



BERKİTMELİ İZOTROPİK İNCE PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR METODU İLE STABİLİTE ANALİZİ

Yunus Onur YILDIZ, Ezgi GÜNAY*

Gazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Ankara, TÜRKİYE

ÖZET

Bu çalışmada; St 37 çelik dikdörtgen plakların yine dikdörtgen kesitli takviye elemanları ile desteklenmiş hallerinin, burkulma analizi çözümlenmeleri yapılmıştır. Eksenel basınç yükü altındaki basit mesnetli plaklar dört değişik boyut için desteklenerek incelenmiştir. Günümüzde bu konuda yapılan son çalışmalar sayısal olarak yeniden modellenerek, ince plakların geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizleri ANSYS® sonlu elemanlar programına makro yazılarak yapılmıştır. Her bir plak geometrisi için kritik burkulma gerilmesi σ_{cr} ve daha sonra burkulma sonucu oluşan maksimum sehim δ_{max} değerleri belirlenerek, plağın bölgesel ve genel burkulma davranışlarının oluşumu detaylarıyla incelenmiştir. Plakların burkulma anlarında bazen oluşmakta olan ve kararlı bölgelerden kararsız bölgelere geçişleri de gösteren dallanma bölgeleri grafiklerle gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Burkulma, Basınç yükü, Destek elemanı, Dallanma, ANSYS®.

STABILITY ANALYSIS OF STIFFENED ISOTROPIC THIN PLATES USING FINITE ELEMENT METHOD

ABSTRACT

In this study; the buckling analysis solutions of St 37 steel rectangular plates with rectangular cross sectional stiffener elements were performed. Simply supported plates under axial compressive loading are examined for four different geometrical sizes. Latest studies, which have done nowadays about this subject, are numerically remodeled and geometrically nonlinear buckling analyses of thin plates are given by writing macro programs to ANSYS®. Critical buckling stress σ_{cr} and maximum deflection δ_{max} values are defined and then formation of the local and global buckling behaviors are examined in detail for each plate geometry. Bifurcation regions in which they will occur rarely and also showing to us the passing sections from stable to unstable locations are shown by the help of graphics.

Keywords : Buckling, Pressure loading, Stiffener, Bifurcation, ANSYS®.

* E-posta: egunay@gazi.edu.tr

1. GİRİŞ

Değişik takviye elemanları ile desteklenmiş plaklar, gemi, denizaltı, köprü, hava araçları ve uzay mekiklerinde olduğu gibi, diğer yapılarda da esas alt yapı elemanlarıdır. Bu desteklenmiş yapılar üretim aşamalarının kolay ve mukavemet / ağırlık oranlarının yüksek olması nedeniyle geniş kullanım alanları yaratmaktadır. Bilindiği gibi berkitme elemanları tek ve çift taraflı olmak üzere “T”, “I”, “L” ve “R” kesitli elemanlar ile değişik yüklemeler altında plâğın burkulma davranışında etkili olmaktadır. Deformasyona neden olacak yüksek burkulma gerilme değerlerinin oluşum faktörlerinin iyi analiz edilerek araştırılması ile yapıların mukavemet değerlerinin yükseltilmesi destek elemanlarıyla sağlanabilmektedir. Bunun için incelenen yapı elemanları ile gerekli bütün bilgilerin doğru ve eksiksiz bir şekilde bilinmesi gerekmektedir. Günümüzdeki uygulamalarda, yanal yönlerde desteklenmiş ve düzlemde enine basma yüklemesine maruz bırakılan plakların üzerinde oluşacak olan, burkulma şekli ve kritik gerilme dağılımlarının araştırılarak incelenmesi önemli konular arasındadır.

Paik vd. [1-2] destek elemanlı plakların burkulma modlarını isimlendirerek kategorilere ayırmıştır. Kumar vd. [3] ve Guo vd. [4], ortotropik destek elemanlı plakların burkulmasında kullanılacak yeni eleman tipleri geliştirmişlerdir. Son yıllardaki çalışmalarıyla Alinia [5], eksenel yüklemeye altındaki izotropik desteklenmiş plakların burkulma davranışlarını incelemiştir. Ayrıca uygun destek elemanını ve geometrisini belirlemeye çalışmıştır. Alinia [6], yine aynı tip plakların kayma gerilmesi altındaki burkulma davranışlarını inceleyerek kritik kayma gerilmelerinin destek eleman sayısına bağlı değişimlerini ANSYS® ile çözerek sonuçları tablolar halinde vermiştir. Mallela vd. [7] ortotropik fiber kompozit olan ayrıca destek elemanlarıyla güçlendirilmiş plakların burkulmasını ANSYS® sonlu elemanlar programı ile incelemiştir. İlgili araştırmalarında, 450 değişik plak ve destek eleman kombinasyonu üzerinde çalışarak, mühendislik tasarımına en uygun olan model aranmıştır. Sanal [8] çalışmasında son yıllarda yapılan çalışmalar dikkate alarak kayma yüklemesi altında bırakılmış enine desteklenmiş izotropik ve ortotropik dikkörtgen ince plakları ANSYS® ile modelleyerek özdeğer probleminin çözümlerini yapmıştır. Sonuçlar tablo ve grafiklerle ayrıntılı olarak verilmiştir. Yıldız vd. [9] çalışmasında, izotropik ve fiber takviyeli kompozit plakların dikkörtgen kesitli takviye elemanlarla güçlendirilmiş hallerinin burkulma analizlerini modelleyerek basınç yükü için ANSYS® ile yapmıştır. Çalışmada, plâğın kritik burkulma gerilmeleri ve mod şekilleri özdeğer ve karşılık gelen öz vektörler hesaplanarak çözüm aşamaları ile hesaplanarak anlatılmaktadır. Burada, takviye elemanlarının kritik burkulma gerilmesi üzerindeki etkileri grafiklerle gösterilmiştir.

Byklum [10], yarı analitik formülasyonu oluşturmuş ve ABAQUS® sonlu elemanlar programı ile çelik destek elemanlı plakların bölgesel burkulma analizinin çözümlemeleri üzerine çalışmıştır. Alüminyum destek elemanlı plakların genel burkulma davranışına ait çalışmalara da ayrıca yer vermiştir [11].

Yapılan bu çalışmamızda [9,12], ilk olarak literatürde günümüzdeki son araştırmaları içermekte olan Byklum'un [10-11] sonlu elemanlar modeli oluşturulmuş, “L” ve “T” kesitli destek elemanlar yerine dikkörtgen kesitli geometrilere sahip berkitmeler kullanılarak, basit mesnet sınır şartları için doğrusal ve doğrusal olmayan analizler yapılmıştır. Doğrusal çözümlemelerden özdeğerlere (λ_i) veya kritik burkulma gerilmelerine σ_{kr} , doğrusal olmayan çözümlemelerden ise kritik gerilmelere ek olarak, maksimum sehim değerlerine (δ_{max}) ulaşılmıştır. Bu aşamadan sonra ikinci olarak, Alinia'nın kullanmış olduğu B.M. sınır şartlarının modele uygulanması ile yapılan çalışmalar sonucunda, dört değişik ince plak geometrisi için σ_{kr} kritik burkulma gerilme değerleri belirlenerek, plâğın bölgesel ve genel burkulma davranışlarının oluşumları incelenmiştir.

Üçüncü aşamada, ANSYS® v10 sonlu elemanlar programına makrolar yazılmasıyla özdeğer probleminin çözümleri ve buna bağlı olarak lineer olmayan çözümlemeler yapılmıştır. St37 çelik izotropik plakların tek taraflı dikkörtgen kesitli takviye elemanları ile enine desteklenerek güçlendirilmiş hallerinin analizleri özdeğer problemi ve büyük deformasyon çözümlemeleri dikkate alınarak yapılmıştır. Çalışmadaki yüklemeler, düzlemde plâğın dar kenarı boyunca uygulanan basınç yükleridir. Bu yüklemeye altındaki kritik basma gerilmesi ve mod değeri özdeğer problemi olarak hesaplandıktan sonra yine mod şekillerinin δ ve δ_{max} sehimleri ile gösterilebilmesi için geometrik olarak büyük deformasyon çözümlemeleri “Newton-Raphson” ve “Arc-Length” metodunun ANSYS® içerisinde kullanılması ile yapılmıştır. Bu şekilde onaltı değişik geometrideki çelik plakların, basma gerilmesi (σ_{basma}) altında; burkulma modlarındaki gerilmeleri (σ , σ_{kr}), birim deformasyonları (ϵ , ϵ_{kr}) ve sehimleri (δ , δ_{max}) bulunmuştur. Daha önceki çalışmada yapılan kayma [8] ve bu çalışmadaki basma [12] yüklemelerinin destek eleman sayısına bağlı olarak oluşturduğu etkileri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bütün bunlara ek olarak,

plağın burkulma anındaki denge ve dengesiz durumlara geçiş durumları grafikler sayesinde belirlenerek, kaynaklardaki çalışmalarda çok az rastlanan ek bilgilere ulaşılmıştır. Yapılan çalışmalar aşağıda bölümler halinde açıklanmıştır.

2. ANSYS İLE PLAKLARIN BURKULMA ANALİZLERİ

ANSYS® burkulma analiz çözüm aşamaları Ek 1 ve Ek 2’de açıklanmaktadır. ANSYS®, burkulma analizindeki matris sistemlerin sayısal çözümlenmeleri iki aşamada yapılmaktadır. Birinci aşama “statik analiz” olarak belirtilmekte ve burada lineer plak çözümlenmeleri 1 birim basma veya kayma kenar yükü etkisi altında rijitlik ve gerilme matrisleri çözümlenmektedir. Daha sonra öz değer burkulma analizinde kullanılacak olan başlangıç vektörü oluşturulur. İkinci aşamada, oluşturulan bu vektör yardımıyla alt bölge “Subspace” iterasyonu yapılarak, sonuçta istenen λ_i öz değerler ile $[X_n]$ öz vektörler elde edilir. En son olarak da elde edilen özdeğer ve öz vektörün, “Sturm Sequence Check” (Ek 2 – son işlem kutusu) ile doğruluğunun kontrolü yapılır. Bu aşamalardan sonra ise geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizi yapılmaktadır.

2.1. Özdeğer Probleminin Çözüm Aşamaları

Ek 1’de verilen akış şemasının II. basamağı olan özdeğer probleminin çözümünde, “statik analiz” sonucu elde edilen matrisler ve vektörler kullanılarak, Denklem 1’de yer alan özdeğer problemine çözüm aranmaktadır. Çözüm sonucunda elde edilen özdeğerler (λ_i), sisteme ait ilgili kritik burkulma gerilmelerini verecektir.

$$[K_B]\{\phi_i\} = \lambda_i [K_G]\{\phi_i\} \quad (1)$$

Burada; $[K]$, $[M]$, $\{\phi_i\}$ ve λ_i , sırasıyla rijitlik matrisini, gerilme matrisini, öz vektörü ve özdeğeri göstermektedir. Özdeğer probleminin çözümü, alt bölge “subspace” metodu kullanılarak yapılmaktadır. Bu metodu kapsayan akış şeması Ek 2’de ayrıntılı olarak verilmiştir [12-14].

