ISBN No: 978-975-19-4105-3 Volume: 05 Number: 01 Page: 49-57 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 05 Sayı: 01 Sayfa: 49-57

KAPPA KATSAYISININ EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİN EDİCİSİNİN SİMÜLASYON ÇALIŞMASINA DAYALI ELDE EDİLMESİ

Meltem EKİZ*

ÖZET

Tıbbi ve sosyal içerikli çalışmalarda, sınıflayıcıların değerlendirmeleri arasındaki uyuşmanın belirlenmesi problemleriyle karşılaşmak mümkündür. Örnek birimlerinin iki sınıflayıcı tarafından kategorik bir ölçekle sınıflandırılmasından sonra, sınıflayıcılar arasındaki uyuşmanın ölçülmesinde kullanılan istatistiklerden biri, Cohen tarafından önerilmiş olan Kappa katsayısıdır. Ancak sınıflayıcıların her örnek birimini farklı bir π_{ij} *olasılıkla "başarılı" kategorisine sınıflandırması problemi ile karşılaşıldığında, Kappa katsayısını kullanmak doğru olmaz. Bu durumda söz konusu sınıflandırma olasılıkları sınıflayıcılara ve/veya birimlere ait özellikleri içeren açıklayıcı değişkenlerin yer aldığı, bir lojit model ile tahmin edilir. Bu çalışmada,* κ *'yı ve lojit model parametrelerini içeren olabilirlik fonksiyonunun optimum noktası, Matlab paket programında yazılan iki programdan yararlanılarak, bulunmuştur. Parametrelerin En Çok Olabilirlik (EÇOB) tahminleri, farklı örnek çapları için yirmi tekrarın yapıldığı simülasyon tekniğine dayalı olarak elde edilerek, anlamlılıkları test edilmiştir.*

Anahtar kelimeler: Kappa Katsayısı, Lojit Model, Olabilirlik Fonksiyonu.

1. GİRİŞ

Örnek birimlerinin iki sınıflayıcı tarafından farklı bir π_{ij} olasılığı ile "başarılı" olarak kabul edilen duruma sınıflandırılması halinde, Kappa katsayısının EÇOB tahmin edicisi bulunabilir. Bu amaçla, bu çalışmada $Y_{i1} \sim \text{Bernoulli}(\pi_{i1})$ ve $Y_{i2} \sim \text{Bernoulli}(\pi_{i2})$ olmak üzere $f_i(y_{i1}, y_{i2})$ ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, Bahadur (1961) tarafından öne sürülmüş olan teoriye dayalı olarak yazılmıştır. Bernoulli dağılımına sahip iki rastgele değişkenin bağımlı olması durumunda kullanılabilen bu teori, Shoukri ve Mian (1996), Lipsitz vd., (2001) ve Kraemer vd., (2002) gibi pek çok istatistikçinin çalışmalarındaki temeli oluşturmuştur.

Başarı olasılığı π_{i1} ile Bernoulli dağılımına sahip Y_{i1} rastgele değişkeni, 1. sınıflayıcının i. birim ile ilgili değerlendirmesi ve başarı olasılığı π_{i2} ile Bernoulli dağılımına sahip, Y_{i2} rastgele değişkeni de 2. sınıflayıcının i. birim ile ilgili değerlendirmesini ifade etsin. Bu rastgele değişkenlerin bağımlı olduğu koşulu altında yazılan olabilirlik fonksiyonu, hem κ parametresini hem de sınıflayıcıların ve/veya örnek birimlerinin özelliklerinin, j=1, 2 olmak üzere Y_{ij} rastgele değişkeni üzerindeki etkisini gösteren, β_j parametrelerine dayalı lojit fonksiyonu içerecek şekilde ifade

* Araş. Gör. Dr., Gazi Üniversitesi Fen Edb. Fak. İstatistik Bölümü, e-mail: ozmeltem@gazi.edu.tr

edilebilir. Böylece, simülasyon tekniği ile Kappa parametresiyle birlikte, lojit model parametrelerinin EÇOB tahmin edicilerine de ulaşılabilir.

