

# ELASTİK ÖTESİ SPEKTRUM KULLANILARAK YAPILARIN DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ

Duygu ÖZTÜRK\*, Kanat Burak BOZDOĞAN

## Özet

Yapıların doğrusal dinamik analizinde daha karmaşık yöntemler yerine spektral analiz yöntemi kullanılmaktadır. Elastik analiz ile ilgili çalışmalar, spektral analiz ile elde edilen sonuçların, zaman tanım alanında analize ait olanlara yakın olduğunu göstermiştir. İşletme yükleri altında yapı elastik davranış sergilerken, deprem etkisi durumunda elastik ötesi analiz gerekli olmaktadır. Bu çalışmada elastik ötesi analiz için literatürde önerilmiş olan bir yöntem açıklanmıştır. Sunulan yöntemde elastik ötesi spektrum kullanılmaktadır. Çalışmanın sonunda yöntemin değerlendirilmesi için bir örnek incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Spektrum, yapı, analiz.

## NONLINEAR ANALYSIS OF THE STRUCTURES USING INELASTIC SPECTRUM

### Abstract

Spectral analysis method is used for the linear dynamic analysis of the structures instead of the more complicated methods. Studies that are concerned with elastic analysis, presented that the results obtained by the spectral analysis method are closer to the ones belong to the time history analysis. When subjected to the service loads, structures respond in an elastic manner, but when subjected to earthquake loads inelastic analysis is needed. In this study, a method proposed for the inelastic analysis in the literature is explained. Inelastic spectrum is used in the presented method. For the assessment of the method, an example is investigated at the end of the study.

**Keywords:** Spectrum, structure, analysis.

### 1. Giriş

Çok serbestlik dereceli sistemlerin incelenmesinde, analizi kolaylaştırmak amacı ile spektral analiz yöntemleri geliştirilmiştir. Yapıların analizi yıllardır kullanışlı olan bu yöntemlerle gerçekleştirilmektedir. Elastik spektral analizin tarihsel gelişimi Chopra (2007) tarafından açıklanmıştır. Riddell (2008) ise çalışmasında elastik ötesi tepki spektrumunun gelişimini aktarmıştır.

Literatürde; yapıların analizi için elastik spektrum kavramına dayalı yöntemler gibi, elastik ötesi davranışı içeren spektrumun kullanıldığı farklı çalışmalar da yer almaktadır (Borzi vd., 2001; Safar ve Ghobarah, 2008; Zamora ve Riddell, 2011). Bunlar arasında yer alan bir

\* Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İzmir  
E-posta: duygu.ozturk@ege.edu.tr

çalışmada Wong (2011) geliştirdiği Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi'ni elastik ötesi spektrum yaklaşımında kullanmıştır. Bu çalışmada Wong tarafından önerilen yöntem tanıtılarak uygulaması bir örnek üzerinde gerçekleştirilmiştir.

