



Araştırma Makalesi / Research Article

**ÜRETİM PLANLAMADA BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA
YÖNTEMİ: METAL SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA***

**FUZZY LINEAR PROGRAMMING METHOD IN PRODUCTION
PLANNING: AN APPLICATION IN THE METAL INDUSTRY**

Dilara ÖZÜLKÜ¹

Sibkat KAÇTIOĞLU²

<https://doi.org/10.55071/ticaretfbid.1149499>

Sorumlu Yazar / Corresponding Author
ozulkudilara@gmail.com

Geliş Tarihi / Received
27.07.2022

Kabul Tarihi / Accepted
13.10.2022

Öz

Günümüzde hızla artan rekabet ortamı işletmelerin sahip olduğu kaynakları daha verimli kullanması ihtiyacını ortaya çıkarmıştır. İşletmelerin sahip oldukları kaynakları maksimum kâr sağlayacak bir şekilde müşterinin talep ve istekleri doğrultusunda doğru zamanda ve doğru miktarda sağlayabilmeleri hayati önem taşımaktadır. Bu sebeple rekabet ortamında başarılı olmak ve kâr sağlamak amacıyla işletmeler üretim planlama alanına odaklanmışlardır. İşletmeler bu sayede üretim planlama ile olası talep artışlarına önceden çözümler bularak minimum maliyet ve maksimum kâr ile rakip işletmeler içerisinde en önde yer almaktadır. Üretim planlama konusu fazla kısıt ve kaynak bulundurma nedeniyle işletmelerin karar vermesi gereken önemli bir problemdir. Üretim planlama problemlerinde detaylı çözüme ulaşmak için en etkili ve hızlı yöntem yöneylem araştırmasının bir uygulaması olan doğrusal programlamadır. Doğrusal programlama ile işletmeler üretim planlama alanında karşılaştığı problemlere hızlı çözümler bularak karmaşık bir sistem de bile uygun optimal değere ulaşmaktadır. Bu çalışmada metal sektöründe faaliyet gösteren bir firmada üretim planlama problemi incelenmiş olup çalışmayı en iyi ifade eden model olan yöneylem araştırmasının bir yöntemi olan doğrusal programlama ile çözülmüştür. Model gerçek hayat problemlerinde verilerin kesin olmaması nedeniyle bulanık doğrusal programlamanın Verdegay yaklaşımı ile de çözülmüştür. Son olarak, Lingo bilgisayar programı yardımıyla çözüm sonucu bulunarak duyarlılık analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama, üretim planlama, metal sektörü, Verdegay yaklaşımı.

Abstract

Today, the rapidly increasing competitive environment has revealed the need for businesses to use their resources more efficiently. It is vital for businesses to provide their resources at the right time and in the right amount in line with the demands and wishes of the customer in a way that will ensure maximum profit. For this reason, businesses have focused on production planning in order to be successful and profit in the competitive environment. In this way, businesses are at the forefront of competing businesses with minimum cost and maximum profit by finding solutions to possible demand increases with production planning. Production planning is an important problem that businesses need to decide because it has too many constraints and resources. Linear programming, which is an application of operations research, is the most effective and fast method to reach detailed solutions in production planning problems. With linear programming, businesses find fast solutions to the problems they encounter in the field of production planning and reach the appropriate optimal value even in a complex system. In this study, the production planning problem in a company operating in the metal sector was examined and it was solved by linear programming, which is a method of operations research, which is the model that best expresses the work. The model is also solved with the Verdegay approach of fuzzy linear programming due to the inconsistency of the data in real life problems. Finally, a sensitivity analysis was performed by finding the solution result with the help of Lingo computer program.

Keywords: Fuzzy linear programming, linear programming, production planning, metal sector, Verdegay approach

*Bu yayın Dilara ÖZÜLKÜ isimli öğrencinin İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Programındaki Yüksek Lisans tezinden üretilmiştir.

¹İstanbul Ticaret Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Küçükyalı, İstanbul, Türkiye. ozulkudilara@gmail.com, Orcid.org/0000-0003-3322-1048.

²İstanbul Ticaret Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Küçükyalı, İstanbul, Türkiye. skactioglu@ticaret.edu.tr, Orcid.org/0000-0002-8529-3775.

1. GİRİŞ

Günümüzün küresel ve dünya çapındaki pazarlarda faaliyet gösteren rekabetçi firmalar için verimlilik kavramı son derece önemlidir. Verimliliğin artması özellikle imalat sektöründe faaliyet gösteren işletmeler için önemli bir hedeftir. Rekabetçi kalabilmek için şirketler, ürünlerini yalnızca yüksek verimlilikle üretmekle kalmayıp, aynı zamanda pazar değişikliklerine ve müşterilerin ihtiyaçlarına hızlı yanıt verebilen üretim sistemlerini kullanmalıdır (Argoneto ve ark., 2008).

Üretim kavramı girdilerin potansiyel faydanın istenen ürüne dönüştürülebildiği süreçlerin uygulanmasını içerir (Garg, 2011). Üretim işletmelerinin artan rekabet ortamına uyum sağlamak için maksimum kâr ve sınırlı kaynak kullanımı istemesi üretim planlama ihtiyacını ortaya çıkarmıştır. Üretim planlama, üretimin başlangıcından beri endüstrinin ayrılmaz bir parçası olmuştur (Kempf ve ark., 2011). Üretim planlaması, üretim öncesi bir faaliyettir. İnsan gücü, malzeme, makine ve üretim süreci gibi üretim gereksinimlerinin önceden belirlenmesidir. Ray Wild, “Üretim planlaması, ürünlerin gelecekteki üretimi için gerekli tüm tesislerin belirlenmesi, satın alınması ve düzenlenmesidir” şeklinde tanımlamaktadır (Kumar & Suresh, 2009). Planlama, personelin üretimle ilgili tüm faaliyetlerinden müşterinin istediği doğru teslimat sürelerine kadar birçok üretim unsurunu içerir. Etkin bir üretim planlama operasyonu ile herhangi bir üretim süreci, tüm potansiyelini kullanma yeteneğine sahiptir (Telsang, 2018).

İşletmelerde görülen üretim planlaması problemleri çok sayıda değişken ve kaynak kullanımına sahiptir. Planlamada karşılaşılan problemler için çözüm yöntemleri farklılık gösterse de kullanılan en yaygın çözüm yöntemlem araştırmasının deterministik modeli doğrusal programlamadır. 1947 yılında II. Dünya Savaşı sırasında George B Dantzing tarafından askeri lojistik problemlerini çözmek için geliştirilen doğrusal programlama günümüzde tüm alanlarda kullanılmasının yanı sıra özellikle planlama alanında karmaşık problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Kavram olarak Doğrusal Programlama; doğrusal eşitlik veya eşitsizlik sınırlayıcı şartları altında, yine doğrusal bir amaç fonksiyonunu optimize (maksimize veya minimize) etmek olarak tanımlanabilir (Kaçtıoğlu, 2020). Bu şekilde doğrusal programlama, üretim planlamada karar vericilerin kaynaklarını etkin bir şekilde kullanmalarını sağlayarak optimal çözüme ulaşmada yardımcı olur.

Bu çalışmada metal sektöründe faaliyet gösteren bir fabrikanın üretim planlaması için doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur. Bu amaçla, uygulamanın gerçekleştirildiği fabrikada üç aylık veriler ışığında karar değişkenleri olarak kırk adet ürün ele alınmıştır. Ele alınan bu ürünler özelinde kârı maksimum yapan doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur. Makine, hammadde, asgari talep miktarı ve tamamlayıcı parça kısıtları altında model incelenmiş ve sonucunda optimum çözüme ulaşılmıştır. Çalışma doğrusal programlama yazılımlarından Lingo ile çözülmüştür.

Çalışmada gerçek hayatta talep verilerinin kesin olmadığı varsayılarak Bulanık Doğrusal Programlama'nın Verdegay yaklaşımı ile de çözümlenmiştir. Son olarak duyarlılık analizi yapılarak bazı önerilerde bulunulmuştur. Araştırmada öncelikle üretim planlamada doğrusal programlama ile ilgili literatür gözden geçirilmiştir. Daha sonra üretim planlama, doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama modeli ele alınarak teorik olarak incelenmiştir. Metal sektörüne ait karar değişkenleri ve bu değişkenlere uygun modelleme yapılmış olup kâr maksimizasyonu yapılmıştır. Yapılan bu çalışma ile doğrusal programlama, bulanık doğrusal programlama ve üretim planlama açısından literatüre katkı sağlanması hedeflenmiştir.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Rekabet halinde olan günümüz işletmeleri için her konuda esneklik ve müşteri isteklerindeki değişime hızlı cevap verebilmesi önemli bir gerekliliktir. Bu esneklik ve verimlilik için en önemli bileşenlerden birisi planlamadır. İşletmeler doğru planlama ile sahip oldukları kaynakları etkin bir şekilde kullanarak rekabete uyum sağlamaya çalışmaktadır. Planlamanın çözüm yönteminin fazla olmasının yanı sıra fazla kaynakların ve kısıtların olduğu düşünüldüğünde matematiksel bir model kullanılması önemli olmaktadır. Bu sebeple karşılaşılan üretim planlama problemlerinin çözüm yöntemlerinde doğrusal programlamayı ve bulanık doğrusal programlamayı sıkça görmek mümkündür. Bu tür problemlerin çözümü için yazılım da kullanılmaktadır.

Bu bölümde üretim planlamada doğrusal programlama konusu üzerinde yapılan çalışmalar incelenmiştir. Bu çalışmalardaki amaçlar ve sonuçlar irdelenmiştir.

Yakar (2002), incelediği çalışmasında üretim planlama probleminde doğrusal programlamayı kullanmıştır. Çalışması sonucunda üretim planlaması açısından işletmeye sağlanan kaynak tasarrufu ve kazancın arttığını görmüştür. Modelini cebirsel modelleme dili AMPL (A Modeling Language For Mathematical Programming) ile çözümlenmiştir (Yakar, 2002).

Yu Da (2004), tez çalışmasında bir petrol şirketinin üretim planlama modeli ve çözüm yöntemleri, problemin önemli özellikleri vb. gibi konuları incelemiştir. Bu, gerçek hayatta da optimizasyon uygulamak için tipik bir örnektir. Modeli derinlemesine incelemek için çalışmanın ilk bölümünde doğrusal programlamanın özellikleri, doğrusal programlama çözüm algoritmaları yer almaktadır. Daha sonra duyarlılık analizi yapılmıştır (Yu Da, 2004).

Aydın (2006), çalışmasında tuğla sektöründe faaliyet gösteren bir fabrikada doğrusal programlamanın üretim planlama alanında uygulamasını yapmıştır. Hammadde, talep ve üretim kısıtları altında kurulan model Excel çözücü ile model sonucunda kâr maksimizasyonu elde edilmiştir (Aydın, 2006).

Tuş (2006), Denizli bölgesinde mermer üretim işletmesi için bulanık doğrusal programlama modelini kurarak başta Verdegay yaklaşımı olmak üzere model için optimal sonuçları incelemiştir. Modelinde belirsizlikleri azaltarak bulanık doğrusal programlamanın etkinliğini ele almıştır (Tuş, 2006).

Kaya (2007), çalışmasında otomotiv yan sanayi firmasında yakıt hortumu üretimine ait üretim planı için bulanık doğrusal programlama ile optimal çözüm bulunmuştur (Kaya, 2007).

Zongxiang (2008), ana konusu kısıtlar teorisini incelemek olan bu çalışmada bir yağ pompası işletmesi için doğrusal programlama modeli kurmuş ve çalışma süresi, envanter seviyesi gibi kısıtlar altında inceleme yapmıştır. Müşteriden alınan beş adet sipariş montaj merkezinde yer alan üç adet ekipmanların siparişlere ve her ekipmanın işleme kapasitesine göre en düşük kullanım maliyetini sağlaması için ayrıntılı bir üretim planının nasıl formüle edileceği en basit çizelgeleme problemlerinden biri incelenmiştir. Doğrusal programlamayı benimseyen çalışmada çözüm Lindo programıyla bulunmuştur (Zongxiang, 2008).

