

## Bir yazılım ürününün hata ayıklama ve test etme maliyetleri için bir geometrik süreç yaklaşımı

*A geometric process approximation for debugging and testing costs of a software product*

Mustafa Hilmi PEKALP\*<sup>1,a</sup> , Halil AYDOĞDU<sup>2,b</sup> 

<sup>1</sup>Ankara Üniversitesi, Uygulamalı Bilimler Fakültesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü, 06590, Ankara, Türkiye

<sup>2</sup>Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06100, Ankara, Türkiye

• Geliş tarihi / Received: 11.08.2022

• Kabul tarihi / Accepted: 15.11.2022

### Öz

Bu çalışmada, bir yazılım ürününün hata ayıklama ve test etme maliyetlerinin hesaplanması amacıyla geometrik süreç (GS) modeli ele alınacaktır. GS model varsayımı altında, yazılım ürününün hata ayıklama ve test etme maliyetleri GS'nin birinci ve ikinci moment fonksiyonlarına bağlı olarak elde edilmektedir. Bu durumda, maliyetlerin hesaplanabilmesi için sürecin birinci ve ikinci moment fonksiyonlarının değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. Aynı zamanda, moment fonksiyonlarının hesabı da hem GS'nin ilk olay zamanının dağılımına hem de model ve dağılım parametrelerinin tahminlerine bağlıdır. Bu çalışmada, gerçek zamanlı bir komut ve kontrol sisteminin 136 hata zamanını içeren veri kümesi için hata ayıklama ve test etme maliyetleri hesap edilecektir. İlgili veri kümesi için daha önceki çalışmalarda ilk olayın gerçekleşme zamanı gamma dağılımına sahip olan bir GS'nin model olarak önerilebileceği gösterilmiştir. Bu nedenle, gamma dağılımı varsayımı altında model parametrelerinin en çok olabirlik tahminleri elde edilmektedir. Model parametrelerinin tahmin değerleri kullanılarak GS'nin birinci ve ikinci moment fonksiyonları, bu fonksiyonlar için önerilen sayısal yöntemler yardımıyla hesaplanmaktadır. Son olarak, veri kümesi için hata ayıklama ve test etme maliyetleri elde edilmektedir.

**Anahtar kelimeler:** Geometrik süreç, Hata ayıklama maliyeti, Moment fonksiyonları, Test etme maliyeti

### Abstract

In this study, the geometric process (GP) model is considered in order to calculate the debugging and testing costs of a software product. Under the assumption of the GP model, the debugging and testing costs of the software product are obtained depending on the first and second moment functions of the GP. It is observed that the values of the first and second moment functions of the process must be known in order to calculate the debugging and testing costs. At the same time, the calculation of moment functions also depends on both the distribution of the first interarrival time of the GP and the estimates of the model and distribution parameters. In this study, the proposed debugging and testing costs are calculated for the data set containing 136 failure times of a real-time command and control system. For this dataset, it has been shown in previous studies that the GP with gamma distribution can be proposed as a model. Under gamma distribution assumption, the maximum likelihood estimates of the model parameters are obtained. Using the estimates of the model parameters, the first and second moment functions of the GP are calculated with the help of the numerical methods proposed for these functions. Finally, the debugging and testing costs are obtained for the data set.