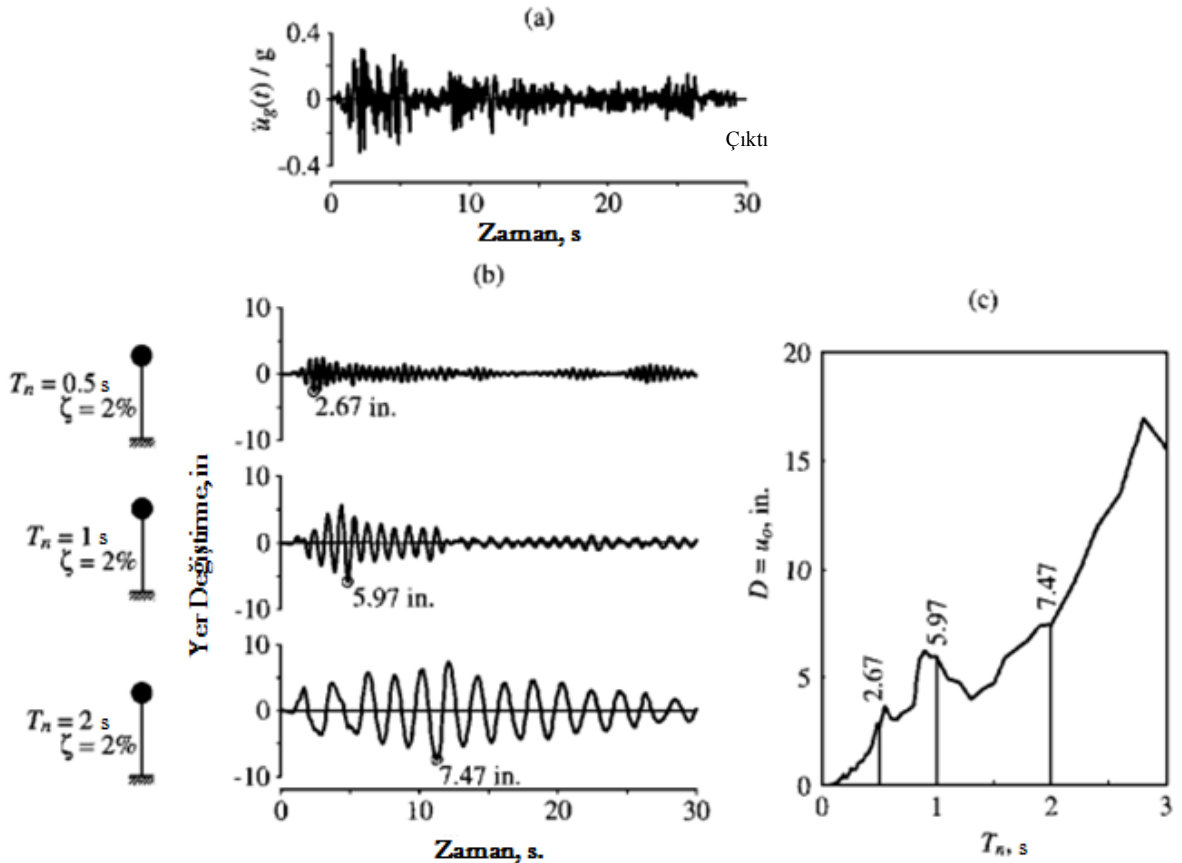
## 2. Yöntem

Çalışmada önce elastik tepki spektrumu kavramına kısaca yer verilmiş ardından sunulan yöntemin esasını oluşturan Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi açıklanmış ve elastik ötesi tasarımda kullanımı anlatılmıştır.

### 2.1. Elastik Tepki Spektrumu Kavramı

Tepki spektrumu; tek serbestlik dereceli, farklı periyotlara sahip sistemlerin belirli bir deprem kaydı ve sönüm oranı için elde edilen en büyük değerlerinin (yer değiştirme, hız ve ivme), periyot değerlerine bağlı olarak çizilmesi ile oluşturulmaktadır. (Şekil 1)

Elde edilen en büyük değerlere bağlı olarak tepki spektrumu adlandırılmakta, yer değiştirme değerleri için yer değiştirme spektrumu, hız değerleri için hız spektrumu ve ivme için ivme spektrumu elde edilmektedir.



**Şekil 1.** (a) Elcentro deprem kaydı (b)  $T=0.5$ ,  $T=1$  ve  $T=2$  s periyotlu TSD sistemlerin %2 sönüm oranı için yer değiştirme - zaman grafikleri (c) %2 sönüm oranı için yer değiştirme tepki spektrumu (Chopra, 2007)

Elastik spektral analizde, incelenen yapıda periyotların belirlenmesinin ardından, bulunan periyotlara karşılık gelen en büyük değerler istenen deprem kaydı için çizilmiş olan spektrumdan bulunur. Kuvvetler ve yer değiştirmeler ise spektrumlardan yararlanılarak modal analiz ile elde edilir.

Her bir modda en büyük değerler aynı anda oluşmadığı için bunların toplanması yerine farklı birleştirme yöntemleri kullanılmaktadır. Bu amaçla, Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik(DBYBHY)'te de yer alan; Karelerin Toplamının Karekökü (SRSS) ve Tam Karesel Birleştirme (CQC) gibi farklı yöntemler geliştirilmiştir.

## 2.2. Elastik Ötesi Tepki Spektrumu

Elastik ötesi davranışı içeren tepki spektrumunda, elastik tepki spektrumdan farklı olarak akma noktasına ait yer değiştirmelerin bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Wong tarafından önerilen yöntemde akma dayanımları Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi'ne göre bulunmaktadır.

Wong yapıların doğrusal olmayan davranışlarını incelemek amacıyla Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi'ni geliştirmiştir. Literatürde Modal Artımsal İtme (Chopra ve Goel, 2002) ve Artımsal Spektrum Analizi (ARSA) (Aydınoğlu, 2003) gibi mod birleştirme yöntemine dayanan yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerde her itme adımında modlar ve periyotlar, oluşan plastikleşmeleri dikkate alarak yeniden hesaplanmaktadır. Wong tarafından önerilen Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi'nde ise her itme adımında başlangıçtaki elastik modlardan yararlanılması sayesinde çözüm pratik olarak elde edilebilmektedir. Aşağıda yöntem kısaca açıklanmıştır.

