Volume: 09 Number: 01 Category: 01 Page: 29-36 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 09 Sayı: 01 Kategori: 01 Sayfa: 29-36

İKİ DAĞILIŞ PARAMETRESİNİN EŞİTLİĞİ İÇİN DOĞRUSAL SIRA İSTATİSTİĞİNE DAYALI BİR TEST

Irmak ACARLAR* **Bülent ALTUNKAYNAK****

ÖZET

Bu çalışmada sıralı alternatifler için bir test istatistiği önerilmiştir. Bu test istatistiğinin dağılım özellikleri ve güç karşılaştırmaları yapılmıştır. Güç karşılaştırmalarında Klotz, Kamat ve Siegel-Tukey testleri kullanılmıştır. Özellikle $n=n_1+n_2$ tek sayı ve küçük iken önerilen test istatistiğinin, karşılaştırılan diğer üç testten daha güçlü olduğu kanıtlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal sıra istatistikleri, Güç karşılaştırmaları, Kamat Testi, Siegel-Tukey Testi.

1. GİRİŞ

σ_1^2 ve σ_2^2 dağılış parametrelerinin bilinmediği iki yığından n_1 ve n_2 hacimli bağımsız örnekler $X_1,\ldots,X_{n_1}$ ve $Y_1,\ldots,Y_{n_2}$ olsun. Bu parametrelerin yansız tahmin edicileri S_1^2 ve S_2^2 olmak üzere, yığınların dağılımlarının normalliği altında "dağılış parametrelerinin eşitliği" hipotezinin testi için $S_1^2 / S_2^2 \sim F_{n_1-1,n_2-1}$ istatistiği kullanılır. Ancak, bu varsayımın sağlanmaması durumunda F istatistiği robust değildir (Gibbons ve Chakraborti, 2003). Bu nedenle, normallik varsayımı sağlanmıyorken iki dağılış parametresinin eşitliği hipotezinin testi için Doğrusal Sıra Sayıları İstatistiği formuna dayanan testler önerilmiştir. Bu forma dayanan testler için temel varsayım örneklerin geldikleri yığınların medyanlarının aynı olduğudur.
Doğrusal Sıra Sayıları İstatistiği formuna dayalı testlerden en iyi bilineni Siegel-Tukey testidir. Bu testin dezavantajı gözlem sayısı tek olduğunda bir gözlemi veriden çıkartmasıdır. Özellikle gözlem sayısının az olduğu durumlarda bu durum testin gücünün azalmasına neden olabilmektedir. Bu çalışmada, iki dağılış parametresinin eşitliği için sıra istatistiğine dayalı bir test istatistiği önerilmiştir. Bunun dışında Doğrusal Sıra İstatistiği formuna dayalı olan testlere Kamat testi, Mood Testi, Freund-Ansari-Bradley Testi, David-Barton Testi ve Klotz Normal Skorlar Testi örnek verilebilir (Gibbons ve Chakraborti, 2003). Konum parametrelerinin eşitliği varsayımını gerektirmeyen yöntemlerden bazıları Deshpande ve Kusum (1984) ve Maharajan vd. (2011) tarafından çalışılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde literatürde iki dağılış parametresinin eşitliği hipotezinin testi için önerilen parametrik olmayan testlerden Kamat testi, Siegel-Tukey testi ve Klotz normal skorlar testi tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde bu parametrik olmayan testlere alternatif bir yöntem verilmiştir. Dördüncü bölümde, önerilen yöntemle ikinci bölümde tanıtılan yöntemler testin gücü bakımından simülasyonla karşılaştırılmıştır. Son olarak beşinci bölümde sonuçlar tartışılmıştır.

