

# KAFES KODLAMALI MODÜLASYON KULLANAN KARMA ARQ SİSTEMLERİNİN SÖNÜMLÜ KANALLAR İÇİN BAŞARIM ANALİZİ

Necmi TAŞPINAR\* Eyüp TUNA\*\*

\* Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Bölümü, 38039 KAYSERİ

\*\* İnönü Üniversitesi, Malatya Meslek Yüksekokulu, 44080 MALATYA

## ÖZET

Bu çalışmada, literatürde bulunan, sönmümlü kanallar üzerinden iletimde kafes kodlu modülasyon (TCM) kullanan karma-ARQ sistemleri tanıtılmıştır. Bu sistemlerin işaret/gürültü oranlarına ( $E_s/N_0$ ) göre başarımlarını performansları değerlendirilmiştir.

## THE THROUGHPUT ANALYSIS OF HYBRID-ARQ SYSTEMS USING TRELIS CODED MODULATION IN FADING CHANNELS

### ABSTRACT

In this study, hybrid-ARQ systems using trellis coded modulation (TCM) for fading channels which have been in the literature are introduced. The throughput performances of these systems have been evaluated according to the values of  $E_s/N_0$ .

## 1. GİRİŞ

Veri haberleşmesinde kullanıcıya hatasız bilgi verilebilmesi için kanal gürültüsünün sebep olduğu iletim hatalarının kontrol edilmesi ve düzeltilmesi gerekir. Bu amaçla hata kontrol kodları ve iletim protokolları kullanılır. Veri haberleşmesinde otomatik tekrar isteği (ARQ) ve ileri hata düzeltme (FEC) olmak üzere temelde iki çeşit hata kontrol sistemi vardır. Bir temel ARQ sisteminde hata sezici bir kod, bir tekrar iletim protokolu ile

birlikte kullanılır ve tekrar iletim protokoluna göre üç türü vardır: Bunlar dur ve bekle (SW), N kelime geriye git (GBN) ve seçici tekrar (SR) protokollarıdır. FEC hata kontrol sisteminde iletim hatalarının giderilmesi alınan kelimedeki hataların düzeltilmesi şeklinde yapılır. Yani hatalar düzeltilir ve elde edilen doğru bilgi kullanıcıya verilir. Bu iki temel hata kontrol sistemi uygun şekilde birlikte kullanıldıklarında iki sistemin avantajlarını birleştiren, olumsuz yönlerini azaltan karma-ARQ sistemleri ortaya çıkmıştır. Karma-ARQ sistemlerinin I. türden ve II. türden karma-ARQ sistemleri olmak üzere iki türü vardır. I. türden karma-ARQ sistemlerinde hata sezme ve hata düzeltme işlemleri için sadece bir kod kullanılır. Bu nedenle kullanılan kodun eşlik-kontrol biti sayısı daha fazladır. İletim kanalı gürültülü ve durağan ise bu sistemin verimi yüksektir. Eğer iletim kanalındaki gürültü seviyesi az ise alınan kod kelimelerinin hatalı olma olasılıkları oldukça düşüktür ve gereksiz yere fazla sayıda eşlik kontrol biti taşınmış olur.

II. türden karma-ARQ sistemlerinde ise bir mesaj dizisi sadece hata sezme amacıyla eşlik bitleriyle kodlanır ve alıcıya gönderilir. Hata düzeltme amacıyla kullanılan eşlik bitleri ise yalnızca alıcı tarafından ihtiyaç duyulduğunda gönderilir. Bu özelliğinden dolayı durağan olmayan kanallar için böyle bir adaptif sistem uygundur. Kanalda gürültünün etkinliğinin az olduğu durumlarda bu sistem tamamen bir temel ARQ sistemi gibi çalışır.

I ve II. türden karma-ARQ sistemlerinde, yüksek kanal bit hata oranlarında sistem başarımını arttırmanın bir yolu da, veri paketinin alınan bütün kopyalarının birleştirilmesidir. Bu teknik kod birleştirme tekniği olarak isimlendirilir.

Kafes kodlamalı modülasyon (TCM), iletim için harcanan gücü ve gerekli band genişliğini arttırmadan sayısal işaretlerin gürültüye bağışıklığını arttıran birleşik bir kodlama ve modülasyon şeklidir. İletilen işaretler gürültüden daha az etkilendiklerinden TCM'in karma ARQ protokollarında kullanılması yeniden iletim sayısını azaltacağı için TCM kullanan bir karma ARQ sisteminin başarımının diğer karma ARQ sistemlerinkinden fazla olacağını söylemek mümkündür.