**Keywords:** Geometric process, Debugging cost, Moment functions, Testing cost

\*a Mustafa Hilmi PEKALP; mpekalp@ankara.edu.tr

## 1. Giriş

### 1.1. Introduction

Yazılım testi, yazılım ürünlerindeki hataların tespiti için kullanılan etkili ve gerekli bir yöntemdir. Ancak büyük bir yazılım programı içerisindeki tüm birimler üzerinde meydana gelebilecek hataların tespiti için gerçekleştirilen kapsamlı bir test etme işlemi pratik olmayabilir. Hata ayıklama ve test etme süreci hataları azaltırken, ürünün geliştirilmesi için katlanılması gereken maliyeti artıracaktır. Aslında, yazılım iyileştirme sürecinde belirli bir seviyeye ulaştıktan sonra yazılım güvenilirliğini artırmak için yapılan ek çalışmalar hem maliyette hem de hata ayıklama zamanlarında üstel bir artışa neden olacaktır. Böyle durumlarda test etmeyi bırakma zamanlarının ya da ürünün piyasaya sürülme zamanlarının belirlenmesi önemli bir problem olarak değerlendirilir. Günümüze kadar araştırmacılar, birçok yazılım güvenilirliği modeli üzerinde çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. Model olarak homojen olmayan Poisson sürecinin kullanıldığı çalışma [Pham ve Zhang \(1997\)](#), Markov süreçlerinin kullanıldığı çalışma [Tokuno ve Yamada \(1999\)](#), Bayeşçi istatistiğin kullanıldığı çalışma [Pham ve Pham \(2000\)](#) ve klasik istatistiksel yöntemlerin kullanıldığı çalışma [Gutjahr \(2015\)](#) literatürdeki önemli çalışmalar arasında yer almaktadır. Yazılım güvenilirliği üzerinde bu kadar yoğun bir araştırma yapılmış olmasına rağmen hata ayıklama ve test etme maliyetlerinin tahmin edilebilmesi ve ürünün hangi zamanda piyasaya sürüleceğinin belirlenmesi için uygulamaya yönelik daha gerçekçi yaklaşımların kullanıldığı model varsayımlarına hâlâ ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada ilgili gereksinimi karşılayan, hem hata ayıklama hem de test etme maliyetleri için bir model olarak önerilen GS modeli ele alınacaktır. İlk kez Lam tarafından tanımlanan GS, olasılık ve uygulamalı istatistiğin birçok alanında kullanılan önemli bir sayma sürecidir.

### 1.1. Geometrik süreç

#### 1.1.1. Geometric process

**Tanım 1:**  $X_1$ , ilk olayın gerçekleşme zamanı ve  $X_k, (k - 1)$ . olay gerçekleştikten sonra  $k$ . olay gerçekleşinceye kadar geçen zamanı göstermek üzere  $\{a^{k-1}X_k, k = 1, 2, \dots\}$  birbirlerinden bağımsız ve aynı  $F_1$  dağılım fonksiyonuna sahip rasgele değişkenlerin bir dizisi olacak şekilde bir  $a > 0$  reel sayısı varsa  $\{X_k, k = 1, 2, \dots\}$  dizisi üzerine kurulu bir  $\{N(t), t \geq 0\}$  sayma sürecine  $a$  oranlı bir GS denir. Burada  $F_1$  ilk olayın gerçekleşme zamanının dağılım fonksiyonudur.

$\{N(t), t \geq 0\}$  sayma süreci  $a$  oranlı ve ilk olayın gerçekleşme zamanının dağılımı  $F_1$  olan bir GS olsun. GS'nin tanımına göre,  $X_k$  rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu, ilk olayın gerçekleşme zamanına ait dağılım fonksiyonu ile tek olarak belirlenir. Yani,  $F_k(x) = F_1(a^{k-1}x), k = 1, 2, \dots$ . Buradan  $a < 1$  için GS stokastik artan iken  $a > 1$  için stokastik azalandır sonucuna ulaşılır.  $a = 1$  iken GS bir yenileme süreci olur.

$\{N(t), t \geq 0\}$  sayma süreci  $a$  oran parametresi ile bir GS olmak üzere

$$M_1(t) = E(N(t)), t \geq 0 \quad (1)$$

ile tanımlanan  $M_1$  fonksiyonuna GS'nin ortalama değer fonksiyonu veya kısaca geometrik fonksiyon denir. Burada  $M_1(t), (0, t]$  aralığında gerçekleşen olayların ortalama sayısıdır.  $M_1$  geometrik fonksiyon dağılım fonksiyonlarının konvolüsyonlarına bağlı olarak

$$M_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} F_1 * F_2 * \dots * F_k(t), t \geq 0 \quad (2)$$

biçiminde yazılabilir.  $M_1$  fonksiyonu için bir integral denklem, (1) ifadesinin ilk olay zamanı olan  $X_1$  rasgele değişkeni üzerinden koşullandırılması ile

$$M_1(t) = F(t) + \int_0^t M_1(a(t-x))dF(x), t \geq 0 \quad (3)$$

olarak elde edilir. GS modeli için diğer önemli bir karakteristik ise ikinci moment fonksiyonudur.  $\{N(t), t \geq 0\}$  sayma süreci  $a$  oran parametresi ile bir GS olmak üzere

$$M_2(t) = E(N^2(t)), t \geq 0 \quad (4)$$

ile tanımlanan  $M_2$  fonksiyonuna GS'nin ikinci moment fonksiyonu denir.  $M_2$  ikinci moment fonksiyonu dağılım fonksiyonlarının konvolüsyonlarına bağlı olarak

$$M_2(t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} k(F_1 * F_2 * \dots * F_k(t)) - \sum_{k=1}^{\infty} F_1 * F_2 * \dots * F_k(t), t \geq 0 \quad (5)$$

biçiminde yazılabilir. GS'nin ikinci moment fonksiyonunun sağladığı bir integral denklem aşğıdaki teorem ile verilir.