2.2. Geometrik Olarak Lineer Olmayan Burkulma Analizi Çözüm Aşamaları

Sonlu elemanlar çözümlenmelerinde geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizine başlamadan önce Ek 1. - kısım III. ile belirtilen statik analiz, kritik burkulma gerilmesi altında plakta meydana gelen daralmayı bulmak amacıyla yapılmaktadır. Daha sonra ise IV kısımda belirtilen lineer olmayan analize Ek 1. – kısım II.’deki vektör ve matrislerin kullanılması ile başlanmaktadır. ANSYS® programı, bu aşamalarda “Newton Raphson” ve “Arc-Length” yöntemlerini kullanarak, basamak basamak yük artışları ile sistemi denge konumuna getirecek çözümü bulmaktadır [12-14]. Çözümlenmeler sonucunda her düğüm noktasında oluşmakta olan δ sehim değerlerine ulaşılmaktadır.

2.3. Ansys Analizlerindeki Plak Modelleri

ANSYS® sonlu elemanlar programı ile 4 düğüm noktalı ve 6 serbestlik dereceli Shell63 kabuk elemanı kullanılarak özdeğer probleminin çözümleri ve aynı zamanda geometrik olarak lineer olmayan analizleri yapılmıştır. Özdeğer probleminin çözümleri sonucunda elde edilen değerlerin kullanılması ile ince plakların $(\sigma_{kr, \text{çelik}})_{\text{berkitmeli}} / (\sigma_{kr, \text{çelik}})_{\text{berkitmesiz}}$ kritik gerilme değerlerine ait oranlarının, $1/\Phi$ oranına göre değişimleri incelenmiştir. Tablo 1 ile verilen geometrileri kapsayan plaklara ait yapılan geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizi çalışmaları sonucunda $\sigma/\sigma_{kr} - \varepsilon/\varepsilon_{kr}$, $\sigma - u$ ve $\sigma - \delta_{\text{max}}$ dağılımları elde edilmiştir. Plaklara ait burkulma problemlerinde lineer olmayan analiz sayısal sonuçlarına literatürde nadiren ulaşıldığından, Byklum’un [10-11] sonlu elemanlar ve yarı analitik çözümlenmeleri, bölgesel ve genel burkulma analizleri için örnek teşkil etmektedir. Bu çalışmada, 77 analiz için ANSYS® makro yazılımları hazırlanmış ve böylece, çelik ve alüminyum malzemeli desteklenmiş plaklara ait sayısal değerlere kolaylıkla ulaşılmıştır. Ayrıca plakların burkulma davranış içerisinde yük miktarının basamaklar halinde artırılması sayesinde oluşan dallanma bölgeleri de belirlenerek grafikler yardımıyla gösterilmiştir.

Literatürdeki çalışmalardan da görülebileceği gibi burkulma analizi yapılacak plakların boyutunun belirlenmesinde $\Phi = a/b$ oranı dikkate alınmaktadır. Burada, belirtilen bu oranın 1 ile 2.5 arasındaki değerlerden seçilmesiyle,

plaklar boyutlandırılmışlardır (Tablo 1) [12]. Tabloda verilen geometrilerdeki St37 çelik berkitmesiz ve berkitmeli plak analiz sonuçlarına ait bilgiler ilerki bölümlerde grafiklerle verilmektedir. Analizlerde kullanılan destek elemanları Şekil 1’de gösterildiği gibi, düz plağın üzerine eşit aralıklarla tek taraflı olarak yerleştirilmiş şekliyle Alinia’nın [5] sayısal modellemeleri ile paralellik sağlanmaktadır.

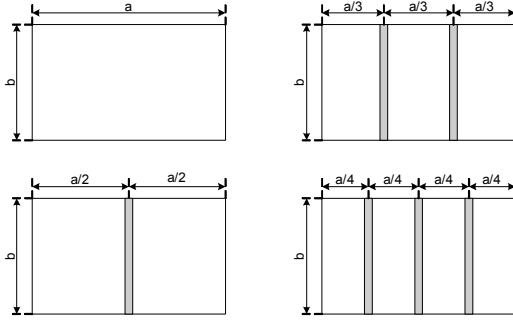
Tablo 1. Plak ve destek elemanlara ait geometrik değerler.

Plak Tipi	Plak				Destek Eleman		
	Boy (a) cm	En (b) cm	Kalınlık (t) cm	Narinlik Oranı l/Φ	Sayısı	Yükseklik (h) cm	Kalınlık (t _s) cm
A	200	200	2	1	-	-	-
					1	10	6
					2	10	6
B	250	200	2	0.8	3	10	6
					1	10	6
					2	10	6
C	332	200	2	0.6	-	-	-
					1	10	6
					2	10	6
D	500	200	2	0.4	3	10	6
					1	10	6
					2	10	6

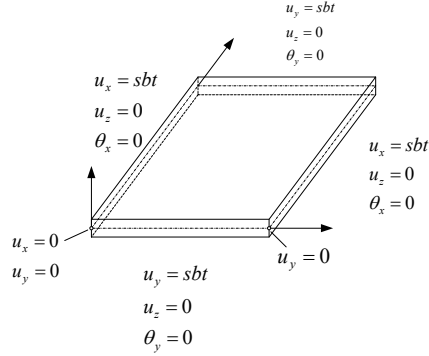
ANSYS® programında çelik ince plakların desteklenmiş ve desteklenmemiş hallerinin çözümlenmeleri için geometri ve malzemelerin davranışına uygun olan Shell63 kabuk elemanı seçilmiş ve model bu eleman yardımıyla oluşturulmuştur. Shell63, eğilme ve membran kapasitesine sahip bir kabuk eleman olup, 4 düğüm noktalı ve her bir düğüm noktası 6 serbestlik dereceli (u , v , w , θ_x , θ_y , θ_z) lineer elemandır. Böylece her ağ elemanın serbestlik derecesi 24 olmaktadır. Dikdörtgen kesitli destek elemanlarına sahip plakların geometrileri, üst yüzey üzerinden plak ve destek elemanlarının tek parça olacak şekilde “glue” komutu ile birleştirilmesiyle sağlanmıştır. Destek eleman kalınlığı ise; destek elemanını oluşturan ağ elemanlarına gerekli kalınlık verilerek tanımlanmıştır. Literatürdeki analitik formülasyonlarda, destek elemanları plak üzerinde ek parçalar olarak tanımlanmış olup, sayısal çözümlerinde ise ana gövde destek eleman tek parça olarak alınarak, hesaplamalar plağın doğal eksenine göre yapılmaktadır.

Burkulma analizlerinde basma yükünün hesaplanması, her bir düğüm noktasına 1 kgf, köşede kalan düğüm noktalarına ise sadece 0.5 kgf birim yük uygulanması ile sağlanmaktadır. Çözüm sonuçlandığında ise, net yük değerinin eleman genişliği ile plak kalınlığının çarpılması sonucu elde edilen değere bölünmesiyle, kritik burkulma gerilmesi bulunmaktadır.

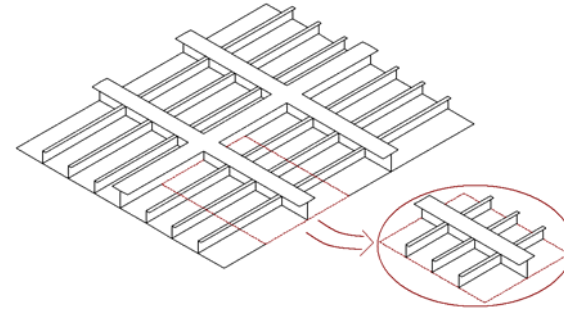
Analizlerde kullanılan basit mesnet sınır şartlarına ait detaylı açıklamalar Şekil 2’de ayrıntılarıyla verilmiştir. Şekil 2’deki plak kenarlarının deformasyondan sonrada düzlüğünü koruması için dört kenardaki düğüm noktalarının kenara dik eksen boyunca yerdeğişimlerinin (u_x , u_y) değerleri sabit tutulmuştur. Bunun için ANSYS®’de “Couple DOFs” seçeneği kullanılarak ilgili düğüm noktaları birbirine bağlanmaktadır. Ayrıca kenarlardaki açılma ve z yönlü yerdeğişimler (u_z) sıfır olarak alınmıştır. Plağın, rijit cisim hareketini engellemek için bir kenarına ait köşesinden biri $u_x = 0$ ve $u_y = 0$ yönünde, diğer köşesinde ise; $u_y = 0$ yönünde sabitleme şartları uygulanmıştır (ANSYS® çözümleri) [9].



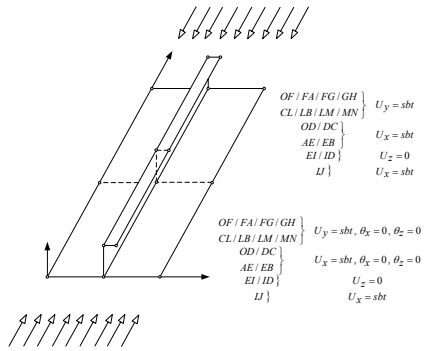
Şekil 1. Takviye elemanlarının plak üzerindeki yerleşimleri [8,12].



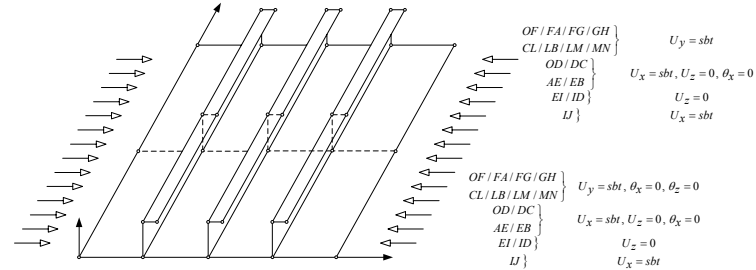
Şekil 2. Basit mesnet sınır şartlarının destekli ve desteksiz plaklar için tanımlaması (ANSYS®) [5,9].



Şekil 3. Burkulma analizleri yapılan destek elemanı plağın gemi veya uçak ana gövdesindeki yerleşimi [10].



Şekil 4. Eksenel yüklemeye maruz kalan plağın ABAQUS® ve ANSYS® programındaki uygulamaları için sınır şartları [10-11].