Bu amaçla uygulama bölümünde κ parametresi 0,20 ve 0,80 olacak şekilde tasarlanan deneylerden; 50 ve 500 çaplı örneklerin üretildiği bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Yapılan simülasyon çalışması ile modelde tek ve iki açıklayıcı değişken var iken, model parametrelerinin ve κ katsayısının EÇOB tahminleri elde edilerek, anlamlılıkları test edilmiştir.

2. KAPPA KATSAYISININ VE LOJİT MODEL PARAMETRELERİNİN MODELLENMESİ

Kappa katsayısının EÇOB tahmin edicisinin bulunmasının temelinde örnek birimlerinin herhangi bir kategorik değişken bakımından iki-sonuçlu sınıflandırılmalarına ait marjinal olasılıkların, sınıflayıcılara ait ve/veya örnek birimlerine ait etkileri özetleyen açıklayıcı değişken vektörünün bir lojistik fonksiyonu olarak modellenmesi vardır (Shoukri ve Mian, 1996). Kappa katsayısının ve lojit model parametrelerinin tahmin edicileri, sınıflayıcıların örnek birimleri üzerinde yaptıkları değerlendirmeler arasındaki bağımsızlık koşulunun sağlanmaması nedeniyle, iki-sonuçlu iki değişkenli model yapısına dayalı olarak elde edilir.

2.1 İki-Sonuçlu İki Değişkenli Model

2x2'lik olasılık tablosunda, birinci sınıflayıcı birimleri π_1 olasılıkla "başarılı (1)", $\pi_1' = 1 - \pi_1$ olasılıkla da "başarılı değil (0)" kategorisine, ikinci sınıflayıcı ise birimleri π_2 olasılıkla "başarılı (1)", $\pi_2' = 1 - \pi_2$ olasılıkla da "başarılı değil (0)" kategorisine sınıflandırılmış olsun. Burada 1. sınıflayıcı her birimi aynı π_1 olasılıkla "başarılı (1)" durumuna sınıflandırırken, 2. sınıflayıcı da her birimi aynı π_2 olasılıkla "başarılı (1)" durumuna sınıflandırır. π_1 veya π_2 olasılıklarıyla "başarılı (1)" durumuna sınıflandırılan birimlere ait olasılıklar tablosu tektir. Dolayısıyla da, Tablo 1'de özetlenen veri için tek bir tane κ'nın EÇOB tahmin edicisi elde edilir.

Tablo 1. N birime ait 2x2 ortak ve marjinal olasılıklar tablosu

	2. Sınıflayıcı (Y_2)		
1. Sınıflayıcı (Y_1)	0	1	Toplam
0	π_{00}	π_{01}	$\pi_1' = 1 - \pi_1$
1	π_{10}	π_{11}	π_1
Toplam	$\pi_2' = 1 - \pi_2$	π_2	1

Ancak özellikle sağlık veya sosyal içerikli çalışmalarda sınıflayıcılar, birimleri aynı olasılıklarla "başarılı (1)" durumuna sınıflandırmayabilir. Örneğin sınıflayıcılar doktorlar iken, bu doktorların her hastayı farklı bir olasılıkla "hasta (1)" olarak değerlendirmesi, "başarılı (1)" durumuna sınıflandırması olasılığı da vardır. Dolayısıyla da her i. hasta için ayrı bir olasılık tablosu ve her tablo için de ayrı bir κ_i katsayısının EÇOB tahmin edicisinin elde edilmesi gerekir (Bkz, Tablo 2). Tablo 2'de

$\pi_{i00}, \pi_{i01}, \pi_{i10}$ ve π_{i11} olasılıkları i. birime ait ortak olasılıklar; $\pi_{i1}, \pi'_{i1}, \pi_{i2}$ ve π'_{i2} ise marjinal olasılıklardır.