Maturana & Pizani (2009), çalışmalarında Şili'de bulunan bir kereste fabrikasının planlama sürecini desteklemek için bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Modelde stok maliyeti, stokta kalma maliyetini ve hammadde maliyetinin minimum olması amaçlanarak maliyet minimizasyonu yapılmıştır. Çalışmalarında bir aylık planlama süresi için bir kereste fabrikasının çizelgeleme ve üretim planlamasıyla ilgili karmaşıklıkların çoğunu hesaba katan bir matematiksel model geliştirmiştir (Maturana ve Pizani, 2009).

Ergülen & Büyükkeklik (2010), çalışmalarında prefabrik üretim yapan bir işletmenin kısa dönemli üretim planlaması problemi ele alınarak doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur. Çalışmada ürünün teslim tarihlerine uyulması, işgücünün verimli kullanımı ve uygulamaya ait yapı elemanlarının boş kalmaması istenmektedir. Uygulanacak doğrusal programlama modeli Microsoft Excel makroları ile çözülmüş ve çözüm sonucunda üretim planlamanın amaçlarına uygun olarak yapılması sağlanmıştır. Önerilen model değişen müşteri isteklerine ve ürün sayılarına göre de tekrar kullanılabilir (Ergülen & Büyükkeklik, 2010).

Yingfeng & Dawei (2011), çalışmalarında Çin kökenli elektrikli ekipman üretim şirketinde zaman kısıtlamalarına dayalı üretim sürecini optimize etme sorununu ele almışlardır. Üretim sürecinin optimizasyonunu çözmek için karma tamsayılı model önerilmiştir. Amaç, zaman kısıtını karşılayarak üretim sürecinin toplam maliyetini minimize etmektir. Örnek olay incelemesi olarak Çin menşeli elektrikli ekipman üretim fabrikasında üretilen elektronik bir ürünün üretim sürecinin optimizasyon problemi incelenmiş ve problem çözümü için Lingo 9.0 kullanılmıştır (Yingfeng & Dawei, 2011).

Al-kuhali ve ark. (2012), üretim planlamasının farklı sektörlerde yer alan bir incelemesini ele alan çalışmada LCD (Liquid Crystal Display) ekran üretimi için üretim planlama problemi doğrusal programlama ve sonrasında duyarlılık analizi ile çözüm bulunmuştur. LCD üretimi için üretim için hat alanı, ürün montajı, kalite kontrol ve ambalajlama ile ilgili kısıtlamalar oluşturulmuştur. Modelleme sonucunda üç senaryo belirlenerek amaç fonksiyonunu maksimum yapan değer belirlenmiştir (Al-kuhali ve ark., 2012).

Maltepe (2012), çalışmada bir petrol rafine şirketinde doğrusal programlama üzerine çalışmıştır. Şirket kârını maksimum yapmayı amaçlayan modelde hammadde, işçilik gibi kısıtlayıcı faktörler ele alınmıştır. Çözüm sonucu WINQSB 2.0 programıyla bulunmuş ve şirket kârını arttırıcı bir çalışma niteliğinde olmuştur (Maltepe, 2012).

Çetindere ve ark. (2015), üretim planlama ve doğrusal programlamanın işletmeler açısından önemi incelenerek konfeksiyon işletmesinde uygulaması yapılmıştır. Makine, işgücü, hammadde kısıtları altında doğrusal programlama ile incelenen model WinQSB 1.0 paket programıyla çözüme ulaşmıştır. Kaynaklarda herhangi bir değişimin amaç fonksiyonuna etkisi incelenmiş ve duyarlılık analizine yer verilmiştir (Çetindere ve ark.,2015).

Ekmekçi (2015), yaptığı çalışmada sanayi işletmeleri için önemli olan planlama konusunun önemini vurgulayarak bu alandaki problemlerin çözümü için doğrusal programlama konusunu incelemiş ve güneş enerjisi sistemleri ve yenilenebilir enerji sektöründe yer alan işletmenin talep tahminleri doğrultusunda kârı maksimum yapacak ürünlerin yıllık üretim planını verecek doğrusal programlama modelini oluşturmuş ve Lindo programı ile çözümlenmiştir (Ekmekçi, 2015).

Erfanian & Pirayesh (2016), toplu üretim planlaması konusunu ele alarak sınırlı işgücü ve ekipman kaynakları ile toplam üretim maliyetini en aza indirmeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmada her dönemde optimal üretim planını ve önleyici bakımı belirlemek için entegre bir toplu üretim planlaması ve bakım planlaması modeli geliştirilmiştir. Tanıtılan modelin performansını sergilemek için bir ilaç firmasında bir karma tamsayılı doğrusal programlama vaka çalışması yapılmış ve sonuçları ifade edilmiştir (Erfanian & Pirayesh, 2016).

Aboudhier (2017), Libya'da bulunan önemli bir gıda şirketinde ekonomik kaynakların en uygun şekilde tahsis edilmesi amacıyla doğrusal programlamadan yararlanarak optimal sonuca ulaşılmıştır. Gıda şirketinin meyve suyu için hammadde gereksinimleri ve diğer üretim verileri ile alınan bilgilere göre matematiksel model formüle edilmiştir. Çalışma Microsoft Excel Çözücü ile çözülmüştür (Aboudhier, 2017).

Uzunkaya & Gül (2017), doğrusal programlama üzerinde planlama uygulamaları birçok sektöre konu olmaktadır. Farklı sektörlerde incelenen doğrusal programlama konusu tarımsal işletmeler için planlama problemlerinde de çözüm yöntemi olarak bu çalışmada incelenmiştir. Afyonkarahisar ilinde tarımsal bir işletmenin optimum ürün planı ele alınarak iş gücü, bitki su ihtiyaçları ve su ücreti ödeme kısıtları altında WinQSB yazılımı ile çözüme ulaşılarak mevcut kâra göre artış elde edilmiştir (Uzunkaya & Gül, 2017).

Men & Yin (2018), yaşamın bir parçası olan su kaynaklarını konu edinen çalışmada Kuzey Çin'nin su kıtlığı yaşaması sonucunda su kaynaklarının tahsisini optimize etmek amacıyla bu çalışma yapılmıştır. Genel su kaynakları planlama modellerinde, karar değişkenleri genellikle negatif olmayan gerçek sayılar olarak belirtilir. Bununla birlikte, personel ve ekipmanın yerleştirilmesi, yatırım projelerinin seçimi, geliştirme gibi bazı fiili işlerde karar değişkenlerinin tamamı veya bir kısmı tamsayılardır. Modelde inşa edilmesi düşünülen dört proje tam sayılı doğrusal programlama modeli kurularak çözümlenerek Lingo programı ile model çözümlenmiştir (Men & Yin, 2018).

Oğlak (2018), çalışmasında alüminyum sektöründe faaliyet gösteren bir firmanın kârını maksimize edecek doğrusal programlamayı ele almıştır. Belirli kısıtlar altında matematiksel bir model oluşturmuştur. Modelin çözümü için Lindo programı kullanılmış ve duyarlılık analizi yapılarak farklı modeller tasarlanmıştır (Oğlak, 2018).

Almeida (2019), bu vaka çalışması alüminyum profillerin geliştirilmesi ve üretimi olan alüminyum pazarında faaliyet gösteren bir şirketin gerçek bir örneğini ele almaktadır. Amaç, yaygın olarak bilinen üretim israfını diğer bir ifadeyle hurda miktarını en aza indirmektir. Hurda miktarının nedeni olarak kalıp değişimlerini gören model kalıp değişimlerini en aza indirmeyi amaçlar (Almeida, 2019).

Ünüçok (2019), tekstil sektöründe faaliyet gösteren bir işletmede doğrusal programlama kullanılarak üretim kaynaklarının optimal şekilde kullanılması ve bu şekilde üretim planının belirlenmesi çalışılmıştır. Lingo paket programıyla kâr maksimizasyon problemi çözümlenmiştir (Ünüçok, 2019).

Guo (2020), çalışmasında üretim planlama problemini doğrusal programlama yöntemiyle incelemektedir. Çinli bir gıda şirketinin doğrusal programlama çalışması ve brüt kâr marjı hesaplama yöntemi çalışmasında işletmenin kârını maksimize etmenin etkili bir yolu bulunmuştur. Doğrusal programlama modeli olarak üç spesifik ürünün üretim verileri toplanarak matematik modeli oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonu olarak kazanç kârı, kısıtlamalar olarak üretim politikaları kullanılarak üretim planlamada doğrusal planlama uygulamasının en etkili örneği incelenmiştir (Guo, 2020).

Deste & Karabulut (2021), tekstil işletmesinde işçilik, hammadde gibi kısıtlar altında üretim planlama problemi doğrusal programlama modeli üzerinde incelenmiştir. Çalışmanın amacı işletmenin stoka üreteceği uygun ürün miktarını belirlemek ve kâr maksimizasyonunu sağlamaktır. Model QM for Windows 4.0 paket programıyla çözümlenmiştir (Deste & Karabulut, 2021).

Üretim planlama problemlerinde doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama çalışmaları ile ilgili incelenen literatür, yapılacak araştırmanın teorik yapısının oluşturulabilmesi ve genel çerçevesinin belirlenmesi için ele alınmıştır. Bu incelemeler sonucunda, uygulama için karar değişkenlerinin ve kısıtlamaların belirlenmesi literatür taramasından hareketle oluşturulmuştur. Üretim planlama alanında deterministik modeller içerisinde en fazla bulanık doğrusal programlama ve doğrusal programlama tercih edilmektedir. Bu sebeple çalışmada, üretim planlama amaçlı doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama problemi çözümlenmiştir.

3. PROBLEM TANIMI VE METODOLOJİSİ

Bu çalışmada, metal sektöründe faaliyet gösteren bir fabrikanın üretim planlama probleminin karar değişkenleri maksimum kâr sağlama için doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama modeli kurulmuştur. Üç aylık makine, hammadde ve asgari talep miktarı gibi işletme verileri kullanılarak maksimum kâr elde edilmeye çalışılmıştır. İşletmedeki üretim planlama problemi bulanık doğrusal programlama modeliyle modellenerek Lingo 19.0 programıyla optimal çözüme ulaşılmıştır. Gerçek hayatta talep verilerinde kesinlik olmadığından model bulanık doğrusal programlama ile de çözümlenmiştir. Çözüm sonucunda işletme kârını maksimum yapan karar değişkeni değerleri bulunmuştur. Son olarak duyarlılık analizi yapılarak bazı değerlendirmeler yapılmıştır.

3.1. Doğrusal Programlama

İşletmelerde yöneticilerin verdiği önemli kararların birçoğu, imkanlar bakımından yöneticiyi sınırlandıran durumlara bağlı olarak, işletme amaçlarını gerçekleştirmek için en uygun yolu ulaşmadır. En uygun yol; kârın maksimum yapılması veya maliyetin minimum yapılması ile belirlenir. Bu amacın gerçekleştirilmesi, çoğunlukla yöneylem araştırmasının, doğrusal programlama tekniğiyle çözüme kavuşturulmaktadır (Aladağ, 2011).

Doğrusal Programlama; doğrusal eşitlik veya eşitsizlik sınırlayıcı şartları altında, yine doğrusal bir amaç fonksiyonunu optimize (maksimize veya minimize) etmek olarak tanımlanabilir (Kaçtıoğlu, 2020). Bu nedenle, doğrusal programlama, tüm uygulanabilir alternatifler arasında (matematiksel modele göre) belirtilen hedefe en iyi şekilde ulaşan optimal bir sonuç elde etmek için faaliyetlerin planlanmasını içerir (Hillier & Lieberman, 2015).

Doğrusal programlamada bir model, araştırılan tipik bir problemin yalnızca temel yönlerinin veya en önemli özelliklerinin dikkate alındığı gerçek yaşam sisteminin idealize edilmiş bir temsili olarak tanımlanabilir. Bu modelin amacı, işletme performansını iyileştirmek amacıyla sistemin davranışını analiz etmek (Bhunia & Sahoo, 2019) ve karar vericilere sistemin operasyonlarını içeren sorunları çözmeleri için bilimsel bir temel sağlamak ve organizasyonun yararına olan bir çözüm sunmaktır. Çözüm, problemin optimum çözümü olarak adlandırılır (Gupta, 2015). Doğrusal Programlama modellemesi için gereken adımları şu şekilde sıralamak mümkündür:

1. Karar değişkenlerinin tanımlanması ve uygun semboller ile gösterilmesi.
2. Kurulacak modelin amacının belirlenmesi ve karar değişkenlerinin yazılması.
3. Modelde yer alan tüm kısıtların eşitlik veya eşitsizlik olarak ifade edilmesi olarak sıralanmaktadır.