Şekil 5. Yanal yüklemeye maruz kalan plağın ABAQUS® ve ANSYS® programındaki uygulamaları için sınır şartları [10-11].

Doğrulama ve ana modeli oluşturma çalışma aşamalarında Byklum'un [10-11] kullandığı sınır şartları ile plak geometrileri Şekil 3-5'de verildiği gibi uygulanarak, ortalama %3.97 relatif hata oranı içerisinde yaklaşık olarak aynı sonuçlar elde edilmiştir [12].

3. SAYISAL ÇÖZÜMLEMELER

İnce plakların burkulma analizleri ile ilgili olarak literatürde yer alan son yıllara ait çalışmalar dikkate alınması ile daha sonra yapılacak çalışmalara taban oluşturmak ve kullanıcı hatalarını minimum düzeye indirmek amacıyla üzerinde çalışılmış olan ana başlıklar beş grup altında toplanmıştır. Aşağıda verilen çalışma aşamalarından sonra ana model oluşturulmuştur. Bunlar [12];

- i) Analitik çözümler kapsamında berkitmesiz plakların burkulma problemine ait denge denklemlerinin çözülmesi (Timoshenko [15]),
 - ii) Analitik çözümler kapsamında berkitmeli plakların burkulma denklemlerinin çözülmesi (Seide [16]),
 - iii) Sayısal çözümlere kapsamında Alinia'nın [5] sonlu elemanlar modelinin oluşturularak çözülmesi,
 - iv) Analitik çözümler kapsamında berkitmesiz plakların lineer olmayan çözümleri (Hu, vd. [17]),
 - v) Sayısal çözümler kapsamında berkitmeli plakların bölgesel ve genel doğrusal olmayan sonlu elemanlar çözümlerinin yapılması (Byklum ABAQUS® [10-11]), şeklinde özetlenebilir.
- Makalede verilenler, iii) ve iv) numaralı çalışmalara ait olup, sonuçlar aşağıda açıklanmaktadır.

3.1. ANSYS® ile Sayısal Karşılaştırmalı Doğrulamalar

3.1.1. Destekli Plakların Özdeğer Problem Çözümler

Alinia [5] çalışmasında, iki tarafından x-y düzlem içerisinde basma kuvvetine maruz bırakılan plakların özdeğer burkulma analizlerini ANSYS® v5.4 programı ile yapmıştır. Alinia'nın [5] test ettiği plak geometrilerinden bazıları modellenerek çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak Tablo 2'de özetlenmiştir. Burada, 500x500x1.5 boyutundaki plak için 3 ve 4 takviye elemanınca desteklenmiş plakların analiz sonuçlarına göre iki çözümler arasında bulunan ortalama relatif hata oranının % 0.545 olduğu görülmüştür.

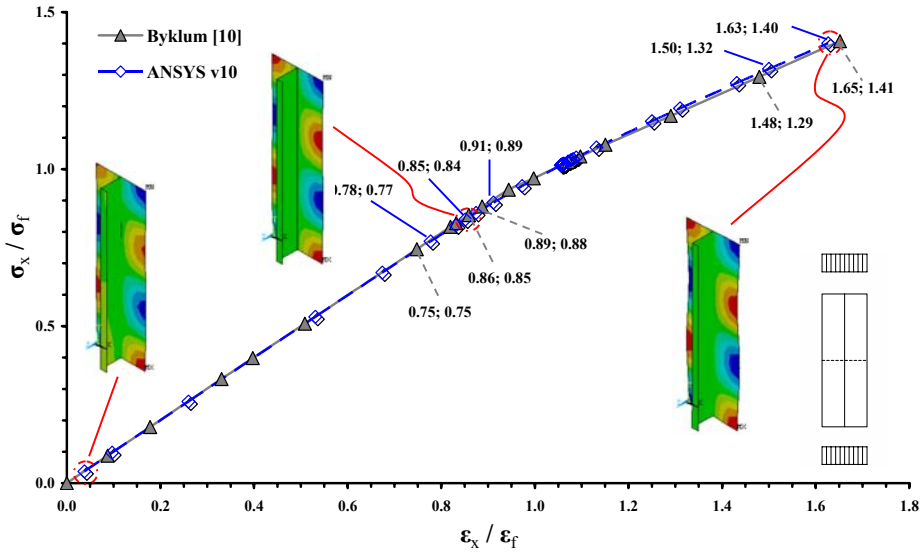
Tablo 2. Basit mesnetli 3 ve 4 destek elemanlı plaklar için, Alinia [5] ve çalışmada ANSYS® v10 [12] programından elde edilen özdeğer problem sonuçları.

Plak			Destek Eleman			Alinia [5] σ_{kr} (kgf / cm ²)	ANSYS® [12] σ_{kr} (kgf / cm ²)	(%)Relatif Hata Oranı
a (cm)	b (cm)	t (cm)	η (adet)	h (cm)	t_s (cm)			
500	500	1.5	3	8	2.4	238	237.84	0.07
				10	2.4	390	387.04	0.76
			4	8	2.4	279	278.44	0.20
				10	2.4	469	463.63	1.15

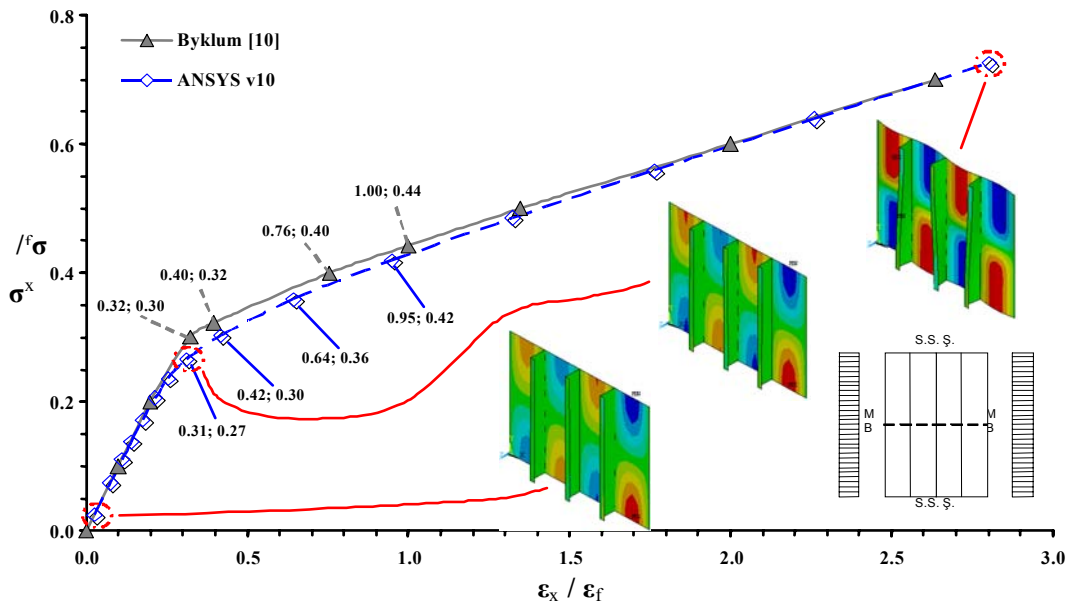
3.1.2. Destekli Plakların Burkulma Analizleri

Bu bölümde, güçlendirilmiş plakların lineer olmayan analizi ile ilgili Byklum'un [10-11] yapmış olduğu çalışmalardan faydalanılarak elde edilen sayısal çözümlerin sonuçları karşılaştırmalı olarak iki grup halinde verilmektedir. Birinci grup çalışmada bölgesel, ikinci grup çalışmada da genel burkulma halleri incelenmektedir.

Byklum [10-11] tarafından yapılan çalışmalarda alüminyum ve çelik gemi gövde plak elemanlarının yine plak düzleminde uygulanan aksel yönlü basınç altındaki burkulma analizleri yapılmıştır. Maksimum gerilme σ_f değeri malzemelere bağlı olarak literatürde verilmekte olup, sayısal testlerde bu değer üst limit olarak kabul edilmektedir (Tablo 3).



Şekil 6. Plağın aksenal basma yükü altındaki $\sigma_x/\sigma_f - \epsilon_x/\epsilon_f$ bölgesel burkulma değişim grafiği (Byklum – ABAQUS® [10] ve ANSYS® [12]).



Şekil 7. Plağın yanal basma yükü altındaki $\sigma_x/\sigma_f - \epsilon_x/\epsilon_f$ bölgesel burkulma değişim grafiği (Byklum – ABAQUS® [10] ve ANSYS® [12]).

Tablo 3. Alüminyumun ve çeliğin malzeme özellikleri ile kabul edilen maksimum gerilme değerleri.

	Alüminyum	Çelik (St 37)
Elastisite Modülü (kgf / cm ²)	0.7×10 ⁶	2.08×10 ⁶
Poisson Oranı ν	0.3	0.3
σ_f (kgf / cm ²)	3550	2400

Birinci grup bölgesel burkulma çözümlenmeleri sırasında, referans alınan modellemelerde enine ve boyuna desteklenmiş plağın, tamamını ele almak yerine, Şekil 3’de gösterildiği gibi enine 3 takviye elemanlı, boyuna da tek takviye elemanlı olmak üzere, tekrarlanan kısımlardan sadece birinin alınmasıyla çözümlenmeler gerçekleştirilmiştir. Ele alınan bu kısım bir bütünden çıkarıldığı için, sınır şartları Şekiller 4-5’de gösterildiği gibi uygulanmaktadır. Yanal yüklemenin yapıldığı kenarlarda, gemi gövdesinin bütününde de görülen (Şekil 3) büyük boyutlu “T” destek elemanlarının kullanılmasından dolayı, basit mesnetli sınır şartları ayrıca diğer kenarlarda da plağın devamlılığını sağlamak için simetri sınır şartları seçilerek kullanılmıştır. Böylece, plağın ortasında bulunan büyük boyuttaki “T” destek elemanını modellemek yerine, Şekiller 4-5’de gösterilen sınır şartları ile bu destek elemanın genel yapıda ortaya çıkardığı etkisi dikkate alınmış olmaktadır. Ayrıca simetri sınır şartlarının uygulamasında ABAQUS® ile ANSYS® programları arasındaki farklılıklar da bu Şekiller 4-5’de ayrıntılı olarak görülmektedir. Buna göre yapılan ANSYS® çözümlenmeleri, Byklum’un [10-11] sonuçları ile küçük hata oranları içinde paralellik sağlamıştır (ortalama %3.97). Sonuçlardan elde edilen grafikler, plağa uygulanan adım adım yükleme sonucunda oluşan burkulma davranışlarıyla beraber Şekiller 6 ve 7’de detaylı şekilde verilmektedir.