Tablo 2. i. birime ait 2x2 ortak ve marjinal olasılıklar tablosu

	2. Sınıflayıcı (Y_{i2})		
1. Sınıflayıcı (Y_{i1})	0	1	Toplam
0	π_{i00}	π_{i01}	$\pi'_{i1} = 1 - \pi_{i1}$
1	π_{i10}	π_{i11}	π_{i1}
Toplam	$\pi'_{i2} = 1 - \pi_{i2}$	π_{i2}	1

κ_i, Cohen (1960) tarafından tanımlanmış i. birime ait olasılık tablosu için iki sınıflayıcının değerlendirmeleri arasındaki uyuşma katsayısı, ρ_i ise, i. birime ait olasılık tablosu için iki sınıflayıcının değerlendirmeleri arasındaki Pearson moment ilişki katsayısı olsun. κ_i ve ρ_i arasında marjinal olasılıklara dayalı,

$$\boldsymbol{\kappa_i = \frac{2\rho_i\left(\pi'_{i1}\pi_{i1}\pi'_{i2}\pi_{i2}\right)^{1/2}}{\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}\right)+\left(\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)}}$$

bağıntısı vardır (Bishop vd., 1988, 380).

i=1,…,N, j=1, 2 ve k=0, 1 sırasıyla birimleri, sınıflayıcıları ve kategorileri göstersin. Y_{ij} rastgele değişkeni,

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{i. birim j. sınıflayıcı tarafından "başarılı (1)" olarak kabul edilen duruma} \\ & \text{sınıflandırıldığında} \\ 0, & \text{i. birim j. sınıflayıcı tarafından "başarılı değil (0)" olarak kabul edilen} \\ & \text{duruma sınıflandırıldığında} \end{cases}$$

olarak tanımlansın. Y_{i1} ve Y_{i2} rastgele yanıt değişkenleri iki sınıflayıcının i. örnek birimi ile ilgili yaptığı değerlendirme iken,

$$\mathbf{Y_{i1} \sim Bernoulli\ (\pi_{i1})}$$
$$\mathbf{Y_{i2} \sim Bernoulli\ (\pi_{i2})}$$

dır. Y_{i1} ve Y_{i2}'nin bağımsız olduğu koşulu altında, herhangi bir (y_{i1}, y_{i2}) gözlenmiş değerleri için ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (oyf), marjinal olasılıklara dayalı olarak,

$$\mathbf{f_i\left(y_{i1},y_{i2}\right)=\pi_{i11}^{y_{i1}y_{i2}}\pi_{i10}^{y_{i1}(1-y_{i2})}\pi_{i01}^{y_{i2}(1-y_{i1})}\pi_{i00}^{(1-y_{i1})(1-y_{i2})}} \tag{1}$$

biçiminde de ifade etmek mümkündür (Shoukri ve Mian, 1996). Sınıflayıcıların birbirinden bağımsız olarak değerlendirme yaptıkları koşulu altında, Eşitlik (1)'in doğal logaritması (ln) alındığında,

$$\begin{aligned}\mathbf{\ln f_i\left(y_{i1},y_{i2}\right)} &= \mathbf{y_{i1}y_{i2}\ln\left(\pi_{i1}\pi_{i2}\right)+y_{i1}\left(1-y_{i2}\right)\ln\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}\right)+y_{i2}\left(1-y_{i1}\right)\ln\left(\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)+}\\ &\quad \mathbf{\left(1-y_{i1}\right)\left(1-y_{i2}\right)\ln\left(\pi'_{i1}\pi'_{i2}\right)}\end{aligned}$$

elde edilir. Böylece n örnek çapı iken, olabilirlik fonksiyonu L,

$$\mathbf{L=\sum_{i=1}^{n}\ln f_i\left(y_{i1},y_{i2}\right)}$$

biçiminde ifade edilir. İki değişkenin bağımsız olması koşulu altında yazılabilen $\ln f_i\left(y_{i1},y_{i2}\right)$ fonksiyonu, sınıflayıcıların örnek birimleriyle ilgili yaptığı değerlendirmelerinde bağımsızlık koşulunun sağlanmaması durumunda,

$$\begin{aligned}\mathbf{\ln f_i\left(y_{i1},y_{i2}\right)} &= \mathbf{y_{i1}y_{i2}\ln\left(\pi_{i1}\pi_{i2}+\frac{\kappa_i}{2}\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}+\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)\right)}\\ &\quad \mathbf{+y_{i1}\left(1-y_{i2}\right)\ln\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}-\frac{\kappa_i}{2}\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}+\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)\right)}\\ &\quad \mathbf{+y_{i2}\left(1-y_{i1}\right)\ln\left(\pi'_{i1}\pi_{i2}-\frac{\kappa_i}{2}\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}+\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)\right)}\\ &\quad \mathbf{+\left(1-y_{i1}\right)\left(1-y_{i2}\right)\ln\left(\pi'_{i1}\pi'_{i2}+\frac{\kappa_i}{2}\left(\pi_{i1}\pi'_{i2}+\pi'_{i1}\pi_{i2}\right)\right)}\end{aligned} \tag{2}$$