*Araş. Gör., Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: irmakacarlar@gazi.edu.tr
**Doç. Dr., Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Ankara, e-posta: bulenta@gazi.edu.tr

2. İKİ DAĞILIŞ PARAMETRESİNİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN BAZI TESTLER

Sıralı istatistiklere dayalı olan testlerden biri Kamat (1956) tarafından önerilmiştir. $n_1 \leq n_2$ olmak üzere D_{n_1,n_2} ile gösterilen Kamat test istatistiği bir dağılış ölçüsü olan açıklığa dayalıdır. Kamat test istatistiği,

$$D_{n_1,n_2} = R_{n_1} - R_{n_2} + n_2 \tag{1}$$

ile verilir (Kamat, 1956). Burada R_{n_1} ve R_{n_2} sırasıyla birleştirilmiş örnekte X ve Y gözlemlerine atanan sıra sayılarının açıklıklarıdır. X gözlemlerine atanan sıra sayıları Y gözlemlerine atanan sıra sayılarından daha uç değerler alıyorsa bu test istatistiği Rosenbaum (1965) tarafından önerilen R istatistiği türünden $D_{n_1,n_2} = R + n_2$ biçimine dönüşür. Kamat test istatistiği için bazı kritik değerler (Kamat, 1956)'te mevcuttur.

Rasgele olmayan ağırlık katsayıları a_i ve rasgele değişken Z_i $i = 1,...,n$ de

$$Z_i = \begin{cases} 1, & X \text{ ve } Y \text{ gözlemleri ortak sıralandığında } i. \text{sıradaki } X \text{ gözlemi ise} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \tag{2}$$

olmak üzere, doğrusal sıra sayılarına dayalı istatistik

$$LR = \sum_{i=1}^{n} a_i Z_i \tag{3}$$

biçiminde tanımlanır (Gibbons ve Chakraborti, 2003). Burada $n = n_1 + n_2$'dir. a_i katsayılarının farklı seçimleri ile farklı test istatistikleri önerilmiştir. $[\bullet]$ işlemi tam değer fonksiyonunu ifade etmek üzere Siegel and Tukey (1960) tarafından önerilen test istatistiği

$$a_i = \begin{cases} 2i - 1 & , i \text{ tek ise, } 1 \leq i \leq [n/2] \\ 2i & , i \text{ çift ise, } 1 < i \leq [n/2] \\ 2(n-i)+1 & , i \text{ tek ise, } [n/2] < i \leq n \\ 2(n-i)+2 & , i \text{ çift ise, } [n/2] < i < n \end{cases} \tag{4}$$

katsayılarına dayanır. Siegel-Tukey testinde n tek iken X ve Y gözlemleri ortak sıralandığında ortadaki gözlem veriden atılmakta ve yine bu ağırlık katsayıları kullanılmaktadır (Siegel ve Tukey, 1960). Bu durumda bir gözlem veriden atıldığı için veride bilgi kaybı oluşmaktadır.

Uygulamada sıkça kullanılan bir başka parametrik olmayan test Klotz normal-skorlar testidir. Klotz (1962) tarafından önerilen bu testteki temel düşünce ağırlık katsayılarının standart normal dağılımın ters dönüşüm fonksiyonuyla sürekli hale dönüştürülmesi ve bunlardan yararlanarak doğrusal sıra istatistiğinin hesaplanmasıdır. $\Phi(\bullet)$ fonksiyonu standart normal dağılım için dağılım fonksiyonu olmak üzere test istatistiği,

$$K_n = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \Phi^{-1}\left(\frac{i}{n+1} \right) \right\}^2 Z_i \tag{5}$$

ile verilir. $n \leq 20$ iken Klotz normal skorlar testi için kritik değerler (Klotz, 1962)'te mevcuttur. Siegel-Tukey test istatistiğinde olduğu gibi örnek hacminin büyük değerleri için K_n istatistiği normal dağılıma yakınsar.

3. ÖNERİLEN TEST İSTATİSTİĞİ

Önerilen Test İstatistiği şu şekilde verilebilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonları $f(x)$ ve $f(y)$ olan yığınlardan n_1 ve n_2 hacimli bağımsız örnekler $X_1, X_2, ..., X_{n_1}$ ve $Y_1, Y_2, ..., Y_{n_2}$ olsun. Bu iki yığının dağılış parametreleri, sırasıyla σ_1 ve σ_2 olsun. M_X ve M_Y eşit iken Z_i eşitlik (2) de verildiği gibi elde edilir. $[\bullet]$işlemi tam değer fonksiyonunu ifade etmek üzere bu çalışmada önerilen testte ağırlık katsayıları

$$a_i = \begin{cases} n+2-2i-s+2sr-r & ,i \text{ tek ise, } 1 \leq i \leq [n/2] \\ n+1-2i+s-2sr+r & ,i \text{ çift ise, } 1 < i \leq [n/2] \\ 2i-n-1+s & ,i \text{ tek ise, } [n/2] < i \leq n \\ 2i-n-s & ,i \text{ çift ise, } [n/2] < i \leq n \end{cases} \tag{6}$$

olarak elde edilir. Burada

$$r = \begin{cases} 0, & n \text{ tek ise} \\ 1, & n \text{ çift ise} \end{cases} \quad \text{ve} \quad s = \begin{cases} 0, & [n/2] \text{ tek ise} \\ 1, & [n/2] \text{ çift ise} \end{cases} \tag{7}$$

