Volume: 09 Number: 01 Category: 01 Page: 1-10 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 09 Sayı: 01 Kategori: 01 Sayfa: 1-10

GECİKMESİ DAĞITILMIŞ MODELLERDE YANLI TAHMİN EDİCİLER

Selahattin KAÇIRANLAR*

ÖZET

Gecikmesi sonlu dağıtılmış modeller, aynı değişkenin gecikmeli ve gecikmesiz değerlerine sahip olduğundan sık sık yüksek ilişkili değişkenlere sahip olurlar. Bu modellere En Küçük Kareler (EKK) Yöntemi uygulandığında bazı sorunlarla karşılaşılır. Bu sorunları çözmek için de Almon ve Koyck Modeli gibi modeller önerilmiştir. Bu çalışmada, regresyon analizinde çoklu iç ilişki problemini çözmek için EKK'ya alternatif olarak tanımlanmış Ridge ve Liu tipi tahmin ediciler gibi yanlı tahmin edicilerin Almon metodu ile kombinasyonları ele alınarak alternatif metotların verilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca tanımlanan metodlar Almon (1965) verisi kullanılarak karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Almon tahmin edici, Gecikmesi sonlu dağıtılmış model, Ridge tahmin edici, Liu tahmin edici.

1. GİRİŞ

Gecikmesi sonlu dağıtılmış model,

$$y_t=\beta_0 x_t+\beta_1 x_{t-1}+\dots\dots+\beta_p x_{t-p}+u_t \qquad t=p+1,\dots\dots,T,=\sum_{i=0}^{p}\beta_i x_{t-i}+u_t\,,u_t\sim IN\left(0,\sigma_u^2\right) \tag{1}$$

şeklindedir. β_i katsayıları gecikme ağırlıkları olarak adlandırılır. (1) modeli matris formunda

$$y=X\beta+u \tag{2}$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$y=\begin{bmatrix} y_{p+1}\\ y_{p+2}\\ \vdots\\ y_T \end{bmatrix},\ \beta=\begin{bmatrix} \beta_0\\ \beta_1\\ \vdots\\ \beta_p \end{bmatrix},\ X=\begin{bmatrix} x_{p+1} & x_p & \dots x_1\\ x_{p+2} & x_{p+1} & \dots x_2\\ \vdots & \vdots & \ddots \vdots\\ x_T & x_{T-1} & \dots x_{T-p} \end{bmatrix},\ u=\begin{bmatrix} u_{p+1}\\ u_{p+2}\\ \vdots\\ u_T \end{bmatrix}$$

formundadır.

(1) modelinin direk olarak bilinen EKK yöntemiyle tahmin edilmesi durumunda aşağıdaki problemlerle karşılaşılır:

a) Bağımsız değişkenler arasında çoklu iç ilişki problemi olabilir. Çünkü, aynı değişkenin p gecikmeleri modelde yer almaktadır.

*Prof. Dr., Çukurova Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: skacir@cu.edu.tr

b) Gecikme uzunluğu p 'nin bilinmemesidir. p bilinse bile bu sayı büyük ve örneklem miktarı küçükse parametreleri tahmin edemeyebiliriz.Gecikmesi dağıtılmış modellerdeki bu tür problemleri çözmek amacıyla Koyck ve Almon modeli gibi çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bu modellerin hemen hemen hepsi (1)'deki β 'ların davranışı hakkında bazı önbilgilerin tanımlanmasını gerektirmektedir. Genel olarak bu önbilgi stokastik ve stokastik olmayan düzeltilmiş önbilgi şeklinde sınıflandırılmaktadır (Vinod ve Ullah, 1981; Gujarati,1999).

Irving Fisher (1937) ilk olarak stokastik olmayan düzeltilmiş ön bilgiyi

$$\begin{aligned} \beta_i &= (p+1-i)\alpha \qquad && 0 \le i \le p \\ &= 0 && i > p \end{aligned} \tag{3}$$

formunda vermiştir. Burada α bilinmeyen herhangi bir parametredir. (1)'de (3)'ün yerleştirilmesiyle,

$$\begin{aligned} y_t &= \left[\sum_{i=0}^{p}(p+1-i)x_{t-i}\right]\alpha + u_t \\ &= z_t\alpha + u_t \end{aligned} \tag{4}$$

elde edilir. Böylece α 'nın EKK tahmini (4) nolu modelden bulunabilir ve (3)'ün kullanılmasıyla β_i 'lerin tahmini bulunabilir.