Uydu ve diğer hareketli haberleşme kanallarında verici anteninden çıkan işaret bileşenleri farklı uzunluktaki ve farklı koşullara sahip değişik yolları takip ederek alıcı antenine ulaşırlar. Bu durumda değişik yolları takip ederek alıcı antenine gelen işaret bileşenlerinin toplamı verici anteninden çıkan işaretten farklı olur. Bu tür haberleşme kanalları pratikte Rician ve Rayleigh sönümlü kanalları olarak anılırlar.

Bir çok uydu kanalı sönümlemenin sembol süresince sabit kaldığı kabul edilen yavaş sönümlü Rician kanalı olarak modellenabilir [1]. Toplanabilir beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanallarda ısı gürültüye ek bir hata sebebi olan, aynı zamanda alıcıda taşıyıcının elde edilmesini de zorlaştıran sönümlemede  $r$  genliğinin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$p(r) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + s^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left[\frac{rs}{\sigma^2}\right] \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikte  $s$  alıcı antene gelen işaretin direkt olarak gelen bileşeninin ortalama enerjisi,  $2\sigma^2$  yansiyarak gelen kompleks bileşenlerin her birisinin ortalama enerjisi olup, bunların birbirlerine oranı

$$K = \frac{s^2}{2\sigma^2} \quad (2)$$

Rician parametresi olarak isimlendirilir [1].  $I_0[x]$  ise birinci tür sıfırinci mertebeden değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur. Alıcı antene yansiyarak gelen bileşen yoksa ( $\sigma^2=0$ )  $K=\infty$  olur ve kanal bir AWGN kanalına dönüşür. Eğer işaretin alıcı antene yansiyarak gelen bileşenleri direkt gelen bileşenlerini bastırarak kadar güçlü iseler ( $s^2 \cong 0$ )  $K=0$  olur ve kanal Rayleigh sönümlü kanal haline dönüşür. Sönümlü kanallarda işaretin genliğindeki azalma

$$p(\rho) = 2\rho(1+K) \exp(-(K + \rho(1+K))) \cdot I_0(2\rho\sqrt{K(1+K)}), \quad \rho \geq 0 \quad (3)$$

ifadesiyle verilen Rician dağılımı ile karakterize edilir [2].

TCM kullanan karma-ARQ protokollarının sönümlü kanallardan iletiminin incelenmesi üzerine Wicker ve Rasmussen çeşitli çalışmalar yayınlamışlardır [2-4].

Bu makalede bu çalışmalar hakkında bilgi verilecektir.

## 2. SİSTEMLERİN ÇALIŞMASI VE BAŞARIMLARI

Wicker ve Rasmussen'in iki çalışmasında [2,3] TCM kodlayıcısı girişindeki bilgi N-sembollük veri paketleri dizisine formatlanır. Her bir veri paketindeki (m-1) bitlik  $x_i$  sembollerinin her birini önce  $c_i$  etiketine ve daha sonrada  $c_i$  etiketini  $z_i$  modülasyon işaretine eşlemek amacıyla Ungerboeck kodlayıcısı [5] kullanılır. Bu şekilde N modülasyon işaretinden oluşan bir kod paketi elde edilir ve iletim kanalına verilir.

Alıcı bu işaretleri

$$r_i = \rho_i z_i + n_i \quad (4)$$

şeklinde alır. Buradaki  $\rho_i$  ve  $n_i$  sırasıyla sönümlenme örneği ve toplanabilir beyaz Gauss gürültüsü (AWGN) örneğidir.

Konvolüsyon kodlayıcısı bir kafes diyagramını bir  $Z$  kod paketleri kümesine ilişkilendiren sonlu durumlu bir makinedir. Standart bir TCM-FEC kod çözücünde Viterbi algoritması, alınan bir  $R$  paketinden maksimum olasılıklı  $Z$  kod paketini seçmek için bu kafes diyagramını kullanır. Bu seçimin yapılabilmesi için bırakılan yol kafesin son seviyesinde bitmelidir. Bunu sağlamak için konvolüsyon kodlayıcısının bellek elemanlarının temizlenmesi gerekir. Bu ise kodlanmış veri paketine konvolüsyon kodlayıcısının bellek elemanı sayısı kadar takma bit, dolayısıyla modülasyon işaretleri paketinin sonuna bu sayıya eşit, yani  $\omega$  adet takma sembol eklenmesi demektir. Bu seçme işlemi, maksimum olasılıklı paketin yeterli derecede güvenilir olup olmadığının belirlenmesinde kullanılan yan bilgiyi üretir.