şeklindedir. Ayrıca n tek iken $a\left(\left[\frac{n}{2}\right]+1\right)=1$ olarak tanımlanır. Bu durumda, $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ hipotezinin testi için önerilen test istatistiği,

$$BI = \sum_{i=1}^{n} a_i Z_i \tag{8}$$

olarak verilebilir.

Bu çalışmada önerilen test istatistiği gözlemlerin tümünü kullanmakta, dolayısıyla n tek iken veriden bir gözlemin atılmasını önlemektedir. BI istatistiğinin dağılımı Siegel-Tukey istatistiğinin dağılımı ile aynıdır. Bu nedenle simülasyon çalışmasında BI testi için kritik değerlerin oluşturulmasında (Siegel ve Tukey, 1960)'deki olasılık dağılımları kullanılmıştır. Büyük hacimli örnekler için BI istatistiği $(n_1 n_2 + n_1(n_1+1))/2$ ortalama ve $n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)/12$ varyans ile normal dağılıma sahiptir.

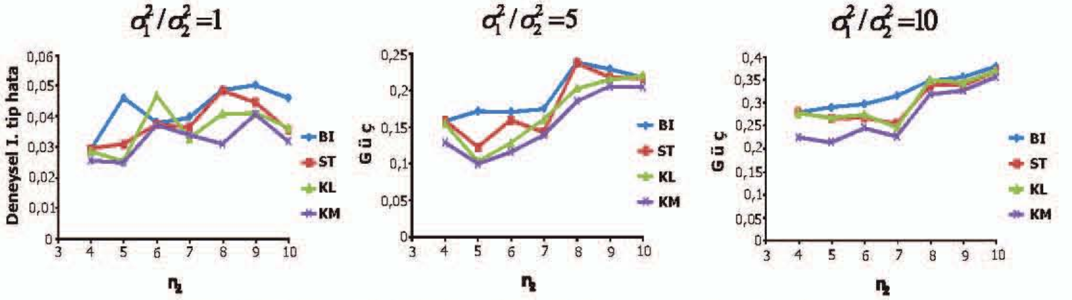
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde deneysel birinci tip hataların ve varyanstaki farklılaşmaya göre güç değerlerinin belirlenmesine yönelik bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasında önerilen test istatistiğinden elde edilen sonuçlar Siegel-Tukey, Kamat ve Klotz testlerinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda üç farklı dağılım kullanılmıştır. Bunlar Tekdüze(0,1), Ki-kare(1) ve Üstel(1) dağılımlardır. Parantez içindeki ifadeler dağılıma ait parametreleri göstermektedir. Varyanstaki farklılaşma σ_1^2/σ_2^2 şeklinde ifade edilmiştir. $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$ ifadesi iki kitle varyansının eşit olduğu anlamına gelmektedir. Bu durumda yokluk hipotezinin reddedilme olasılığı deneysel I. tip hataya karşılık gelmektedir. $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 5$ ifadesi birinci kitle varyansının ikinci kitle varyansından 5 kat büyük olduğu anlamına gelirken, $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 10$ ifadesi de benzer şekilde 10 kat büyük olduğu anlamına gelmektedir. Dolayısıyla σ_1^2/σ_2^2 ifadesinin 5 ve 10'a eşit olduğu durumlarda yokluk hipotezinin reddedilme olasılığı testin gücüne karşılık gelmektedir. Her bir durumda yokluk hipotezinin reddedilme olasılıkları 50000 iterasyon için elde edilmiştir. Çalışmada, iki kitle için örnek çapları $n_1, n_2 = 4(1)10 \quad (n_1 \le n_2)$ olacak şekilde alınmıştır. Simülasyon çalışmasına ait bazı sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Tekdüze (0,1) dağılımı için simülasyon sonuçları

