

H-GRUPLARININ OLUŞTURDUĞU DEMETLERİN KARAKTERİZASYONU

Cemil YILDIZ, İlhan İÇEN

İnönü Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi, MALATYA

Keywords: Complex Analytic Manifold, Homotopy, Homology Group, Sheaf, Presheaf Section

ÖZET

X , herhangi bir $x \in X$ için X taban noktasına göre esas grubu $F_x \neq \{1\}$ olan irtibatlı n -boyutlu kompleks analitik manifold olsun. Herbir $x \in X$ için (X, x) noktalı n -boyutlu kompleks analitik manifoldlar aynı homotopi tipinde olsunlar. P herhangi bir H -grubu ise, bu durumda H, X üzerinde grupların bir demetidir [8]. Bu çalışmada H demetinin bazı özellikleri elde edilmiş ve $\Gamma(X, H)$ kesitlerinin (normal) alt grupları ile H nın (normal) alt demetleri tanımlanmıştır. Sonuç $Q_{[H, H]} \cong A \cong \overline{H}_{[Hc, Hc]}$ olduğu gibi gösterilmiştir.

CHARACTERIZATION OF THE SHEAVES FORMED BY H-GROUPS

SUMMARY

Let X be a Connected Complex analytic n -dimension manifold and $F_x \neq \{1\}$ be the fundamental group of X with respect to the base point x , for any $x \in X$. Suppose that for every $x \in X$, (X, x) pointed n -dimensional Complex analytic manifold have the same homotopy type. If P is any H -group then H is a sheaf of the groups over X [8]. In this study, some properties of the sheaf H are obtained and the normal subsheaf of H are defined by the normal subgroups of $\Gamma(X, H)$. As a results it is shown that $Q_{[H, H]} \cong A \cong \overline{H}_{[Hc, Hc]}$.

GİRİŞ

X n -boyutlu kompleks analitik manifold, $x \in X$ taban noktasına göre esas grubu $F_x \neq \{1\}$ olsun. Ayrıca her bir $x \in X$ için (X, x) noktalı n -boyutlu kompleks analitik manifoldlar aynı homotopi tipinde olsunlar. (P, p) herhangi bir H -grubu olmak üzere (X, x) den (P, p) ye taban noktasını koruyan sürekli tasvirlerin tamamını $H(X)$ ile gösterelim. $H(X)$ cümlesi üzerinde tanımlanan, her $f, g \in H(X)$ için

$$f \cong g \Leftrightarrow f \sim g \text{ rel. } x, \quad x \in X$$

bağıntısı $H(X)$ de bir eşdeğerlik bağıntısıdır [3]. Burada ' \sim ' homotop alma bağıntısı, x ise taban ncktasıdır. $H(X)$ de eşdeğerlik sınıfların

cümlesini H_x ile gösterelim. P H -grubu işleminden faydalanarak H_x cümlesi üzerinde bir işlem tanımlanabilir öyleki H_x bu işlemle birlikte bir gruptur [4]. Üstelik P değişimli H -grubu ise H_x değişimli gruptur. Her bir $x \in X$ (X, x) için elde edilen H_x lerin $H = \bigvee_{x \in X} H_x$ ayrık birleşimi X üzerinde bir cümle olup $\Phi : H \rightarrow X$ tabii projeksiyonu, her bir $\sigma = [f]_x \in H_x \subset H$ için $\Phi(\sigma) = \Phi([f]_x) = x \in X$ şeklinde tanımlanmıştır.

H nın bir topolojik uzay olduğu ve Φ 'nin bu topolojide lokal topolojik olduğu daha önceki çalışmalarda gösterilmiş ve (H, Φ) bir cebirsel yapıli demet olduğu ispatlanmıştır [8]. X üzerinde P H -grubunun oluşturduğu (H, Φ) demeti yerine bundan sonra X üzerinde bir H demeti olarak alınacaktır.

Tanım:1. (H, Φ) bir demet, X taban uzayı, $W \subset X$ de açık bir cümle olsun. W den H ya tanımlanan sürekli s tasvirine H demetinin kesiti denir öyleki $\Phi \circ s = I_W$. Bu şartı sağlayan W üzerindeki bütün kesitlerin cümlesi $\Gamma(W, H)$ bir gruptur.

Tanım:2. (H, Φ) demet, $x \in X$ için $\Phi^{-1}(x) = H_x$ cümlesine H demetinin sapı denir.