şeklinde yazılır (Bahadur, 1961). κ katsayısının i'ye bağlı olması birçok probleme yol açabilmektedir. Örneğin örnek çapı n arttıkça tahmin edilmek istenen parametre sayısı da artar. Ayrıca her örnek birimi için deneyin n_i defa tekrarlanması diye bir şey söz konusu olmayabilir. Daha önceden de bahsedilmiş olduğu gibi özellikle tıbbi çalışmalarda karşılaşılan, hastaların iki doktor tarafından sınıflandırılması neticesinde bu doktorların değerlendirmeleri arasındaki uyuşmanın derecesinin belirlenmesi problemi, bu konunun açıklanmasında kullanılabilir. Her i. hastanın, her iki doktor tarafından n_i kez muayene edilebilmesi mümkün olmayabilir. Bu durumda doktorların her hasta üzerine uyuşma katsayısını tahmin etmek yerine, "her örneklem birimi için κ parametresi aynıdır" varsayımına dayalı olarak uyuşma katsayısı tahmin edilir. Ortak κ'nın olduğu varsayımı altında Eşitlik (2)'de verilen fonksiyon,

$$\begin{aligned}\ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) = {} & y_{i1}y_{i2}\ln\left(\pi_{i1}\pi_{i2} + \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i1}(1-y_{i2})\ln\left(\pi_{i1}\pi'_{i2} - \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i2}(1-y_{i1})\ln\left(\pi'_{i1}\pi_{i2} - \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + (1-y_{i1})(1-y_{i2})\ln\left(\pi'_{i1}\pi'_{i2} + \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right)\end{aligned}$$

olmak üzere, olabilirlik fonksiyonu L,

$$\begin{aligned}L = {} & \sum_{i=1}^{n} \ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) \\ = {} & \sum_{i=1}^{n}\Bigg[y_{i1}y_{i2}\ln\left(\pi_{i1}\pi_{i2} + \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i1}(1-y_{i2})\ln\left(\pi_{i1}\pi'_{i2} - \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i2}(1-y_{i1})\ln\left(\pi'_{i1}\pi_{i2} - \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + (1-y_{i1})(1-y_{i2})\ln\left(\pi'_{i1}\pi'_{i2} + \frac{\kappa}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{3}$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (3)'te elde edilen fonksiyondaki π_{ij} parametreleri sınıflayıcıların ve/veya örnek birimlerinin özelliklerini de içeren

$$\pi_{ij} = \frac{e^{X'_{ij}\beta}}{1 + e^{X'_{ij}\beta}}$$

lojit fonksiyonu ile ifade edilir. Modeldeki parametre sayısına bağlı olarak r=0, 1, 2 iken π_{ij}'lerden oluşan π vektörü, β_r'den oluşan β vektörü ile ilk sütünü 1'ler olmak üzere, X'_{ij}'lerden oluşan X' matrisinin elemanları,

$$\underbrace{X'_{ij}}$$

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \pi_{11} \\ . \\ . \\ . \\ \pi_{n1} \\ \hline \pi_{12} \\ . \\ . \\ . \\ \pi_{n2} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_{11} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & x_n & x_{n1} \\ \hline 1 & x_1 & x_{12} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & x_n & x_{n2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

biçiminde gösterilir. β_r ve κ parametrelerinin EÇOB tahmin edicileri olan $\hat{\beta}_r$ ve $\hat{\kappa}$ istatistikleri, lojit modelin lineer olmaması nedeniyle elde edilemez. Bu sebepten dolayı, Eşitlik (3) ile verilen fonksiyonun maksimum noktası, κ parametresi 0.20 ve 0.80 olacak şekilde iki farklı deneyin tasarlandığı simülasyon çalışması ile elde edilmiştir. Eşitlik (3)'teki olabilirlik fonksiyonun maksimum noktası, β_r ve κ parametrelerinin EÇOB tahminleri olan $\hat{\beta}_r$ ve $\hat{\kappa}$'yı verir.