		σ_1^2/σ_2^2											
		1				5				10			
n_1	n_2	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*
4	4	0.0293	0.0297	0.0288	0.0258	0.1563	0.1565	0.1530	0.1270	0.2785	0.2786	0.2771	0.2241
	5	0.0461	0.0311	0.0256	0.0251	0.1697	0.1210	0.1014	0.0982	0.2894	0.2656	0.2662	0.2138
	6	0.0382	0.0376	0.0470	0.0374	0.1692	0.1578	0.1267	0.1144	0.2971	0.2671	0.2743	0.2448
	7	0.0399	0.0367	0.0329	0.0341	0.1730	0.1414	0.1582	0.1370	0.3149	0.2543	0.2460	0.2263
	8	0.0488	0.0486	0.0411	0.0311	0.2368	0.2356	0.2006	0.1836	0.3471	0.3370	0.3482	0.3172
	9	0.0504	0.0448	0.0412	0.0409	0.2269	0.2161	0.2131	0.2032	0.3561	0.3369	0.3433	0.3252
	10	0.0462	0.0357	0.0363	0.0320	0.2156	0.2151	0.2182	0.2026	0.3778	0.3671	0.3679	0.3549
5	5	0.0307	0.0313	0.0501	0.0304	0.1639	0.1607	0.1550	0.1527	0.1680	0.1683	0.2369	0.1032
	6	0.0306	0.0330	0.0437	0.0188	0.1971	0.1815	0.1715	0.1623	0.2815	0.2971	0.2468	0.1720
	7	0.0480	0.0485	0.0434	0.0118	0.2414	0.2408	0.2060	0.1999	0.3810	0.3741	0.2769	0.1690
	8	0.0449	0.0457	0.0523	0.0433	0.2897	0.2776	0.2289	0.2153	0.4157	0.4479	0.3319	0.3196
	9	0.0414	0.0430	0.0531	0.0326	0.2991	0.2837	0.2648	0.2428	0.3910	0.3925	0.3430	0.2385
	10	0.0388	0.0394	0.0478	0.0232	0.3057	0.3013	0.3003	0.2856	0.4579	0.4388	0.3267	0.2266
6	6	0.0414	0.0411	0.0487	0.0103	0.2460	0.2450	0.2006	0.1726	0.3817	0.3807	0.3682	0.2468
	7	0.0342	0.0462	0.0480	0.0352	0.2223	0.2693	0.2262	0.1705	0.3568	0.4246	0.3657	0.2831
	8	0.0432	0.0431	0.0472	0.0234	0.2885	0.2920	0.2536	0.1997	0.4614	0.4668	0.3551	0.2735
	9	0.0487	0.0422	0.0466	0.0161	0.3191	0.3000	0.2729	0.2209	0.5023	0.4639	0.3848	0.2883
	10	0.0406	0.0419	0.0476	0.0421	0.3285	0.3281	0.3058	0.2854	0.5236	0.5219	0.3916	0.3288
7	7	0.0382	0.0398	0.0525	0.0213	0.2499	0.2520	0.2448	0.2021	0.3919	0.3950	0.3336	0.2491
	8	0.0397	0.0403	0.0473	0.0467	0.3081	0.3182	0.2955	0.2860	0.4847	0.4989	0.3421	0.3373
	9	0.0430	0.0415	0.0510	0.0327	0.3240	0.3234	0.3022	0.2889	0.5081	0.5078	0.3863	0.3843
	10	0.0437	0.0416	0.0512	0.0235	0.3701	0.3699	0.3466	0.2920	0.5747	0.5705	0.4012	0.3973
8	8	0.0496	0.0484	0.0500	0.0290	0.3721	0.3731	0.3540	0.3153	0.5545	0.5614	0.5160	0.5032
	9	0.0451	0.0461	0.0499	0.0367	0.3731	0.3761	0.3670	0.3512	0.5671	0.5649	0.5437	0.5043
	10	0.0420	0.0445	0.0494	0.0398	0.4025	0.4000	0.3898	0.3879	0.6180	0.6149	0.5990	0.5323
9	9	0.0400	0.0419	0.0519	0.0379	0.3709	0.3728	0.3937	0.3818	0.5713	0.5711	0.5481	0.5313
	10	0.0431	0.0425	0.0515	0.0234	0.4280	0.4378	0.4002	0.3613	0.6725	0.6477	0.5801	0.5768
10	10	0.0434	0.0427	0.0482	0.0428	0.4509	0.4505	0.4628	0.4466	0.6674	0.6667	0.6575	0.6205