**Teorem 1:**  $\{N(t), t \geq 0\}$  sayma süreci  $a$  oranlı bir GS olsun. (4) ifadesinin ilk olay zamanı olan  $X_1$  rasgele değişkeni üzerinden koşullandırılması ile  $M_2$  ikinci moment fonksiyonu için

$$M_2(t) = 2M_1(t) - F(t) + \int_0^t M_2(a(t-x)) dF(x), t \geq 0 \quad (6)$$

integral denklemini elde edilir (Pekalp & Aydoğdu, 2018).

$a \leq 1$  için GS'nin her mertebeden momentleri sonlu olduğundan her  $t \geq 0$  için  $M_1(t)$  ve  $M_2(t)$  fonksiyonları sonludur.  $a > 1$  iken  $\theta = \inf\{x: F_1(x) > F_1(0)\}$  olmak üzere  $t > \frac{a\theta}{a-1}$  için  $M_1(t)$  ve  $M_2(t)$  fonksiyonları sonlu değildir (Lam, 2007).

## 1.2. Literatür taraması

### 1.2 Literature review

$M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarının (2) ve (5) denklemlerinde verilen dağılım fonksiyonlarının konvolüsyonlarına dayalı tanımları dikkate alındığında,  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarının analitik olarak elde edilemeyeceği görülmektedir. Bu nedenle bu fonksiyonların sayısal yöntemler yardımıyla hesaplanması gerekmektedir.  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarının hesabı için Aydoğdu ve Altındağ (2015) çalışmasında Monte Carlo tahmin yöntemine dayalı bir prosedür uygulanmıştır. Ancak bu yöntemin kullanışlı ve uygulaması kolay bir yöntem olmaması nedeniyle alternatif olarak yamuk integrasyon ve kuvvet serisi açılımı gibi yöntemler ilgili fonksiyonların (3) ve (6) ile verilen integral denklemlerinin sayısal çözümü için ele alınmıştır. Tang ve Lam (2007) çalışmasında  $M_1$  fonksiyonu için ve Pekalp ve Aydoğdu (2018) çalışmasında  $M_2$  fonksiyonu için yamuk integrasyon yöntemini uygulayarak integral denklemlerin çözümlerini vermişlerdir. GS'nin ilk olay zamanının dağılımı literatürde sıklıkla karşılaşılan üstel, gamma, Weibull ve lognormal gibi yaşam dağılımları arasından seçilerek yamuk integrasyon yöntemi örneklendirilmiş ve bununla birlikte üstel dağılım için Aydoğdu vd. (2013), Weibull dağılımı için Aydoğdu ve Karabulut (2014) ve gamma dağılımı için Pekalp ve Aydoğdu (2021),  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonların (3) ve (6) ile verilen integral denklemlerin kuvvet serisi açılımlarını elde etmişlerdir.

$\{N(t), t \geq 0\}$  sayma süreci  $a$  oranlı bir GS,  $E(X_1) = \mu$  ve  $Var(X_1) = \sigma^2$  olsun. Bu durumda  $E(X_k) = \frac{\mu}{a^{k-1}}$  ve  $Var(X_k) = \frac{\sigma^2}{a^{2(k-1)}}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  olarak elde edilir. Açık ki  $a, \mu$  ve  $\sigma^2$  parametreleri GS modeli için üç önemli parametredir. Genellikle GS ile ilgili uygulamalarda bu parametrelerin tahmin problemleri ile karşılaşılmaktadır. Üstel, gamma, Weibull ve lognormal dağılımlarından biri GS'nin ilk olay zamanının dağılımı olarak ele alınarak  $a, \mu$  ve  $\sigma^2$  parametrelerinin tahmin problemi kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Lam ve Chan (1998) çalışmasında, ilk olay zamanının lognormal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında GS için istatistiksel çıkarım problemini ele almıştır. Chan vd. (2004) çalışmasında ilk olay zamanı gamma dağılımına sahip GS için istatistiksel çıkarım problemini incelemiştir. Aydoğdu vd. (2010) ilk olay zamanının Weibull dağılımına sahip olduğu varsayımı altında parametrelerin tahmin edicilerini elde etmişlerdir. Bahsi geçen tüm çalışmalarda araştırmacılar parametreler için en çok olabilirlik tahmin edicilerini önermişlerdir.

