

FRESNEL KIRINIMININ BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU

Sedat ÖZSOY

Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fak. Elektronik Bölümü, Kayseri

ÖZET

Bu çalışmada, Fresnel bölgesindeki dikdörtgen delik ve kenar kırınımı desenlerinin eldesi için bir bilgisayar simülasyonu yapılmıştır. Delik parametrelerinin değişik değerleri için kırınım desenleri elde edilmiştir.

COMPUTER SIMULATION OF FRESNEL DIFFRACTION PATTERN

ABSTRACT

In the present work, a computer simulation of Fresnel diffraction patterns has been made. The effects of aperture parameters on the diffraction patterns has been observed.

1. GİRİŞ

Fraunhofer kırınımında, bir açıklık boyunca alınan elemanlardan gelen katkıların fazlarının, elemanların konumlarıyla lineer değişimi ilkesi kullanılarak, bir bilgisayar simülasyonu ile kırınım deseni elde edilmişti [1]. Bir açıklığa veya bir engele yakın bir noktada bu katkıların fazları, açıklık boyunca alınan mesafeyle artık lineer olarak değişmez ve kareli terimler için içine girer. Bu tipik Fresnel kırınımıdır.

Belirli bir R mesafesi içindeki bir P noktası için, açıklık boyunca gelen katkıların bağıl fazlarını belirlemek için, açıklık içinde bir referans düzlemi çizmek artık yeterli olmaz; bunun yerine P den eşit uzaklıkları belirlemek için bir küre çizilmelidir.

R nin ötesindeki bir P noktası için küre ile düzlem arasındaki fark

önemsiz hale gelir. Bu iki bölgeyi (Fraunhofer ve Fresnel) ayıran R mesafesi Rayleigh mesafesi olarak bilinir ve w genişlikli bir açıklık için;

$$R = \frac{w^2}{\lambda} \quad (1)$$

ile verilir [2]. Buna ek olarak iki faktör Fresnel kırınım teorisinin bazı uygulamalarını zorlaştırabilir:

(i) Açıklığın farklı kısımları P den oldukça farklı mesafelerde olabilirler. Bu farklılık fazda olduğu kadar dalga genliği üzerinde de anlamlı bir etkiye sahip olabilmektedir.

(ii) Açıklığın farklı kısımlarından P ye çizilen doğru, açıklık yüzeyinin normali ile önemli ölçüde farklı açılar yapabilir. Bu da yine genlik üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olabilir.

Bu faktörler Kirchhoff teorisi yoluyla genel bir kırınım integrali halinde birleştirilebilmektedir. Uzakta bulunan bir noktasal aydınlatma kaynağı durumunda, r_0 kaynağın açıklığa uzaklığı olmak üzere, genlik;

$$A_0 \exp(ikr_0)/r_0$$

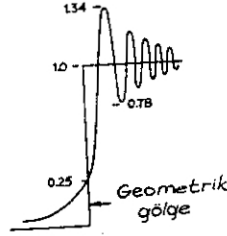
ile verilir. P deki kırınmış dalga genliği A(P);

$$A(P) = - \frac{ik}{4\pi} A_0 \frac{\exp(ikr_0)}{r_0} \int_{\text{Açıklık}} \frac{\exp(ikr)}{r} (1 + \cos \chi) dS \quad (2)$$

integraliyle verilir [2,3]. Integral işaretinin içindeki eksponansiyel terim, bir dS alanından gelen her bir katkının fazını belirler. Genlik ise, P nin dS alanından uzaklığı r olmak üzere, 1/r ile orantılıdır. $(1 + \cos \chi)$ çarpanı eğilme çarpanıdır. Burada χ , açıklık yüzeyinin normaliyile r nin yaptığı açıdır. Integralin dışındaki $-ik/4\pi$ çarpanı, genliği ve A(P) nin fazını normalize eder.

2. KENAR KIRINIMI

Işığın dalga teorisinin en ilgi çekici öngörülerinden biri, geometrik gölge sınırları içinde bir miktar ışığın olması ve gölge sınırının hemen dışında girişim saçaklarının görülmesidir. Şekil-1'de bu etki gösterilmiştir.



Şekil - 1 : Kenar kırınımı için Fresnel şiddet dağılımı

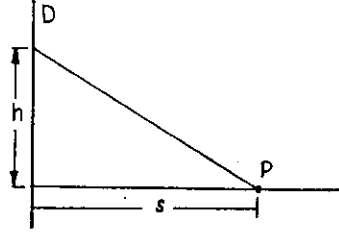
İlgilenilen pek çok problem, mesela bir yarı-düzlem tarafından bir düzlem dalganın kırınımı, oldukça basit bir modelle incelenebilmektedir. Böyle bir incelemede, yarı-düzlemin kenarına paralel şeritlerin (ikincil kaynakların) P noktasındaki genliğe katkılarını hesaplamak için kullanılacak yol aşağıda verilmiştir.