Tablo 1'deki değerler σ_1^2/σ_2^2 oranının 1 olduğu durum için deneysel I. tip hatayı, bu oranın 5 ve 10 oldukları durumlar için ilgili değerler testin gücünü ifade etmektedir. Bu sonuçlar incelendiğinde özellikle n_1+n_2 değerinin tek sayı olduğu durumlarda önerilen test istatistiğinin karşılaştırılan diğer istatistiklere göre genelde daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. $n_1=4$ durumu için elde edilen grafiklerden bu durum daha belirgin bir şekilde görülmektedir.

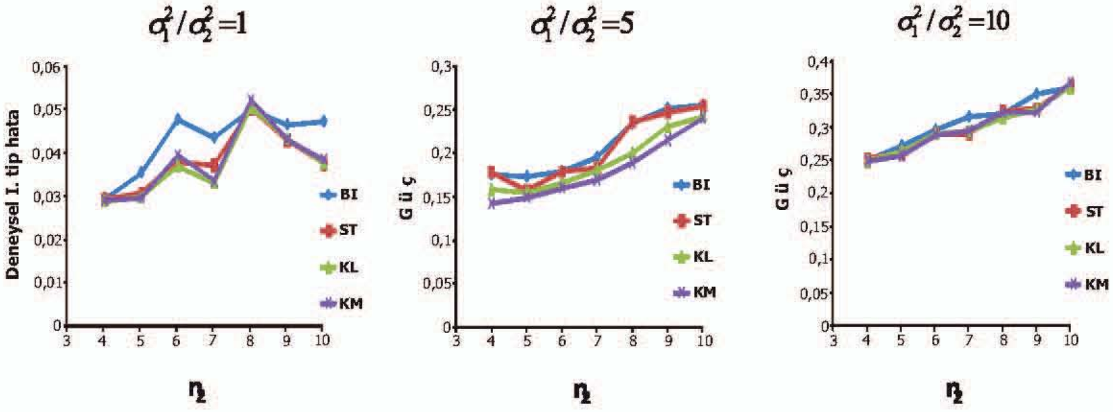


Şekil 1. Tekdüze (0,1) dağılımı için simülasyon sonuçları (n_1=4)