Parametre tahmin problemi literatürde sıklıkla kullanılan yaşam dağılımları varsayımları altında detaylı bir şekilde incelenmiştir. Ayrıca yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere GS modeli ilk olay zamanının dağılımı ile tek olarak belirlenmektedir. Bu nedenle, GS'den gelen bir veri kümesini en iyi şekilde temsil eden yaşam dağılımının hangisinin olduğunun belirlenmesi diğer önemli bir problem olarak ele alınabilir. Pekalp vd. (2022) çalışmasında GS ile uyumlu olduğu, yani GS'nin bir model olarak kullanılabildeği bilinen on veri kümesinin hangi dağılım ile en iyi şekilde temsil edileceğini araştırmak amacıyla olabilirlik oranına dayalı T-istatistiğini kullanmışlar ve GS için ilk olay zamanının dağılımını bu kritere göre belirlemişlerdir. Dağılımın belirlenmesinin ardından parametrelerin en çok olabilirlik tahmin değerlerini de hesaplamışlardır.

### 1.3. Motivasyon

#### 1.3 Motivation

Hata ayıklama ve test etme maliyetlerinin belirlenmesi için önerilen bir yazılım modelinin aşağıdaki soruları yazılım geliştirme uzmanları ve yöneticiler için cevaplamaya yardımcı olması beklenir: (1) Yazılım ürününün zamanında teslim edilebilmesi için kaynaklar nasıl kullanılmalıdır? (2) Yazılım geliştirme uzmanları ve yöneticiler ürünün piyasaya ne zaman sürüleceğinin belirlenmesi için yazılım testi aşamasından hangi bilgileri edinmelidir? Bu çalışmada, yukarıdaki soruları cevaplayabilecek bir yazılım modeli olan GS modeli ele alınacak ve böylece GS modeli altında, yazılımın piyasaya sürülmesi için belirlenecek optimal zamanın, toplam yazılım maliyeti kriterine göre değerlendirilmesi yapılacaktır. GS modelinin kullanılmasıyla geleneksel yazılım test etme yöntemlerinden farklı olarak, test aşamasında yazılım hatasının meydana gelmediği zaman bilgisi de model içerisine dâhil edilmiş olacaktır.

Çalışmanın içeriği řu şekilde tasarlanmıştır: 2. Bölümde bir yazılım ürününün hata ayıklama ve test etme maliyetleri için ele alınan problemin ne olduğu ve bu probleme GS modeli ile nasıl bir çözüm sunulduğu verilecektir. 3. Bölümde önerilen maliyet fonksiyonlarının GS modeli altında nasıl hesaplandığına yönelik olarak adım adım uygulama süreci sunulacaktır. 4. Bölümde gerçek zamanlı bir komut ve kontrol sisteminin hata zamanlarını içeren veri kümesi için bir önceki bölümde verilen yöntem uygulanarak ilgili veri kümesi için maliyet fonksiyonları hesap edilecektir. Son bölümde ise çalışmanın genel bir değerlendirmesi yapılacaktır.