β_i üzerinde lineer stokastik olmayan önbilginin genelleştirilmesi,

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \ldots + \alpha_r i^r \qquad p \ge r \ge 0 \tag{5}$$

şeklinde r-inci dereceden bir polinom olarak yazılabilir. β_i gecikme ağırlıklarının bu yapısı Almon (1965) tarafından verilmiştir. Bu yüzden Almon gecikme polinomu olarak bilinmektedir. Tekrar (5)'in (1)'de yerleştirilmesiyle α 'ların tahminlerini ve (5)'in kullanılmasıyla β_i 'lerin tahminlerini bulabiliriz. (5) matris formunda,

$$\beta = A\alpha \tag{6}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $A:(p+1)\times(r+1)$ tipinde bir matris ve $\alpha:(r+1)\times 1$ tipinde bir vektör olmak üzere;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ldots 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & p & p^2 & \cdots & p^r \end{bmatrix}, \qquad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_r \end{bmatrix}$$

formundadır. X ve A matrislerinin ranklarının $(p+1) < (T-p)$ ve $(r+1) < (p+1)$ olduğu varsayılmaktadır. Eğer $r < p$ ise A ' nın rankı $(r+1)$ olur.

(6) ile verilen β üzerinde stokastik olmayan önbilgi altında, (2)'deki β 'yı Almon metodu ile tahmin edebiliriz. Bunu yapmanın iki yolu vardır. (6), (2)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} y &= XA\alpha + u \\ &= Z\alpha + u \end{aligned} \tag{7}$$

elde edilir. α 'nın EKK tahmin edicisi,

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= (Z'Z)^{-1}Z'y \\ &= (A'X'XA)^{-1}A'X'y\end{aligned} \tag{8}$$

dir. β 'nın Almon tahmin edicisi bu durumda,

$$\hat{\beta}_A = A\hat{\alpha} \tag{9}$$

olur. Eğer $\beta = A\alpha$ doğru ise,

$E(\hat{\beta}_A) = \beta$ ve $Var(\hat{\beta}_A) = A\,Var(\hat{\alpha})A' = \sigma_u^2 A(A'X'XA)^{-1}A' = \sigma_u^2 A(A'SA)^{-1}A'$

dır ve burada $S = X'X$ 'dır. Yani $\hat{\beta}_A$ en iyi lineer yansız tahmin edicidir (BLUE).

$\hat{\beta}_A$ 'yı elde etmenin diğer bir yolu ise Kısıtlı En Küçük Kareler (RLS) yöntemi uygulamaktadır. A 'nın kolonları lineer bağımsız olduğundan,

$$M = I - A(A'A)^{-1}A' \tag{10}$$

şeklinde idempotent bir matris tanımlanabilir. Burada I, $(p+1)\times(p+1)$ tipinde bir birim matristir. Bu durumda $\beta = A\alpha$ olması

$$M\beta = 0 \tag{11}$$

olmasını gerektirir. (2) ile (11)'in birlikte çözülmesiyle RLS tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_R = b - S^{-1}M'\left[MS^{-1}M'\right]^{-}Mb \tag{12}$$

şeklinde elde edilir. Burada b, (2) modelinden elde edilen $b = S^{-1}X'y$ şeklinde EKK tahmin edicisidir ve "$-$" genelleştirilmiş tersi gösterir. M matrisi, Terasvirta (1976)'nın kullanılmasıyla,

$$M = I - A(A'A)^{-1}A' = R'(RR')^{-1}R = M^2 \tag{13}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $R:(p-r)\times(p+1)$ tipinde tam satır ranklı aşağıdaki gibi bilinen bir matristir.

$$R = \begin{bmatrix} (-1)^0\binom{r+1}{0} & (-1)^1\binom{r+1}{1} & \cdots & (-1)^{r+1}\binom{r+1}{r+1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (-1)^0\binom{r+1}{0} & \cdots & (-1)^r\binom{r+1}{r} & (-1)^{r+1}\binom{r+1}{r+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & & (-1)^{r+1}\binom{r+1}{r+1} \end{bmatrix}$$