Tablo 2. Ki-kare (1) dağılımı için simülasyon sonuçları

		σ_1^2/σ_2^2											
		1				5				10			
n_1	n_2	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*
4	4	0.0291	0.0291	0.0286	0.0287	0.1746	0.1772	0.1570	0.1409	0.2524	0.2548	0.2509	0.2506
	5	0.0350	0.0304	0.0294	0.0293	0.1715	0.1564	0.1533	0.1478	0.2740	0.2620	0.2661	0.2587
	6	0.0473	0.0375	0.0367	0.0391	0.1783	0.1779	0.1645	0.1590	0.2975	0.2920	0.2921	0.2905
	7	0.0432	0.0369	0.0327	0.0331	0.1945	0.1819	0.1800	0.1682	0.3177	0.2911	0.2961	0.2961
	8	0.0496	0.0499	0.0502	0.0518	0.2332	0.2350	0.1991	0.1879	0.3234	0.3265	0.3159	0.3237
	9	0.0461	0.0424	0.0429	0.0428	0.2510	0.2460	0.2293	0.2139	0.3523	0.3303	0.3298	0.3250
	10	0.0469	0.0370	0.0372	0.0382	0.2547	0.2530	0.2411	0.2388	0.3624	0.3638	0.3614	0.3690
5	5	0.0321	0.0321	0.0475	0.0319	0.1846	0.1893	0.1748	0.1616	0.2680	0.2679	0.2566	0.2544
	6	0.0302	0.0342	0.0452	0.0190	0.2035	0.1904	0.1790	0.1758	0.2849	0.2768	0.2702	0.2774
	7	0.0501	0.0492	0.0424	0.0122	0.2204	0.2202	0.2081	0.2049	0.2978	0.2977	0.2843	0.2885
	8	0.0443	0.0492	0.0513	0.0451	0.2403	0.2231	0.2200	0.2198	0.3247	0.3038	0.3039	0.3057
	9	0.0424	0.0443	0.0524	0.0314	0.2562	0.2522	0.2484	0.2452	0.3278	0.3256	0.3204	0.3106
	10	0.0401	0.0397	0.0505	0.0246	0.2892	0.2723	0.2755	0.2717	0.3419	0.3375	0.3321	0.3358
6	6	0.0415	0.0407	0.0469	0.0100	0.1982	0.1983	0.1846	0.1811	0.3088	0.3064	0.3011	0.2915
	7	0.0374	0.0448	0.0476	0.0355	0.2164	0.2004	0.1940	0.1948	0.3301	0.3221	0.3159	0.3181
	8	0.0423	0.0439	0.0458	0.0224	0.2346	0.2405	0.2181	0.2192	0.3462	0.3462	0.3401	0.3301
	9	0.0482	0.0416	0.0471	0.0162	0.2637	0.2596	0.2442	0.2390	0.3764	0.3663	0.3631	0.3573
	10	0.0442	0.0425	0.0480	0.0407	0.3044	0.3047	0.2939	0.2890	0.4013	0.4030	0.4048	0.3957
7	7	0.0372	0.0384	0.0517	0.0200	0.2332	0.2395	0.2275	0.2272	0.3431	0.3404	0.3398	0.3320
	8	0.0392	0.0393	0.0485	0.0480	0.2583	0.2466	0.2471	0.2424	0.3822	0.3695	0.3717	0.3742
	9	0.0413	0.0422	0.0507	0.0329	0.2914	0.2917	0.2850	0.2784	0.4163	0.4156	0.4129	0.4185
	10	0.0444	0.0421	0.0516	0.0234	0.3433	0.3325	0.3201	0.3201	0.4574	0.4307	0.4480	0.4352
8	8	0.0494	0.0502	0.0498	0.0290	0.3081	0.3084	0.3038	0.3014	0.4255	0.4278	0.4311	0.4250
	9	0.0473	0.0463	0.0502	0.0370	0.3503	0.3313	0.3302	0.3263	0.4596	0.4499	0.4459	0.4421
	10	0.0442	0.0424	0.0509	0.0391	0.3632	0.3622	0.3628	0.3645	0.4887	0.4988	0.4866	0.4888
9	9	0.0391	0.0415	0.0510	0.0366	0.3610	0.3621	0.3696	0.3568	0.4908	0.4847	0.5071	0.4910
	10	0.0450	0.0436	0.0505	0.0243	0.3983	0.3792	0.3719	0.3751	0.5670	0.5443	0.5514	0.5535
10	10	0.0448	0.0457	0.0475	0.0435	0.4092	0.4093	0.4019	0.4004	0.5889	0.5872	0.5896	0.5813

Tablo 2'deki farklı oranlar için deneysel I. tip hata ve testin gücüne ilişkin sonuçlar incelendiğinde özellikle n_1+n_2 değerinin tek sayı olduğu durumlarda önerilen test istatistiğinin karşılaştırılan diğer istatistiklere göre genelde daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Örneğin, $\sigma_1^2/\sigma_2^2=10$, $n_1=4$ ve $n_2=9$ durumu için önerilen istatistiğe ait güç değeri 0.35 iken diğer testlerde 0.33 veya altındadır. $n_1=4$ durumu için elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.