Grafiklerden görüldüğü gibi, her çözüm noktasında σ_x / σ_f oranının sabit tutulması ile relatif birim deformasyonun ϵ_x / ϵ_f eksenel ve yanal yüklemeler için değerleri bulunmaktadır. Bu değişim değerleri, eksenel yükleme için % 0.094 - %1.247 ve yanal yüklemelerde %0.196 - %25.788 aralığında hesaplanmıştır. Şekil 7’den görüldüğü gibi, ilk burkulmanın oluşmasından sonra her iki program arasında değer farklılıkları ortaya çıkmakta, daha sonraki adımlarda ise; bu farklar küçülmüş ve aynı sonuçlara ulaşılmıştır.

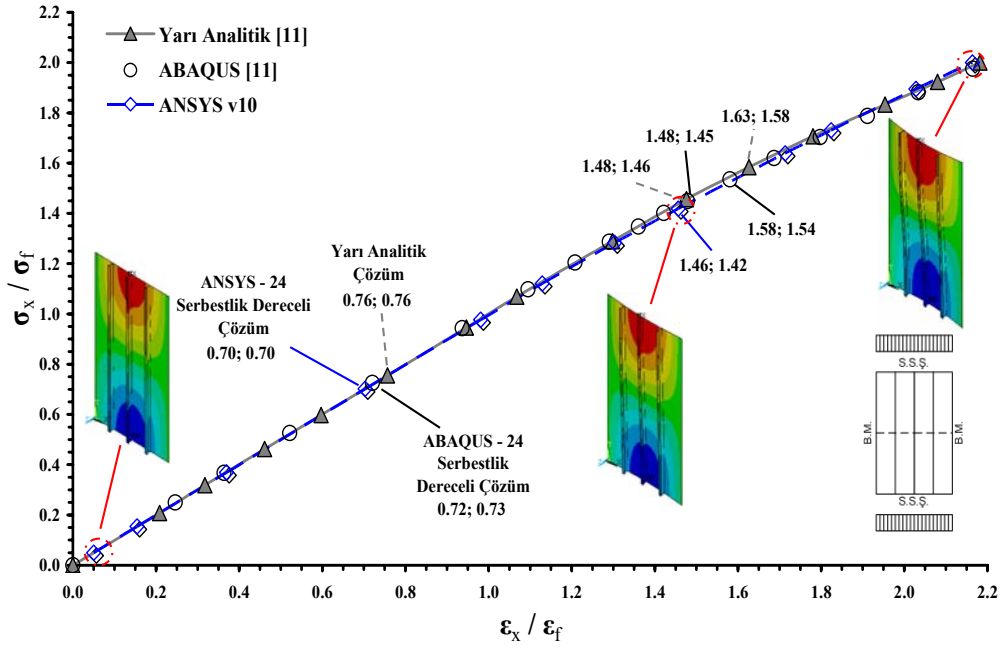
İkinci grup çalışmalarda genel burkulma analizlerinde, plaklarda, “L” tipi yerine, “T” tipi takviye elemanlar kullanılmıştır. Ayrıca bölgesel burkulmada 1.0 mm olarak alınan burkulma modundaki ilk sehim değeri, genel burkulmada 3.6 mm değeri ile değiştirilerek kullanılmıştır. Burada plağın ve destek elemanların kalınlıkları 10 kat artırılarak, 0.005 m yerine 0.05 m alınmıştır. Böylece; t/a oranı 0.016 yerine 0.156 olarak değiştirilmiştir. Bu çalışmada ek olarak alüminyum malzeme de kullanılmıştır. Sınır şartları birinci grup çalışma ile aynıdır. Sonuçlardan elde edilen grafikler, plağa uygulanan adım adım yükleme sonucunda oluşan burkulma davranışlarıyla beraber Şekil 8 ve 9’da ayrıntılı olarak verilmiştir.

Her çözüm noktasında, σ_x / σ_f oranının sabit tutulması ile relatif birim deformasyonun ϵ_x / ϵ_f eksenel ve yanal yüklemeler için değerleri iterasyonlarla bulunmuştur. Bu değişim değerleri eksenel yükleme için %0.025 - %2.682 ve yanal yüklemelerde %0.144 - %1.555 aralığında hesaplanmıştır.

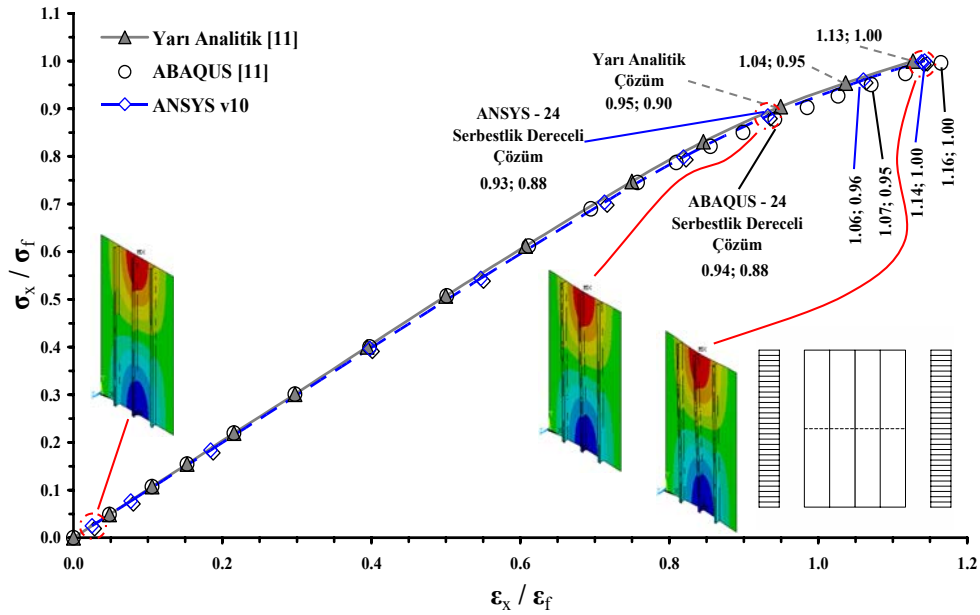
3.2. Özdeğer Problem Çözümlenmeleri

Bu bölümdeki çalışmalar, doğrulamalar sonucunda oluşan ana modele dikdörtgen kesitli destek elemanların eklenmesi ile oluşturulan berkitmeli plaklara ait sonuçları kapsamaktadır. Sayısal hesaplamalarda kritik burkulma yükü, ilk özdeğere karşılık gelen değer olup, plak yan yüzeyine gelen net F_{kr} değeridir ve yanal alana bölünmesi ile de kritik burkulma gerilmesini σ_{kr} vermektedir. Ek-1’de belirtilen kısım I ve II’de statik ve özdeğer probleminin çözümlerinin yapılış aşamaları verilmektedir. Elde edilen sonuçlardan basma [12] ve kayma gerilme [8] yüklemelerinin burkulmaya olan etkilerini τ_{kr} / σ_{kr} relatif gerilme oran değerlerinden görebilmekteyiz (Şekil 10). Desteksiz plaklarda mukavemeti düşük olan grup 500x200x2 boyutundaki geometri olup, τ_{kr} / σ_{kr} oranı 1.46 olarak bulunmuştur. τ_{kr} / σ_{kr} oranının en yüksek bulunduğu geometri ise 200x200x2 boyutundaki plak olup, bu değer 2.32 olarak görülmüştür. Destek elemanlı plak gruplarında ise mukavemeti düşük olan tek takviyeli 500x200x2 boyutundaki geometridir ve τ_{kr} / σ_{kr} oranı 1.85 olarak hesaplanmıştır. τ_{kr} / σ_{kr} oranının en yüksek olduğu 3.24 değeri, üç takviye elemanlı 200x200x2 boyutundaki plak geometrisinden elde edilmiştir. Ayrıca, aynı tablodan destek elemanının sayısı ile orantılı olarak τ_{kr} ve σ_{kr} değerlerine bağlı olarak parabolik artışlar görülmektedir. Bu

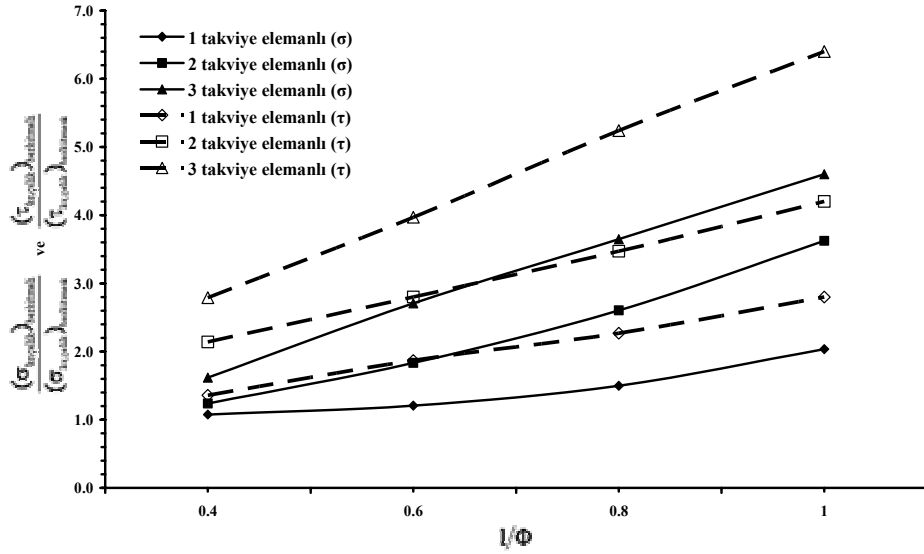
değişim $(\tau_{kr,\text{çelik}})_{\text{berkitmeli}} / (\tau_{kr,\text{çelik}})_{\text{berkitmesiz}}$ ve $(\sigma_{kr,\text{çelik}})_{\text{berkitmeli}} / (\sigma_{kr,\text{çelik}})_{\text{berkitmesiz}}$ oranlarının, $1/\Phi$ 'ye göre dağılımlarını gösteren grafik Şekil 10'da da görülmektedir.



Şekil 8. Plağın aksel basma yükü altındaki $\sigma_x/\sigma_f - \epsilon_x/\epsilon_f$ genel burkulma değişim grafiği (Byklum – ABAQUS® [11] ve ANSYS® [12]).



Şekil 9. Plağın yanal basma yükü altındaki $\sigma_x/\sigma_f - \epsilon_x/\epsilon_f$ genel burkulma değişim grafiği (Byklum - ABAQUS® [11] ve ANSYS® [12]).



