlerinin k , e ve x/L 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Displacements with Respect to k , e , and x/L for Simply Supported FDGB-1 and FDGB-2)



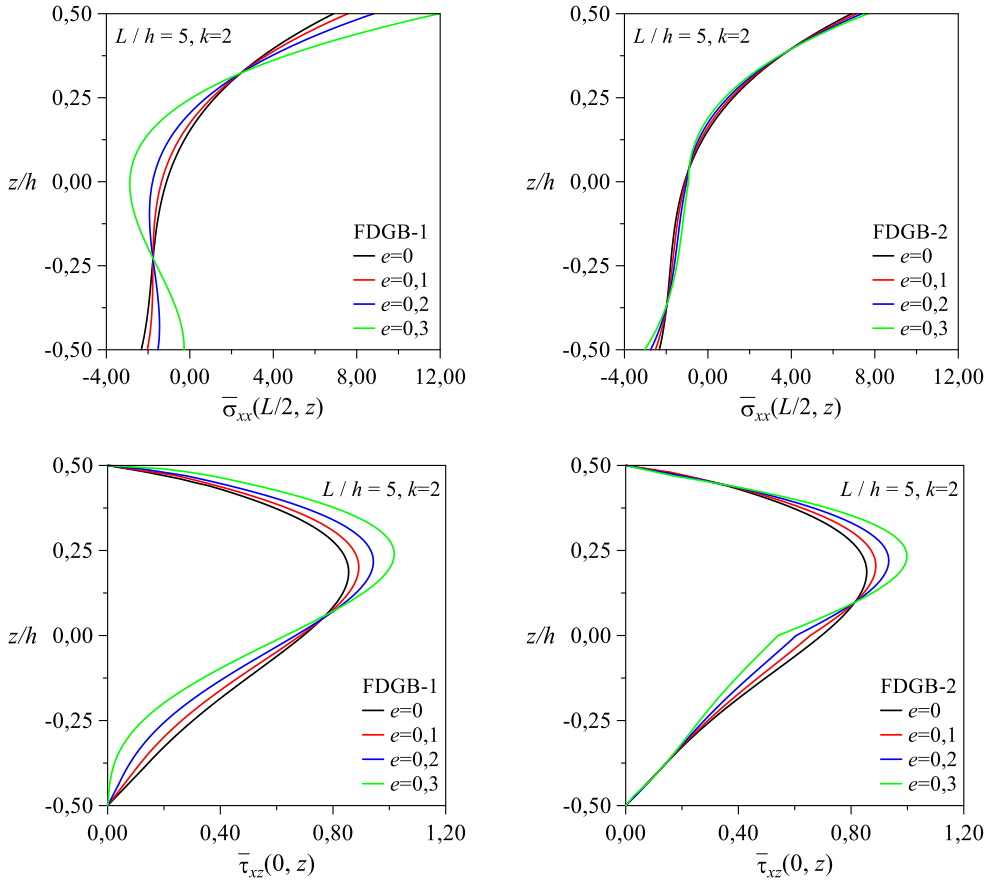
Şekil 7. Konsol FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Yer Değiştirmelerin k , e ve x/L 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Displacements with Respect to k , e , and x/L for Clamped-Free FDGB-1 and FDGB-2)