I. H DEMETİNİN SAĞLADIĞI ÖZELLİKLER:

Lemma.1.1. H 'nın herhangi iki sapı izomorfiktir.

İspat: $\zeta : H_x \rightarrow H_y$ öyleki $\zeta([f]_x) = [f \circ \psi]_y$ şeklinde tanımlanan tasviri iyi tanımlıdır.

(i). ζ bire-birdir: Her $[f]_x, [g]_x \in H_x$ için $\zeta([f]_x) = \zeta([g]_x) \Rightarrow [f \circ \psi]_y = [g \circ \psi]_y \Rightarrow f \circ \psi \sim g \circ \psi$. ψ homotopi eşdeğerlik tasviri olduğundan ψ' tasviri var öyleki $\psi \circ \psi' \sim I_x$ ve $f \circ \psi \circ \psi' \sim g \circ \psi \circ \psi'$, böylece $f \sim g$ dir. O halde $[f]_x = [g]_x$ dir.

(ii). ζ örtendir. Gerçekten her $[h]_y \in H_y$ için enaz bir $[f]_x \in H_x$ var

öyeki $\zeta ([f]_x)=[fo\psi]_y=[h]_y$ dir.

(iii). ζ homomorfizmdir: Her $[f]_x, [g]_x \in H_x$ için $\zeta ([f]_x [g]_x) = \zeta ([\mu o (f,g)]_x) = [\mu o (f,g) o \psi]_y = [\mu o (fo\psi, go\psi)]_y = [fo\psi]_y [go\psi]_y = \zeta ([f]_x) \zeta ([g]_x)$.
O halde $H_x \cong H_y$ dir.

Lemma.1.2. $W_1, W_2 \subset X$ herhangi iki açık cümle, $s_1 \in \Gamma(W_1, H)$ ve $s_2 \in \Gamma(W_2, H)$ olsun. Eğer herhangi $x_0 \in W_1 \cap W_2$ noktası için $s_1(x_0) = s_2(x_0)$ ise, $W_1 \cap W_2$ nin tamamında $s_1 = s_2$ dir.

İspat: $s_1(x_0) = s_2(x_0)$ ise $f \sim g$ dir. O halde herhangi bir $y \in W_1 \cap W_2$ noktası için $s_1(y) = [fo\psi]_y, s_2(y) = [go\psi]_y$ dir. $f \sim g$ olduğundan $fo\psi \sim go\psi$ dir. Yani $W_1 \cap W_2$ nin tamamında $s_1 = s_2$ dir.

Lemma.1.3. $W \subset X$ bir açık cümle ve $s \in \Gamma(W, H)$ olsun. Bu durumda $\Phi : s(W) \rightarrow W$ topolojik ve $s = (\Phi |_{s(W)})^{-1}$ dir.

İspat: $\Phi \circ s = I_W$ göz önüne alınırsa, $x \in W$ için $so(\Phi |_{s(W)})os(x) = so(\Phi os)(x) = s(x)$ dir. O halde $so(\Phi |_{s(W)}) = I_{s(W)}$ dir. Bu da istenilendir.

Lemma 1.4. $W \subset X$ açık bir cümle ve $s_1, s_2 \in \Gamma(W, H)$ olsun. Eğer herhangi bir $x \in X$ için $s_1(x) = s_2(x)$ ise, bu durumda W nin tamamında $s_1 = s_2$ dir.

İspat: İspat Lemma 1.2 ye benzer olarak yapılır.

Lemma.1.5. H, X in bir örtü uzayıdır.

İspat: Φ tasvirinin tanımından sürekli ve üzerinedir. $x \in X$ herhangi bir nokta $W = W(x)$ açık bir cümle olsun. Bu durumda her $s_i \in \Gamma(W, H)$ ve $\Phi |_{s_i(W)} : s_i(W) \rightarrow W$ $i \in I$ için topolojik tasvir olup (Lemma.1.3), $\Phi^{-1}(W) = \bigcup_{i \in I} s_i(W)$ dir. Lemma.1.2, 1.3, 1.4 den H, X in bir örtü uzayıdır[5].
 $i \in I$

Tanım.1.1 H dan kendisi üzerine sapları koruyan topolojik tasvire bir demet izomorfizmi veya örtü dönüşümü denir. Bütün örtü dönüşümlerinin T cümlesi bir gruptur[5]. Böylece T geçişmeli (transitive) dir.