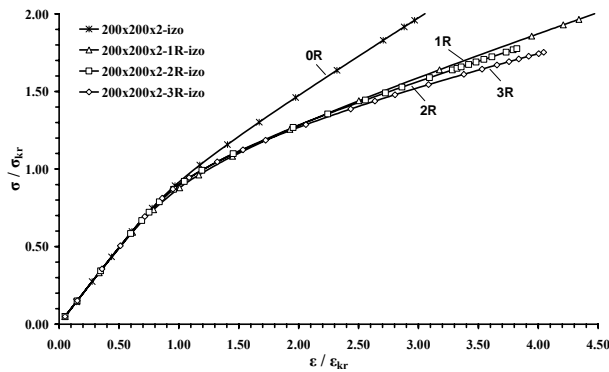
Şekil 10. Eksenel basma ve kayma yüklemeleri için relatif gerilme artışının, $1/\Phi$ 'ye göre değişim grafikleri [8,12].

3.3. Geometrik Olarak Lineer Olmayan Analiz ve Sonuçları

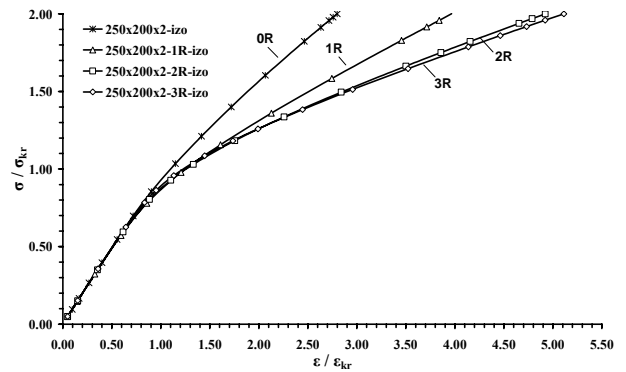
Bu gruptaki çalışmalar için, önce özdeğer probleminin çözümlerinden elde edilen kritik burkulma yükü ve mod şekli dikkate alınarak; Ek-1'de gösterilen ANSYS® akış şemasındaki III nolu kısımda belirtilen statik analiz kısmının çözümü yapılmaktadır. Bu çözümler ve ayrıca lineer olmayan analize başlangıç değerleri olarak plağın güncellenmiş şekliyle başlanabilmesi ve en son aşamadaki grafiklerin hazırlanmasında (Ek-1 / III Aşama) kullanılmak üzere yapılmaktadır (Ek-1 / IV Aşama).

Gösterimlerde birinci moda ait yer değişimi 1.0 değerine göre normalize edildiği için, lineer olmayan analizini başlatacak olan ilk yerdeğiştirme değeri plak boyunun % 0.1 oranı ile belirlenmiştir [18-20]. Lineer olmayan sayısal çözümler sonucunda her plak için σ/σ_{kr} oranının, $\varepsilon/\varepsilon_{kr}$ oranına göre değişimi, σ gerilmesinin, u plak boyunda meydana gelen daralmaya göre değişimi ve σ gerilmesinin, z yönünde oluşan δ_{max} değerine göre dağılım grafikleri Şekiller 11-22 ile aşağıda verilmektedir.

Celik plakların lineer olmayan analiz sonuçları

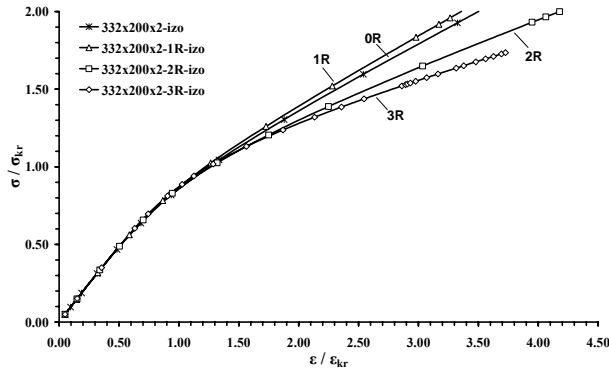


Şekil 11. 200x200x2 - çelik plakların σ/σ_{kr} 'in $\varepsilon/\varepsilon_{kr}$ 'e göre değişim grafikleri.

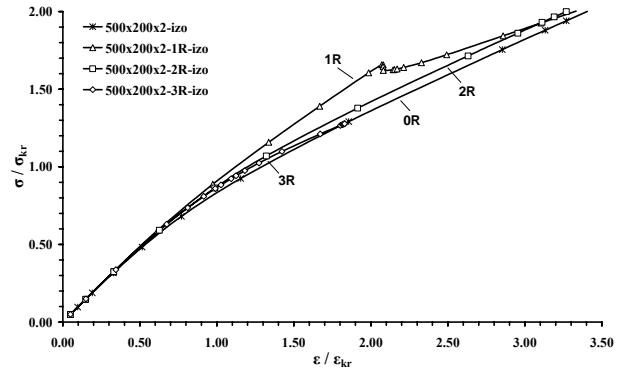


Şekil 12. 250x200x2 - çelik plakların σ/σ_{kr} 'in $\varepsilon/\varepsilon_{kr}$ 'e göre değişim grafikleri.

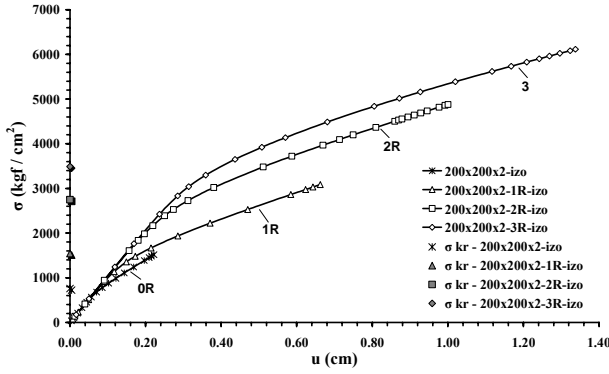
Celik plakların lineer olmayan analiz sonuçları (Devamı)



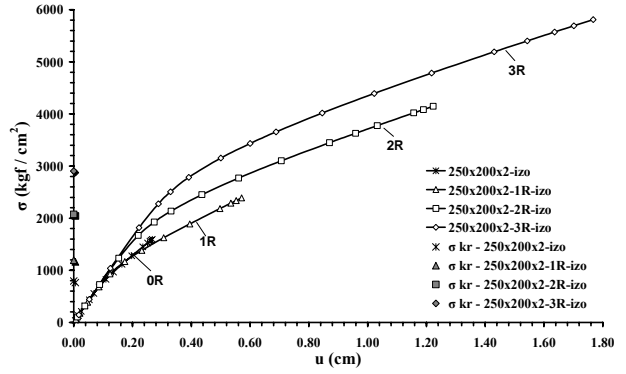
Şekil 13. 332x200x2 - çelik plakların σ/σ_{kr} 'in $\varepsilon/\varepsilon_{kr}$ 'e göre değişim grafikleri.



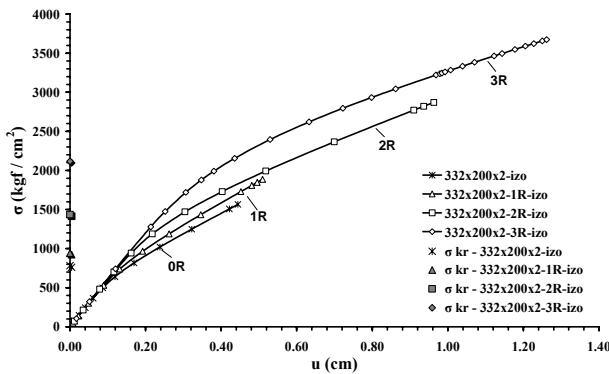
Şekil 14. 500x200x2 - çelik plakların σ/σ_{kr} 'in $\varepsilon/\varepsilon_{kr}$ 'e göre değişim grafikleri.



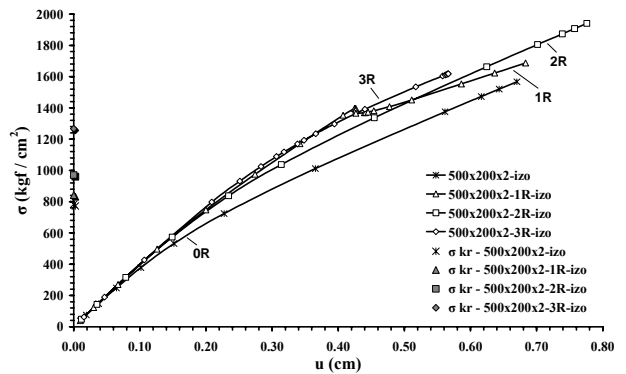
Şekil 15. 200x200x2 – çelik plaklarda gerilmenin, plağın boyunda meydana gelen daralmaya göre değişim grafikleri.



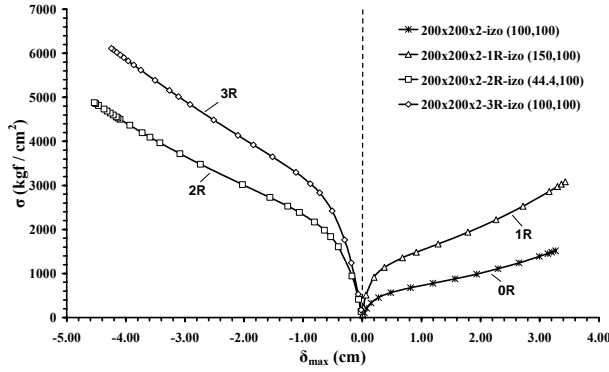
Şekil 16. 250x200x2 – çelik plaklarda gerilmenin, plağın boyunda meydana gelen daralmaya göre değişim grafikleri.



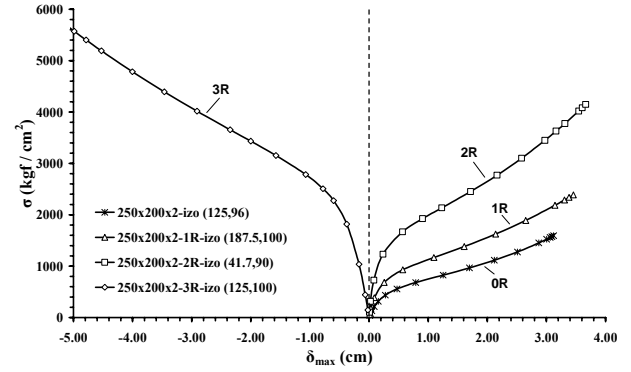
Şekil 17. 332x200x2 – çelik plaklarda gerilmenin, plağın boyunda meydana gelen daralmaya göre değişim grafikleri.