Doğrusal programlama modelinde üç temel fonksiyon bulunur. Bunlar amaç fonksiyonu, kısıt denklemleri ve negatif olmama koşulu olarak ayrılmaktadır. Amaç fonksiyonunda işin maliyeti, üretim için harcanan zaman, tezgâhın boş kalma süresi gibi faktörler minimum edilmeye çalışılırken; toplam kâr, üretilen ürün miktarı, satış miktarı da maksimum yapılmak istenir. Kısıt denklemleri ise zaman, işgücü, talep miktarı, tezgâh sayısı, hammadde ve işletme sermayesidir.

Amaç fonksiyonu karar değişkenleri ve sabit katsayıların toplamı ile gösterilir. Amaç genellikle kâr maksimizasyonu veya maliyet minimizasyonu şeklinde olmaktadır. Fonksiyona ait karar değişkenleri x_1, x_2, \dots, x_n ile değişkenlere ait katsayılar c_1, c_2, \dots, c_n ile gösterilirse amaç fonksiyonu formülü aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\text{Maksimize veya Minimize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

İşletmelerin sahip oldukları kaynaklarında belli bir sınıra sahip olmasaydı sınır gerektiren doğrusal programlama gibi matematiksel yöntemlere de gerek olmazdı. Bu nedenle bir doğrusal programlama modelinde kısıt denklemleri bulunmaktadır. Sistemde kullanılacak kaynak miktarlarını yani sabit sayılarını b_1, b_2, \dots, b_i ve bu kaynaktan birim başına kullanılan girdi miktarını $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}$ olarak tanımlanırsa kısıt denklemleri için formül aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & (\leq, =, \geq) b_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & (\leq, =, \geq) b_m \end{aligned} \quad (2)$$

Modelleme aşamasının son adımı negatif olmama koşuludur. Doğrusal programlama modellerinde gerçek problemler ele alındığından negatif olma durumu bulunmaktadır fakat bir fabrika için düşünersek üretimin gerçekleşmesi durumu pozitif bir durumken; üretimin gerçekleşmemesi durumu sıfıra eşit bir durumdur. Bu halde negatif bir ifade yer almadığından değişkenlerin pozitif olması gerekmektedir. Bu sebeple negatif olmama koşulu;

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (3)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bahsedilen bu formüllerin sigma notasyonu halinde özetlemek gerekirse aşağıdaki gibi olmaktadır:

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Maksimize veya Minimize } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4)$$

Kısıt Denklemleri:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

Negatif olmama koşulu:

$$x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

3.2. Bulanık Doğrusal Programlama

Günlük hayatta karşılaşılan pek çok karar verme problemi doğrusal programlama problemi olarak formüle edilebilir. Ancak çoğu durumda, doğrusal programlama problemlerinde kısıtların veya amaç fonksiyonlarının kesin olarak belirlenmesi mümkün olmamaktadır. Bu gibi durumlarda bulanık doğrusal programlama (BDP) yöntemlerine başvurulur (Paksoy ve ark., 2013). Bulanık Doğrusal Programlama (BDP), kesin olmayan veriler ve kısıtlamalarla çalışmayı sağlayarak daha gerçekçi modellere ulaşmayı sağlar (Nasseri ve ark., 2019).

Klasik doğrusal programlama problemlerinden farklı olarak bulanık doğrusal programlama modellerinde amaçlarda veya kısıtlarda bulanık simgesi “~” kullanılmaktadır. Bulanık olan kısımlar için güven aralığı $[0,1]$ olan üyelik fonksiyonu belirlenmektedir (Erdaş & Demir, 2016). Bulanık doğrusal programlama problemlerinin en genel gösterim şekli,

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Maksimize veya Minimize } Z = \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j \tilde{x}_j \quad (7)$$

Kısıt Denklemleri:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} \tilde{x}_j (\leq, =, \geq) \tilde{b}_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (8)$$

Negatif olmama koşulu:

$$\tilde{x}_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

Denklemlerde \tilde{a}_{ij} , \tilde{b}_i , \tilde{c}_j ifadeleri bulanık sayıları, \tilde{x}_j değeri bulanık karar değişkenlerini ifade etmektedir.

3.2.1. Verdegay Yaklaşımı

Sağ taraf değerleri bulanık olan problemlerin kesin parametrik doğrusal programlama problemine eşit olduğunu Verdegay(1982) kanıtlamıştır. Modelde sadece sağ taraf sabitlerinin bulanık olması nedeniyle bu yaklaşım tercih edilmektedir. Buna göre Verdegay tarafından tanımlanan üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olmaktadır (Lai ve Hwang, 1992):

$$\mu(Ax)_i = \begin{cases} 0 & , (Ax)_i > b_i + p_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & , b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 1 & , (Ax)_i < b_i \end{cases} \quad (10)$$

Buna göre model aşağıdaki gibi gösterilir ve formülde $1-\alpha$ yerine θ parametresi de yazılarak parametrik çözüm de elde edilmektedir:

Maksimize veya Minimize $Z = c^T x$

$$\begin{aligned} (Ax)_i &\leq b_i + (1 - \alpha)p_i \quad \text{ve} \quad (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i \\ \alpha &\in [0,1] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Burada α memnuniyet derecesi (kısıtlardan sapmama derecesi) ve θ memnuniyetsizlik derecesi (kısıtlardan sapma derecesi) olarak adlandırılır. Burada memnuniyet derecesi %100 iken kısıtlardan sapma derecesi sıfır düzeyinde olmaktadır.

4. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde, metal sektöründe faaliyet gösteren bir işletmenin üretim planlama problemi doğrusal programlama ile çözümlenmiştir. Bu modelin kurulmasındaki amaç, işletmenin kârını maksimum yapmaktır. Uygulama yapılan işletmenin en temel problemi kaynakların etkili bir şekilde kullanılmamasıdır. Fakat kaynakların etkili bir şekilde kullanılmasıyla ve kurulacak bulanık doğrusal programlama modeliyle kâr maksimizasyonunun sağlanması gereklidir. Bu nedenle ilk olarak çalışmada işletmenin üç aylık verileri kullanılmıştır. 1 Ocak-31 Mart 2022

dönemini kapsayan bu süreçte ürünlerin birim maliyetleri, satış fiyatları ve o aylar içerisinde açılan talep miktarları verileri işletme sisteminde elde edilmiştir. İşletme kaynakları ve kısıtları altında doğrusal programlama modeli elde edilmiş ve Lingo 19.0 paket programıyla model çözümlenmiştir.

4.1. Uygulama Yapılan İşletmenin Tanıtılması

Metal sektöründe faaliyet gösteren firma, 1979 yılında İstanbul 4. Levent'te öncelikle beyaz eşya sektörü için üretime başlamış, artan müşteri taleplerine karşılık verebilmek için 2003 yılında İstanbul Sancaktepe bölgesindeki fabrikaya taşınmıştır. Türkiye'nin lider beyaz eşya üreticilerinden en büyük sac parça ve kalıp tedarikçileri arasında yerini almıştır. Yerli ve yabancı fırın üreticilerinin tedarikçileri arasında en önde yer almıştır. Aynı zamanda Polonya, Almanya, İspanya, Rusya, Amerika ve Romanya başta olmak üzere birçok ülkeye ihracat yapmaktadır. Günümüzde toplam 20.000 m² kapalı alanda, 3 yerleşkede 500'den fazla çalışanıyla üretimine devam etmektedir.

4.2. Uygulamadaki Ürünler ve Üretim Süreçleri

Uygulamaya konu olan işletme molalar haricinde 9 saat çalışma süresine sahiptir. Hafta sonları cumartesi günleri de çalışma olması nedeniyle aylık 24 gün çalışma süresi üzerinden model oluşturulmuştur. Uygulamaya konu olan ürünler beyaz eşya ürünlerinin alt montaj parçalarıdır. Montajlı ve montajsız sac parçalar kategorisine giren bu ürün grubu kendi içerisinde fırın grubu, bulaşık makinesi grubu, çamaşır makinesi grubu, soğutucu grubu ve buzdolabı grubu olmak üzere 5 kategoriye ayrılmaktadır. Bu 5 kategori için üretilen ve uygulamada kullandığımız ürünlerin ürün grubu ve adları aşağıdaki Tablo 1'de listelenmiştir:

Tablo 1. Ürünlerin Adları

Ürün Grubu	Malzeme Adı
FIRIN	Menteşe Karşılık
	Musluk Kelepçe
	Bayonet Parçası
	Çekmece Kapak Sabitleme Parçası
	Profil Ayak
BULAŞIK MAKİNESİ	Küçük Metal Klips
	Büyük Metal Klips
	Buhar Sacı
	Sağ Sabitleyici Braket
	Sol Sabitleyici Braket
	Lower Door
ÇAMAŞIR MAKİNESİ	Metal Koruma Parçası
SOĞUTUCU	Dar Dış Kapı Kolu Parçası
	Geniş Dış Kapı Kolu Parçası
	Beyaz NSP
	Eski NSP
	Lotus NSP
	Yeni Zamaklı Nsp
	Eski Zamaklı Nsp
	Sol Üçgen Parçası
	Sağ Üçgen Parçası
	Sağ Üst Mentese Destek

Ürün Grubu	Malzeme Adı
SOĞUTUCU	Sol Üst Menteşe Destek
	Lotus Parçası- Sol
	Lotus Parçası- Sağ
BUZDOLABI	BM Takviye
	SD Takviye
	Kapatma Mekanizması-Sol
	Kapatma Mekanizması-Sağ
	BM Panel Bağlantı-Sağ
	BM Panel Bağlantı-Sol
	Yan Yana Bağlantı Desteği-Sol
	Yan Yana Bağlantı Desteği-Sağ
	Kablo Giriş Bağlantı Parçası
	Vida Takviye
	Panel Bağlantı-Sağ
	Panel Bağlantı-Sol
	Z Parçası
	Yan Sabitleme
	Oda Sabitleyici

4.3. Problemin Belirlenmesi ve Modelin Tanımlanması

Fabrika ortamında üretim planlama tarafında üretimin müşteri talebi üzerine kısa sürede ve işletme için de maksimum kâr ile üretilmesi amaçlanmaktadır. Piyasada rakiplerin de olduğu düşünülürse üretim planlama alanında yapılacak olan çözüm yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Genel doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Model Değişkenleri:

- x_i = Ürünler için üç aylık üretim miktarı
 b_j = j. Makinenin üretim süresi (dk)
 c_i = Birim kâr (TL)
 s_i = Sac hammadde birim kullanım miktarı(kg)
 k_i = i ürünü için tamamlayıcı parça birim kullanımı(adet)
 u_i = Asgari talep miktarı(adet)
 a_i = Tamamlayıcı parçalar için sistemde açılan talep miktarı(adet)
 m_i = Ürünün makinede üretim süresi (dk)
 t_i = Montaj parçalar için üretim süresi (dk)
 ST = Sac için üç aylık sistemde açılan talep miktarı (kg)
 IK = İşgücü üç aylık çalışma süresi (dk)

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Maksimize } Z = \sum_{i=1}^{i=40} c_i x_i \quad i = (1, 2, 3, \dots, 40) \quad (12)$$

Kısıt Denklemleri:

$$\sum_{i=1}^{i=40} s_i x_i \leq ST \quad \forall i, \quad (\text{Sac Hammadde Kısıtı}) \quad (13)$$

$$\sum_{i=15}^{i=19} k_i x_i \leq a_i \quad i = (15, \dots, 19), \quad (\text{Tamamlayıcı Parça Kısıtı}) \quad (14)$$

$$x_i \geq u_i \quad \forall i, \quad (\text{Asgari Talep Miktarı}) \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{i=40} m_i x_i \leq b_j \quad i = (1, 2, 3, \dots, 40) \quad j = (1, 2, 3, \dots, 16), \quad (\text{Makine Kısıtı}) \quad (16)$$

$$\sum_{i=15}^{i=19} t_i x_i \leq IK \quad i = (15, \dots, 19), \quad (\text{İşgücü Kısıtı}) \quad (17)$$