### 2. Problemin tanımı

#### 2 Problem description

Yazılım testi, yazılım ürünlerindeki hataları (arızaları) ortadan kaldırmak için güçlü bir araç olarak değerlendirilmektedir. Ancak, büyük bir yazılım programında kapsamlı bir hata ayıklama ve test etme işlemlerinin gerçekleştirilmesi her zaman mümkün olmayabilir. Bu işlemler, yazılım ürünündeki hata içeriğini azaltmakta ancak aynı zamanda iyileştirme maliyetlerini de önemli ölçüde artırmaktadır. Aslında, yazılım ürünü belirli bir gelişim düzeyine ulaştıktan sonra, güvenilirliği artırmaya yönelik daha fazla çalışma yapmak, maliyet ve hata ayıklama süresinde çok daha fazla artışa neden olacaktır. Bu nedenle, hata ayıklama ve test etme işlemlerinin ne zaman durdurulacağını veya ürünün ne zaman piyasaya sürüleceğini belirlemek önemlidir (Pham & Wang, 2001). Pham ve Wang (2001) çalışmasında yazılım ürününde meydana gelen hata zamanlarını modellemek için  $a$  oran parametresiyle bir GS modeli  $\{N(t), t \geq 0\}$  önerilmektedir. Burada  $N(t)$ , her sabit  $t \geq 0$  için  $(0, t]$  aralığındaki yazılım hatalarının sayısını belirtir. Bu modelde yazılım hatasını düzeltme maliyetinin  $W_i = c_0 + (i - 1)U, i = 1, 2, \dots$  ile verilen bir rasgele değişken olduğu varsayılır. Burada  $c_0$  sabit bir maliyet değeri iken  $U$ , ortalaması  $c_1$  olan bir rasgele değişkendir. Ortadan kaldırılan veya düzeltilen hataların sayısı arttıkça bir yazılım hatasını düzeltme maliyeti de arttığından bu varsayımın makul olduğunu belirtmekte fayda vardır. Hata ayıklama ve test etme işlemlerinin sonraki aşamalarında ortaya çıkan bir yazılım hatasını düzeltmek zorlaşabilir. Bu durumda  $(0, t]$  aralığında beklenen toplam hata ayıklama maliyeti  $E\left(\sum_{i=1}^{N(t)} (c_0 + (i - 1)U)\right)$  ile verilir.  $N(t)$  rasgele değişkeni üzerinden koşullandırma ile bu maliyet  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarına bağlı olarak

$$C_1(t) = \frac{2c_0 - c_1}{2} M_1(t) + \frac{c_1}{2} M_2(t), t \geq 0 \quad (7)$$

biçiminde yazılabilir. Ayrıca, birim zaman başına test etme maliyetinin, ortalaması  $c_2$  olan bir rasgele değişken olduğunu varsayırsa  $t$  zamanına kadar beklenen toplam test etme ve hata ayıklama maliyeti

$$C_2(t) = tc_2 + C_1(t), t \geq 0 \quad (8)$$

ile verilir.

$C_1(t)$  ve  $C_2(t)$  maliyet fonksiyonlarını (7) ve (8) denklemlerinden hesaplamak için  $t$  zamanına kadar olan yazılım hatalarının sayısının gösteren  $N(t)$  rasgele değişkeninin birinci ve ikinci moment fonksiyonlarının, yani  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarının hesaplanması gerektiği açıktır. Bu fonksiyonların değerleri GS'nin ilk olay zamanının dağılımının belirlenmesiyle bazı önemli yaşam dağılımları için hesaplanabilir. Hesaplama prosedürü bir sonraki bölümde açıklanacaktır.

### 3. Hesaplama yöntemi

#### 3. Calculation procedure

$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  veri kümesinin  $a$  oran parametresiyle bir GS'den geldiği varsayılınsın.  $C_1(t)$  ve  $C_2(t)$  maliyet fonksiyonlarını hesaplamak için aşağıdaki adımlar uygulanır:

Adım 1. Literatürde en çok karşılaşılan üstel, gamma, Weibull ve lognormal gibi önemli yaşam dağılımlarının, GS'nin ilk olay zamanının dağılımı olduğu varsayılarak  $a$  oran parametresinin ve dağılım parametrelerinin tahmin değerleri hesaplanır. Gamma dağılımı için [Chan vd. \(2004\)](#), Weibull dağılımı için [Aydoğdu vd. \(2010\)](#) ve lognormal dağılım için [Lam ve Chan \(1998\)](#) çalışmaları incelenebilir.

Adım 2. Parametrelerin tahmin değerlerinin kullanılmasıyla önerilen yaşam dağılımlarının olabilirlik fonksiyonları hesaplanır. Dağılımların karşılaştırılması amacıyla değerleri hesaplanan olabilirlik fonksiyonları oranlanır ve doğal logaritması alınarak T-istatistiğinin değeri bulunur. Bu değerin sıfırdan büyük olması pay kısmında verilen dağılımın aksi halde payda kısmında verilen dağılımın ele alınan veri kümesi için seğıilmesi gerektiğini ifade eder. Karşılaştırmalar sonucunda veri kümesini en iyi temsil eden dağılım belirlenir.