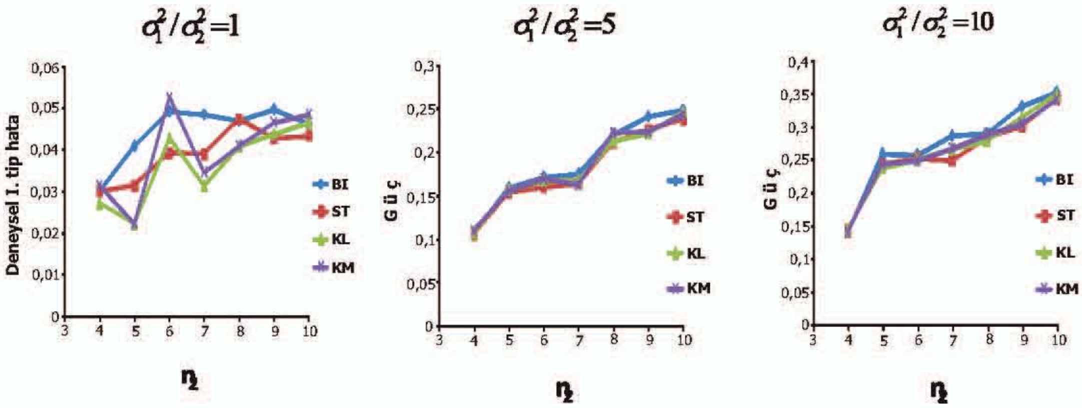


Şekil 2. Ki-kare (1) dağılımı için simülasyon sonuçları (n_1=4)

Tablo 3. Üstel (1) dağılımı için simülasyon sonuçları

		σ_1^2/σ_2^2											
		1				*5*				*10*			
n_1	n_2	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*	*BI*	*ST*	*KL*	*KM*
4	4	0,0301	0,0301	0,0270	0,0313	0,1056	0,1056	0,1070	0,1092	0,1415	0,1445	0,1456	0,1422
	5	0,0407	0,0314	0,0221	0,0222	0,1581	0,1535	0,1565	0,1549	0,2598	0,2452	0,2400	0,2455
	6	0,0492	0,0392	0,0427	0,0525	0,1703	0,1603	0,1675	0,1692	0,2591	0,2541	0,2519	0,2508
	7	0,0485	0,0390	0,0313	0,0345	0,1745	0,1640	0,1672	0,1617	0,2876	0,2513	0,2683	0,2690
	8	0,0470	0,0473	0,0407	0,0409	0,2196	0,2108	0,2129	0,2219	0,2916	0,2843	0,2803	0,2898
	9	0,0497	0,0428	0,0437	0,0465	0,2404	0,2258	0,2211	0,2232	0,3317	0,3030	0,3168	0,3064
	10	0,0463	0,0433	0,0465	0,0485	0,2481	0,2384	0,2460	0,2428	0,3542	0,3442	0,3497	0,3425
5	5	0,0313	0,0317	0,0501	0,0314	0,1629	0,1633	0,1661	0,1663	0,2397	0,2591	0,2427	0,2444
	6	0,0495	0,0349	0,0437	0,0197	0,1855	0,1767	0,1695	0,1666	0,2924	0,2624	0,2746	0,2688
	7	0,0470	0,0473	0,0434	0,0132	0,2149	0,2131	0,2041	0,1901	0,3020	0,3196	0,3251	0,3165
	8	0,0455	0,0479	0,0523	0,0419	0,2586	0,2487	0,2451	0,2259	0,3554	0,3386	0,3355	0,3399
	9	0,0407	0,0420	0,0531	0,0329	0,2592	0,2570	0,2542	0,2595	0,3664	0,3677	0,3786	0,3804
	10	0,0391	0,0406	0,0478	0,0240	0,2865	0,2789	0,2676	0,2691	0,3800	0,3666	0,3754	0,3647
6	6	0,0419	0,0396	0,0487	0,0110	0,2178	0,2194	0,2248	0,2162	0,3044	0,3025	0,3122	0,3090
	7	0,0345	0,0449	0,0480	0,0349	0,2340	0,2145	0,2230	0,2221	0,3614	0,3410	0,3551	0,3434
	8	0,0412	0,0428	0,0472	0,0231	0,2538	0,2550	0,2537	0,2513	0,3770	0,3823	0,3890	0,3813
	9	0,0509	0,0424	0,0466	0,0151	0,2938	0,2880	0,2857	0,2854	0,4018	0,3803	0,4062	0,3960
	10	0,0425	0,0415	0,0476	0,0429	0,3154	0,3252	0,3187	0,3122	0,4298	0,4206	0,4240	0,4255
7	7	0,0380	0,0384	0,0505	0,0209	0,2552	0,2579	0,2698	0,2507	0,3760	0,3708	0,3681	0,3871
	8	0,0404	0,0399	0,0479	0,0493	0,3170	0,2808	0,2997	0,3064	0,4033	0,3890	0,3983	0,4052
	9	0,0419	0,0418	0,0480	0,0312	0,3278	0,3273	0,3136	0,3262	0,4230	0,4259	0,4380	0,4208
	10	0,0437	0,0427	0,0509	0,0239	0,3501	0,3358	0,3468	0,3439	0,4503	0,4350	0,4494	0,4357
8	8	0,0505	0,0504	0,0496	0,0288	0,3255	0,3208	0,3266	0,3112	0,4208	0,4263	0,4354	0,4336
	9	0,0462	0,0460	0,0480	0,0382	0,3693	0,3405	0,3409	0,3359	0,4696	0,4426	0,4581	0,4547
	10	0,0439	0,0441	0,0486	0,0384	0,3895	0,3876	0,3924	0,3874	0,5054	0,5106	0,5235	0,5104
9	9	0,0408	0,0413	0,0511	0,0364	0,3917	0,3937	0,4013	0,3903	0,5040	0,5101	0,5241	0,5346
	10	0,0431	0,0415	0,0479	0,0249	0,4294	0,4192	0,4257	0,4104	0,5446	0,5245	0,5348	0,5368
10	10	0,0430	0,0433	0,0459	0,0443	0,4377	0,4373	0,4410	0,4353	0,5782	0,5799	0,5806	0,5921