Şekil-2'deki gibi yarı-düzlemin kenarından h uzaklığındaki bir şeritten P noktasına gelen katkının fazı;

$$\Phi(h) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h^2}{2s} \quad (3)$$

ile verilir [2].

Şimdi, açıklık boyunca alınan sonsuz küçük şeritlerin P'deki bileşkeye katkılarından oluşan bir fazör diyagram elde edebiliriz. Başlangıçta, eğilme çarpanı ihmal edilebilir. Bu durumda h konumundaki dh genişlikli sonsuz küçük bir şeridin katkısı, Denk.3'le verilen bir faza ve dh ile orantılı bir genliğe sahip olur.



Şekil - 2 : Denklem-3'deki parametreler.

Orijinden h'in herhangi bir değerine kadar dalga cephesinden gelen katkıların x ve y bileşenleri;

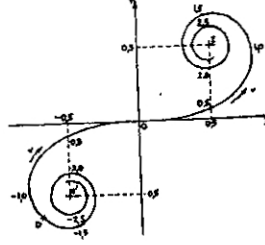
$$x = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi v^2}{2}\right) dv \quad y = \int_0^v \sin\left(\frac{\pi v^2}{2}\right) dv \quad (4)$$

ile verilir [2,3]. Burada ;

$$v = h \sqrt{\frac{2}{\lambda s}}$$

dir. Denk.4'deki bağıntılar Fresnel İntegralleri olarak adlandırılırlar. Denk.4'ün çözümü Cornu Spirali denen bir eğri verir. Bu eğri, P'deki şiddetin elde edileceği fazör diyagramdır. Bu spiralin teğetinin x eksenine yaptığı açı $\Phi(h)$, fazörün orijinden uzaklığının karesi ile orantılıdır. Şekil-3'de Cornu spirali çizilmiştir. Hiçbir engelleme olmadığı zaman elde edilen bileşke ZZ', yarı-düzlem ekran olduğu zamanki bileşke OZ dir.

Denk.2'deki $(1+\cos \chi)$ eğilme çarpanı, v'nin büyük değerlerinde bileşenlerin büyüklüğünü azaltır; bu da spirali biraz daha sıkılaştırır. Yine, Denk.3'deki $\Phi(h)$ ifadesinde, h'a göre yüksek mertebeden terimler ihmal edilmiştir; bu da spirali sıkılaştırmaktadır. Uygulamada bu faktörler nadiren önemlidir.



Şekil - 3 : Cornu spirali

3. YARIKLARDA FRESNEL KIRINIMI

Cornu spirali şimdi, düzlem veya silindirik bir dalga cephesinin tamamı boyunca alınan sonsuz küçük şeritlerin bir noktadaki katkıları toplanarak elde edilmiş fazör diyagramı olarak görülecektir. Eğer bir engel veya bir yarık spiralin bir kısmını ortadan kaldırırsa, kalan kısım bize genlik ve fazı kolayca elde etme imkanını verir.

Fazör diyagramı üzerinde alınan ve yarığın genişliğini temsil eden sabit uzunluklu egrisel bir parça, ekranın farklı noktalarındaki toplam şiddeti elde etmek amacıyla Cornu spirali üzerinde kaydırılırken iki durum ortaya çıkmaktadır:

(i) Geometrik olarak parlak bölge içinde

Bu durumda, fazörün iki ucu karşılıklı olarak spiralin zıt tarafındadır. Şiddet, dağıtılmamış (undisturbed) şiddetle aynı mertebededir. Ayrıca kırınım deseninde karmaşık atma etkileri görülebilir.

(ii) Geometrik gölge içinde

Bu durumda fazörün iki ucu da spiralin aynı tarafındadır. Şiddet düşüktür; fakat fazörün uçlarının aynı spiral üzerinde olması yüzünden, periyodik olarak saçak maksimumları ve minimumları elde edilir.

4. BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU VE SONUÇLARI

Fresnel kırınım deseninin eldesinde Cornu spirali kullanılmıştır. Program BASIC dilinde yazılmış ve BEST bilgisayarıda icra edilmiştir. Programda Fraunhofer ve Fresnel kırınım desenlerinin simülasyonu birleştirildiğinden, ilk önce kırınım tipinin, sonra da belirlenen kırınım tipine ait parametrelerin girilmesi istenmektedir.