Adım 3. Bir önceki adımda belirlenen dağılım varsayımı altında  $a$  oran parametresinin ve dağılım parametrelerinin tahminleri bulunur.

Adım 4. Belirlenen dağılım göz önüne alınarak 1.Bölümde bahsedilen uygun hesaplama yöntemlerinden biriyle  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonları hesaplanır.

Adım 5. Verilen  $t, c_0, c_1$  ve  $c_2$  değerleri için  $C_1(t)$  ve  $C_2(t)$  maliyet fonksiyonları hesaplanır.

### 4. Gerçek veri uygulaması

#### 4. Real data application

Bu bölümde, bir yazılım ürününde meydana gelen hata zamanlarını içeren ve [Musa vd. \(1987\)](#) çalışmasında verilen veri kümesi ele alınmaktadır. Bu veri kümesi, gerçek zamanlı bir komut ve kontrol sisteminin 136 hata zamanını içermektedir. [Lam \(2007\)](#) çalışmasında bu veri kümesinin bir GS modeliyle modellenebileceğini ve GS modeline ait  $a$  oran parametresinin 1'den küçük olduğunu göstermiştir. şimdi bu veri kümesi için  $C_1(t)$  ve  $C_2(t)$  maliyet fonksiyonlarını hesaplamak amacıyla bir önceki bölümde verilen hesaplama prosedürünü uygulayalım: GS'nin ilk olay zamanının dağılımı üstel, gamma, Weibull ve lognormal dağılımları olarak seğıildiğinde GS'nin  $a$  oran parametresinin ve dağılım parametrelerinin tahmin değerleri bulunur. Elde edilen tahminler yardımıyla da bahsi geçen her bir dağılım durumu için olabilirlik fonksiyonlarının değerleri hesaplanır. Gamma dağılımına ait olabilirlik fonksiyonu değer; sırasıyla üstel, Weibull ve lognormal dağılımlarına ait olabilirlik fonksiyonlarının değerlerine oranlanır ve doğal logaritmaları alınarak olabilirlik oranına dayalı T-istatistiğinin değerleri sırasıyla 3.7343, 0.9483 ve 22.7349 olarak elde edilir ([Pekalp vd., 2022](#)). T-istatistiğinin değerleri göz önüne alındığında ilgili veri kümesinin şekil parametresi  $\alpha$  ve ölçek parametresi  $\beta$  olan gamma dağılımına sahip bir GS'den geldiği sonucuna ulaşılır. Bu durumda ilk olayın gerçekteşme zamanı  $\alpha$  ve  $\beta$  parametreleriyle gamma dağılımına sahip olan  $a$  oran parametrelili GS için parametrelerin en çok olabilirlik tahmin değerleri  $\hat{\alpha} = 0.9771$ ,  $\hat{\beta} = 0.7604$  ve  $\hat{a} = 123.7110$  olarak hesaplanır ([Pekalp vd., 2022](#)). İlk olay zamanının dağılımı gamma dağılımı olduğundan  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonları, [Pekalp ve Aydoğdu \(2021\)](#) çalışmasında önerilen kuvvet serisi açılımına göre hesaplanabilir. Parametrelerin tahmin değerlerinin [Pekalp ve Aydoğdu \(2021\)](#) çalışmasında önerilen kuvvet serisinde kullanılmasıyla verilen  $t = 20$  için  $M_1$  ve  $M_2$  fonksiyonlarının değerleri sırasıyla 0.3005 ve 0.4068 olarak bulunur.  $c_0 = 12.5, c_1 = 1$  ve  $c_2 = 1.2$  olarak alındığında  $C_1(t)$  ve  $C_2(t)$  maliyet fonksiyonları sırasıyla 4.1099 ve 28.1099 olarak hesaplanır. Açıkıtır ki, bu yazılım ürününün (0,20] aralığında beklenen toplam hata ayıklama maliyeti 4.1099 birim iken  $t = 20$  zamanına kadar beklenen toplam test etme ve hata ayıklama maliyeti 28.1099 birim olarak bulunmuştur. Yazılım geliştirme uzmanları ve yöneticiler hesaplanan bu maliyetleri, şirket bütçelerine göre yorumlayarak test etmeyi bırakma zamanlarının ya da ürünün piyasaya sürülme zamanlarının belirlenmesi problemlerini değerlendirebileceklerdir.