Kod çözme işleminde kafes diyagramının her kademesinde  $R$  alınan pakete karşılık gelen maksimum olasılıklı metrik, ideal kanal durum bilgisinin elde edilmesinin mümkün olduğu hallerde

$$M_{ML} = \|Z_\rho - R\|^2 = \sum_i |\rho_i z_i - r_i|^2 \quad (5)$$

eşitliği ile hesaplanır. Her düğümde en küçük metriklili kısmi yol bırakılır, diğer yollar elenir.  $Z'$ ,  $[2^{(m-1)}-1]$  adet elenen yol içindeki en küçük metriklili yol olsun. Eğer  $\|Z' - R\|^2 - \|Z - R\|^2 < u^2$  ise bırakılan  $Z$  yolu güvenilir olarak etiketlenir ve vericiden bunun tekrar gönderilmesi istenir. Burada  $u$ ,

kodun serbest Öklid uzaklığı  $d_{\text{free}}$ 'ye eşit veya ondan küçük negatif olmayan gerçek bir sabittir ve eşik faktörü adı verilir.

Bu sistemin başarımı

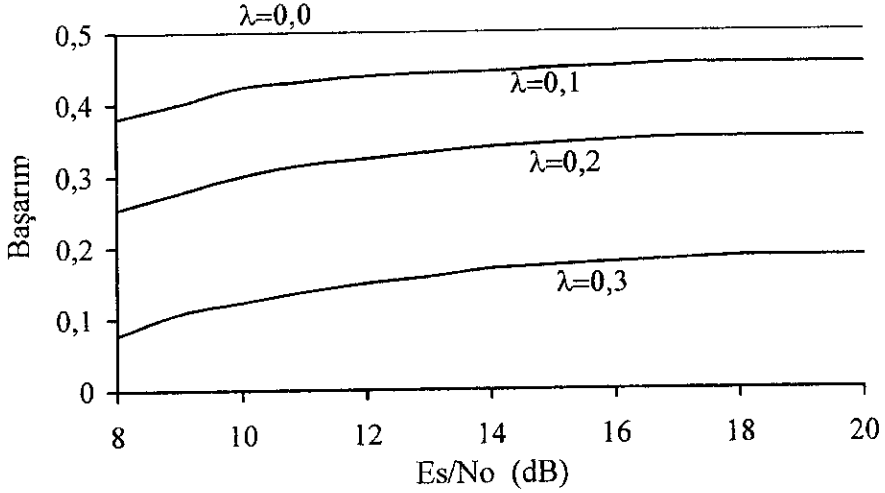
$$\eta = \frac{(m-1)}{m} \cdot (1 - p_r) \quad (6)$$

ifadesi ile verilir. Buradaki  $(m-1)/m$  toplam kod oranıdır,

$$p_r \leq \min_{\lambda} \left\{ \exp \left[ \frac{\lambda u^2}{N_0} \right] \cdot \overline{T(D)} \Big|_{D=e^{-\left(\frac{\lambda(1-\lambda)}{N_0}\right)}} + \overline{T(D)} \Big|_{D=e^{-\left(\frac{1}{4N_0}\right)}} \right\} \quad (7)$$

ifadesi ile verilen  $P_r$ , her hangi bir hatalı iletim için yeniden iletim olasılığının üst sınırınıdır. Buradaki  $\lambda$  Chernoff parametresi,  $\overline{T(D)}$  kodun transfer fonksiyonu ve  $N_0$  tek taraflı Gauss gürültüsünün spektral yoğunluğudur. Bu üst sınır Denk. (6)'da yazıldığında sistem başarımının alt sınırı bulunur.

1/2 oranlı 2-durumlu konvolüsyon kodlayıcısını ve 4-PSK modülasyon türünü kullanan TCM şemasının [6] yavaş sönümlü Rayleigh kanalda iletimindeki başarımının alt sınırının  $E_s/N_0$ 'a göre değişimi  $\lambda=u/d_{\text{free}}$  değerleri için Şekil 1'de verilmiştir [2].