$M\beta = 0$ olması aynı zamanda,

$$R\beta = 0 = RA\alpha \tag{14}$$

olmasını gerektirir. (2) ile (14) birlikte çözülürse RLS tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_R = b - S^{-1}R'\left[R\,S^{-1}R'\right]^{-1}R\,b \qquad (15)$$

şeklinde tahmin edilir. Bu ifade, (9) ve (12) ile özdeştir. $R\beta = 0$ doğru değilse $\hat{\beta}_R$ 'de yanlı olacaktır. Ayrıca Vinod ve Ullah (1981) tarafından $\hat{\beta}_R$ ve b tahmin edicilerinin hata kareleri ortalaması (MSE) matrisleri karşılaştırılarak

$$MSE\left(\hat{\beta}_R\right) \le MSE(b) \Leftrightarrow \beta'\left(RS^{-1}R'\right)^{-1}\beta \le \sigma_u^2$$

elde edilmiştir. Burada MSE hata kareler ortalaması matrisini göstermektedir.

Almon tahmin edicinin bazı dezavantajlarından dolayı karşılaşılan problemleri gidermek için Hoerl ve Kennard (1970)'ın ridge tahmin edici yaklaşımı alternatif olarak ele alınmıştır (Maddala, 1974; Vinod ve Ullah, 1981; Yeo ve Trivedi, 1989; Chanda ve Maddala, 1984).

(7) modelinden α 'nın Ridge tahmin edicisi

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_k &= \left(Z'Z + kI\right)^{-1}Z'y \\ &= \left(A'SA + kI\right)^{-1}A'X'y\end{aligned}$$

ve

$$\hat{\beta}_k = A\hat{\alpha}_k \qquad (16)$$

şeklinde elde edilir. Burada I , $(r+1)\times(r+1)$ tipinde bir birim matristir. Ayrıca,

$$MSE\left(\hat{\alpha}_k\right) \le MSE\left(\hat{\alpha}\right) \Leftrightarrow \alpha'\left[(A'SA)' + 2k^{-1}I\right]^{-1}\alpha \le \sigma_u^2$$

olduğu Vinod ve Ullah (1981)'de gösterilmiştir. Burada,

$$V\left(\hat{\alpha}_k\right) = \sigma_u^{\,2}\left(Z'Z + kI\right)^{-1}Z'Z\left(Z'Z + kI\right)^{-1} = \sigma_u^{\,2}G_k Z'ZG_k$$

$$Bias\left(\hat{\alpha}_k\right) = -k\left(Z'Z + kI\right)^{-1}\alpha = -kG_k\alpha$$

olmak üzere

$$MSE\left(\hat{\alpha}_k\right) = G_k\left(\sigma_u^{\,2}Z'Z + k^2\alpha\alpha'\right)G_k \;, MSE\left(\hat{\alpha}\right) = \sigma_u^{\,2}(Z'Z)^{-1}$$

şeklindedir.

Ancak, ridge tahmin edicisi ve Lindly ve Smith (1972) tarafından verilen genişletilmiş şekli gecikmesi dağıtılmış modeller için çok umut verici değildir (Maddala, 1974). Bu nedenle alternatif tahmin yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

2. ALTERNATİF METODLAR

2.1. Almon İle Kısıtlı Ridge'in Kombinasyonu

Gross (2003)'de (2) modeli ile $R\beta = r$ kısıtlamasını birleştirerek

$$\hat{\beta}_r(k) = \hat{\beta}(k,\beta_0) - S(k)^{-1} R'[R\,S(k)^{-1} R']^{-1}\left(R\hat{\beta}(k,\beta_0) - r\right) \qquad k \geq 0 \qquad (17)$$

şeklinde yeni bir kısıtlı ridge tahmin edici tanımlamıştır.