Lemma.1.6. H, X üzerinde bir demet, H_x bu demetin bir sapı ve $\Gamma(X, H)$ global kesitlerin cümlesi olsun. Bu durumda $H_x, \Gamma(X, H)$ ya izomorftur.

İspat: $\theta : \Gamma(X, H) \rightarrow H_x, s \in \Gamma(X, H)$ için $\theta(s) = s(x) = [f]_x$ tasviri iyi tanımlıdır. Lemma 1.4 den bire-bir olduğu açıktır. Ayrıca θ nın örten olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Şimdi θ nın homomorfim olduğunu göstereyim: $s_1, s_2 \in \Gamma(X, H)$ için $\theta(s_1 \cdot s_2) = (s_1 \cdot s_2)(x) = s_1(x) \cdot s_2(x) = [f]_x [g]_x = \theta(s_1) \cdot \theta(s_2)$ dir. O halde θ bir izomorfizmdir.

Lemma.1.7. H nın örtü dönüşümlerinin T grubu H_x e izomorftur.

İspat: İspatı Cayley Teoreminden açıktır[6].

Sonuç: $H_x \cong \Gamma(X, H) \cong T$.

O halde H, X in regüler örtü uzayı, X in kompleks analitik manifold olması ve $z_\alpha \in I$ lokal değişkenin tanım bölgesi olan her W açık cümlesi H ile tamamen örtüldüğünde H, X in tam regüler örtü uzayıdır.

II. ALTDEMETLER

Tanım.2.1: H, X üzerinde bir demet ve $H' \subset H$ bir açık cümle olsun. Bu durumda H' ne grupların altdemeti denir, eğer $\Phi(H') = X$ ve her $x \in X$ için H'_x, H_x in altgrubu ise.

$U \subset X$ açık bir cümle öyleki her bir $(X, x), x \in X$ noktalı n -boyutlu kompleks analitik manifold taban noktayı kapsasın. Bu durumda (X, x) den (P, p) taban noktalarını koruyan sürekli tasvirlerin U 'ya kısıtlanmış olanların cümlesi $H(U)$ ile göstereyim. $H(U), H(X)$ bir altcümlesidir. $H(U)$ cümlesi üzerinde girişte verdiğimiz eşdeğerlik bağıntısı tanımlanabilir. $H(U)$ 'da eşdeğerlik sınıfların cümlesini H'_x, H_x in bir

altgrubunu oluşturur. O halde $H = \bigvee_{x \in X} H'_x$, x üzerinde $\Phi' = \Phi|_H$ tabii projeksiyonu ile birlikte bir demet olup, H nin bir altdemetidir.

Tanım.2.2. H , X üzerinde bir demet ve $N \subset H$ grupların altdemeti olsun. Bu durumda N 'ye normal altdemet denir, eğer $N_x \subset H_x$ her $x \in X$ için bir normal altgrup ise.

Lemma.2.1. H , X üzerinde bir demet ve $\Gamma(X, H)$, X üzerinde H 'nin global kesitlerin bir grubu olsun. Bu durumda $\Gamma(X, H)$ altgrupları H 'nin bütün altdemetlerini tanımlar. Özellikle, $\Gamma(X, H)$ ' nin normal altgrubu H 'nin bir normal altdemetini tanımlar.

İspat: Kabul edelim ki $\Gamma(X, H)$, X üzerinde H demetinin global kesitlerin bir grubu ve $G \subset \Gamma(X, H)$ bir altgrup olsun. Bu durumda $\{s_x(x) \mid s_x \in G\}$ cümlesi her bir $x \in X$ için x üzerinde H_x sapının bir altgrubudur. Bu grubu H'_x ile gösterelim. $H = \bigvee_{x \in X} H'_x$ X üzerinde bir cümle $\Phi|_H = \Phi'$ tabii projeksiyonu ile birlikte girişteki anlamda bir demettir. Böylece $G = \Gamma(X, H')$ alabiliriz. Eğer $G \subset \Gamma(X, H)$ normal altgrup ise, bu durumda H' nin her bir sapı H'_x in normal altgruptur. O halde (H', Φ') H' nin normal altdemetidir.

Gösterilebilir ki H demeti I . Bölüm'de verilen H' nin tüm özelliklerini sağlar. Yani her bir H' 'nin H' altdemeti için $H'_x \equiv \Gamma(X, H') \equiv I$ dür.