Şekil-1. 1/2 oranlı 2-durumlu TCM kullanan karma ARQ sisteminin Rayleigh kanal için başarımının alt sınırları

Rasmussen ve Wicker ikinci makalelerinde [3], birinci makalelerindeki benzer bir çalışma yapmışlardır. Burada ele aldıkları sistemin başarımı

$$\eta = \frac{N}{(N + \varpi)} \cdot \mathfrak{R} \cdot (1 - p_r) \quad (8)$$

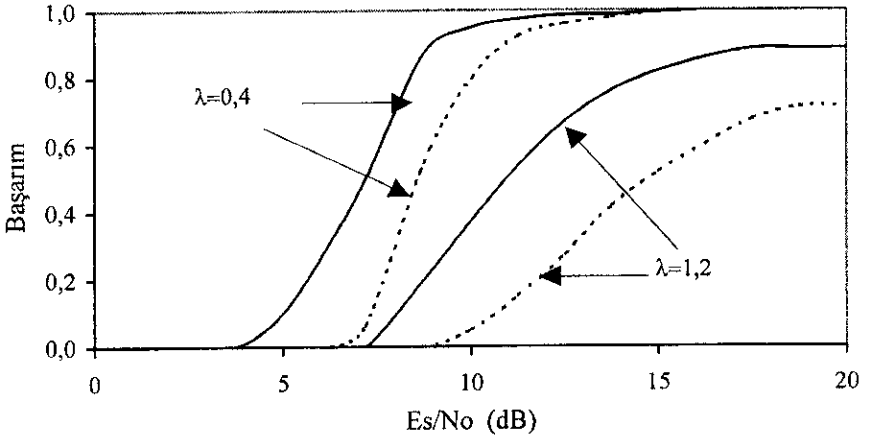
ifadesi ile verilmiştir. Buradaki  $N/(N + \varpi)$  oranına düzeltme faktörü denir.  $\mathfrak{R}$  Ungerboeck kodlayıcısının bit/Sn/Hz cinsinden ölçülen başarımıdır. Herhangi bir hatalı iletim için yeniden iletim olasılığının alt ve üst sınırları

$$P_r \leq \min_{0 < \lambda < 1} \left\{ \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\lambda u^2}{N_o}\right) \cdot \overline{T(D)} \Big|_{D=e^{-\frac{\lambda(1-\lambda)}{N_o}}} \right\} + \frac{1}{2} \cdot \overline{T(D)} \Big|_{D=e^{-\frac{\lambda(1-\lambda)}{N_o}}} \quad (9)$$

$$P_r \geq \int_0^{\infty} \left[ \dots \int_0^{\infty} p(\rho) \int_{-u/2}^{u/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\bar{n}_{\rho,s})}} \exp\left[-\frac{(x - \mu(\bar{n}_{\rho,s}))^2}{2\sigma^2(\bar{n}_{\rho,s})}\right] dx \cdot d\rho \right] \quad (10)$$

şeklinde olup, bu ifadeler Denk. (8)'de yerine konduğunda sistem başarımının üst ve alt sınırları elde edilir. Denk. (9) ve (10)'da  $\lambda' = \lambda/N_0$  değerine eşit olup,  $\lambda$  Chernoff parametresinden elde edilen bir sayıdır,  $p(\rho)$  Denk. (3) ile verilen Rician dağılımıdır,  $\mu(\bar{n}_{\rho,s})$  ve  $\sigma^2(\bar{n}_{\rho,s})$  sırasıyla  $s$  üzerinden ortalaması alınmış normal dağılım  $\bar{n}_{\rho}$ 'nin ortalaması ve varyansındır.

1/2 oranlı 2-durumlu konvolüsyon kodlayıcısını ve 4-PSK modülasyon türünü kullanan TCM'li [6] karma ARQ protokolunun yavaş sönmümlü Rician kanal ( $K=10$ ) için sistem başarımının alt ve üst sınırlarının  $E_s/N_0$ 'na göre değişimi  $\lambda' = u/d_{\text{free}}$  değerleri için Şekil-2'de verilmiştir [3].



Şekil-2. 1/2 oranlı 2-durumlu TCM kullanan karma ARQ sisteminin Rician kanal için başarımının alt ve üst sınırları



Rasmussen ve Wicker'in üçüncü çalışmasında [4] hata sezici kod olarak kısaltılmış periyodik kodlar (CRC) kullanılmıştır. Bu sistemde bilgi bitleri  $k$  bitlik veri bloklarına formatlanır. Veri bloklarının her birisi CRC kodlayıcısı tarafından  $m$  bitlik bir pakete kodlanarak bir CRC paketi haline getirilir. Bu sırada veri bloğunun sonuna  $r=m-k$  tane eşlik biti eklenir. Elde edilen  $\{X_i\}=\{x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(m)}\}$  şeklindeki CRC paketi Ungerboeck modeli bir kodlayıcı tarafından önce  $\{C_i\}=\{c_i^{(1)}, c_i^{(2)}, \dots, c_i^{(m+1)}\}$  etiketleri dizisine ve bu etiketler dizisi de daha sonra  $\{Z_i\}=\{z_i^{(1)}, z_i^{(2)}, \dots, z_i^{(m+1)}\}$  modülasyon işaretleri dizisine bire-bir olarak eşlenir. Bu yolla elde edilen  $Z$  modülasyon işareti paketleri sönümlü kanal üzerinden alıcıya gönderir.