Burada $\hat{\beta}(k,\beta_0) = S(k)^{-1}\left(X'y + kR'(RR')^{-1}r\right)$, $S(k) = X'X + kI = S + kI$ ve $\beta_0 = R'(RR')^{-1}r$' dir. Özkale ve Kaçıranlar (2007) bu tahmin edicinin alternatif olarak

$$\hat{\beta}_r(k) = \hat{\beta}(k) - S(k)^{-1} R'[R\,S(k)^{-1} R']^{-1}\left(R\hat{\beta}(k) - r\right) \qquad k \geq 0 \qquad (18)$$

şeklinde yazılabileceğini göstermişlerdir. Burada $\hat{\beta}(k) = S(k)^{-1}X'y$ olup bilinen ridge tahmin edicidir. (18), (12) ve (15) de verilen RLS ile benzer yapıdadır.

Şimdi Almon ile Kısıtlı Ridge' in kombinasyonu yardımıyla aşağıdaki tahmin ediciyi tanımlayabiliriz. (2), (11) ve (18)' in birleştirilmesiyle

$$\hat{\beta}_R(k) = \hat{\beta}_k - S_k{}^{-1}M'[M\,S_k{}^{-1}M']^{-}M\hat{\beta}_k \qquad k \geq 0 \qquad (19)$$

elde edilir. Burada $\hat{\beta}_k = A\hat{\alpha}_k$'dır. Benzer şekilde (2), (14) ve (18)'in göz önüne alınmasıyla Kısıtlı Ridge tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_R(k) = \hat{\beta}_k - S_k{}^{-1}R'[R\,S_k{}^{-1}R']^{-1}R\hat{\beta}_k \qquad k \geq 0 \qquad (20)$$

şeklinde de verilebilir. Burada $S_k^{-1} = (A'SA + kI)^{-1}$'dir. (19) ve (20) de elde edilen tahmin edicilerin (16) ile özdeş olduğu görülür.

2.2. Almon ile Liu Tahmin Edicinin Kombinasyonu

Çoklu iç ilişki problemini gidermek için daha önce ele aldığımız ridge tahmin edici pratikte yaygın kullanıma sahiptir fakat k'yı seçmek için bazı popüler metotları kullanırken karmaşık denklemlerle yüz yüze kalırız. Bu problemi gidermek amacıyla Liu (1993), Ridge ve Stein tipi tahmin edicileri birleştirerek (2) formundaki bir model için

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_d &= (X'X + I)^{-1}(X'y + db) \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'X + dI)b, \qquad 0 < d < 1 \qquad (21)\end{aligned}$$

şeklinde bir tahmin edici tanımlamıştır. Bu tahmin edici Akdeniz ve Kaçıranlar (1995)'de Liu tahmin edici olarak adlandırılmıştır. $\hat{\beta}_d$'nin Ridge tahmin edici üzerine avantajı d'nin bir lineer fonksiyonu olması ve bu nedenle d'nin seçiminin daha kolay olmasıdır.

Liu (1993)'de $mse\left(\hat{\beta}_d\right) \le mse(b)$ olacak şekilde her zaman bir $0 < d < 1$ olduğu gösterilmiştir. Burada mse hata kareler ortalaması skalerini göstermektedir.

(7) numaralı model için Liu tahmin edicisi

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_d &= \left(Z'Z + I\right)^{-1}\left(Z'y + d\hat{\alpha}\right)\\ &= \left(A'SA + I\right)^{-1}\left(A'X'y + d\hat{\alpha}\right)\end{aligned} \tag{22}$$

şeklindedir. Bu tahmin edici

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_d &= \left(Z'Z + I\right)^{-1}\left(Z'Z + dI\right)\hat{\alpha}\\ &= \left(A'SA + I\right)^{-1}\left(A'SA + dI\right)\hat{\alpha}\\ &= G_d\hat{\alpha}\end{aligned} \tag{23}$$

şeklinde de verilebilir. β nın tahmin edicisi de $\hat{\beta}_d = A\hat{\alpha}_d$ olur. (23)'den $\hat{\alpha}_d$ tahmin edicisi için

$$\begin{aligned}MSE(\hat{\alpha}_d) &= V(\hat{\alpha}_d) + \left[Bias(\hat{\alpha}_d)\right]\left[Bias(\hat{\alpha}_d)\right]'\\ &= \sigma_u^2 G_d\left(A'SA\right)^{-1}G_d' + \left((1-d)^2\left(A'SA + I\right)^{-1}\alpha\alpha'\left(A'SA + I\right)^{-1}\right)\end{aligned}$$

elde edilir. $MSE(\hat{\alpha}) = \sigma_u^2\left(A'SA\right)^{-1}$ olduğunu biliyoruz.