Sonuç: G' , $G'' \subset \Gamma(X, H)$ herhangi iki altgrup ve $G' \subset G''$ olsun. Bu durumda sırasıyla H' ve H'' demetleri var öyleki $H' \subset H''$ dür.

Tanım.2.3. $D \subset \Gamma(X, H)$ komütatör altgrup olsun. D yardımıyla tanımlanan normal altdemete H 'nin komütatör altdemeti denir ve $[H, H]$ ile gösterilir. Ayrıca $D = \Gamma(X, [H, H])$ dir.

Tanım.2.4. Her $W \subset X$ açık cümlesi için bir M_W cümlesi ve her bir $V \subset W$, (V, W) cümle çifti için $r^W_V : M_W \rightarrow M_V$ tasviri verilmiş olsun

Öyleki $r_W^W = I_W$ ve $UCVCW$ için r_U^V or $r_V^W = r_U^W$ dir. Bu durumda $\{X, M_W, r_V^W\}$ sistemine öndemet, r_V^W tasvirlerine de kısıtlayıcı tasvirler denir.

X n -boyutlu kompleks analitik manifold üzerinde H -grupların demetine tabii olarak bir grupların öndemeti karşı gelir. $M_W = \Gamma(W, H)$, $r_V^W(s) = s|_V$, $s \in \Gamma(W, H)$ alındığında $\{X, \Gamma(W, H), r_V^W\}$ grupların bir öndemetidir. Ayrıca herbir öndemet bir demet tanımlar[2]. Grupların öndemetinin tanımlandığı demete X üzerinde grupların demeti denir.

Lemma.2.2. H , X üzerinde bir demet ve $H'CH$ grupların normal alt demeti, herbir WCX açık cümlesine karşı gelen cümle $M_W = \Gamma(W, H)/\Gamma(W, H')$ olsun. Bu durumda $\{X, M_W, r_V^W\}$ sistemi grupların bir öndemetidir.

İspat: $H'CH$ grupların normal alt demeti olduğundan $\Gamma(W, H') \subset \Gamma(W, H)$ bir normal alt gruptur. Dolayısıyla $M_W = \Gamma(W, H)/\Gamma(W, H')$ bölüm grubu tanımlanabilir. $q : \Gamma(W, H) \rightarrow M_W = \Gamma(W, H)/\Gamma(W, H')$, $s \rightarrow q(s) = [s]$ tabii projeksiyonu vardır. B durumda $V \subset W \subset X$ için $r_V^W([s]) = [s|_V]$, $s \in M_W$, olarak tanımlanan tasviri bir grup homomorfizmi olup iyi tanımlıdır. Öndemetin diğer şartları kolaylıkla gösterilebilir.

Sonuç: Bu öndemetin tanımladığı demete bölüm demeti denir ve $Q_{H'}$ ile gösterilir[2]. Burada $Q_{H'}$ ' nün sapı

$(Q_{H'})_X = \{(W, [s])_X \mid W=W(x) \text{ açık ve } [s] \in \Gamma(W, H)/\Gamma(W, H') = M_W\}$ olup bu sap üzerinde aşağıdaki şekilde tanımlanan işlemle birlikte bir gruptur : $(W, [s_1])_X, (W, [s_2])_X \in (Q_{H'})_X, x \in X$ için $(W, [s_1])_X, (W, [s_2])_X = (W, [s_1 s_2])_X$ dir. O halde $Q_{H'}$ demeti grupların demetidir.

Teorem:2.1. H , X üzerinde bir demet ve $H'CH$ normal alt demet, $Q_{H'}$ karşı gelen bölüm demeti olsun. Bu durumda herbir $x \in X$ için

$$(Q_{H'})_X \cong H_X/H'_X$$

dir.

İspat: $\psi : (Q_H)_X \rightarrow H_X / H'_X$, $(W, [s])_X \in (Q_H)_X$ için $\psi ((W, [s])_X) = \overline{s(x)} = \overline{\sigma}$ şeklinde tanımlanan tasviri bir izomorfizmdir. Burada $\sigma \in H_X \subset H$ dir.

(i). ψ iyi tanımlı ve bire-birdir. $(W_1, [s_1])_X \sim (W_2, [s_2])_X \Leftrightarrow V(x) \subset W_1 \cap W_2$ açık civarı var öyleki $r_V^W([s_1]) = r_V^W([s_2]) = [s_1 | V] = [s_2 | V]$ dir. Buradan $s_1 s_2^{-1} \in \Gamma(W, H)$ ve $s_1 s_2^{-1}$ sürekli olduğundan $(s_1 s_2^{-1})(x) = s_1(x) s_2^{-1}(x) \in H_X$ yazılır. Böylece $\overline{s_1(x)} = \overline{s_2(x)} = \overline{\sigma_1} = \overline{\sigma_2}$ dir.