Negatif Olmama Koşulu:

$$\sum_{i=1}^{i=40} x_i \geq 0 \quad \forall i \quad (18)$$

4.4. Karar Değişkenlerinin Oluşturulması

Kâr maksimizasyonu amaçlanan modelde uygulamada kullanılan veriler işletmeye ait veriler olup modelde ürünlerin üç aylık üretim miktarları baz alınarak karar değişkenleri oluşturulmuştur. Oluşturulan kırk adet karar değişkenleri tanımları ve sembolleri aşağıdaki gibidir:

- x₁: Menteşe Karşılık Aylık Üretim Miktarı
- x₂: Musluk Kelepçe Aylık Üretim Miktarı
- x₃: Bayonet Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₄: Çekmece Kapak Aylık Üretim Miktarı
- x₅: Profil Ayak Aylık Üretim Miktarı
- x₆: Küçük Metal Klips Aylık Üretim Miktarı
- x₇: Büyük Metal Klips Aylık Üretim Miktarı
- x₈: Buhar Sacı Aylık Üretim Miktarı
- x₉: Sağ Sabitleyici Braket Aylık Üretim Miktarı
- x₁₀: Sol Sabitleyici Braket Aylık Üretim Miktarı
- x₁₁: Lower Door Aylık Üretim Miktarı
- x₁₂: Metal Koruma Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₁₃: Dar Dış Kapı Kolu Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₁₄: Geniş Dış Kapı Kolu Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₁₅: Beyaz NSP Aylık Üretim Miktarı
- x₁₆: Eski NSP Aylık Üretim Miktarı
- x₁₇: Lotus NSP Aylık Üretim Miktarı
- x₁₈: Yeni Zamaklı NSP Aylık Üretim Miktarı
- x₁₉: Eski Zamaklı NSP Aylık Üretim Miktarı
- x₂₀: Sol Üçgen Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₂₁: Sağ Üçgen Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₂₂: Sağ Üst Menteşe Destek Aylık Üretim Miktarı
- x₂₃: Sol Üst Menteşe Destek Aylık Üretim Miktarı
- x₂₄: Lotus Parçası- Sol Aylık Üretim Miktarı
- x₂₅: Lotus Parçası- Sağ Aylık Üretim Miktarı
- x₂₆: BM Takviye Aylık Üretim Miktarı
- x₂₇: SD Takviye Aylık Üretim Miktarı
- x₂₈: Kapatma Mekanizması-Sol Aylık Üretim Miktarı
- x₂₉: Kapatma Mekanizması-Sağ Aylık Üretim Miktarı
- x₃₀: BM Panel Bağlantı-Sağ Aylık Üretim Miktarı
- x₃₁: BM Panel Bağlantı-Sol Aylık Üretim Miktarı
- x₃₂: Yan Yana Bağlantı Desteği Sol Aylık Üretim Miktarı
- x₃₃: Yan Yana Bağlantı Desteği Sağ Aylık Üretim Miktarı
- x₃₄: Kablo Giriş Bağlantı Parçası Aylık Üretim Miktarı
- x₃₅: Vida Takviye Aylık Üretim Miktarı

- x_{36} : Panel Bağlantı-Sağ Aylık Üretim Miktarı
 x_{37} : Panel Bağlantı-Sol Aylık Üretim Miktarı
 x_{38} : Z Parçası Aylık Üretim Miktarı
 x_{39} : Yan Sabitleme Aylık Üretim Miktarı
 x_{40} : Oda Sabitleyici Aylık Üretim Miktarı

4.5. Amaç Fonksiyonunun Oluşturulması

Optimal planlamayı sağlamak için oluşturulan doğrusal programlama modelinde kâr maksimizasyonu amaçlanmaktadır. Öncelikli olarak birim kâr değerlerini elde etmek gerekmektedir. Bunun için üretilen ürünlerde kullanılan sac hammadde, parça, ambalaj kullanım adetleri ve birim fiyatları dikkate alınarak toplam birim maliyeti hesaplanmıştır. Ürünlerin üç aylık Ocak, Şubat ve Mart ayları satış fiyatından toplam birim maliyetlerinin çıkarılmasıyla her ürün için birim kâr elde edilerek amaç fonksiyonun kat sayıları oluşturulmuştur. Modeldeki amaç, işletmenin kârlılık oranını optimum düzeye çıkarmak olduğu için, maksimizasyon denklemi uygulanmıştır. Maliyet tabloları dikkate alındığında amaç denklemi şu şekilde yazılmaktadır:

$$\text{Maksimize } Z = 0.70x_1 + 0.08x_2 + 0.26x_3 + 0.08x_4 + 0.46x_5 + 0.78x_6 + 0.79x_7 + 1.59x_8 + 0.51x_9 + 0.51x_{10} + 0.38x_{11} + 0.08x_{12} + 0.02x_{13} + 0.04x_{14} + 1.36x_{15} + 1.42x_{16} + 0.51x_{17} + 12x_{18} + 0.08x_{19} + 1.91x_{20} + 1.91x_{21} + 0.38x_{22} + 0.38x_{23} + 0.38x_{24} + 0.38x_{25} + 2.28x_{26} + 3.05x_{27} + 5.50x_{28} + 5.03x_{29} + 1.08x_{30} + 1.08x_{31} + 0.76x_{32} + 0.59x_{33} + 0.13x_{34} + 1.28x_{35} + 1.11x_{36} + 1.11x_{37} + 0.01x_{38} + 0.73x_{39} + 2.67x_{40}$$

4.6. Kısıtların Oluşturulması

Sac Hammadde Kısıtı: Sac hammadde kısıtını belirlerken sac için açılan üç aylık talep miktarı göz önüne alınmıştır. Buna göre her ürünün kg başına birim kullanım miktarı gerekli karar değişkenleriyle çarpılarak üç aylık hammadde kullanımına ulaşılmıştır. Diğer aylar yaşanacak olan olası talep değişimleri nedeniyle sistemde üç aylık açılan talep miktarı 280.000 kg'dır. Bu değer kullanım adedi ve tedarikçi kapasitesi göz önüne alınarak belirlenmiştir. Buna göre sac hammadde kısıtı denklemi aşağıdaki gibidir:

$$0.36x_1 + 0.02x_2 + 0.06x_3 + 0.01x_4 + 0.07x_5 + 0.01x_6 + 0.01x_7 + 0.17x_8 + 0.02x_9 + 0.02x_{10} + 0.01x_{11} + 0.02x_{12} + 0.02x_{13} + 0.02x_{14} + 0.29x_{15} + 0.29x_{16} + 0.35x_{17} + 0.29x_{18} + 0.29x_{19} + 0.40x_{20} + 0.40x_{21} + 0.08x_{22} + 0.08x_{23} + 0.08x_{24} + 0.08x_{25} + 0.31x_{26} + 0.64x_{27} + 0.11x_{28} + 0.11x_{29} + 0.15x_{30} + 0.15x_{31} + 0.16x_{32} + 0.16x_{33} + 0.03x_{34} + 0.10x_{35} + 0.12x_{36} + 0.12x_{37} + 0.07x_{38} + 0.06x_{39} + 0.44x_{40} \leq 280000$$

Tamamlayıcı Parça Hammadde Kısıtı: Kısıtta sağ tarafa yazılan değerler tedarikçi kapasitesi nedeniyle sistemde tedarikçiye açılan maksimum adetlerdir. Modelde tamamlayıcı parça kullanılan ürünlerin karar değişkenleri gerekli kısıtların denklemlerine yazılmıştır. Montajı yapılan parçalar için her üründe bir adet kullanılan bu kısıtlar şu şekilde ifade edilmiştir:

Nsp ayarlı ayak kısıtı:	$x_{15} + x_{16} + x_{18} + x_{19} \leq 60000$
Menteşe yatağı kısıtı:	$x_{15} + x_{17} \leq 58000$
Plastik yataklama kısıtı:	$x_{16} \leq 4500$
Ayarlı ayak kısıtı:	$x_{17} \leq 15000$
Pim kısıtı:	$x_{17} \leq 10000$
Kilitli poşet kısıtı:	$x_{17} \leq 18000$
Nsp vidası kısıtı:	$x_{18} + x_{19} \leq 40000$
Esanjör kısıtı:	$x_{18} \leq 10000$
Würth vida kısıtı:	$x_{18} \leq 7000$
Yataklama pimi kısıtı:	$x_{18} + x_{19} \leq 50000$
Yeni zamak mesafe kısıtı:	$x_{18} \leq 35000$

$$\begin{aligned} \text{Bearing part kısıtı:} & \quad x_{18} + x_{19} \leq 62000 \\ \text{Mesafe parçası kısıtı:} & \quad x_{19} \leq 9500 \end{aligned}$$

Asgari Talep Kısıtı: Ürünlerin müşteriden gelen siparişlere göre üretimleri yapılmaktadır. Talepte büyük farklılıklar yaşanmamakla birlikte müşteri tarafından ürünler için talep edilen üç aylık asgari talep miktarları bulunmaktadır. İşletme müşteri taleplerini karşılayabilmek için bu adetlerde üretim yapması gerekmektedir. İncelenen kırk adet ürün için asgari talep miktarları aşağıdaki gibi olmaktadır:

Menteşe karşılık ürünü asgari talep kısıtı:	$x_1 \geq 11440$
Musluk kelepçe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_2 \geq 25000$
Bayonet ürünü asgari talep kısıtı:	$x_3 \geq 10200$
Çekmece kapak ürünü asgari talep kısıtı:	$x_4 \geq 15200$
Profil ayak ürünü asgari talep kısıtı:	$x_5 \geq 15200$
Küçük klips ürünü asgari talep kısıtı:	$x_6 \geq 158700$
Büyük klips ürünü asgari talep kısıtı:	$x_7 \geq 175500$
Buhar sacı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_8 \geq 32000$
Sağ braket ürünü asgari talep kısıtı:	$x_9 \geq 31200$
Sol braket ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{10} \geq 30300$
Lower door ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{11} \geq 112800$
Metal koruma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{12} \geq 70000$
Dar kapı kolu ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{13} \geq 52000$
Geniş kapı kolu ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{14} \geq 1000$
Beyaz Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{15} \geq 3800$
Eski Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{16} \geq 3000$
Lotus Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{17} \geq 7000$
Yeni zamaklı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{18} \geq 5000$
Eski zamaklı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{19} \geq 7200$
Sol üçgen ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{20} \geq 14160$
Sağ üçgen ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{21} \geq 11160$
Sağ üst menteşe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{22} \geq 9000$
Sol üst menteşe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{23} \geq 9000$
Sol lotus ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{24} \geq 1950$
Sağ lotus ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{25} \geq 1950$
BM takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{26} \geq 11232$
SD takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{27} \geq 11904$
Sol kapatma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{28} \geq 644$
Sağ kapatma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{29} \geq 506$
Sağ BM panel ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{30} \geq 3900$
Sol BM panel ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{31} \geq 3900$
Sol yanyana ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{32} \geq 11160$
Sağ yanyana ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{33} \geq 10800$
Kablo giriş ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{34} \geq 9750$
Vida takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{35} \geq 1700$
Sağ panel bağlantı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{36} \geq 20000$
Sol panel bağlantı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{37} \geq 20000$
Z parçası ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{38} \geq 20400$
Yan sabitleme ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{39} \geq 10200$
Oda sabitleme ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{40} \geq 28560$