Böylece,

$$MSE(\hat{\alpha}_d) - MSE(\hat{\alpha}) = \sigma_u^2\left[\left(A'SA\right)^{-1} - G_d\left(A'SA\right)^{-1}G_d'\right] - (1-d)^2\left(A'SA + I\right)^{-1}\alpha\alpha'\left(A'SA + I\right)^{-1}$$

dir.

Farebrother (1976), Sakallıoğlu ve ark. (1996)'nın kullanılmasıyla $MSE(\hat{\alpha}) - MSE(\hat{\alpha}_d)$ farkının pd olması için gerek ve yeter koşul aşağıdaki teorem ile verilebilir.

Teorem 2.1 $MSE(\hat{\alpha}) - MSE(\hat{\alpha}_d)$ farkının pd olması için gerek ve yeter koşul

$$\alpha'\left[I + \frac{1+d}{2}\Lambda^{-1}\right]^{-1}\alpha < \frac{2\sigma_u^2}{1-d}$$

olmasıdır.

İspat. $A'SA$ simetrik bir matris olduğundan $T'A'SAT = \Lambda$ olacak şekilde ortogonal bir T matrisi vardır. Burada, $T'T = TT' = I$, $\Lambda = diag(\lambda_1, \ldots, \lambda_{r+1})$ $A'SA$ nın öz değerlerinden oluşan bir matris ve T, $A'SA$ nın öz vektörlerinden oluşan bir matristir. Bu ayrışım altında,

$$\begin{aligned}MSE(\hat{\alpha}) - MSE(\hat{\alpha}_d) &= \sigma_u^2\left[\Lambda^{-1} - (\Lambda + I)^{-1}(\Lambda + dI)\Lambda^{-1}(\Lambda + dI)(\Lambda + I)^{-1}\right] - (1-d)^2(\Lambda + I)^{-1}\alpha\alpha'(\Lambda + I)^{-1}\\ &= (\Lambda + I)^{-1}W(\Lambda + I)^{-1}\end{aligned}$$

olur. Burada, $W=(1-d)\left\{\left[2\sigma_u^2 I+(1+d)\sigma_u^2\Lambda^{-1}\right]-(1-d)\alpha\alpha'\right\}$, $c=\dfrac{2\sigma_u^2}{1-d}$ ve $B=I+\dfrac{1+d}{2}\Lambda^{-1}$ olmak üzere, $W=(1-d)^2\left[cB-\alpha\alpha'\right]$ şeklinde yazılabilir. Farebrother (1976) nın kullanılmasıyla ispat tamamlanır.

$(1+d)\sigma_u^2\Lambda^{-1}$ pd bir matris olduğundan $MSE(\hat{\alpha})-MSE(\hat{\alpha}_d)$ farkı için yeterli koşul aşağıdaki gibi verilebilir**.**

Teorem 2.2 $d>1-\dfrac{2\sigma_u^2}{\alpha'\alpha}$ ise $MSE(\hat{\alpha})-MSE(\hat{\alpha}_d)$ pd dir.

İspat. $MSE(\hat{\alpha})-MSE(\hat{\alpha}_d)$ farkının pd olması için $W>0$ olmalıdır. $(1+d)\sigma_u^2\Lambda^{-1}$ pd bir matris olduğundan, $2\sigma_u^2 I-(1-d)\alpha\alpha'>0$ olması yeterlidir. Farebrother (1976)'nın kullanılmasıyla ispat tamamlanır.