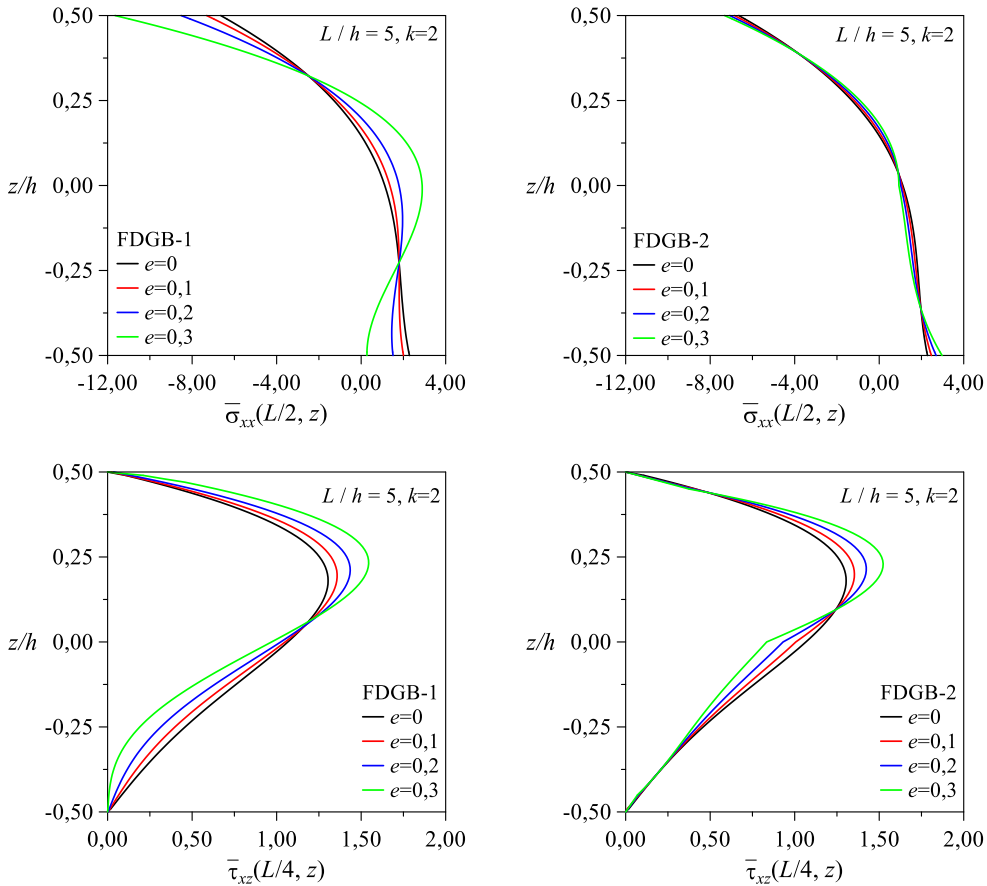
Şekil 8. İki Ucu Ankastre FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin e ve z/h 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Normal and Shear Stresses with Respect to e and z/h for Clamped-Clamped FDGB-1 and FDGB-2)

Şekil 7'de konsol FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz yer değiştirmelerin k , e ve x/L 'ye göre değişimi görülmektedir. Burada maksimum boyutsuz yer değiştirmeler konsolun serbest ucunda meydana gelmektedir. Ayrıca yer değiştirmeler en büyük değerlerine e ve k 'nın maksimum değerlerinde ulaşmaktadır.

İki ucu ankastre FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin e ve z/h 'ye göre değişimi Şekil 8'de verilmektedir. Boyutsuz normal gerilmelere kirişin orta kesitinde bakılmaktadır. $L/h=5$ ve $k=2$ için FDGB-1'de mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilme kesitin üst yüzeyinde meydana gelmektedir. FDGB-1'de gözeneklilik katsayısı arttıkça kesitin üstünde normal gerilmeler artmakta, kesitin alt yüzeyinde ise mutlak değerce azalmaktadır. FDGB-2'de ise gözeneklilik katsayısının artması ile normal gerilmelerde FDGB-1'deki gibi belirgin bir değişiklik olmamaktadır. Boyutsuz kayma gerilmelerine $L/4$ 'de bakılmaktadır. En büyük kayma gerilmeleri kesitin yaklaşık $z/h=0,25$ 'lik kısmında meydana gelmektedir. Beklenildiği gibi kesitin altında ve üstünde kayma gerilmesi sıfır çıkmaktadır. FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz kayma gerilmelerinin maksimum değerleri gözeneklilik katsayısının artması ile doğru orantılıdır.