Makine Kısıtı: Ürünlerin preshanede pres makinelerinde basıldığı düşünülerek 16 pres makinesi için gerekli veriler üretimden alınmıştır. Preste bulunan pres makinesinin nominal çalışma süresi

aylık 12960 dk/ay olmaktadır. Üç aylık sürede bir pres makinesinin nominal çalışma süresi 38880 dk olarak bulunmaktadır. İşletmeden alınan bilgilere göre makinelerin aylık planlı bakım süresi 30 dk/ay; 3 aylık planlı bakım süresi 80 dk'dır. Plansız bakım süresi olarak bilinen arıza süreleri de üç aylık işletme arıza verilerinden elde edilmiştir. Bir makine için çalışma süresi makinenin nominal çalışma süresinden planlı ve plansız bakım sürelerinin çıkarılması sonucunda sağ taraf kısıt değerleri bulunmuştur. Bulunan sağ taraf değerleri sonrasında makinede ürünlerin basılma süreleri karar değişkenleri ile çarpılarak makine kısıtı aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır:

$$\begin{aligned}
\text{Makine 14:} & 0.71x_8 \leq 38620 \\
\text{Makine 106:} & 0.55x_{30}+0.55x_{31}+0.55x_{36}+0.55x_{37} \leq 38560 \\
\text{Makine 107:} & 0.81x_8 \leq 38530 \\
\text{Makine 108:} & 0.42x_2+0.06x_{28}+0.06x_{29} \leq 38610 \\
\text{Makine 109:} & 0.04x_7 \leq 38600 \\
\text{Makine 142:} & 0.6x_8 \leq 38650 \\
\text{Makine 166:} & 0.8x_{20}+0.55x_{21} \leq 38650 \\
\text{Makine 177:} & 0.2x_3+0.1x_{35} \leq 38650 \\
\text{Makine 178:} & 0.25x_{30}+0.25x_{31}+0.1x_{32}+0.1x_{33}+0.32x_{36}+0.32x_{37}+0.4x_{40} \leq 38650 \\
\text{Makine 182:} & 0.21x_{12}+0.21x_{13}+0.21x_{14} \leq 38620 \\
\text{Makine 187:} & 0.02x_4+0.02x_5+0.01x_9+0.03x_{10}+0.03x_{11}+0.01x_{34}+0.1x_{38}+0.1x_{39} \leq 38590 \\
\text{Makine 188:} & 0.04x_6 \leq 38590 \\
\text{Makine 202:} & 0.75x_{40} \leq 38620 \\
\text{Makine 219:} & 0.23x_{26}+0.23x_{27} \leq 38650 \\
\text{Makine 221:} & 0.38x_{15}+0.38x_{16}+0.38x_{17}+0.38x_{18}+0.38x_{19} \leq 38530 \\
\text{Makine 258:} & 0.75x_1+0.75x_{22}+0.75x_{23}+0.75x_{24}+0.75x_{25} \leq 38590
\end{aligned}$$

İşgücü Kısıtı: Doğrudan preshanede basılıp sevke hazır haline gelen ürünler için işgücü kısıtı bulunmamaktadır. Çünkü preshane operatörü her ürün için tek kişi olması nedeniyle makine kısıtı bu ürünler için yeterlidir. Bu ürünlerin haricinde montaj adımı da bulunan beş ürün için işgücü kısıtı bulunmaktadır. Beş ürün de kendi içerisinde zamak hammaddesinin bulunması veya kilitli poşet adımının yer alması nedeniyle süre farklılıkları bulunmaktadır. Her bir ürün için birim başına üretim süresi kullanılarak katsayılar bulunmuştur. Preshane, dolaplama, dış açma, kaplama ve montaj adımları ile 15 kişi iş gücü için ayda 194400 dk bulunmaktadır. 3 aylık işgücü 583200 dk yapmaktadır. İşçilerin %80 verimlilikle çalıştığı düşünülürse sağ taraf değeri 466560 dk olarak bulunur. Buna göre montajı yapılan ürünler için kısıt denklemi aşağıdaki gibidir:

$$15x_{15}+15x_{16}+15x_{17}+20x_{18}+15x_{19} \leq 466560$$

Negatif Olmama Koşulu: Bilindiği üzere doğrusal programlama modelinde değişkenlerin negatif değer alamama mecburiyeti söz konusudur. Bu mecburiyetten dolayı modelde olması gereken en önemli denklem kırk farklı karar değeri için aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır:

$$\sum_{i=1}^{i=40} x_i \geq 0 \quad i = (1, 2, \dots, 40)$$

4.7. Modelin Klasik ve Bulanık Doğrusal Programlama ile Çözülmesi

Modelin çözülmesinde doğrusal programlama yazılım sistemi olan Lingo 19.0 paket programı kullanılmıştır. Model öncelikle doğrusal programlama ile çözülmüş ardından bulanık doğrusal programlamanın bir yöntemi olan verdegay yaklaşımı uygulanmıştır. Çözömlenen modelde öncelikle amaç fonksiyonu denklemi yazılmış ardından kısıtlara yer verilmiştir. İşletme kârını en çok etkileyen çeyrek bazlı üç dönem incelenmiştir. Fabrika için kurulan modelin Lingo

programında çözüm sonucuna göre amaç fonksiyonu 6923810 TL olarak bulunmuştur. Matematiksel modelin karar değişkenleri için çözüm sonucu aşağıdaki Tablo 2’te yer almaktadır:

Tablo 2. Lingo Çözüm Çıktısı

Karar Değişkeni	Lingo Çözüm Sonucu	Fırsat Maliyetler
X ₁	11440.00	0.000000
X ₂	25000.00	0.000000
X ₃	10200.00	0.000000
X ₄	15200.00	0.000000
X ₅	15200.00	0.000000
X ₆	964750.0	0.000000
X ₇	965000.0	0.000000
X ₈	47567.90	0.000000
X ₉	3053150.	0.000000
X ₁₀	30300.00	0.000000
X ₁₁	112800.0	0.000000
X ₁₂	70000.00	0.000000
X ₁₃	52000.00	0.000000
X ₁₄	1000.000	0.000000
X ₁₅	3800.000	0.000000
X ₁₆	3000.000	0.000000
X ₁₇	7000.000	0.000000
X ₁₈	7000.000	0.000000
X ₁₉	7200.000	0.000000
X ₂₀	14160.00	0.000000
X ₂₁	11160.00	0.000000
X ₂₂	9000.000	0.000000
X ₂₃	9000.000	0.000000
X ₂₄	1950.000	0.000000
X ₂₅	1950.000	0.000000
X ₂₆	121514.2	0.000000
X ₂₇	11904.00	0.000000
X ₂₈	467994.0	0.000000
X ₂₉	506.0000	0.000000
X ₃₀	3900.000	0.000000
X ₃₁	3900.000	0.000000
X ₃₂	11160.00	0.000000
X ₃₃	10800.00	0.000000
X ₃₄	9750.000	0.000000
X ₃₅	366100.0	0.000000
X ₃₆	20000.00	0.000000
X ₃₇	42309.09	0.000000
X ₃₈	20400.00	0.000000
X ₃₉	10200.00	0.000000
X ₄₀	28560.00	0.000000

Tablodaki bulunan çözüm modelin karar değişkenlerinin çözümde optimal sonuca ulaşmak için ürünlerden üretilmesi gereken adetlerdir. Buna göre x₁ için 11440, x₂ için 25000, x₃ için 10200, x₄ için 15200, x₅ için 15200, x₆ için 964750, x₇ için 965000, x₈ için 47567.90, x₉ için 3053150, x₁₀ için

30300, x_{11} için 112800, x_{12} için 70000, x_{13} için 52000, x_{14} için 1000, x_{15} için 3800, x_{16} için 3000, x_{17} için 7000, x_{18} için 7000, x_{19} için 7200, x_{20} için 14160, x_{21} için 11160, x_{22} için 9000, x_{23} için 9000, x_{24} için 1950, x_{25} için 1950, x_{26} için 121514.2, x_{27} için 11904, x_{28} için 467994, x_{29} için 506, x_{30} için 3900, x_{31} için 3900, x_{32} için 11160, x_{33} için 10800, x_{34} için 9750, x_{35} için 366100, x_{36} için 20000, x_{37} için 42309.09, x_{38} için 20400, x_{39} için 10200, x_{40} 28560 için adet olarak üretim yapılırsa maksimum kâr elde edildiği sonucuna ulaşılmıştır. Lingo çıktısındaki birinci bölümde yer alan **fırsat maliyeti** bölümü karar değişkenleri için sıfırdır. Tüm değişkenlerin bir değeri olduğu düşünülürse sıfır olmaları gerekmektedir.

Model öncesinde işletmeden alınan bilgilere göre ürünler için hesaplanan kâr değeri işletmede 5963003 TL olarak hesaplandığı görülmüştür. Önerilen model sonucunda kâr değeri 6923810 TL olarak bulunmuştur. Önerilen model ile 960807 TL kâr elde edildiği görülmüştür.

Tablo 3'te yer alan rapor sonucu ikinci bölüme baktığımızda 71 kısıtın yer aldığı modelde ilk satır amaç fonksiyonu değeri olmak üzere kısıtların **aylak değişken** ve **gölge fiyatları** yer almaktadır. Aylak değişken değeri sıfır olan kısıtlar tam kapasite kullanılırken, herhangi bir değer yer alıyorsa kaynak miktarının fazla olduğu anlamına gelmektedir. Bir birim değişiklik yapıldığında bu değişimin amaç fonksiyonu değerine birim etkisi gölge fiyatı kadar olacaktır. Buna göre aylak değişken değeri olan tamamlayıcı parçalar, küçük klips, büyük klips, buhar sacı, sağ braket, yeni zamaklı, bm takviye, sol kapatma, vida takviye, sol panel bağlantı ürünlerinden ve makinelerden 14, 142, 166, 178, 182, 202, 219, 221 ve 258 kısıtlarının fazla miktarda kapasite kaldığı görülmektedir. Ürünler için düşünülürse de fazla kapasitenin olması olası fazla talep halinde o ürünlerin üretilebileceği anlamına gelmektedir. Makineler içinse fazla kapasite istenmeyen bir durumdur.

Tablo 3. Aylak Değişken ve Gölge Fiyatı Çıktısı

Sıra	Aylak Değişkenler	Gölge Fiyatları
1	6923810.	1.000.000
SACKISITI	0.000000	7.354839
TAMAMLAYICIPARCA1	39000.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA2	47200.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA3	1500.000	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA4	8000.000	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA5	3000.000	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA6	11000.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA7	25800.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA8	3000.000	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA9	0.000000	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA10	35800.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA11	28000.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA12	47800.00	0.000000
TAMAMLAYICIPARCA13	2300.000	0.000000
MENTESEKARSILIK	0.000000	-1.947742
MUSLUKKELEPCE	0.000000	-32.90387
BAYONET	0.000000	-1.270323
CEKMECEKAPAK	0.000000	-0.7193548
PROFILYAK	0.000000	-0.7806452
KUCUKKLIPS	806050.0	0.000000
BUYUKKLIPS	789500.0	0.000000

Sıra	Aylak Değişkenler	Gölge Fiyatları
BUHARSACI	15567.90	0.000000
SAGBRAKET	3021950.	0.000000
SOLBRAKET	0.000000	-0.7258065
LOWERDOOR	0.000000	-0.7822581
METALKORUMA	0.000000	-0.6709677E-01
DARKAPIKOLU	0.000000	-0.1270968
GENISKAPIKOLU	0.000000	-0.1070968
BEYAZNSP	0.000000	-13.10677
ESKINSP	0.000000	-13.04677
LOTUSNSP	0.000000	-22.62065
YENIZAMAKLI	2000.000	0.000000
ESKIZAMAKLI	0.000000	-14.38677
SOLUCGEN	0.000000	-1.031.935
SAGUCGEN	0.000000	-1.031.935
SAGUSTMENTESE	0.000000	-0.2083871
SOLUSTMENTESE	0.000000	-0.2083871
SOLLOTUS	0.000000	-0.2083871
SAGLOTUS	0.000000	-0.2083871
BMTAKVIYE	110282.2	0.000000
SDTAKVIYE	0.000000	-1.657097
SOLKAPATMA	467350.0	0.000000
SAGKAPATMA	0.000000	-0.4700000
SAGBMPANEL	0.000000	-0.2506452
SOLBMPANEL	0.000000	-0.2506452
SOLYANYANA	0.000000	-0.4167742
SAGYANYANA	0.000000	-0.5867742
KABLOGIRIS	0.000000	-0.4535484
VIDATAKVIYE	364400.0	0.000000
SAGPANELBAGLANTI	0.000000	0.000000
SOLPANELBAGLANTI	22309.09	0.000000
ZPARCASI	0.000000	-4.133871
YANSABITLEME	0.000000	-3.340323
ODASABITLEME	0.000000	-0.5661290
MAKINE14	4846.790	0.000000
MAKINE106	0.000000	0.4134897
MAKINE107	0.000000	0.4193548
MAKINE108	0.000000	78.18280
MAKINE109	0.000000	17.91129
MAKINE142	10109.26	0.000000
MAKINE166	21184.00	0.000000
MAKINE177	0.000000	5.445161
MAKINE178	3141.091	0.000000
MAKINE182	12790.00	0.000000
MAKINE187	0.000000	36.29032
MAKINE188	0.000000	17.66129
MAKINE202	17200.00	0.000000
MAKINE219	7963.811	0.000000
MAKINE221	27890.00	0.000000
MAKINE258	13585.00	0.000000

Sıra	Aylak Değişkenler	Gölge Fiyatları
ISCILIK	11560.00	0.000000

Gerçek hayat problemlerinde talep verileri kullanılan gibi kesin olmamaktadır. Bu nedenle çalışmadaki talep verileri bulanık kabul edilip Verdegay yaklaşımı ile de çözümlenmiştir. Burada amaç fonksiyonu, sac hammadde kısıtı, tamamlayıcı parça kısıtı, makine kısıtı ve işçilik kısıtı bulanık değildir. Bu ifadelerin formülleri klasik doğrusal programlama ile aynıdır. Talep değerlerinin sağ taraf sabiti için %10 tolerans verilmiştir. BDP modelini $\theta = 1-\alpha$ olacak şekilde aşağıdaki gibi parametrik doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur.