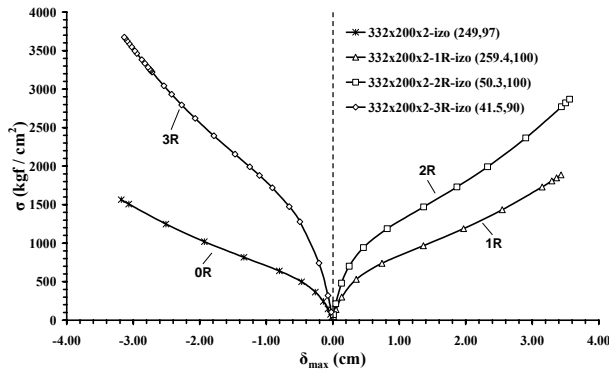
Şekil 18. 500x200x2 – çelik plaklarda gerilmenin, plağın boyunda meydana gelen daralmaya göre değişim grafikleri.

Çelik plakların lineer olmayan analiz sonuçları (Devamı)

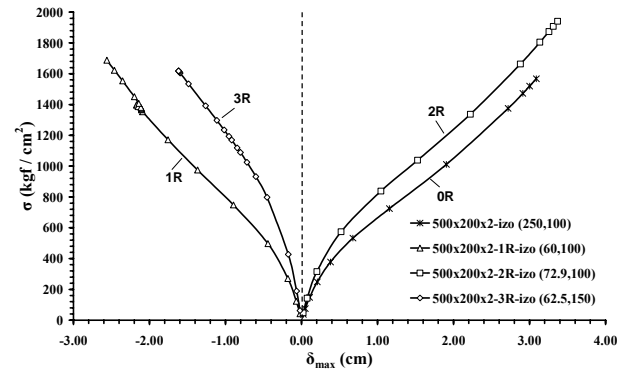
Şekil 19. 200x200x2 boyutlarındaki çelik plaklarda gerilmenin, z yönünde maksimum deplasman değeri veren (x,y) koordinatlarındaki sehimlerine göre değişim grafikleri.



Şekil 20. 250x200x2 boyutlarındaki çelik plaklarda gerilmenin, z yönünde maksimum deplasman değeri veren (x,y) koordinatlarındaki sehimlerine göre değişim grafikleri.



Şekil 21. 332x200x2 boyutlarındaki çelik plaklarda gerilmenin, z yönünde maksimum deplasman değeri veren (x,y) koordinatlarındaki sehimlerine göre değişim grafikleri.



Şekil 22. 500x200x2 boyutlarındaki çelik plaklarda gerilmenin, z yönünde maksimum deplasman değeri veren (x,y) koordinatlarındaki sehimlerine göre değişim grafikleri.

Genel olarak bütün grafiklerde görülen eğriler, σ/σ_{kr} değerlerinin 0.0 – 2.0 aralığında değişecek şekilde çözümlerinin yapılmasıyla çizilmiştir. Grafiklerde burkulma olduktan yani kritik yük değerine erişildikten sonra doğrusal eğrilerin parabolik eğrilere dönüştüğü görülmektedir. Her grafikte, kritik burkulma gerilme değerleri düşey eksende özel semboller konulmasıyla belirtilmektedir. Böylece, $\sigma/\sigma_{kr} - \epsilon/\epsilon_{kr}$ ve $\sigma - u$ grafiklerinde genel olarak önce lineer, sonra da eğimi azalan parabolik eğriler görülmektedir. Bununla birlikte, $\sigma - \delta_{max}$ grafiklerinde ise; önce lineer doğru daha sonra iç bükey, en son olarak da dış bükey parabolik eğriler bir arada görülmektedir. Analizlerde özellikle kalıcı deformasyon dikkate alınmadığından dolayı, sürekli artışlar gösteren grafikler görülmektedir.

Tablo 4. Plak boyutlarına göre desteksiz plakların mod değerleri.

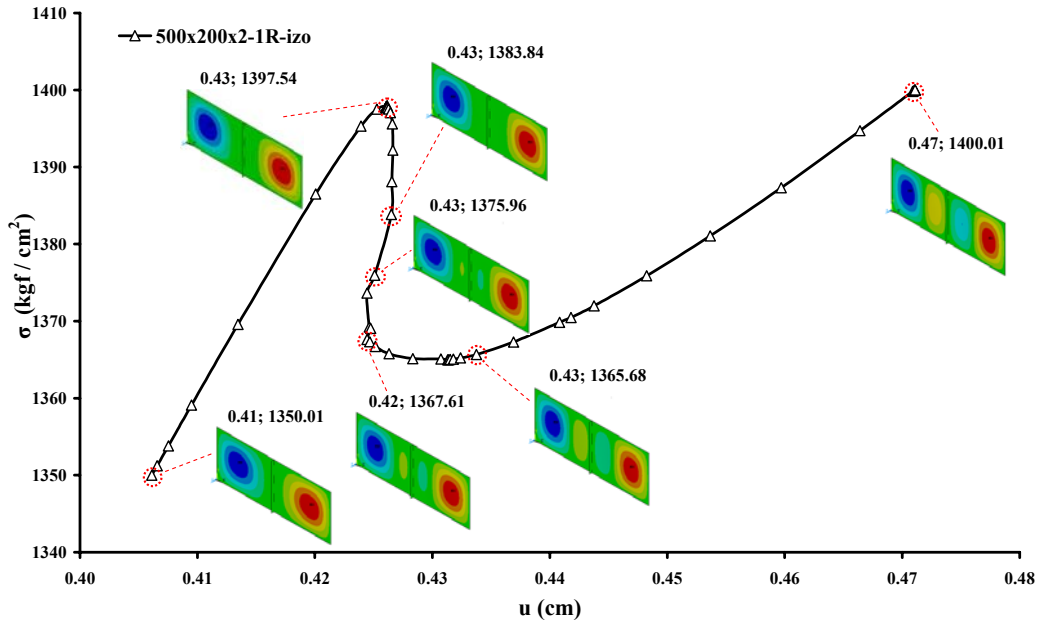
Mod No. (kgf/cm ²)	200x200x2 ($\Phi = 1.0$)	250x200x2 ($\Phi = 1.25$)	332x200x2 ($\Phi = 1.33$)	500x200x2 ($\Phi = 2.5$)
I	758.10	796.43	782.10	783.35
II	1183.00	937.00	969.71	796.70
III	2101.30	1502.00	1051.96	937.55

Lineer olmayan çözümler, Tablo 4'de görülmekte olan özdeğer probleminin çözümünden elde edilen ilk üç mod değerinden yalnızca mod I'e ait olan değerler kullanılarak yapılmıştır.

Şekiller 11-14'de verilen grafiklerde görüldüğü gibi plağın Φ oranına göre dikdörtgenden kare plak şekline dönüştükçe 1R, 2R ve 3R güçlendirilmiş plakların çözümleri birbirine yakın değerler vermektedir. Plağın boyu enine göre büyüdükçe çözümler arasında farklılıklar görülmektedir. Burada görülen çözüm farklılıkları şekiller itibariyle (0R,1R, 2R, 3R – Şekil 11) (0R,1R, 2R, 3R – Şekil 12) (1R, 0R, 2R, 3R – Şekil 13) (1R, 2R, 0R, 3R – Şekil 14) olarak belirtilebilir. Ayrıca, plak boyutuna bağlı olarak relatif birim deformasyon eşitsizliğine ait $0.0 \leq \epsilon/\epsilon_{kr} \leq 5.5$ değişim, $0.0 \leq \sigma/\sigma_{kr} \leq 2.0$ [12] aralığında tespit edilmiştir.

Şekil 15 – 18'deki grafiklerde, σ plağa yanal yüzünden uygulanan basma gerilmesinin, u boyca kısılmaya göre değişimleri görülmektedir. Şekil 15'de 200x200x2 boyutlarındaki 1R, 2R, 3R elemanlarıyla güçlendirilmiş plağın lineer olmayan analizlerinin sonuçları, $\sigma - u$ (eksenel basma – eksenel yönde kısılma) grafiği ile verilmektedir. Buradaki grafiklere bakıldığında, analizi yapılan 200x200x2 boyutlarındaki çelik (izotropik) bir plağa, kritik burkulma yükünün iki katı bir yük uygulandığında, plak boyunda meydana gelen daralma 0.22 cm olarak hesaplanırken, aynı plağın 1R elemanla desteklenmiş halinde ise; plak boyundaki daralma 0.66 cm olarak hesaplanmaktadır. Burada boyca kısılma değerine bakılarak 0.22 cm daralma değerini veren plağın seçilmesi yanlış olur. Bunun nedeni; 0.22 cm daralmaya neden olan yüke karşılık gelen kritik gerilme değeri 1516.55 kgf/cm² iken; 0.66 cm kısılmanın olduğu plakta ise; 3084.98 kgf/cm²'dir.

Şekil 18'de görülen $\Phi = 2.5$ ve 1R ile güçlendirilmiş çelik plakta $u = 0.426$ cm'lik daralma ve $\sigma_{\text{basma}} = 1385.635$ kgf/cm² gerilme dağılımı neticesinde ise plağın kararlı durumundan, kararsız durumuna geçtiği, daha sonra da kararlı duruma tekrar döndüğü görülmektedir. Bu grafiğe ait dallanma bölgesinin detaylı çözümü Şekil 23'de tekrar verilmiştir. Bu ara bölgeden daha detaylı bilgi elde edebilmek için 1350 kgf/cm² ile 1400 kgf/cm² değerleri arasında ek olarak 55 ara adım sayısal çözümlemesiyle bu kritik bölgenin analizi tekrar yapılarak değerler artırılmıştır. Bu ara bölgenin mod değişim şekilleri detayları Şekil 23'de görüldüğü gibidir.



Şekil 23. 500x200x2-1R - çelik plağa ait lineer olmayan çözümleme sonuçlarına göre kararlı bölgeden kararsız bölgeye ve tekrar kararlı bölgeye geçişin 55 ara adım ile detaylı çözümü.