Şekil 9. Basit Mesnetli FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin e ve z/h 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Normal and Shear Stresses with Respect to e and z/h for Simply Supported FDGB-1 and FDGB-2)



Şekil 10. Konsol FDGB-1 ve FDGB-2 için Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin e ve z/h 'ye Göre Değişimi (Variation of Dimensionless Normal and Shear Stresses with Respect to e and z/h for Clamped-Free FDGB-1 and FDGB-2)

Şekil 9'da basit mesnetli FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin e ve z/h 'ye göre değişimi verilmektedir. Burada iki ucu ankastre kirişlere göre boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin büyüklükleri değişse bile A-A kirişler için yapmış olduğumuz yorumlar aynen geçerlidir.

Konsol FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin e ve z/h 'ye göre değişimi Şekil 10'da görülmektedir. Konsol kirişte boyutsuz normal gerilmelere kirişin orta kesitinde bakılmaktadır. Burada kiriş kesitinde çekme ve basınç bölgesi yer değiştirmektedir. Çekme bölgesi kiriş kesitinin altında basınç bölgesi ise üstünde meydana gelmektedir. Mutlak değerce en büyük normal gerilmeler kesitin üst yüzeyinde oluşmaktadır. FDGB-1'de gözeneklilik katsayısı arttıkça kesitin üstünde mutlak değerce normal gerilmeler artmaktadır. Kesitin alt yüzeyinde ise azalmaktadır. FDGB-2'de ise gözeneklilik katsayısının değişimi ile normal gerilmelerde FDGB-1'deki gibi belirgin bir değişim söz konusu değildir. Konsol FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz kayma gerilmelerinin büyüklükleri farklı olsa da gerilmelerin değişimi diğer sınır şartlarına benzemektedir.

4. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre farklı tip FD gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi incelenmiştir. Sonlu eleman yöntemi için üç düğüm noktalı 12 serbestlik dereceli yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanı önerilmiştir. Düzgün yayılı yük (q_0) altında çeşitli sınır şartlarına sahip FD gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle, hacimsel değişim üsteline (k), gözeneklilik katsayısına (e) ve narinlik oranlarına (L/h) göre boyutsuz yer değiştirme değerleri, boyutsuz normal ve kayma gerilme değerleri elde edilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgular ışığında çıkarılan sonuçlar aşağıda sıralanmıştır:

- Önerilen yüksek mertebeli sonlu kiriş elemanı, farklı sınır koşullarına sahip FD gözenekli kirişlerin yer değiştirme ve gerilmelerini doğru bir şekilde tahmin edebilmektedir. Önerilen sonlu eleman modelinin hesaplamadaki doğruluğu ve performansı yeterlidir. Ayrıca, bu modelin en önemli avantajları; etkin ve hızlı bir çözüm yapması ve kayma gerilmelerini doğru bir şekilde tahmin etmesidir.
- Hacimsel değişim üstelinin ve gözeneklilik katsayısının artmasıyla (rijitlik azalmakta) FDGB-1 ve FDGB-2'de maksimum boyutsuz yer değiştirmeler artmaktadır.
- Aynı gözeneklilik oranına sahip FDGB-1'de maksimum boyutsuz yer değiştirmelerin FDGB-2'ye göre daha yüksek olmaktadır. FDGB-1'de FDGB-2'ye göre daha fazla boşluk oluşmakta ve rijitliği diğerine göre daha fazla düşmektedir.
- Kirişin orta kesiti için FDGB-1 ve FDGB-2'de mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilme kesitin üst yüzeyinde meydana gelmektedir.
- FDGB-1 ve FDGB-2 için boyutsuz kayma gerilmelerinin maksimum değerleri gözeneklilik katsayısının artması ile doğru orantılıdır.

Çıkar Çatışması (Conflict of Interest)

Yazar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir. No conflict of interest was declared by the author.