3. UYGULAMA

Almon (1965) den alınan, 1953-1967 yıllarına ait üçer aylık veriler kullanılarak, bağımsız değişkenin kaynaklar ve bağımlı değişkenin sermaye harcamaları olduğu verinin göz önüne alınmasıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir: Öncelikle "Schwartz Bilgi Kriteri (SC)"nin kullanılmasıyla en küçük SC değeri 12.75, $p=8$ için elde edilmiştir. (5) deki β_i üzerindeki önbilginin beşinci dereceden bir polinom ($r=5$) olması varsayımıyla başlanarak, katsayıların anlamlılık testleri yapılarak optimal polinomun derecesi 2 olarak ($r=2$) elde edilmiştir. Buna göre β parametrelerinin Almon tahminleri Tablo 3.2 de verilmiştir. $\hat{\alpha}$ nın elde edildiği (8) deki Z matrisi için koşul sayısına bakıldığında 63.5 elde edilmiştir. Bu da Z nin kolonları arasındaki yüksek bağımlılığı işaret etmektedir. Bu nedenle ridge tahmin edici yaklaşımı alternatif olarak ele alınmıştır ve (16) yardımıyla farklı k değerleri için ridge tahmin ediciler elde edilmiştir.

Tablo 3.1 Almon verisi için bazı tahminler

Gecikme	Almon(k=0)	k=0.001	k=0.002	k=0.003	k=0.2
0	0.096	0.115	0.118	0.120	0.056
1	0.123	0.127	0.128	0.127	0.065
2	0.140	0.134	0.132	0.130	0.074
3	0.146	0.134	0.131	0.129	0.086
4	0.142	0.129	0.125	0.123	0.098
5	0.127	0.117	0.114	0.113	0.113
6	0.102	0.099	0.098	0.098	0.128
7	0.067	0.074	0.077	0.080	0.146
8	0.021	0.044	0.052	0.056	0.164
Toplam	**0.963**	**0.972**	**0.974**	**0.975**	**0.930**
Koşul sayısı	**63.5**	**41.227**	**32.817**	**28.078**	**3.952**
mse	22.8594	4.267	1.8583	1.1037	0.0233

Burada toplam, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki uzun dönem etkisini göstermektedir. k=0.2 ridge izi yardımıyla bulunan k değeridir. k=0.2 için bulunan katsayıların artan bir trende sahip olduğu görülür. $k = 0.003$ için koşul sayısının makul seviyeye indiği ve katsayıların beklentilerle daha uyumlu olduğu görülür. Ayrıca, Almon ile Kısıtlı Ridge'in kombinasyonu yardımıyla tanımladığımız (19) ve (20) deki yeni tahmin edicilerin (16) ile aynı sonucu verdiği görülmüştür.

Almon ile Liu' nun kombinasyonu yardımıyla (22)'de tanımladığımız tahmin edicinin kullanılmasıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 3.2 Almon verisi için Liu tahmin edici ile bazı tahminler

Gecikme	**d=0.1**	**d=0.3**	**d=0.4**	**d=0.5**	**d=0.6**	**d=0.7**	**d=0.8**	**d=0.9**	**Almon (d=1)**
0	0.039	0.052	0.058	0.064	0.071	0.077	0.083	0.090	0.096
1	0.048	0.065	0.073	0.082	0.090	0.098	0.106	0.115	0.123
2	0.059	0.077	0.086	0.095	0.104	0.113	0.122	0.131	0.140
3	0.070	0.087	0.095	0.104	0.112	0.121	0.129	0.137	0.146
4	0.082	0.095	0.102	0.109	0.115	0.122	0.128	0.135	0.142
5	0.095	0.102	0.106	0.109	0.113	0.116	0.120	0.123	0.127
6	0.109	0.107	0.107	0.106	0.105	0.104	0.104	0.103	0.102
7	0.124	0.111	0.105	0.098	0.092	0.086	0.080	0.073	0.067
8	0.139	0.113	0.100	0.087	0.074	0.061	0.048	0.034	0.021
Toplam	**0.765**	**0.809**	**0.831**	**0.853**	**0.875**	**0.897**	**0.919**	**0.941**	**0.963**
mse	**2.306**	**3.325**	**4.595**	**6.372**	**8.656**	**11.446**	**14.744**	**18.548**	**22.859**