3. UYGULAMA

Eşitlik (3)'te verilen fonksiyonu maksimize eden noktayı bulabilmek amacıyla bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması için Matlab paket programında yazılan iki programdan yararlanılmıştır ve elde edilen sonuçlar Tablo 3'te özetlenmiştir. Bu programların dayandığı temeli iki maddede özetlemek mümkündür.

1. $\kappa = 0.20$ olarak tasarlanan deneyde, Y_{i1} rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer "1" olduğunda, π_{i2} olasılığı 0.70 alınarak örnek birimlerinin (1,1) hücresine, Y_{i1} rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 0 olduğunda, π_{i2} olasılığı 0.50 alınarak örnek birimlerinin hem (0,0) hem de (0,1) hücresine eşit oranda yığılması sağlanmıştır.

2. $\kappa = 0.80$ olarak tasarlanan deneyde, Y_{i1} rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 1 olduğunda, π_{i2} olasılığı 0.90 alınarak örnek birimlerinin (1,1) hücresine, Y_{i1} rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 0 olduğunda π_{i2} olasılığı 0.10 alınarak örnek birimlerinin (0,0) hücresine daha fazla yığılmasını sağlayan deney tasarlanmıştır.

κ katsayısının 0.20 olması durumunda, iki-sonuçlu Y_{i1} ve Y_{i2} rastgele değişkenlerin dağılımından 50 çaplı örnek elde edilmiştir. κ'nın 0.20, örnek çapının 50 olduğu deneyin 20 kez tekrarlanması sonucunda tek açıklayıcı değişkenin yer aldığı lojit model parametrelerinin ve κ'nın EÇOB tahminlerine ilişkin ortalamalar ve varyansları hesaplanmıştır. Aynı işlemler örnek çapının 500 olması durumu için de tekrarlanmıştır. κ'nın 0.20'den farklı olarak, 0.80 olması durumunda da 50 ve 500 çaplı örnekler için deneylerin 20 kez tekrarlanmasıyla, ilgili parametre tahminlerinin ortalamaları ve varyansları bulunmuştur. Modelde tek açıklayıcı değişkenin yer alması durumunda κ'nın ve örnek çapının farklı kombinasyonları için yapılan bu hesaplamalar, lojit modelde iki açıklayıcı değişkenin olması durumu için de incelenmiştir. Tek açıklayıcı değişkenli lojit modelde, yalnızca sınıflayıcılara ait bir özellik vardır. Bu durumda sınıflayıcılara ait bir özelliğin yer aldığı açıklayıcı değişken vektörünün elemanları, örnek biriminin 1. sınıflayıcı tarafından sınıflandırılmış olması halinde –0.5 ve 2. sınıflayıcı tarafından sınıflandırılmış olması halinde ise 0.5 değerini alan bir vektör olarak oluşturulabilir. Hem sınıflayıcılara, hem de örnek birimlerine ait bir özellik olmak üzere iki açıklayıcı değişkenli lojit modelde, örnek birimlerine ait herhangi bir özelliğin yer aldığı açıklayıcı değişken vektörünün elemanları Poisson (7) dağılımından geldiği şekilde düşünülebilir.

Tablo 3. 20 tekrar ile κ=0.20, 0.80 ve n=50, 500 iken, lojit modelde tek ve iki açıklayıcı değişkenin olması durumunda model parametrelerinin ve κ'nın EÇOB tahminlerinin ortalamaları ve varyansları

κ	*n*	*Ort,Var*	*Tek açıklayıcı değişken*			*İki açıklayıcı değişken*			
			$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\kappa}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\kappa}$
0.20	50	Ort	0.2936	0.5460	0.2020	0.1707	0.5525	0.0174	0.1932
		Var	0.0267	0.1316	0.0169	0.4940	0.1335	0.0082	0.0168
	500	Ort	0.1875	0.3727	0.2001	0.1597	0.3732	0.0040	0.1993
		Var	0.0049	0.0199	0.0006	0.0412	0.0200	0.0007	0.0006
0.80	50	Ort	0.0272	0.0045	0.7728	0.2461	0.0039	-0.0304	0.7676
		Var	0.0987	0.0267	0.0062	0.4655	0.0277	0.0129	0.0069
	500	Ort	0.0021	-0.0141	0.7938	-0.0121	-0.0141	0.0021	0.7934
		Var	0.0090	0.0027	0.0005	0.0606	0.0027	0.0010	0.0005