Alıcıda kodçözücü, kafes diyagramını kullanarak alınan her bir  $R$  paketi için maksimum olasılıklı  $Z_L$  kod paketini seçer.  $Z_L$ , gönderilen  $Z$  kod paketini temsil eden kafes yolundan, kafesin her hangi bir düğümünde ayrılan ve  $L$  dal sonra tekrar bu yol ile birleşen yolun temsil ettiği kod paketidir. Standart bir TCM-FEC kod çözücüsünün bu seçimi yapabilmesi için  $Z$  ve  $Z_L$ 'yi temsil eden kısmi yolların kafes diyagramının bilinen bir durumunda birleşmeleri gerekir. Bunun için veri paketi kodlandıktan sonra konvolüsyon kodlayıcısının bellek elemanlarının temizlenmesi gerekir. Bu ise kodlanmış veri paketinin sonuna bellek elemanı sayısı kadar takma bit, dolayısıyla modülasyon işaretleri paketinin sonuna  $\varpi$  tane takma sembolün eklenmesi demektir.

Rasmussen ve Wicker'in bu çalışmasında sonsuz uzunlukta yastık içeren ideal seçici tekrar protokolü kullanıldığı kabul edilmiştir ve sistemin başarımlı ifadesi aşağıdaki şekildedir:

$$\eta = \frac{N}{N + \varpi} \cdot \mathfrak{R} \cdot (1 - \bar{P}_{de}) \quad (11)$$

Buradaki  $\mathfrak{R}$  TCM için iletim hızı olup  $\bar{P}_{de}$  ise

$$\begin{aligned} \bar{P}_{de} = nP_{vd} (1 - P_{vd})^{(n-1)} + \sum_{b=2}^r (n - b + 1) P_{vd}^2 (1 - P_{vd})^{(n-b)} \\ + (1 - 2^{(1-r)}) k P_{vd}^2 (1 - P_{vd})^{(k-1)} + (1 - 2^{(-r)}) \sum_{j=1}^{k-1} j P_{vd}^2 (1 - P_{vd})^{(j-1)} \end{aligned} \quad (12)$$

ifadesi ile verilen, kodun sezilebilir hatalar içermesi ortalama olasılığıdır.  $b$  ise grupsal (burst) hata kalıbının uzunluğudur.

Bir TCM paketinin yavaş sönmümlü Rician kanal üzerinden iletiminde, Viterbi kod çözücünün çıkışındaki bit hata olasılığının

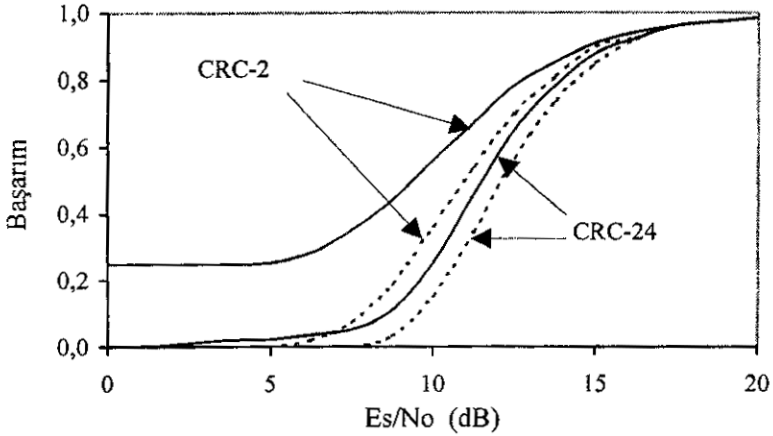
$$P_{vd} \leq \frac{1}{2m} \cdot \frac{\partial}{\partial I} \overline{T(D, I)} \Big|_{D=e^{-\left(\frac{1}{4N_0}\right)}, I=1} \quad (13)$$