Koşul sayısının en küçük olduğu $k = 0.2$ için elde edilen katsayıların artan bir trende sahip olması sonucu, tablodaki $d \leq 0.3$ değerleri için elde edilmektedir. Teorem 2.2 de verdiğimiz koşula göre bulunan d negatif olduğundan, seçilen her $0 < d < 1$ için teoremde belirttiğimiz gibi Liu tahmin edicinin mse skalerinin, Almon tahmin edicinin mse skalerinden küçük olduğu görülmüştür. Ayrıca, $0.6 \leq d \leq 0.8$ için katsayı tahminlerinin beklentilerle daha uyumlu olduğu görülmektedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Gecikmesi sonlu dağıtılmış modellerde çoklu iç ilişki olması durumunda Almon ve Ridge tahmin ediciye alternatif olarak, Almon ile Liu' nun kombinasyonu yardımıyla yeni bir tahmin edici tanımlanmıştır. Çoklu iç ilişki problemini gidermesi ve ridge'deki k nın seçimi problemlerinin bu tahmin edici için bulunmaması, yani d'nin seçiminin daha basit olması yeni tahmin edici için bir avantaj sağlamaktadır.

Bu çalışma Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından desteklenmiştir (FEF 2009BAP25). Ayrıca, çalışmanın nümerik örnek kısmındaki yardımlarından dolayı Öğr. Gör. Dr. Hüseyin Güler'e teşekkür ederim.

5. KAYNAKLAR

Akdeniz, F. and Kaçıranlar, S., 1995. On the Almost Unbiased Generalized Liu Estimator and Unbiased Estimation of the Bias and mse. Communications in Statistics-Theory and Methods, 24 (7), 1789–1797.

Almon, S., 1965. The Distributed Lag between Capital Appropriations and Expenditures, Econometrica, Vol 30, 96-178.

Chanda, A. K., and Maddala, G. S., 1984. Ridge Estimators for Distributed Lag Models. Communications in Statistics - Theory and Methods, Vol 13, Issue 2, 217-225.

Farebrother, R. W., 1976. Further Results on the Mean Square Error of Ridge Regression, Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological) 38(3): 248–250.

Fisher, I., 1937. Income in Theory and İncome Taxation Practice, Econometrica, 5, 1-55.

Groß, J., 2003. Restricted Ridge Estimation, Stat. Prob. Lett. 65, 57-64.

Gujarati, D. N., 1999. Temel Ekonometri. (Çev.Ü. Şenesen, G. G. Şenesen). Literatür Yayıncılık.

Hoerl, A. E., and Kennard, R. W., 1970. Ridge Regression: Biased Estimation for Non - Orthogonal Problems. Technometrics 12, 69-82.

Lindly, D. V., and Smith, A. F. M., 1972. Bayes Estimates for the Linear Model, Journal of the Royal Statistical Society, B Series, 1-41.

Liu, K., 1993. A New Class of Biased Estimate in Linear Regression, Commun. in Statistics - Theory and Methods , 22(2), 393-402.

Maddala, G. S., 1974. Ridge Estimator for Distributed Lag Models, NBER Working Paper Series, no:69.

Özkale, M. R., and Kaçıranlar, S., 2007. The Restricted and Unrestricted Two Parameter Estimators, Communications in Statistics Theory and Methods, Vol 36(15), 2707-2725.

Sakallıoğlu, S., Kaçıranlar, S., and Akdeniz, F., 1996. A Note on Combining Ridge and Least Squares Estimator , Journal of Institute of Mathematics and Computer Science (Math. Series), Vol. 9, No. 2, 193-198.

Teravista, T., 1976. A Note on Bias in Almon Distributed Lag Estimators. Econometrica, 1317-1322.

Vinod, H. D., and Ullah, A., 1981. Recent Advances in Regression Methods, Marcel Dekker, New York.

Yeo, S. J., and Trivedi, P. K., 1989. On Using Ridge - Type Estimators for a Distributed Lag Model, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol 51, Issue 1, 85-90.

BIASED ESTIMATORS FOR DISTRIBUTED LAG MODELS

ABSTRACT

The finite distributed lag models often include highly correlated variables since they have lagged and unlagged values of the same variable. Some problems are faced when the ordinary least squares (OLS) method is applied to these models. Models such as Koyck and Almon models, have been suggested to tackle these problems. In this study, providing alternative methods are aimed by introducing the combinations of Almon method with biased estimators such as Ridge and the Liu type estimators, which are alternatives to OLS defined for solving multicollinearity problem. Morover, these defined methods are compared by using Almon(1965) data.

Keywords: Almon estimator, Finite distributed lag model, Ridge estimator, Liu estimator.