Burada iki tip Fresnel kırınımı incelenmiştir. Birincisi dikdörtgen delik, ikincisi kenar kırınımıdır. Her iki kırınım deseni elde edilirken önce Cornu spirali ait değerler hesaplanmıştır. Cornu spirali elde edilirken, açıklıktaki her bir elemandan gelen katkıların genliğini temsil eden vektörlerin uzunluğu sabit (bir birim), fazlarını temsil eden vektörlerin yatayla yaptıkları açılar, Denk.3 gereğince her elemanın açıklık boyunca konumunun karesi ile orantılı alınmıştır (1. eleman için 1, 2. eleman için 4 vb.). Bu şekilde tanımlanan vektörlerin başlangıç ve bitiş noktaları hesaplanarak bir dizi şeklinde saklanmışlardır.

Dikdörtgen delik kırınımında, delik genişliğini temsil eden sabit bir egrisel uzunluk alınmış ve bu uzunluk spiralin bir ucundan diğer ucuna kaydırılarak, her adımda bu egrisel uzunluğun uç noktalarını birleştiren doğru parçasının (bileşke) uzunluğu bir dizi olarak kaydedilmiştir

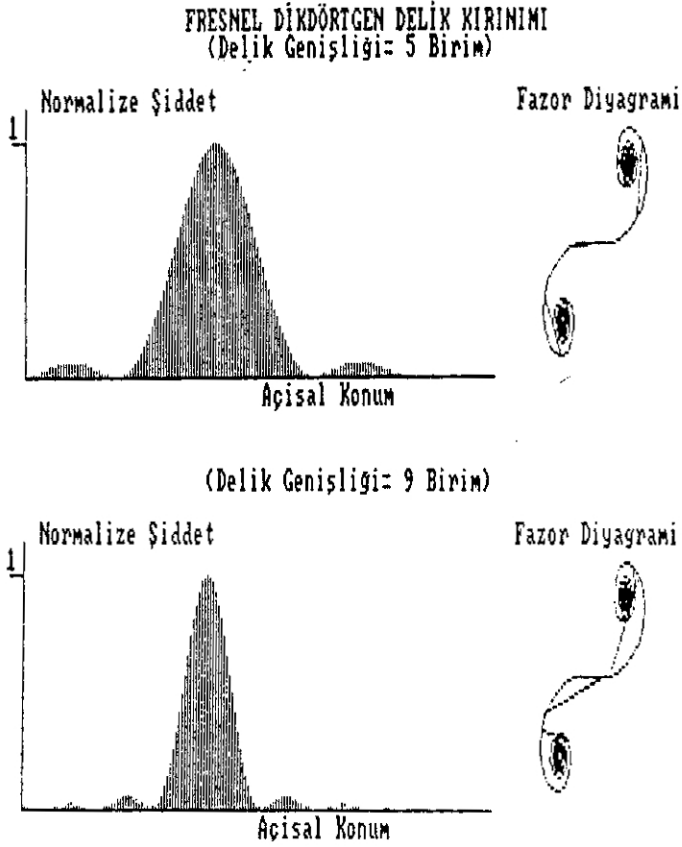
Kenar kırınım deseninin eldesinde ise, bileşkeyi oluşturacak vektörün bir ucu, spiralin bir ucunda sabit tutulmuş, diğer ucu spiral üzerinde bir uçtan diğerine gezdirilmiştir. Bu gezme sırasında elde edilen bileşke değerleri de bir dizinin elemanları olarak kaydedilmiştir.

Bilgisayarda önce Cornu spirali, sonra bu spiral üzerinde, incelenen kırınım tipine ait bileşke genlikten bazıları ve son olarak da spiralin yanına ilgilenilen açıklık tipi veya engele ait kırınım desen çizdirilmiştir.

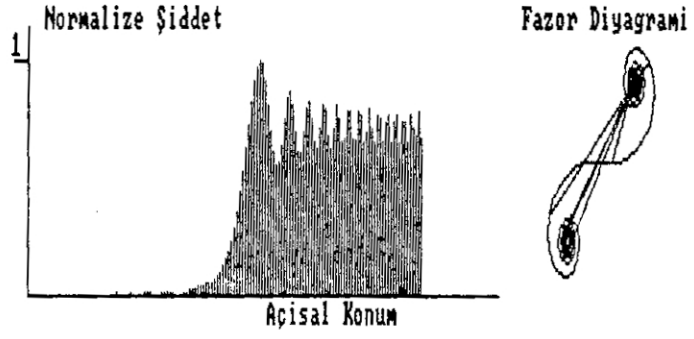
Bilgisayar simülasyonu ile dikdörtgen delik için elde edilen sonuçlar Şekil-4'de, kenar kırınımı için elde edilenler Şekil-5'de verilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Özsoy, S., " Fraunhofer kırınım deseninin bilgisayar simülasyonu" (Yayınlanacak).
- [2] Smith, F.G., Thomson, J.H., Optics, John Wiley and Sons, 1975.
- [3] Iuzuka, K., Engineering Optics, Second Edition, Springer- Verlag, 1987.



Şekil-4: Fresnel dikdörtgen delik kırınımı



Şekil-5: Fresnel kenar kırınımı deseni