Şekil 19 - 22 ile verilen grafiklerde görülmekte olan ve negatif δ_{max} değeri veren plak yüzeyinde oluşmakta olan burkulma şekilleri dış bükey, pozitif değerli olanlar ise iç bükeydir. Buradaki δ_{max} , z yönündeki büyüklüğü maksimum olan düğüm noktasının yer değişim değerini göstermektedir. Ayrıca, düğüm noktalarının plak üzerindeki

koordinat değerleri grafikler üzerindeki plak boyutlarının yanında parantez içerisinde gösterilmiştir. şekil 19, kare plağa ait $\sigma - \delta_{\max}$ eğrilerini vermektedir. 0R ve 1R ile destekli plağın burkulmasında dşuk mukavemet değerleri görülürken, aynı plağın 2R ve 3R ile güçlendirilmiş halinde yaklaşık olarak 2 kat daha büyük kritik gerilme değerine ulaşılmaktadır ($\sigma_{kr,3R} = 6114.20 - \sigma_{kr,1R} = 3084.98$ kgf/cm²). şekil 20’de Φ değeri 1.25 olan plağın 0R, 1R ve 2R’li yapılarında δ_{\max} değerleri pozitif yani plak yüzeyinde oluşan burkulma şekilleri i bükey davranış halinde iken oluşmaktadır. Aynı plağın 3R ile güçlendirilmiş halinde ise; yüksek mukavemet ile birlikte burkulma şeklinin dış bükey olduğu grlmştir. şekil 21’de Φ değeri 1.33 olan plağın 1R ve 2R’li yapılarında δ_{\max} değerleri i bükey geometri ile gösterirken, 0R ve 3R elemanlı plaklarda ise; burkulma dış bükey yüzey ile beraber görülmektedir. şekil 22’de Φ değeri 2.5 olan plağın 0R ve 2R’li yapılarında görüldüğü gibi δ_{\max} değerleri i bükey, 1R ve 3R’li durumlarında ise; burkulma şekli dış bükeydir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, son zamanlarda literatürde bulunan ince, St37 elik plakların burkulma analizlerini inceleyen Alinia [5] ve Byklum’a [10-11] ait çalışmalar yeniden modellenerek üzerinde çalışılmış ve ilgili analizler ANSYS® v10 sonlu elemanlar programında “Newton-Raphson” ve “Arc-Length” sayısal metotları kullanılarak yapılmıştır.

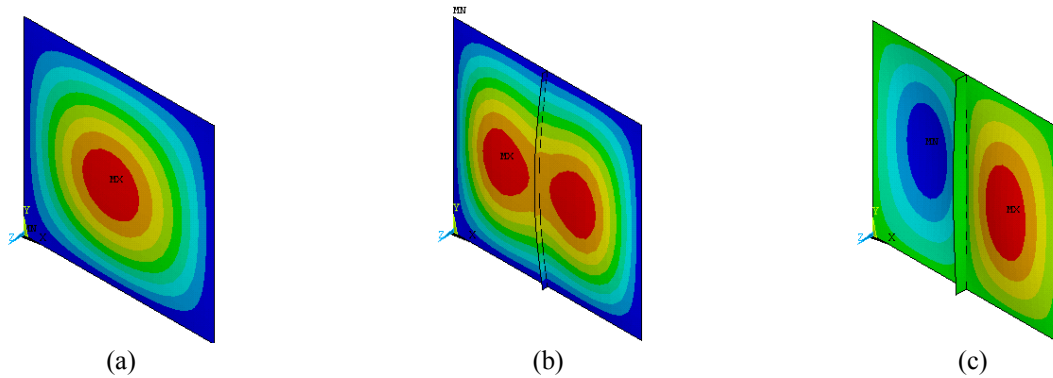
Desteklenmemiş elik plakların zdeğer problem zmlenmeleri, teorik zmler [15] ile karşılaştırıldığında ortalama hata oranının % 0.48 olduğu belirlenmiştir. Ayrıca lineer olmayan üzümlerde ise; Hu vd. [17] ile karşılaştırıldığında bu oranın % 0.049 < (%) relatif hata < % 3.205 aralığında olduğu bulunmuştur [12].

Desteklenmiş elik plaklara ait zdeğer probleminin zmleri, Alinia’nın [5] çalışmaları ile karşılaştırılmış ve hesaplanan hatanın ortalama % 0.545 olduğu grlmştir. Lineer olmayan zmlenmelerden elde edilen sonuçlar Byklum [10-11] ile karşılaştırıldığında ise bölgesel burkulma için; % 0.094 < (%) relatif hata < % 25.788, genel burkulma için; % 0.144 < (%) relatif hata < % 2.682 aralıkları belirlenmiştir.

Literatürdeki sayısal benzetilmiş modellerin yeniden oluşturularak kullanılması sayesinde, elde ettiğimiz ana plak modelinin de zmlenelerin doğruluğu test edilmiş ve ileride yapılacak yeni çalışmalara taban teşkil edilmesi sağlanmıştır.

Yapılan 77 farklı ANSYS® v10 sonlu elemanlar analizlerin sonuçları aşağıda 7 grup halinde kısaca özetlenmektedir [12];

1. zdeğer probleminin üzümlerinde eksenel yüklemeye karşı plağın sehiminin değişim grafikleri grlememle beraber, geometrik olarak lineer olmayan zmlenelerde bu değerler elde edilebilmektedir. Lineer olmayan zmlenelerde, kaynaklarda belirtilen st kritik gerilme değerinin kullanılması ile sınırlandırılmış [10], küçük miktarlardaki yükün, ara alt adımlarla artırılması ile seçilen geometrik yapının ve St37 elik malzemenin burkulmaya olan tepkileri detaylı olarak grlebilmemiştir.
2. Burkulma analizlerinin sonucunda, elik malzemeli plaklarda takviye eleman sayısına bağlı olarak, kritik burkulma gerilmeleri yüksek mukavemet değerleri vererek artmaktadır. Bulunan sonuçlara göre; $(\sigma_{kr,\elik})_{berkitmeli} / (\sigma_{kr,\elik})_{berkitmesiz} - 1 / \Phi$ dağılımları eğimi artan parabolik eğriler halindedir (şekil 10). Ayrıca, destek elemanlı plakların kritik burkulma gerilme değerinin yükseltilmesi, takviye eleman sayısının artırılmasıyla sağlanabileceği grlmştir.
3. Burkulma mod şekilleri desteksiz plaklarda genel burkulma halini verirken, takviye elemanlarıyla güçlendirilmiş plaklarda genel burkulmanın bölgesel burkulma tipine dönüştüğü grlmştir. rnek şekilde 300x300x2 boyutlarındaki plağın 3 değişik takviye eleman yksekliliğine göre genel burkulma durumundan, bölgesel burkulma davranışına geçişi gösteren yerdeğişimi dağılımları verilmektedir (şekil 24).
4. Takviye elemanlarının kullanılması ile plağın üzerindeki gerilme dağılımlarının yönlendirilebileceği de grlmştir. Böylece plakların üzerinde oluşan gerilme dağılımlarının aynı bölgede yoğunlaşmamasının sağlanacağı konfigürasyonlar belirlenmiştir. Özetle söylenecek olursa, takviye elemanlarının paralel olarak yerleştirildiği plak kenarlarına paralel yönlerde gerilme yığılmaları ve buna paralel olarak da maksimum sehim değerleri görülmektedir (şekil 6-7, 23, 24).



Şekil 24. 300x300x2 boyutlarındaki ve sabit 0.5 cm kalınlıktaki destek elemanlı plağın takviye eleman yüksekliğine bağlı kritik burkulma modlarının değişimleri a) $h = 0$, b) $h = 8$, c) $h = 16$ (cm).

- Geometrik olarak lineer olmayan burkulma analizlerinde, plak boyutları ve takviye elemanlarına bağlı olarak yükün artırılması sonucu ara basamak çözümlerinde plağın denge durumundan dengesiz duruma, daha sonra tekrar denge durumuna geçtiği görülmüştür (Şekil 14, 18, 22, 23).
- Özdeğer problem çözümlerinin ve lineer olmayan analizlerin her birinin çözümleme süresi dikkate alındığında lineer olmayan analizlerin, özdeğer problem çözümlerine göre 20 ~ 30 kat kadar daha uzun sürede çözüldüğü görülmüştür [12].
- Analizi yapılan plaklar bir gemi ve/veya uçak gövdesinin bütününden çıkarıldığı için bu küçük parçaların tek parça halindeki analizlerini bütüne göre modellemenin zorlukları bu çalışmalar sırasında belirlenmiştir. Böylece, plağa uygulanan gerilim dağılımları ile deplasmanlar arasındaki değişim grafikleri; plağın kullanılacağı yerinin seçimi konusunda yardımcı olacaktır. Örneğin; bir gemi gövdesinden alınan plağın boyuna göre % 1.0'lik bir deplasmanın önemi yok iken; bir uçak gövdesinde bu deplasman değeri ile güvenli uçuş yapılamayacağı açıktır. Bu nedenle; tasarım kriterleri arasına; geometri, yükleme ve malzemeye bağlı parametreler alınırken, kullanım yerleri de dikkate alınmalıdır.

İleride yapılacak çalışmalarda, takviye eleman malzeme özelliklerinin plaktan farklı olarak daha rijit, elastik veya plastik malzeme özellikleri taşıyacak şekilde kullanılması ile plak üzerindeki gerilme dağılımlarının yönlendirilmesi sağlanabilir. Destek elemanlarının geometrik şekillerinin değiştirilmesi ve buna bağlı olarak da kritik burkulma gerilmesi değerlerinin değişimleri lineer olmayan analizlerle incelenebilir. Bunlara ek olarak, geometri ve kullanılan malzemeye bağlı olarak plakta bazen oluşan burkulmaya ait kararsız dallanma bölgelerinin de parametrik çözümlenmeleri de yapılarak detaylı bilgilere ulaşılabilecektir.

SEMBOLLER

a, b, t	Plakların boyutları (boy, en, kalınlık)	h, t_s	Takviye elemanın boyutları (yükseklik, kalınlık)
D	Plağın eğilme rijitliği [$D = E t^3 / 12(1 - \nu^2)$]	u	Basma yükü altında plak boyunda meydana gelen daralma
E	Elastisite modülü	x, y, z	Kartezyen koordinat sisteminin eksenleri
F_{kr}	Kritik burkulma yükü		

SEMBOLLER (Devamı)