Kaynaklar (References)

- Akbaş, Ş. D., 2018. Forced vibration analysis of functionally graded porous deep beams. *Composite Structures*, 186(December 2017), 293–302.
- Alnujaie, A., Akbas, S. D., Eltaher, M. A., Assie, A. E., 2021. Damped forced vibration analysis of layered functionally graded thick beams with porosity. *Smart Structures and Systems*, 27(4), 679–689.
- Avcar, M. 2019. Free vibration of imperfect sigmoid and power law functionally graded beams. *Steel and Composite Structures*, 30(6), 603–615.
- Avcar, M., Mohammed, W.K.M., 2017. Winkler zemin ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özelliklerinin kirişin frekans parametrelerine etkilerinin incelenmesi. 5(3), 573–580.
- Chami, G. M. B., Kahil, A., Hadji, L., 2022. Influence of porosity on the fundamental natural frequencies of FG sandwich beams. *Materials Today: Proceedings*, 53, 107–112.
- Chen, D., Yang, J., Kitipornchai, S., 2015. Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam. *Composite Structures*, 133, 54–61.
- Derikvand, M., Farhatnia, F., Hodges, D. H., 2021. Functionally graded thick sandwich beams with porous core: Buckling analysis via differential transform method. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 0(0), 1–28.
- Ebrahimi, F., Ghasemi, F., Salari, E., 2016. Investigating thermal effects on vibration behavior of temperature-dependent compositionally graded Euler beams with porosities. *Meccanica*, 51(1), 223–249.
- Ferreira, A. J. M., Roque, C. M. C., Jorge, R. M. N. 2005. Analysis of composite plates by trigonometric shear deformation theory and multiquadrics. *Computers and Structures*, 83(27), 2225–2237.
- Fouda, N., El-midany, T., Sadoun, A. M., 2017. Bending, buckling and vibration of a functionally graded porous beam using finite elements. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 3(4), 274–282.

- Gao, K., Li, R., Yang, J., 2019. Dynamic characteristics of functionally graded porous beams with interval material properties. *Engineering Structures*, 197(July), 109441.
- Hadji, L., Zouatnia, N., Bernard, F., 2019. An analytical solution for bending and free vibration responses of functionally graded beams with porosities: Effect of the micromechanical models. *Structural Engineering and Mechanics*, 69(2), 231–241.
- Hamed, M. A., Sadoun, A. M., Eltaher, M. A., 2019. Effects of porosity models on static behavior of size dependent functionally graded beam. *Structural Engineering and Mechanics*, 71(1), 89–98.
- Kahya, V., Turan, M., 2017. Finite element model for vibration and buckling of functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*, 109, 108–115.
- Kahya, V., Turan, M., 2018. Vibration and stability analysis of functionally graded sandwich beams by a multi-layer finite element. *Composites Part B: Engineering*, 146, 198–212.
- Kitipornchai, S., Chen, D., Yang, J., 2017. Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets. *Materials and Design*, 116, 656–665.
- Nguyen, N. D., Nguyen, T. N., Nguyen, T. K., Vo, T. P., 2022. A new two-variable shear deformation theory for bending, free vibration and buckling analysis of functionally graded porous beams. *Composite Structures*, 282, 115095.
- Sayyad, A. S., Avhad, P. V., Hadji, L., 2022. On the static deformation and frequency analysis of functionally graded porous circular beams. *Forces in Mechanics*, 7, 100093.
- Taşkın, V., Demirhan, P. A., 2020. Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizi. *Eskişehir Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B - Teorik Bilimler*, 8(1), 49–60.
- Turan, M., 2018. Tabakalı kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için bir sonlu eleman modeli. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Türkiye.
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Inam, F., Lee, J., 2015. Static behaviour of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D theory. *Composites Part B: Engineering*, 68, 59–74.
- Wattanasakulpong, N., Chaikittiratana, A., 2015. Flexural vibration of imperfect functionally graded beams based on Timoshenko beam theory: Chebyshev collocation method. *Meccanica*, 50(5), 1331–1342.
- Zghal, S., Ataoui, D., Dammak, F., 2020. Static bending analysis of beams made of functionally graded porous materials. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50(3), 1012–1029.
- Zouatnia, N., Hadji, L., Kassoul, A., 2017. An analytical solution for bending and vibration responses of functionally graded beams with porosities. *Wind and Structures*, 25(4), 329–342.