$$P_{vd} \geq \frac{1}{2m} \cdot E_{\rho} \left\{ P \left\{ \bar{n}_{\rho, s} \geq 0 \right\} \right\} \quad (14)$$

ifadeleri ile verilen alt ve üst sınırları sırasıyla Denk. (11) ve (12)'de yazılarak CRC/TCM kullanan karma ARQ protokolunun başarımının yavaş sönmümlü Rician kanaldan iletimi durumundaki alt ve üst sınırları çizilebilir. Denk. (13) ve (14)'deki  $m$  her bir TCM sembolü tarafından taşınan bit sayısı,  $\overline{T(D; I)}$  kodun sönmüleme dağılımı üzerinde ortalaması alınan

transfer fonksiyonu,  $E_p\{\cdot\}$  sönümlenme değişkeni  $\rho$ 'ya göre beklenen değer operatörü ve  $\bar{n}_{\rho,s}$  ise sabit bir  $\rho$  sönümlenme vektörü için en kısa hata olayının Gauss gürültüsü değişkenidir.

CRC-2 ve CRC-24 hata sezici kodları kullanan 1/2 oranlı 2-durumlu TCM'li karma ARQ protokolünün yavaş sönümlü Rayleigh kanal için başarımının alt ve üst sınırlarının  $u^2$  ve  $E_s/N_0$ 'a göre değişimleri Şekil-3'de verilmiştir [4].



Şekil-3. CRC-2 ve CRC-24 hata sezici kodları kullanan 1/2 oranlı 2-durumlu TCM 'li karma ARQ sisteminin başarımının Rayleigh kanal için üst ve alt sınırları.

### 3. SONUÇ

Bu çalışmada sönümlü kanallar için literatürde mevcut olan, kafes kodlamalı modülasyon kullanan karma ARQ sistemleri tanıtılmıştır. Başarımı Şekil-1'de verilen sistemde, normalize yeniden iletim katsayısı  $\lambda$  arttıkça  $E_s/N_0$ 'ın tüm değerleri için sistem başarımı önemli derecede

azalmaktadır. Aynı  $\lambda$  değerleri için 15 dB'in üzerindeki  $E_s/N_0$  değerleri için sistem başarımı yaklaşık olarak sabit kalmaktadır.

Başarımı Şekil-2'de verilen sistemde, önceki sistemde olduğu gibi,  $\lambda$  değeri arttıkça sistem başarımı önemli ölçüde azalmaktadır.  $\lambda=0,4$  için 10 dB'in üzerindeki  $E_s/N_0$  değerleri için,  $\lambda=1,2$  için 20 dB'in üzerindeki  $E_s/N_0$  değerleri için sistem başarımı yaklaşık olarak sabittir.

Başarımı Şekil-3'de verilen sistem yüksek  $E_s/N_0$  değerlerinde başarımın kısaltılmış periyodik kod vasıtasıyla eklenen eşlik bitleri sayısına duyarlı olmadığı, düşük  $E_s/N_0$  değerlerinde ise eşlik bitleri sayısının fazla olmasının başarımı azalttığı anlaşılmaktadır.

## KAYNAKÇA

- [1]. Acha V., Carasco R. A., "Trellis coded Q<sup>2</sup>PSK signals part 2: Land mobile satellite fading channels", IEE Proc.-I, vol. 141, no. 3, pp. 159-165, June 1994
- [2]. Wicker S. B., Rasmussen L. K., "A performance analysis for trellis coded hybrid ARQ protocols", in Proc. IEEE Supercomm. Int. Conf. on Communications '92, pp. 323.7. 1-5, Chicago Il., June 14-17 1992.
- [3]. Rasmussen L.K., Wicker S.B., "The performance of type-I trellis coded hybrid- ARQ protocols over AWGN and slowly fading channels", IEEE Trans. on Inform. Theo., vol. 40, no. 2, pp. 418-428, March 1994.

- [4]. Rasmussen L.K., Wicker S.B., “Trellis-coded, type-I hybrid-ARQ protocols based on CRC error detecting codes”, IEEE Trans. on Commun., vol. 43, no. 10, pp. 2569-2575, Oct. 1995.
  
- [5]. Ungerboeck G., “Channel coding with multi-level/phase signals”, IEEE Trans. on Inform. Theo., vol. IT-28, pp. 55-67, Jan. 1982
  
- [6]. Biglieri E., Divsalar D., Mc Lane P. J., Simon K., Introduction to Trellis Coded Modulation With Applications, McMillon Publishing Comp., Newyork, 1991