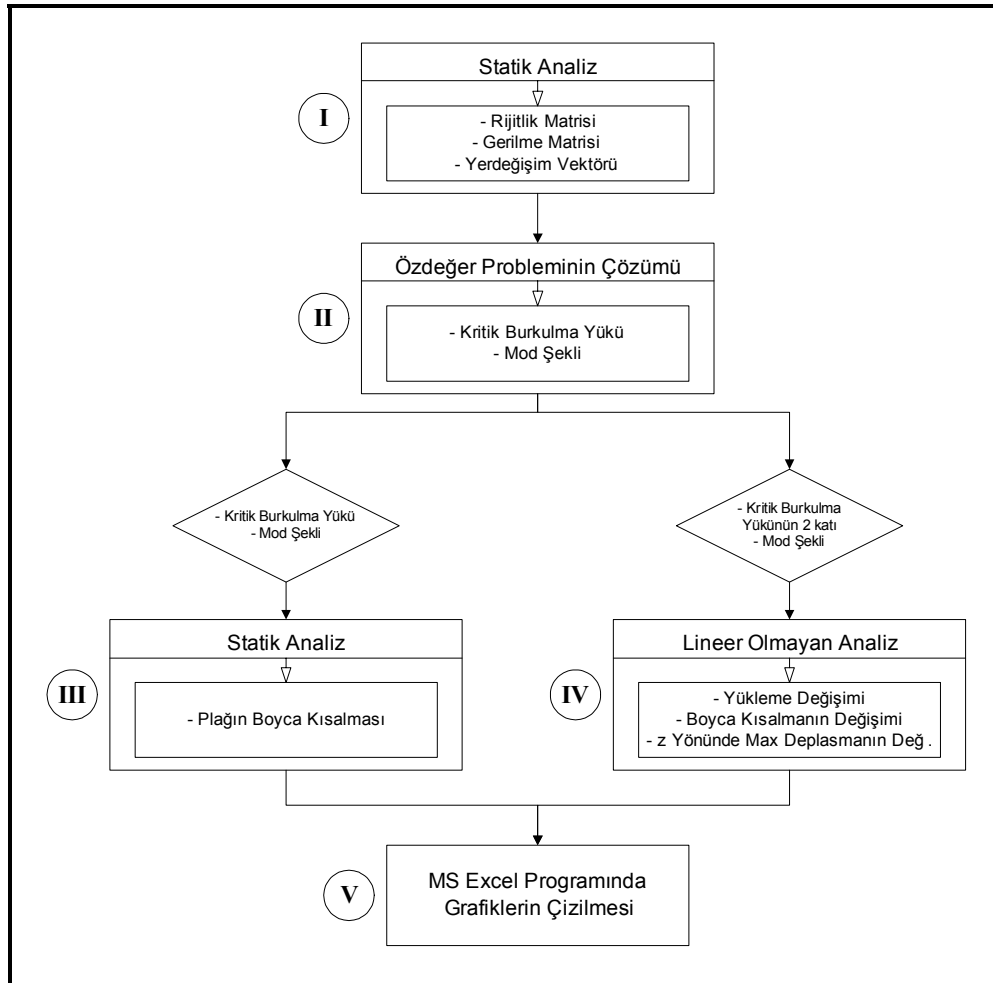
δ, δ_{\max}	Kronecker delta, yer değiştirme, maksimum yer değiştirme	σ_f	Kabul edilen kırılmanın olduğu gerilme değeri
$\varepsilon, \varepsilon_{kr}$	Birim deformasyon, kritik birim deformasyon	τ_{kr}	Kritik burkulma kayma gerilmesi
ε_f	Kabul edilen kırılmanın olduğu birim deformasyon değeri	$\{\phi_i\}$	Öz vektör
λ_i	Özdeğer	Φ	Plak boyunun enine oranı [$\Phi = a / b$]
η	Takviye eleman sayısı	[K]	Rijitlik matrisi
ν	Poisson oranı	[M]	Gerilme matrisi
σ, σ_{kr}	Gerilme, kritik burkulma gerilmesi	B.M.	Basit mesnet
		kgf	Kilogram - kuvvet
		S.S.Ş.	Simetri sınır şartı
		0R,1R,2R,3R	Desteksiz plak ve bir, iki, üç dikdörtgen kesitli takviye elemanınca desteklenmiş berkitmeli plak

KAYNAKLAR

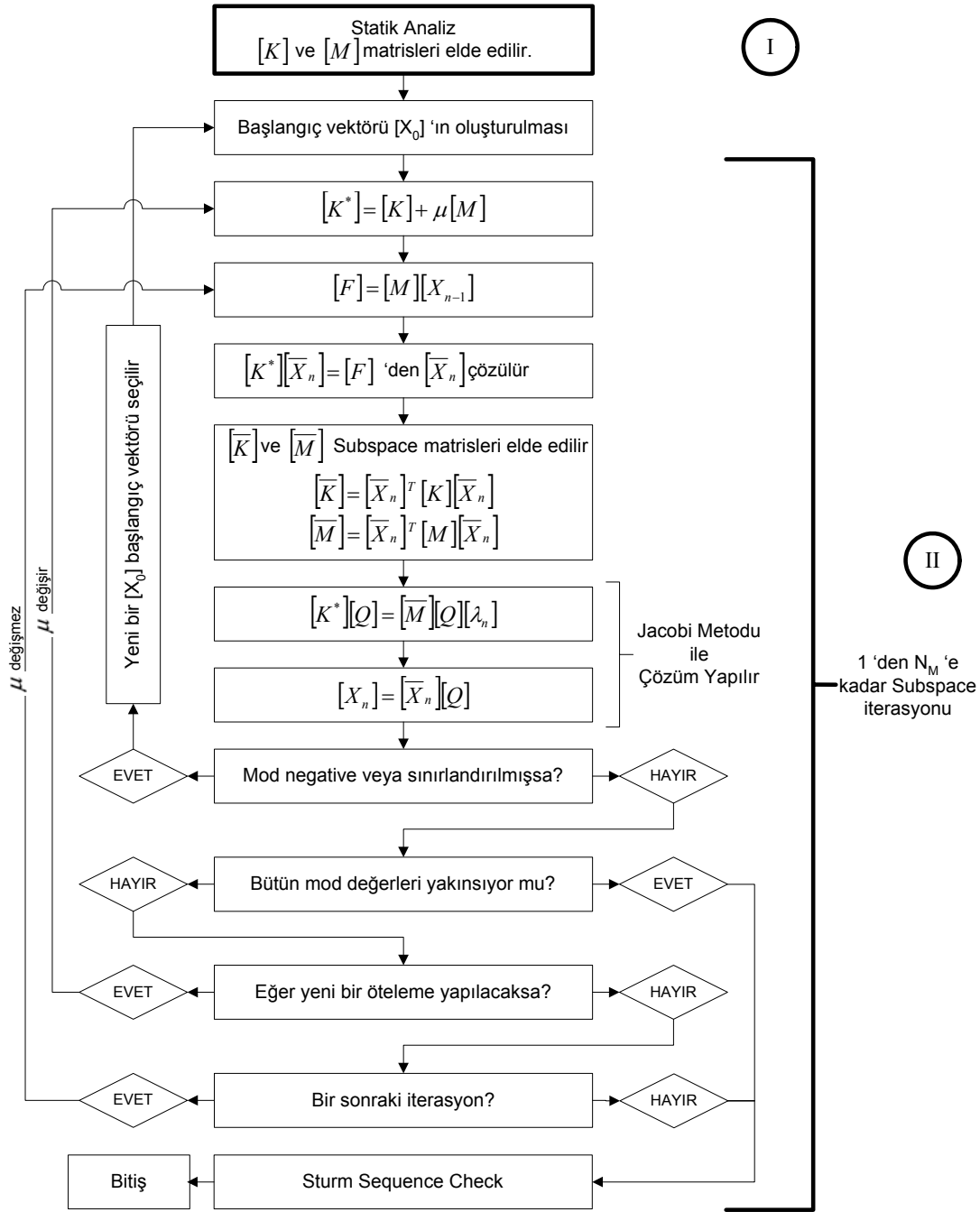
1. Paik, J. K., and Kim, B. J., "Ultimate strength formulations for stiffened panels under combined axial load, in-plane bending and lateral pressure.", *Thin Walled Structures*, 40(1) : 45-83 (2002).
2. Paik, J. K., and Thayamballi, A. K., "Ultimate limit state design of steel plated structures.", *John Wiley & Sons*, 43(3) : 375-410 (2003).
3. Kumar, S.Y.V., and Mukhopadhyay, M., "A new finite element for buckling analysis of laminated stiffened plates", *Composite Structures*, 46 : 321-331 (1999).
4. Guo, M. W., Harik, I. E., and Ren, W. X., "Buckling behavior of stiffened laminated plates", *International Journal of Solids and Structures*, 39 : 3039-3055 (2002).
5. Alinia, M. M., "A parametric investigation on stiffening axially loaded panels", *International Journal of Civil Engineering*, 2(4) : 246-256 (2004).
6. Alinia, M. M., "A study into optimization of stiffeners in plates subjected to shear loading", *Thin-Walled Structures*, 43 : 845-860 (2005).
7. Mallela, U. K., and Upadhyay, A., "Buckling of laminated composite stiffened panels subjected to in-plane shear: A parametric study", *Thin-Walled Structures*, 44 : 354-361 (2006).
8. Sanal, Ö., "Kayma Yükleme Altındaki Enine Desteklenmiş İzotropik İnce Plakların ANSYS Sonlu Elemanlar Programı ile Burkulma Analizi", Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 82-86, 89-94, 122-131 (2006).
9. Yıldız, Y. O. ve Günay, E. "Eksenel Yükleme Altında Kiriş Destekli Kompozit Plakların SEY ile Burkulma Analizi", *I. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, UHUK-2006-037, Ankara, 1-17 (2006).
10. Byklum, E. and Amdahl, J., "A simplified method for elastic large deflection analysis of plates and stiffened panels due to local buckling", *Thin-Walled Structures*, 40 : 925-953 (2002).
11. Byklum, E., Steen, E. and Amdahl, J., "A semi-analytical model for global buckling and postbuckling analysis of stiffened panels", *Thin-Walled Structures*, 42 : 701-717 (2004).
12. Yıldız, Y. O., "Desteklenmiş Kompozit Plakların Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Burkulma Analizi", Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 58-92, 103-127, 163-165 (2007).
13. Bathe, K. J., "Finite Element Procedures", *Prentice Hall*, New Jersey, 754-765, 838-978 (1996).
14. "Help Files", *ANSYS® Inc.*, USA, (2005).
15. Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability", *McGraw-Hill*, New York, 319-429 (1988).
16. Seide, P., *N.A.C.A.*, Tech. Note No. 2873, (1953).
17. Hu, P. C., Lundquist, E. E. and Batdorf, S. B., "Effect of small deviations from flatness on effective width and buckling of plates in compression", *N.A.C.A.*, Tech Note:1124, (1946).
18. Mesbahi, A. and Nattero, I. C., "Effect of Localised Imperfections on the Collapse Strength of Rectangular Plate Elements", *MARSTRUCT Network of Excellence in Marine Structures*, 1 : 6-7 (2005).

19. Sun, H. and Wang, X., American Bureau of Shipping, “Buckling and Ultimate Strength Assessment of FPSO Structures”, *ABS Technical Papers*, 1 : 153-176 (2005).
20. Ünsoy, A., “Buckling analysis of laminated composite stiffeners using finite element method”, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 102-107 (1998).

EK - 1 : ANSYS® Çözümleme Aşamaları



EK - 2 : Özdeğer probleminin sayısal çözümünün akış şeması



$[K]$, $[M]$, λ_n , $[X_n]$, N_M karşılıklı olarak katlık matrisi, gerilme matrisini, öz değer köşegen matrisi, öz vektörü ve alt bölge iterasyon sayısını göstermektedir [13].