(ii). ψ örtendir: $\sigma \in H_X / H'_X$ verilmiş olsun. Bu durumda $x \in X$, $W = W(x) \subset X$ açık ve bir $s \in \Gamma(W, H)$ sürekli tasviri var öyleki $s(x) = \sigma$ dir. Bu durumda en az bir $(W, [s])_X \in (Q_H)_X$ var öyleki $\psi ((W, [s])_X) = \overline{s(x)} = \overline{\sigma}$ dir.

(iii). ψ homomorfizmdir: $(W, [s_1])_X, (W, [s_2])_X \in (Q_H)_X$ olmak üzere $\psi ((W, [s_1])_X (W, [s_2])_X) = \psi ((W, [s_1 s_2])_X) = \overline{(s_1 s_2)(x)} = \overline{s_1(x) s_2(x)} = \overline{s_1(x)} \overline{s_2(x)} = \psi ((W, [s_1])_X) \psi ((W, [s_2])_X)$ dir.

Sonuçlar:

- (i). Q_H' demeti H 'nin H' ye bölüm demetidir.
- (ii). $\Gamma(X, Q_H') \cong \Gamma(X, H) / \Gamma(X, H') \cong (Q_H)_X \cong H_X / H'_X$
- (iii). Q_H' demeti X üzerinde abel grupların bir demetidir ancak ve ancak $[H, H] \subset H'$ ise.
- (iv). Q_H' , X in regüler örtü uzayıdır.

Eğer $H', H'' \subset H$ herhangi normal alt demetler öyleki $[H, H] \subset H' \subset H'' \subset \dots$ ise bu durumda bunlara karşı gelen demetler $Q_H', Q_H'', Q_{[H, H]} \dots$ var öyleki $Q_H' \subset Q_H'' \subset Q_{[H, H]}$ dir. Normal alt demetlere karşı gelen abel grupların demetlerin zinciri bir üst sınıra sahiptir. Zorn Lemma'dan dolayı $[H, H]$ komütatör demetine karşı gelen bir maksimal $Q_{[H, H]}$ abel grupların demeti vardır. $Q_{[H, H]}$ demetine X üzerinde homoloji grupların demeti ve X in Homoloji örtü uzayı denir[1].

X n- boyutlu irtibatlı kompleks analitik manifold ve $F \neq \{1\}$ esas grubu olsun. X üzerinde holomorf fonksiyonların vektör uzayı $A(X)$ ile gösterelim. $h \in A(X)$, $x \in X$ bir nokta ve (X, x) aynı homotopi tipinde n talı kompleks analitik manifold olsun. Bu durumda holomorf h fonksinu

h_x kuvvet serisine açılabilir öyleki bu kuvvet serisi x in lokal parametresi olan z_α , $\alpha \in I$ da yakınsaktır. h holomorf fonksiyonları $A(X)$ i taradığında X deki bu şekildeki kuvvet serilerinin tamamını A_x ile gösterelim. A_x bir vektör uzayı olup $A(X)$ e izomorftur. $A = \bigvee_{x \in X} A_x$ ayrık birleşimi X üzerinde bir cümle olup $\pi : A \rightarrow X$ tabii projeksiyonu her bir h_x i etrafında açıldığında x noktasına dönüştürür. A üzerinde tabii bir topoloji var öyleki π bu topolojide lokal topolojik tasvirdir. (A, π) , X üzerinde bir demettir. Bu A demetine X üzerinde holomorf fonksiyonların tamamı olan $A(X)$ in nüvelerinin kısıtlanmış demeti denir. Bu demet analitik demettir. [7].

X üzerinde tanımlanan $A(X)$ in nüvelerinin kısıtlanmış A demeti X üzerinde homoloji gruplarının $H_{[H_C, H_C]}$ demetine izomorftur [7,1].

Teorem 2.2. H , irtibatlı n -boyutlu kompleks analitik manifoldu üzerinde bir demet, A da holomorf fonksiyonların nüvelerinin demeti ve $Q_{[H, H]}$ $[H, H]CH$ komütatör altdemetine karşı gelen demet olsun. Bu durumda her bir $x \in X$ için

$$(Q_{[H, H]})_x \cong A_x$$

dir.