Tablo 3'ten de görülebileceği gibi κ'nın farklı değerleri için, lojit model parametrelerinin ve κ'nın EÇOB tahminlerinin varyansları n örnek çapı artınca, küçülmüştür. Varyansın küçülmesi ise elde edilen tahminlerin, yığın parametrelerine gittikçe yaklaştığı anlamına gelir. Dolayısıyla da n örnek çapı arttıkça, bulunan tahminler yığın parametrelerinin daha tutarlı tahminleri olur. Üretilen örnekler üzerinden elde edilen κ'nın EÇOB tahminleri olan $\hat{\kappa}$ istatistikleri, n örnek çapı arttıkça yığına ilişkin κ parametresine yakınsamıştır.

Ayrıca, lojit model parametrelerinin ve κ'nın anlamsızlığı hipotezleri 0.05 anlam düzeyinde test edilmiş ve sonuçlar Tablo 4'te özetlenmiştir. Bu sonuçlara göre κ'nın 0.20 olarak tasarlandığı deneyde n=500 iken, lojit model parametreleri ve κ'nın EÇOB tahminlerinin hepsi anlamlı bulunmuştur. κ parametresinin 0.80 olması durumunda, modeldeki değişken sayısının artması ile oluşabilecek çoklu bağlantı problemi, model parametrelerinin anlamsızlığı hipotezi üzerinde etkili olmaktadır. κ'nın 0.20 değeri için aksi durum söz konusudur.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

j. sınıflayıcının i. örnek birimini "başarılı (1)" durumuna sınıflandırması olasılığı π_{ij}, 0-1 aralığında değer alır. π_{ij} olasılıkları, sınıflayıcılara ve/veya örnek birimlerine ait özellikleri içeren açıklayıcı değişken vektörünün bir lojit modeli olarak ifade edilir. Bu çalışmada π_{ij}'leri açıklayıcı değişkenlerin bir fonksiyonu olarak alıp, κ'yı da içeren olabilirlik fonksiyonunda kullanmak suretiyle yazılan olabilirlik fonksiyonunu maksimize eden optimum nokta araştırılarak, parametrelerin EÇOB tahminleri elde edilmiştir. Bu amaçla Matlab paket programında yazılan ve ardışık kullanıma dayalı iki programdan yararlanılmıştır. Simülasyon tekniğine dayalı olarak hesaplanan bu tahminlerin ortalama ve varyansları incelendiğinde, örnek çapı arttıkça lojit model parametrelerinin ve κ'nın EÇOB tahminlerinin varyanslarının küçüldüğü görülmüştür. κ'nın iki farklı değeri ve verilen örnek çapları için elde edilen κ parametrelerinin EÇOB tahminleri, yığına ilişkin κ parametresine yakınlaşmıştır. Ayrıca, κ'nın 0.80 olması durumunda modeldeki değişken sayısının artması ile oluşabilecek çoklu bağlantı probleminin, model parametrelerinin anlamsızlığı hipotezlerinin test edilmesinde etkili olduğu görülmüştür

Tablo 4. 20 tekrar ile, κ=0.20, 0.80 ve n=50, 500 için parametre tahminlerinin anlamsızlığı hipotezlerinin test sonuçları