Tablo 3'de verilen deneysel I. tip hata ve testin gücüne ilişkin sonuçlarda Tablo 1 ve 2 deki sonuçlara paralellik göstermektedir. Benzer şekilde $n_1 = 4$ durumu için elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. Üstel (1) dağılımı için simülasyon sonuçları (n_1=4)

5. SONUÇ

Simülasyon ile elde edilen sonuçlardan ve grafiklerden önerilen test istatistiğinin iyi bilinen Siegel-Tukey, Kamat ve Klotz testleri kadar iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Deneysel I. tip hata ve testin gücü bakımından önerilen test ile Siegel-Tukey testlerinin karşılaştırılmasından elde edilen sonuçlarda özellikle $n=n_1+n_2$ sayısı tek iken önerilen test istatistiğinin Siegel-Tukey test istatistiğine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu durum, gözlem sayısı tek iken Siegel-Tukey testinin bir gözlemi veriden çıkartmasından kaynaklanmıştır. Gözlem sayısı arttıkça tüm testler için elde edilen güç değerlerinin birbirine yaklaştığı ve arttığı görülmüştür. Güç değerlerindeki artış özellikle standart normal dağılımı kullanan Klotz testinde daha belirgin olarak ortaya çıkmıştır.

6. KAYNAKLAR

Deshpande, J. V., Kusum, K., 1984. A Test for the Nonparametric Two-Sample Scale Problem. Australian Journal of Statistics, 26, 16-24.

Gibbons, J. D., Chakraborti, S., 2003. Nonparametric Statistical Inference 4th edn. Marcel Dekker, New York.

Kamat, A. R., 1956. A Two Sample Distribution Free Test. Biometrika, 43, 377-387.

Klotz, J., 1962. Nonparametric Test for Scale. Ann. Math. Statist, 33, 498-512.

Mahajan, K.K., Gaur, A., Arora, S., 2011. A Nonparametric Test for a Two-Sample Scale Problem Based on Subsample Medians. Statistical Probability Letters, doi: 10.1016. Article in press.

Rosenbaum, S., 1965. On Some Two-Sample Non-parametric Tests. Journal of the American Statistical Association, 60, 1118–1126.

Siegel, S., and J. W. Tukey, 1960. A Nonparametric Sum of Ranks Procedure for Relative Spread in Unpaired Samples. Journal of the American Statistical Association, 55, 429–445.

A TEST BASED ON LINEAR RANK STATISTICS FOR THE EQUALITY OF TWO DISPERSION PARAMETERS

ABSTRACT

This paper suggests a test statistic for ordered alternatives. Distributional properties of this test statistic were examined, and power comparisons were made. Klotz, Kamat and Siegel-Tukey tests were used in power comparisons. Especially when $n=n_1+n_2$ is odd number and small, the suggested statistic was proven to be more powerful in comparison with the other three test statistics.

Keywords: Linear rank statistics, Power comparisons, Kamat Test, Siegel-Tukey Test.