Menteşe karşılık ürünü asgari talep kısıtı:	$x_1 \geq 11440 + 1144(1-\alpha)$
Musluk kelepçe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_2 \geq 25000 + 2500(1-\alpha)$
Bayonet ürünü asgari talep kısıtı:	$x_3 \geq 10200 + 1020(1-\alpha)$
Çekmece kapak ürünü asgari talep kısıtı:	$x_4 \geq 15200 + 1520(1-\alpha)$
Profil ayak ürünü asgari talep kısıtı:	$x_5 \geq 15200 + 1520(1-\alpha)$
Küçük klips ürünü asgari talep kısıtı:	$x_6 \geq 158700 + 15870(1-\alpha)$
Büyük klips ürünü asgari talep kısıtı:	$x_7 \geq 175500 + 17550(1-\alpha)$
Buhar sacı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_8 \geq 32000 + 3200(1-\alpha)$
Sağ braket ürünü asgari talep kısıtı:	$x_9 \geq 31200 + 3120(1-\alpha)$
Sol braket ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{10} \geq 30300 + 3030(1-\alpha)$
Lower door ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{11} \geq 112800 + 11280(1-\alpha)$
Metal koruma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{12} \geq 70000 + 7000(1-\alpha)$
Dar kapı kolu ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{13} \geq 52000 + 5200(1-\alpha)$
Geniş kapı kolu ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{14} \geq 1000 + 100(1-\alpha)$
Beyaz Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{15} \geq 3800 + 380(1-\alpha)$
Eski Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{16} \geq 3000 + 300(1-\alpha)$
Lotus Nsp ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{17} \geq 7000 + 700(1-\alpha)$
Yeni zamaklı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{18} \geq 5000 + 500(1-\alpha)$
Eski zamaklı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{19} \geq 7200 + 720(1-\alpha)$
Sol üçgen ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{20} \geq 14160 + 1416(1-\alpha)$
Sağ üçgen ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{21} \geq 11160 + 1116(1-\alpha)$
Sağ üst menteşe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{22} \geq 9000 + 900(1-\alpha)$
Sol üst menteşe ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{23} \geq 9000 + 900(1-\alpha)$
Sol lotus ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{24} \geq 1950 + 195(1-\alpha)$
Sağ lotus ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{25} \geq 1950 + 195(1-\alpha)$
BM takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{26} \geq 11232 + 1123(1-\alpha)$
SD takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{27} \geq 11904 + 1190(1-\alpha)$
Sol kapatma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{28} \geq 644 + 64(1-\alpha)$
Sağ kapatma ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{29} \geq 506 + 51(1-\alpha)$
Sağ BM panel ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{30} \geq 3900 + 390(1-\alpha)$
Sol BM panel ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{31} \geq 3900 + 390(1-\alpha)$
Sol yanyana ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{32} \geq 11160 + 1116(1-\alpha)$
Sağ yanyana ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{33} \geq 10800 + 1080(1-\alpha)$
Kablo giriş ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{34} \geq 9750 + 975(1-\alpha)$
Vida takviye ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{35} \geq 1700 + 170(1-\alpha)$
Sağ panel bağlantı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{36} \geq 20000 + 2000(1-\alpha)$
Sol panel bağlantı ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{37} \geq 20000 + 2000(1-\alpha)$
Z parçası ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{38} \geq 20400 + 2040(1-\alpha)$
Yan sabitleme ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{39} \geq 10200 + 1020(1-\alpha)$
Oda sabitleme ürünü asgari talep kısıtı:	$x_{40} \geq 28560 + 2856(1-\alpha)$
$x_1, x_2, \dots, x_{40} \geq 0$	
$\alpha \in [0,1]$	

Buna göre model Verdegay yaklaşımı ile Lingo paket programı ile çözülerek aşağıdaki tablodaki sonuçlar elde edilmiştir. Buna göre kâr değerinin artması, memnuniyet derecesinin (α) de artması anlamına gelmektedir. Başka bir deyişle kısıtlardan sapmama derecesi (α) arttığında kârlılık da artacak, o derece memnuniyet derecesi de artacaktır.

Çözümünden çıkarılacak başka bir sonuç, α değerinin 1'e eşit olduğu durumda model deterministik modele eşitken; α değeri 0 değerine yaklaşması modeldeki bulanıklığı arttırmaktadır. Buna göre α 'nın 1 olduğu durumda sonuç 6923810 bulunmuş; α 'nın 0 olduğu durumda sonuç 6790055 olarak bulunmuştur. Gerçek hayat problemlerinde talepte yaşanacak olası değişimler için bulanık doğrusal programlama yöntemi daha çok önem kazanmaktadır. Buna göre Verdegay yaklaşımı ile bulunan sonuçlar Tablo 4'te görülmektedir.

Tablo 4. Verdegay Yaklaşımı Sonuç Tablosu

α	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Z	6790055.	6886634.	6817947.	6831893.	6845838.	6859721.	6873730.	6886634.	6899027.	6911417.	6923810.
X ₁	12584.00	11783.00	12355.00	12241.00	12126.00	12012.00	11898.00	11783.00	11669.00	11554.00	11440.00
X ₂	27500.00	25750.00	27000.00	26750.00	26500.00	26250.00	26000.00	25750.00	25500.00	25250.00	25000.00
X ₃	11220.00	10506.00	11016.00	10914.00	10812.00	10710.00	10608.00	10506.00	10404.00	10302.00	10200.00
X ₄	16720.00	15656.00	16416.00	16264.00	16112.00	15960.00	15808.00	15656.00	15504.00	15352.00	15200.00
X ₅	16720.00	15656.00	16416.00	16264.00	16112.00	15960.00	15808.00	15656.00	15504.00	15352.00	15200.00
X ₆	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0	964750.0
X ₇	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0	965000.0
X ₈	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90	47567.90
X ₉	2972565.	3028974.	2988682.	2996740.	3004799.	3012857.	3020916.	3028974.	3037033.	3045091.	3053150.
X ₁₀	33330.00	31209.00	32724.00	32421.00	32118.00	31815.00	31512.00	31209.00	30906.00	30603.00	30300.00
X ₁₁	124080.0	116184.0	121824.0	120696.0	119568.0	118440.0	117312.0	116184.0	115056.0	113928.0	112800.0
X ₁₂	77000.00	72100.00	75600.00	74900.00	74200.00	73500.00	72800.00	72100.00	71400.00	70700.00	70000.00
X ₁₃	57200.00	53560.00	56160.00	55640.00	55120.00	54600.00	54080.00	53560.00	53040.00	52520.00	52000.00
X ₁₄	1.100.000	1.030.000	1.080.000	1.070.000	1.060.000	1.050.000	1.040.000	1.030.000	1.020.000	1.010.000	1.000.000
X ₁₅	4.180.000	3.914.000	4.104.000	4.066.000	4.028.000	3.990.000	3.952.000	3.914.000	3.876.000	3.838.000	3.800.000
X ₁₆	3.300.000	3.090.000	3.240.000	3.210.000	3.180.000	3.150.000	3.120.000	3.090.000	3.060.000	3.030.000	3.000.000
X ₁₇	7.700.000	7.210.000	7.560.000	7.490.000	7.420.000	7.350.000	7.280.000	7.210.000	7.140.000	7.070.000	7.000.000
X ₁₈	6.003.000	7.000.000	6.318.000	6.475.500	6.633.000	6.790.500	6.948.000	7.000.000	7.000.000	7.000.000	7.000.000
X ₁₉	7.920.000	7.416.000	7.776.000	7.704.000	7.632.000	7.560.000	7.488.000	7.416.000	7.344.000	7.272.000	7.200.000
X ₂₀	15576.00	14585.00	15293.00	15151.00	15010.00	14868.00	14726.00	14585.00	14443.00	14302.00	14160.00
X ₂₁	12276.00	11495.00	12053.00	11941.00	11830.00	11718.00	11606.00	11495.00	11383.00	11272.00	11160.00
X ₂₂	9.900.000	9.270.000	9.720.000	9.630.000	9.540.000	9.450.000	9.360.000	9.270.000	9.180.000	9.090.000	9.000.000
X ₂₃	9.900.000	9.270.000	9.720.000	9.630.000	9.540.000	9.750.000	9.360.000	9.270.000	9.180.000	9.090.000	9.000.000
X ₂₄	2.145.000	2.009.000	2.106.000	2.087.000	2.067.000	2.048.000	2.028.000	2.009.000	1.989.000	1.970.000	1.950.000
X ₂₅	2.145.000	2.009.000	2.106.000	2.087.000	2.067.000	2.048.000	2.028.000	2.009.000	1.989.000	1.970.000	1.950.000
X ₂₆	116677.2	119782.4	117535.8	117966.5	118394.4	118747.7	119256.3	119782.4	120361.0	120935.6	121514.2
X ₂₇	13094.00	12261.00	12856.00	12737.00	12618.00	12499.00	12380.00	12261.00	12142.00	12023.00	11904.00
X ₂₈	450443.0	462729.0	453954.0	455709.0	457464.0	459219.0	460974.0	462729.0	464484.0	466239.0	467994.0
X ₂₉	5.570.000	5.210.000	5.460.000	5.410.000	5.360.000	5.310.000	5.260.000	5.210.000	5.160.000	5.110.000	5.060.000
X ₃₀	4.290.000	4.017.000	4.212.000	4.173.000	4.134.000	4.095.000	4.056.000	4.017.000	3.978.000	3.939.000	3.900.000
X ₃₁	4.290.000	4.017.000	4.212.000	4.173.000	4.134.000	4.095.000	4.056.000	4.017.000	3.978.000	3.939.000	3.900.000
X ₃₂	12276.00	11495.00	12053.00	11941.00	11830.00	11718.00	11606.00	11495.00	11383.00	11272.00	11160.00
X ₃₃	11880.00	11124.00	11664.00	11556.00	11448.00	11340.00	11232.00	11124.00	11016.00	10908.00	10800.00
X ₃₄	10725.00	10043.00	10530.00	10433.00	10335.00	10238.00	10140.00	10043.00	9945000	9848000	9750000
X ₃₅	364060.0	365488.0	364468.0	364672.0	364876.0	365080.0	365284.0	365488.0	365692.0	365896.0	366100.0

x ₃₆	22000.00	20600.00	21600.00	21400.00	21200.00	21000.00	20800.00	20600.00	20400.00	20200.00	20000.00
x ₃₇	39529.09	41475.09	40085.09	40363.09	40641.09	40919.09	41197.09	41475.09	41753.09	42031.09	42309.09
x ₃₈	22440.00	21012.00	22032.00	21828.00	21624.00	21420.00	21216.00	21012.00	20808.00	20604.00	20400.00
x ₃₉	11220.00	10506.00	11016.00	10914.00	10812.00	10710.00	10608.00	10506.00	10404.00	10302.00	10200.00
x ₄₀	31416.00	29417.00	30845.00	30559.00	30274.00	29988.00	29702.00	29417.00	29131.00	28846.00	28560.00

4.8. Duyarlılık Analizi

Lingo çıktısında raporun üçünü kısmında duyarlılık analizi yapılmıştır. Duyarlılık analizinde doğrusal programlamada ve bulanık doğrusal programlamada katsayı değişmesinin problemin çözümü üzerine etkisini ve çözüme girmeyen karar değişkenlerinin de katsayı aralıklarını bulmak amaçlanır. Her iki çıktı sonuçlarında uygun artış ve azalış aralıkları görülmektedir. Katsayı aralıkları için değer aşağıdaki aralık ifadesinde olmalıdır:

$$(\text{Mevcut katsayı} - \text{Uygun azalma}, \text{Mevcut katsayı} + \text{Uygun artış}) \quad (19)$$

Bunu menteşe karşılık üretim adedi (x_1) için düşünürsek $(0.7000\text{-INFINITY}, 0.7000+1.947742) = (-\infty, 2.64774)$ olarak bulunur. Katsayı bu aralıklar içerisinde yer aldığı sürece optimal değer korunacaktır. Aynı şekilde diğer karar değişkenleri için yapıldığında x_3 için $(-\infty, 1.533)$, x_4 için $(-\infty, 1.5193)$, x_5 için $(-\infty, 1.2406)$, x_6 için $(0.073, \infty)$, x_8 için $(1.2504, \infty)$, x_{11} için $(-\infty, 1.16)$, x_{12} için $(-\infty, 1.47)$, x_{13} için $(-\infty, 0.327)$, x_{30} için $(-\infty, 1.33)$, x_{31} için $(-\infty, 1.33)$, x_{34} için $(-\infty, 0.583)$, x_{35} için $(1.824, \infty)$, x_{37} için $(1.11, \infty)$, x_{38} için $(-\infty, 4.233)$, x_{40} için $(-\infty, 3.236)$ aralığında olduğu sürece optimal çözüm sonucu aynı kalacaktır.