κ	*n*	*Parametreler*	*Tahminler*	*Standart Hata*	*Z Değeri*	*P Değeri*
0.20	50	$\hat{\beta}_0$	0.2936	0.1634	1.7968	0.0367
		$\hat{\beta}_1$	0.5460	0.3628	1.5050	0.0655
		$\hat{\kappa}$	0.2020	0.1300	1.5538	0.0606
	500	$\hat{\beta}_0$	0.1875	0.0700	2.6786	0.0038[(a)]
		$\hat{\beta}_1$	0.3727	0.1411	2.6414	0.0041[(a)]
		$\hat{\kappa}$	0.2001	0.0245	8.1673	0.0000[(a)]
0.80	50	$\hat{\beta}_0$	0.0272	0.3142	0.0866	0.4641
		$\hat{\beta}_1$	0.0045	0.1634	0.0275	0.4880
		$\hat{\kappa}$	0.7728	0.0787	9.8196	0.0000[(a)]
	500	$\hat{\beta}_0$	0.0021	0.0949	0.0221	0.4920
		$\hat{\beta}_1$	-0.0141	0.0520	-0.2712	0.3936
		$\hat{\kappa}$	0.7938	0.0224	35.4375	0.0000[(a)]
0.20	50	$\hat{\beta}_0$	0.1707	0.7029	0.2429	0.4552
		$\hat{\beta}_1$	0.5525	0.3654	1.5120	0.0655
		$\hat{\beta}_2$	0.0174	0.0906	0.1921	0.4257
		$\hat{\kappa}$	0.1932	0.1296	1.4907	0.0681
	500	$\hat{\beta}_0$	0.1597	0.2030	0.7867	0.2148
		$\hat{\beta}_1$	0.3732	0.1414	2.6393	0.0043
		$\hat{\beta}_2$	0.0040	0.0265	0.1509	0.4404
		$\hat{\kappa}$	0.1993	0.0245	8.1347	0.0000
0.80	50	$\hat{\beta}_0$	0.2461	0.6823	0.3607	0.3594
		$\hat{\beta}_1$	0.0039	0.1664	0.0234	0.4920
		$\hat{\beta}_2$	-0.0304	0.1136	-0.2676	0.3974
		$\hat{\kappa}$	0.7676	0.0831	9.2371	0.0000[(a)]
	500	$\hat{\beta}_0$	-0.0121	0.2462	-0.0491	0.4801
		$\hat{\beta}_1$	-0.0141	0.0520	-0.2712	0.3936
		$\hat{\beta}_2$	0.0021	0.0316	0.0665	0.4761
		$\hat{\kappa}$	0.7934	0.0224	35.4196	0.0000[(a)]

(a): $\alpha/2 = 0.025$ 'den küçük olan P değerlerini göstermektedir.

5. KAYNAKLAR

Bahadur, R.R., 1961. A Representation of the Joint Distribution of Responses to n Dichotomous Items, in Solomon, H.(ed). Studies in Item Analysis and Prediction, Stanford University Press, California, 158-176.

Bishop, Y.M.M., Fienberg, S.E., Holland, P.W., 1988. Discrete Multivariate Analysis: Theory and Practice, The MIT Press, The Massachusetts Institude of Technology, England.

Cohen, J., 1960. A Coefficient of Agreement for Nominal Scales. Educational and Psychological Measurement, 20 (1), 37-46.

Kraemer, H.C., Periyakoil, V.S., Noda, A., 2002. Kappa Coefficient in Medical Research. Statistics in Medicine, 21, 2109-2129.

Lipsitz, S.R., Williamson, J., Klar, N., Ibrahim, J., Parzen, M., 2001. A Simple Method for κ Between A Pair Of Raters. Journal of Royal Statististical Society A, 164 (3), 449-465.

Shoukri, M.M., Mian, I.U.H., 1996. Maximum Likelihood Estimation of the Kappa Coefficient from Bivariate Logistic Regression. Statistics in Medicine, 15, 1409-1419.

MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION OF THE KAPPA COEFFICIENT BASED ON A SIMULATION STUDY

ABSTRACT

In medical and social studies it is possible to come across with problems of determining the agreement between raters judges. The Kappa coefficient, suggested by Cohen, is one of the statistics used for estimating the raters agreement, after the sample units are rated with a categorical measure by the two raters. But it is wrong to use the Kappa cofficient in classification problems such that the raters classify each sample unit to the category "successfully (1)" with distinct probabilities π_{ij} *. In this case, these classification probabilities can be estimated from logit models, which contains covariates of raters and/or units features. In this study, the maximum of the likelihood function, containing* κ *and logit model parameters is obtained with the benefit of written two programs on Matlab packet programming. After the Maximum Likelihood Estimates (MLE) of the parameters are obtained from the simulation method which is based on different sample sizes of each with twenty replications, the significances of the parameters are tested.*

Key Words: Kappa Coefficient, Logit Model, Likelihood Function.