Çok katlı yapılar için genel hareket denklemi

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \mathbf{X}' = -\mathbf{M} \mathbf{I} \ddot{y}_g \quad (1)$$

şeklinde dir. Denklemdeki  $\mathbf{X}'$  elastik yer değiştirmeleri göstermektedir. Elastik yer değiştirme, toplam yer değiştirme ve elastik ötesi yer değiştirme cinsinden aşağıdaki bağıntı ile yazılabilir.

$$\mathbf{X}' = \begin{Bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \\ \vdots \\ x_n'(t) \end{Bmatrix} = \mathbf{X} - \mathbf{X}'' = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_1''(t) \\ x_2''(t) \\ \vdots \\ x_n''(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

(2) nolu bağıntı genel hareket denkleminde yerine yazılıp düzenleme yapıldığında

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \mathbf{X} = -\mathbf{M} \mathbf{I} \ddot{y}_g + \mathbf{K} \mathbf{X}'' \quad (3)$$

denkle mi elde edilir. Modal koordinatlarda

$$X = \Phi q \quad (4)$$

dönüşümü, (1) nolu hareket denkleminde kullanıldığında (5) nolu denklem elde edilmiş olur.

$$M\ddot{\Phi}q + C\dot{\Phi}q + K\Phi q = -M\ddot{y}_g + KX'' \quad (5)$$

denklemin her iki yanını  $\Phi^T$  matrisi ile çarpılırsa (6) nolu denklem elde edilir.

$$\Phi^T M \ddot{\Phi} q + \Phi^T C \dot{\Phi} q + \Phi^T K \Phi q = -\Phi^T M \ddot{y}_g + \Phi^T K X'' \quad (6)$$

(6) nolu denklem düzenlendiğinde

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = -\phi_i^T M \ddot{y}_g + \phi_i^T K X'' \quad i = 1, \dots, r \quad (r = \text{toplam mod sayısı})$$

(7)

şeklini alır.

Modlar için akma yer değiştirmelerinin, Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi'ne göre bulunması (Wong, 2011) aşağıda açıklanmıştır.

Kuvvet Benzeşimi Yönteminde elastik bölgede moment ifadesi (8) nolu bağıntı ile hesaplanmaktadır.

$$m'(t) = K_p^T X'(t) \quad (8)$$

Elastik ötesi spektrum analizi yönteminde akma noktasına ait koordinatlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Yönteme göre i. moddaki akma yer değiştirmesi Denklem (9)'daki gibi elde edilir.

$$X'(t) = X(t) = \phi_i^T D_{yi} \quad (9)$$

Yöntemde akma anındaki momentler ise (10) nolu bağıntı ile bulunur

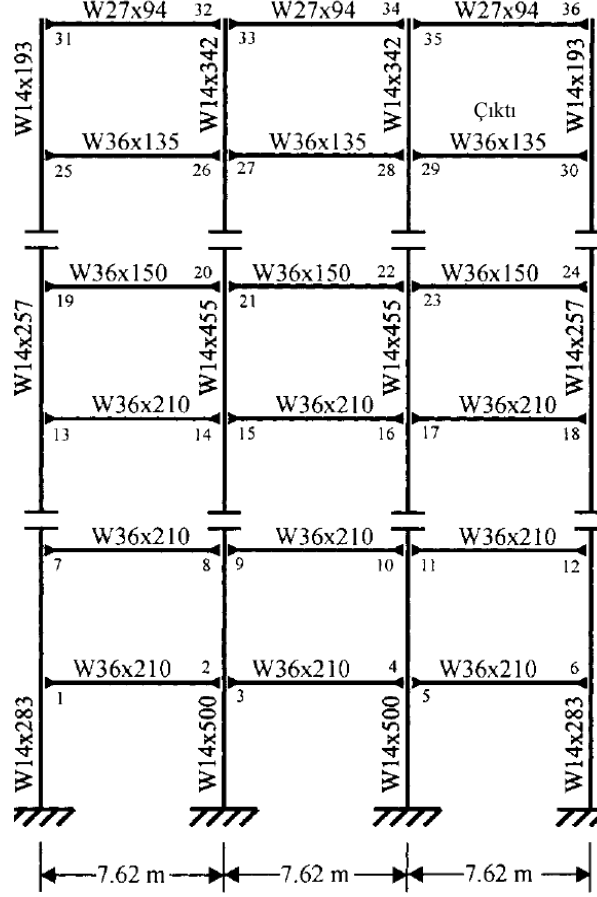
$$m(t) = K_p^T \phi_i^T D_{yi} \quad (10)$$

Akma anındaki yer değiştirme değerlerinin bulunmasının ardından elastik ötesi tepki spektrumu sayısal analiz yöntemleri (Beta Newmark, Merkezi Farklar, Durum Uzay Yöntemi, Houbold, Wilson Teta vb.) kullanılarak elde edilir.