İspat: $\lambda : (Q_{[H, H]})_x \rightarrow A_x$, $(W_\alpha, [s_\alpha])_x \in (Q_{[H, H]})_x$ için $\lambda((W_\alpha, [s_\alpha])_x) = h_{x, \alpha}$ şeklinde tanımlanan fonksiyonu bir izomorfizmdir. Öncelikle iyi tanımlı ve bire-bir olduğunu gösterelim:

$(W_\alpha, [s_\alpha]) \sim (W_\beta, [s_\beta]) \Leftrightarrow \bigvee_x CW_\alpha \cap W_\beta$ açık civarı var öyleki $r_V^W([s_\alpha]) = r_V^W([s_\beta])$ ve $[s_\alpha|_V] = [s_\beta|_V]$ dir. Eğer $(W_\alpha, [s_\alpha]) = (W_\beta, [s_\beta])$ ise $h_{x, \alpha} = h_{x, \beta}$ dir. O halde $h_{x, \alpha}$, W_α civarında h holomorf fonksiyonu ve $h'_{x, \beta}$ da W_β civarında h' holomorf fonksiyonuna yakınsar [7]. Böylece $W_\alpha \cap W_\beta \neq \emptyset$ olup $\bigvee_x CW_\alpha \cap W_\beta$ ise $h|_V = h'|_V$ dir. Bu ise $(W_\alpha, [s_\alpha]) \sim (W_\beta, [s_\beta])$ olmasıyla mümkündür. O halde $(W_\alpha, [s_\alpha])_x = (W_\beta, [s_\beta])_x$ dir.

λ üzerinedir. Gerçekten h_x, A_x için bir $W(x)$ civarı vardır. O halde $s \in \Gamma(W_\alpha, H) / \Gamma(W_\alpha, [H, H])$ ve $(W_\alpha, [s_\alpha])_x \in (Q_{[H, H]})_x$ öyleki $((W_\alpha, [s_\alpha])_x = h_{x, \alpha})$ λ homomorfizmdir. $\lambda((W_\alpha, [s_\alpha])_x (W_\beta, [s_\beta])_x) = \lambda(W_\alpha \cap W_\beta, [s_{\alpha\beta}]_x) = h_{x, \alpha\beta} = h_{x, \alpha} + h_{x, \beta} = (W_\alpha, [s_\alpha]) + (W_\beta, [s_\beta])_x$

Sonuç: X esas grubu $F_x \neq \{1\}$ olan irtibatlı n -boyutlu kompleks analitik manifold olmak üzere X üzerinde esas gruplardan elde edilen demetin homoloji grupların demeti $H[H_c, H_c]$ ile analitik fonksiyonların nüvelerin kısıtlanmış A demeti izomorftur[1]. O halde X üzerinde P H -gruplarının oluşturduğu grupların demetinin homoloji gruplarının demeti $Q[H, H]$ olmak üzere

$$Q[H, H] \cong A \cong H[H_c, H_c]$$

dır.

KAYNAKLAR

- [1]. Balcı, S., On The Restricted Sheaf. Comm. Fac. Sci. University Ankara Ser.A: Mathematiques and Statisties (accepted for publication)
- [2]. Grauert, H., Fritzsche, K., Several Complex Variables. Springer-Verlag s.102. (1976)
- [3]. Kosniowski, C., A First Course in Algebraic Topology. Cambridge University Press. s. 112 (1980)
- [4]. Spanier, E. H., Algebraic Topology. Mc. Graw-hill Publishing Company Ltd. s.36. (1966).
- [5]. Uluçay, C., On Homology Covering Space and Sheaf Associated to the Homology Group. Comm. Fac.Sci. University Ankara Ser. A. Math. Tome 30. (1981)
- [6]. Uluçay, C., Fonksiyonlar Teorisi ve Riemann Yüzeyleri K.T.Ü. Yayınları s. 299. (1978).
- [7]. Uluçay, C., Restricted Sheaf Theory. Journal of the Fac. Sci. of the K.T.Ü. Vol.III. Fasc.7. (1980)

- [8]. Yıldız, C., Öçal, A. A., The Sheaf of the Groups Formed by H-Group Over Pointed Topological Spaces. Pure and Applied Math. Sci. Vol. XXII No:1-2. Semp.1985.