Tablo 5. Değişken Katsayısı Aralıkları

Değişken	Mevcut Değer	Artırılabilir Değer	Azaltılabilir Değer
X1	0.7000000	1.947742	INFINITY
X2	0.8000000E-01	32.90387	INFINITY
X3	0.2600000	1.270323	INFINITY
X4	0.8000000E-01	0.7193548	INFINITY
X5	0.4600000	0.7806452	INFINITY
X6	0.7800000	INFINITY	0.7064516
X7	0.7900000	INFINITY	0.7164516
X8	1.590000	INFINITY	0.3396774
X9	0.5100000	INFINITY	0.2419355
X10	0.5100000	0.7258065	INFINITY
X11	0.3800000	0.7822581	INFINITY
X12	0.8000000E-01	0.6709677E-01	INFINITY
X13	0.2000000E-01	0.1270968	INFINITY
X14	0.4000000E-01	0.1070968	INFINITY
X15	1.360000	13.10677	INFINITY
X16	1.420000	13.04677	INFINITY
X17	0.5100000	22.62065	INFINITY
X18	12.00000	INFINITY	9.867.097
X19	0.8000000E-01	14.38677	INFINITY
X20	1.910000	1.031935	INFINITY
X21	1.910000	1.031935	INFINITY
X22	0.3800000	0.2083871	INFINITY
X23	0.3800000	0.2083871	INFINITY
X24	0.3800000	0.2083871	INFINITY

Değişken	Mevcut Değer	Artırılabilir Değer	Azaltılabilir Değer
X25	0.3800000	0.2083871	INFINITY
X26	2.280000	0.5875000	0.3988636
X27	3.050000	1.657097	INFINITY
X28	5.500000	INFINITY	0.4700000
X29	5.030000	0.4700000	INFINITY
X30	1.080000	0.2506452	INFINITY
X31	1.080000	0.2506452	INFINITY
X32	0.7600000	0.4167742	INFINITY
X33	0.5900000	0.5867742	INFINITY
X34	0.1300000	0.4535484	INFINITY
X35	1.280.000	INFINITY	0.5445161
X36	1.110000	0.000000	INFINITY
X37	1.110000	INFINITY	0.000000
X38	0.1000000E-01	4.133871	INFINITY
X39	0.7300000	3.340323	INFINITY
X40	2.670000	0.5661290	INFINITY

Duyarlılık analizinde sağ taraf sabitleri için de optimal çözüm aralıkları bulunmaktadır. Buna göre, mevcut sağ taraf-uygun azalmalar, mevcut sağ taraf + uygun artışlar denklemleriyle uygun optimal çözüm aralıkları bulunmaktadır. Sac hammadde kısıtı için (245753, 290674) aralığında optimal çözüm aynı kalacaktır.

Tablo 6. Sağ Taraf Değer Aralığı

Satır	Mevcut Sağ Taraf Değeri	Artırılabilir Değer	Azaltılabilir Değer
SACKISITI	280000.0	10674.87	34246.45
TAMAMLAYICIPARCA1	60000.00	INFINITY	39203.33
TAMAMLAYICIPARCA2	58000.00	INFINITY	47200.00
TAMAMLAYICIPARCA3	4500.000	INFINITY	1500.000
TAMAMLAYICIPARCA4	15000.00	INFINITY	8000.000
TAMAMLAYICIPARCA5	10000.00	INFINITY	3000.000
TAMAMLAYICIPARCA6	18000.00	INFINITY	11000.00
TAMAMLAYICIPARCA7	40000.00	INFINITY	26003.33
TAMAMLAYICIPARCA8	10000.00	INFINITY	3203.333
TAMAMLAYICIPARCA9	7000.000	INFINITY	203.3333
TAMAMLAYICIPARCA10	50000.00	INFINITY	36003.33
TAMAMLAYICIPARCA11	35000.00	INFINITY	28203.33
TAMAMLAYICIPARCA12	62000.00	INFINITY	48003.33
TAMAMLAYICIPARCA13	9500.000	INFINITY	2300.000
MENTESEKARSILIK	11440.00	18113.33	11440.00
MUSLUKKELEPCE	25000.00	14233.15	25000.00
BAYONET	10200.00	76249.04	10200.00
CEKMECEKAPAK	15200.00	355828.9	15200.00
PROFILAYAK	15200.00	1139583.	15200.00
KUCUKKLIPS	158700.0	806050.0	INFINITY
BUYUKKLIPS	175500.0	789500.0	INFINITY
BUHARSACI	32000.00	15567.90	INFINITY
SAGBRAKET	31200.00	3021950.	INFINITY

Satır	Mevcut Sağ Taraflar Değeri	Artırılabilir Değer	Azaltılabilir Değer
SOLBRAKET	30300.00	268345.8	30300.00
LOWERDOOR	112800.0	214676.6	112800.0
METALKORUMA	70000.00	60904.76	70000.00
DARKAPIKOLU	52000.00	60904.76	52000.00
GENISKAPIKOLU	1000.000	60904.76	1000.000
BEYAZNSP	3800.000	770.6667	3800.000
ESKINSP	3000.000	770.6667	3000.000
LOTUSNSP	7000.000	770.6667	7000.000
YENIZAMAKLI	5000.000	2000.000	INFINITY
ESKIZAMAKLI	7200.000	770.6667	7200.000
SOLUCGEN	14160.00	26480.00	14160.00
SAGUCGEN	11160.00	38516.36	11160.00
SAGUSTMENTESE	9000.000	18113.33	9000.000
SOLUSTMENTESE	9000.000	18113.33	9000.000
SOLLOTUS	1950.000	18113.33	1950.000
SAGLOTUS	1950.000	18113.33	1950.000
BMTAKVIYE	11232.00	110472.4	INFINITY
SDTAKVIYE	11904.00	53417.95	11904.00
SOLKAPATMA	644.0000	467350.0	INFINITY
SAGKAPATMA	506.0000	467350.0	506.0000
SAGBMPANEL	3900.000	22309.09	3900.000
SOLBMPANEL	3900.000	22309.09	3900.000
SOLYANYANA	11160.00	31410.91	11160.00
SAGYANYANA	10800.00	31410.91	10800.00
KABLOGIRIS	9750.000	3021950.	9750.000
VIDATAKVIYE	1700.000	364400.0	INFINITY
SAGPANELBAGLANTI	20000.00	22309.09	20000.00
SOLPANELBAGLANTI	20000.00	22309.09	INFINITY
ZPARCASI	20400.00	82567.94	20400.00
YANSABITLEME	10200.00	76670.23	10200.00
ODASABITLEME	28560.00	7852.727	24395.07
MAKINE14	38620.00	INFINITY	4846.790
MAKINE106	38560.00	5398.750	12270.00
MAKINE107	38530.00	5529.437	12610.00
MAKINE108	38610.00	18647.72	5854.818
MAKINE109	38600.00	136749.9	31580.00
MAKINE142	38650.00	INFINITY	10109.26
MAKINE166	38650.00	INFINITY	21184.00
MAKINE177	38650.00	34187.49	10733.83
MAKINE178	38650.00	INFINITY	3141.091
MAKINE182	38620.00	INFINITY	12790.00
MAKINE187	38590.00	17093.74	5366.916
MAKINE188	38590.00	136749.9	32242.00
MAKINE202	38620.00	INFINITY	17200.00
MAKINE219	38650.00	INFINITY	7963.811
MAKINE221	38530.00	INFINITY	27890.00
MAKINE258	38590.00	INFINITY	13585.00
ISCILIK	466560.0	INFINITY	11560.00

Uygulamada buraya kadar karar değişkenlerinin çözüm sonuçları, optimal çözüm için kullanılan karar değişkenleri, fırsat maliyetler, çözümde yer alan kısıtlar ve aylak değişkenleri aynı zamanda gölge fiyatları bulunmuştur. Çözümde yer alan değişkenler ve kısıtlar için duyarlılık analizi incelemesi yapılmış ve bunun sonucunda uygun artışlar ve azalışlara göre değişkenlerin ve kısıtların alması gereken değerler incelenmiştir.

Çözüm sonucunda makinelerde boş kalan ve kullanılmayan kapasitelerin olduğu görülmüştür. Bu boş kalan makine kapasiteleri için farklı teoriler geliştirilmiştir. Bu teorilerin başında boş kalan makinelerin kiralanması önerilebilir. Başka bir öneri ise, bu makinelerde sipariş listesine eklenecek yeni ürün gruplarının üretimini yapılmasıdır. Öngörülen 3 adet ürün (New Cover sağ-sol ve Ruba zamaklı NSP) modele eklenerek tekrar çözümlenmiştir. Ruba zamaklı (x_{41}) 32,68 TL/br, New Cover Sağ (x_{42}) ve New Cover Sol (x_{43}) 0,85 TL/br kâr ile hesaplanmıştır. Ruba zamaklı ürün için asgari talep kısıtına 8000 adet, New cover ürünleri için 3500 adet eklenmiştir. Ruba zamaklı ürünü montajlı bir parça olması nedeniyle tamamlayıcı parça kısıtlarına (ayarlı ayak kısıtı, nsp vidası kısıtı, yataklama pimi kısıtı, bearing part kısıtı ve ruba zamak kısıtı) olarak eklenmiştir. Eklenen bu üç ürün makine 221 ve makine 258 makinelerde basılabilir olması nedeniyle makine kısıtlarına da eklenmiştir. Ruba zamak iş gücü kısıtlarına da ekleme yapılmıştır. Çözüm sonucunda optimal değer 7297054 TL olarak bulunmuştur. Makine 221 tam kapasite kullanılırken; makine 258 için 16178.44 birimlik boş kapasitesi kalmıştır. Bir önceki modele göre boş kapasitelerde iyileştirme gerçekleştirilmiştir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günümüzde üretimin olduğu işletmelerde üretim planlaması işletmenin vazgeçilmez bir parçasıdır. Sahip olunan kaynakların doğru şekilde yönetilmesi ve planlanması başlı başına bir iştir. Üretim planlama malzeme, işgücü, ekipman gibi kaynakların müşteri talepleri ve teslimat süresine uygun olarak doğru kullanımı ile işletmenin kâr elde etmesini sağlar. Üretim planlaması, işletmenin iş planlamasının önemli bir parçası olduğu kadar işletmenin üretim yönetimini güçlü bir şekilde destekleyen yeri doldurulamaz bir bütündür. Doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama, aynı zamanda üretim planlama problemine yönelik önemli bir yönelem araştırmasının en gelişmiş yöntemleridir. Kaynakların en etkin kullanımını sağlaması ve optimal çözüme hızlı ulaşılması bakımından bu çalışmada üretim planlama probleminde çözüm önce doğrusal programlama ile çözülmüş ardından gerçek hayat problemlerinde doğru sonuçlara ulaşılmasını sağlayan bulanık doğrusal programlama ile sonuç bulunmuştur.