### 3. Örnek

Örneği oluşturan çerçeve Şekil 2'de görülmektedir. Çerçeveye ait kat kütleleri ve kesit kapasiteleri Tablo 1 ve Tablo 2'de yer almaktadır. Birinci ve ikinci kat yükseklikleri 4.57 m, diğer katların yükseklikleri 4.27m'dir. Plastik dönmelerin kiriş uçlarında toplandığı kabul edilmiştir. Örneğin analizi, Elcentro deprem kaydı kullanılarak, bu çalışmada incelenen elastik ötesi tepki spektrumu yaklaşımı ile gerçekleştirilmiştir.

Hesaplanan periyot değerleri Tablo 3'te, tepe noktasına ait maksimum yer değiştirme değeri ise Tablo 4'te, literatürde (Wong, 1999) yer alan zaman tanım alanında analiz yöntemi ile çözümden elde edilmiş olan değerler ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.



Şekil 2. Örnek çerçeve sistem (Wong, 1999)

Tablo 1. Örneğe ait kat kütleleri

Kat	Kat Kütlesi (kg)
2	402800
3	231200
4	180400
5	180400
6	182400
Çatı	182100

Şekil 2'de yer alan çerçeve elemanlarının moment kapasiteleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Örneğe ait moment kapasiteleri

Kesit	Mp (kN m)
W36 x 210	3.388

W36 x 150	2.363
W36 x 135	2.070
W36 x 94	1.131

**Tablo 3.** Periyot değerleri

Periyot (sn)	Çalışma	Literatür
1.Mod	0.972	0.965
2.Mod	0.384	0.372
3.Mod	0.250	0.225
4.Mod	0.189	0.160
5.Mod	0.147	0.122
6.Mod	0.120	0.093

**Tablo 4.** Tepe noktasının yer değiştirme değerleri

	Çalışma	Literatür
Tepe Noktasının Yer Değiştirmesi (m)	0.26	0.24

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada daha önce literatürde elastik ötesi analiz için önerilmiş olan bir yöntem tanıtılarak uygulaması gerçekleştirilmiştir. Sunulan yöntemde elastik ötesi tepki spektrumunun elde edilmesinde gerekli olan akma yer değiştirmeleri ifadesi Modal Kuvvet Benzeşimi Yöntemi yardımıyla elde edilmektedir. Çalışmanın sonunda sunulan yöntem ile çözülen bir örneğe yer verilmiş ve yöntemin uygunluğu sergilenmiştir.

#### Kaynaklar

- Aydinoğlu, M. N., (2003), An Incremental Response Spectrum Analysis Procedure Based on Inelastic Spectral Displacements for Multi-Mode Seismic Performance Evaluation, Bulletin of Earthquake Engineering, 1, 3–36.
- Borza, B., Calvi, G. M., Elnashai, A.S., Faccioli, E., Bommera, J. J., (2001), Inelastic Spectra For Displacement-Based Seismic Design, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 21, 47-61.
- Chopra, A. K. ve Goel, R. K., (2002), A Modal Pushover Analysis Procedure For Estimating Seismic Demands For Buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, 561–582.
- Chopra A. K., (2007), Dynamics of Structures, 3rd Edition, Prentice Hall, 876 s.
- Chopra, A. K., (2007), Elastic response spectrum: a historical note, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 36: 3–12.
- DBYBHY, 2007, Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.

- Riddell, R., (2008), Inelastic response spectrum: Early history, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Volume 37, Issue 8, pages 1175–1183
- Safar, M., Ghobarah, A., (2008), Inelastic Response Spectrum for Simplified Deformation-Based Seismic Vulnerability Assessment, *Journal of Earthquake Engineering*, 12:2, 222-248.
- Wong, K. ve Yang, R., (1999), Inelastic Dynamic Response of Structures Using Force Analogy Method, *Journal of Engineering Mechanics*, 125(10), 1190–1199.
- Wong, K. K. F., (2011), Seismic Applications of Nonlinear Response Spectra Based on the Theory of Modal Analysis, *The Proceedings of the Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction - EASEC12*, Volume 14, 2011, Pages 1645–1652.
- Zamora, M. ve Riddell, R., (2011), Elastic and Inelastic Response Spectra Considering Near-Fault Effects, *Journal of Earthquake Engineering*, 15:5, 775-808.