İncelenen bu makale çalışmasında metal sektöründe faaliyet gösteren bir fabrikada kâr maksimizasyonu sağlayan planlama modeli oluşturulmuştur. Model çeyrek bazda Ocak, Şubat ve Mart ayındaki işletme verileri kullanılarak oluşturulmuştur. Seçilen bu üç aylık periyot ile gerçeğe yakın sonuçlar elde edilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle maksimum kâr sağlayan amaç fonksiyonu oluşturulmuş sonrasında sac hammadde kısıtı, tamamlayıcı parça kısıtı, asgari talep kısıtı, makine ve işgücü kısıtları da modele eklenmiştir. Çözüm doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama ile de yapılmıştır. Gerçek hayatta talep belirsizliklerin de olabileceği düşünerek çözümde esnek bir model olan bulanık doğrusal programlama tercih edilmektedir. Klasik doğrusal programlama modeline kıyasla bulanık doğrusal programlama modeli çok daha bilgi ve gerçek hayata yakınlığı sebebiyle daha anlamlı sonuçlar vermektedir diyebiliriz.

Uygulamanın yapıldığı işletmede kâr maksimizasyonunu sağlayan adetler sonuç olarak bulunmuştur. Buna göre x_1 için 11440, x_2 için 25000, x_3 için 10200, x_4 için 15200, x_5 için 15200, x_6 için 964750, x_7 için 965000, x_8 için 47567.90, x_9 için 3053150, x_{10} için 30300, x_{11} için 112800, x_{12} için 70000, x_{13} için 52000, x_{14} için 1000, x_{15} için 3800, x_{16} için 3000, x_{17} için 7000, x_{18} için 7000, x_{19} için 7200, x_{20} için 14160, x_{21} için 11160, x_{22} için 9000, x_{23} için 9000, x_{24} için 1950, x_{25} için 1950,

x_{26} için 121514.2, x_{27} için 11904, x_{28} için 467994, x_{29} için 506, x_{30} için 3900, x_{31} için 3900, x_{32} için 11160, x_{33} için 10800, x_{34} için 9750, x_{35} için 366100, x_{36} için 20000, x_{37} için 42309.09, x_{38} için 20400, x_{39} için 10200, x_{40} 28560 için adet olarak üretim yapılırsa maksimum kâr elde edildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Çözüm sonucunda tamamlayıcı parçalar için açılan taleplerde ve işçilik için fazlalık olduğu görülmüştür. Fakat bu fazlalık bir sonraki aylarda olacak olası talep değişimlerine emniyet stoku ve kapasitesi şeklinde görülmektedir. Başka bir durum ise makinelerde boş kalan ve kullanılmayan kapasitelerin olduğu görülmüştür. Bu boş kalan makine kapasiteleri için farklı teoriler geliştirilmiştir. Bu teorilerin başında boş kalan makinelerin kiralanması önerilebilir. Başka bir öneri ise, bu makinelerde sipariş listesine eklenecek yeni ürün gruplarının üretiminin yapılmasıdır. Öngörülen 3 adet ürün (new cover sağ-sol ve ruba zamaklı nsp) modele eklenerek tekrar çözümlenmiştir. Ruba zamaklı ürün için asgari talep kısıtına 8000 adet, new cover ürünleri için 3500 adet eklenmiştir. Eklenen bu üç ürün makine 221 ve makine 258 makinelerde basılabilir olması nedeniyle makine kısıtlarına da eklenmiştir. Çözüm sonucunda optimal değer 7297054 TL olarak bulunmuştur. Makine 221 tam kapasite kullanılırken; makine 258 16178.44 birimlik boş kapasitesi kalmıştır. Bir önceki modele göre boş kapasitelerde iyileştirme gerçekleştirilmiştir.

Lingo yazılımı ile bulunan çözüm sonucuna göre maksimum kâr sağlayan amaç fonksiyonu değeri 6923810 TL olarak bulunmuştur. Model öncesinde işletmeden alınan bilgilere göre ürünler için hesaplanan kâr değeri işletmede 5963003 TL olarak hesaplandığı görülmüştür. Önerilen model ile 960807 TL kâr elde edildiği görülmüştür. Önerilen modelde makine kapasitesinin boş kaldığı görülmüştür. Bu sebeple boş kalan makinelere yeni ürünler eklenerek optimal değer 7297054 TL olarak bulunmuştur. Bu şekilde eski modele göre 373244 TL kâr artışı sağlanmıştır. Elde ettiğimiz kâr farkı makine kapasitesinde %39 oranında atıl kapasiteyi azaltmıştır.

Model gerçek hayatta yaşanabilecek talep belirsizlikleri nedeniyle bulanık doğrusal programının Verdegay yaklaşımı ile de çözümlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda modelin bulanıklığı en yüksek olduğu haliyle amaç fonksiyonu değeri 6790055 olarak bulunmuştur. Modelde bulanık doğrusal programlama ile gerçek hayatta yaşanabilecek belirsizliği daha doğru şekilde modellediği ve daha sağlıklı sonuçlar verdiği kanaatine varılmaktadır.

Sonuç olarak literatürde de farklı sektörlerde uygulama alanı bulunan üretim planlamada doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama ile kâr maksimizasyonu modeli oluşturulmuştur. Karar problemleri için belirsizliği azaltmak ancak bulanık doğrusal programlama ile mümkündür. Her planlama probleminin kendi içerisinde farklı kaynakları ve kısıtları olsa da başka sektörlerde geliştirilen bu modeli uygulamak ve alternatif oluşturmak mümkündür.

Yazarların Katkısı

Yazarların makaleye katkıları eşit orandadır.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Yapılan çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

KAYNAKÇA

- Aboudhier, A. A. (2017). *A Linear Programming Model For Production Planning* [Yüksek lisans tezi]. Atılım University School of Social Sciences Department of Business Administration, Ankara.
- Aladağ, Z. (2011). Yöneylem Araştırması 1. *Umuttepe Kitabevi*, Kocaeli.
- Al-kuhali K, Zain Z.M. & Hussein M. I. (2012). Production Planning of LCDs: Optimal Linear Programming and Sensitivity Analysis. *Universiti Malaysia Perlis School of Manufacturing Engineering Letters*, 2(9), 1-10, 2224-6096.
- Almeida, E. S. Q. (2019). *Optimization of Aluminium Profiles Production Planning* [Yüksek lisans tezi]. School of Management and Technology, Portugal.
- Argoneto, P., Perrone, G., Renna, P., Lo Nigro, G., Bruccoleri, M. & Diega, S. (2008). Production Planning in Production Networks. *Springer*, Italy.
- Aydın, Z. (2006). *Doğrusal Programlamanın Üretim Planlaması Alanında Uygulanması* [Yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Bhunia A.K., Sahoo L. & Shaikh A.A (2019). Advanced optimization and operations research. *Springer*, USA.
- Çetindere, A., Sevim, Ş. & Duran, C. (2015). Üretim Planlama Problemlerinde Doğrusal Programlama Tekniğinin Kullanımı: Bir Konfeksiyon İşletmesinde Uygulama. *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 35, 271-300.
- Deste, M. & Karabulut, M. (2021). Doğrusal Programlama Tekniğiyle Üretim Planlama Yaklaşımı ve Tekstil Sektöründe Bir Uygulama. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 26 (3), 247-258.
- Ekmekçi, N. (2015). *Sanayi İşletmelerinde Üretim Planlaması ve Doğrusal Programlama ile Bir Sanayi İşletmesinde Optimizasyon Uygulaması* [Yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Konya.
- Erdaş M. L. & Demir Y. D. (2016). Developing A portfolio optimization model by fuzzy linear programming. *The Journal of International Social Research*. 9(45), 768–789.
- Erfanian, M. & Pirayesh, M. (2016, December, 04-07), *Integration Aggregate Production Planning and Maintenance Using Mixed Integer Linear Programming*, 2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM). Indonesia. 927-930.
- Ergülen, A. & Büyükkeklik, M. (2014). İnşaat Sektöründeki Üretim Planlamasına Bir Model Önerisi: Doğrusal Programlama Uygulaması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 14(1), 55-71.
- Garg, A. (2011). Production and Operations Management. *The Tata McGraw Hill Education Private Limited*, New Delhi.

- Guo, X. (2020, February, 11-13). *A Study of Production Planning Based on the Linear Programming Method*, 9th International Conference on Industrial Technology and Management (ICITM). UK. 90-95.
- Gupta, R.K. (2015). Operations Research. *Krishna Prakashan Media (P) Ltd*, Hindistan.
- Hillier, F.S. & Lieberman G.J. (2015). Introduction to operations research. *McGraw-Hill Education*, New York.
- Kaçtıoğlu, S. (2020). Yöneylem Araştırması 1. Ders Notları. *İstanbul Ticaret Üniversitesi*, İstanbul.
- Kaya, Ö. (2007). *Bulanık doğrusal programlama ve üretim planlama üzerine bir uygulama* [Yüksek lisans tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kempf, K.G., Keskinocak, P. & Uzsoy, R. (2011). Planning production and inventories in the extended enterprise. *Springer*, London.
- Kobu, B. (2010). Üretim Yönetimi. *Beta Yayıncılık*, İstanbul.
- Kumar, S.A. & Suresh N. (2009). Production and operations management. *New Age International Pvt Ltd Publishers*, New Delhi.
- Lai Y.J. & Hwang C.L. (1992). Fuzzy Mathematical Programming. *Springer Verlag*, Berlin.
- Maltepe, I. (2012). *Doğrusal programlama yardımıyla üretim planlamasının sanal bir petrol rafineri şirketine uygulanması* [Yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Trabzon.
- Maturana, S. & Pizani, E. (2009, Temmuz, 6-9). *Scheduling and production planning for a sawmill: A comparison of a mathematical model versus a heuristic*. 2009 International Conference on Computers & Industrial Engineering. France. 124-127.
- Men, B. H. & Yin, S. Y. (2018). Application of LINGO in water resources optimization teaching based on integer programming. *Creative Education*, 9, 2516-2524.
- Nasseri, S., Ebrahimnejad, A. & Cao, B. (2019). Fuzzy linear programming: Solution techniques and applications. *Springer*, Switzerland.
- Oğlak, Ö.T. (2018). *Doğrusal programlama yöntemi ile talep tahmini ve alüminyum sektöründe bir uygulama* [Yüksek lisans tezi]. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Paksoy, T., Pehlivan, N. & Özceylan, E. (2013). Bulanık Küme Teorisi. *Nobel Yayın*, Ankara.
- Sule, D. R. (2007). Production planning and industrial scheduling. *CRC Press*, London.
- Telsang, M.T. (2018). Industrial engineering and production management. *S. Chand Publishing*, India.
- Tuş, A. (2006). *Bulanık doğrusal programlama ve bir üretim planlamasında uygulama örneği* [Yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

- Uzunkaya, K. & Gül, M. (2017). Dinar Karakuyu sulaması sahası tarımsal işletmelerinin doğrusal programlama yöntemi kullanılarak ürün desenlerinin planlanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 21 (2), 388-396.
- Ünüçok, S. (2019). *Doğrusal programlama yöntemi ile üretim planlama bir Nonwoven kumaş fabrikasında uygulama* [Yüksek lisans tezi]. Hasan Kalyoncu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.
- Yakar, G. (2002). *Doğrusal programlama modellerine cebirsel modelleme yaklaşımı ve üretim planlamasına bir uygulama* [Yüksek lisans tezi]. Eskişehir Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- Yingfeng, W. & Dawei, W. (2011, September, 8-10). A mathematical programming model for optimization problem of production process based on time constraints in Pinggao Group Co. *2011 2nd IEEE International Conference on Emergency Management and Management Sciences*, Beijing. 258-261.
- Yu Da, (2004). *Sensitivity analysis for production planning model of an oil company* [Yüksek lisans tezi]. Eötvös Loránd University Faculty of Natural Sciences. Budapest.
- Zongxiang, H. (2008, Kasım, 19-21). *Research for production scheduling of discrete manufacturing enterprise based on the theory of constraints*. 2008 International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering. Taiwan. 167-171.