## 5. Sonuçlar

### 5. Conclusions

Bu çalışmada bir yazılım ürününün hata ayıklama ve test etme maliyetlerinin belirlenmesi amacıyla  $a$  oran parametresi ile bir GS modeli ele alınmıştır. Yazılımın test edilmesi aşamasında bir hatayı düzeltme maliyetinin deterministik ve rasgele terim içeren parçalardan oluştuğu ve giderilen hata sayısı arttıkça hatayı düzeltme maliyetinin de arttığı varsayılmıştır. Bu varsayım, sonraki test aşamalarında tespit edilen bir hatayı düzeltmenin genellikle zor olabileceği gerçeğiyle doğrulanmaktadır. Hata ayıklama ve test etme maliyetleri GS modeli altında ayrı ayrı ele alınmış ve GS modelinin birinci ve ikinci moment fonksiyonlarına bağlı olarak elde edilmişlerdir. Böylece birinci ve ikinci moment fonksiyonlarının hesap edilmesiyle hata ayıklama ve test etme maliyetlerinin de hesap edilebileceği sonucuna ulaşılmıştır. Gerçek zamanlı bir komut ve kontrol sisteminin 136 hata zamanını içeren veri kümesi için öncelikle GS'nin ilk olay zamanının belirlenmesi problemi ele alınarak, doğrulanana dağılım için model parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin değerleri bulunmuştur. Bu tahminler yardımıyla sürecin birinci ve ikinci moment fonksiyonları hesaplanarak ilgili veri kümesi için hata ayıklama ve test etme maliyetleri bulunmuştur. Maliyet fonksiyonlarının hesaplanması ile birlikte yazılım geliştirme uzmanları ve yöneticiler için yazılım ürününün zamanında teslim edilebilmesi ve piyasaya ne zaman sürüleceğinin belirlenmesi ile ilgili önemli bir değerlendirme aracı elde edilmiştir.

### Teşekkür / Katkı belirtme

#### Acknowledgement

Makalenin inceleme ve değerlendirme aşamasında yapmış/yapacak oldukları katkılardan dolayı editör ve hakem/hakemlere teşekkür ederiz.

### Yazar katkısı

#### Author contribution

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Hilmi PEKALP: Araştırma, Doğrulama, Yazılım, Orijinal Taslak Yazımı.  
Prof. Dr. Halil AYDOĞDU: İnceleme ve Düzenleme, Denetim/Gözlem/Tavsiye.

### Etik beyanı

#### Declaration of ethical code

Bu alışmada, ‘‘Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi’’ kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin ‘‘Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler’’ başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederiz.

Bu çalışmada kullanılan materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel izin gerektirmediğini beyan ederiz.

### ıkar atışması beyanı

#### Conflicts of interest

Yazarlar herhangi bir çıkar atışması olmadığını beyan eder.

### Kaynaklar

#### References

- Aydoğdu, H., & Altındağ, . (2015). Computation of the mean value and variance functions in geometric process, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 86 (5), 986-995.  
<https://doi.org/10.1080/00949655.2015.1047778>
- Aydoğdu, H., & Karabulut, İ. (2014). Power series expansions for the distribution and mean value function of a geometric process with Weibull interarrival times, *Naval Research Logistics*, 61, 599-603.  
<https://doi.org/10.1002/nav.21605>

- Aydoğdu, H., Karabulut İ., & Ően, E. (2013). On the exact distribution and mean value function of a geometric process with exponential interarrival times, *Statistics and Probability Letters*, 83, 2577-2582. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2013.08.003>
- Aydoğdu, H., Őenođlu, B., & Kara, M. (2010). Parameter estimation in geometric process with Weibull distribution, *Applied Mathematics and Computation*, 217 (6), 2657-2665. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2010.08.003>
- Chan, J. S. K., Lam, Y., & Leung, D. Y. (2004). Statistical inference for geometric processes with gamma distributions, *Computational Statistics and Data Analysis*, 47 (3), 565-581. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2003.12.004>
- Gutjahr, W. J. (1995). Optimal test distributions for software failure cost estimation, *IEEE Transactions on Software Engineering*, 21, 219-228, <https://doi.org/10.1109/32.372149>
- Lam, Y. (2007). *The Geometric Processes and Its Applications* (1st ed.). World Scientific.
- Lam, Y., & Chan, J. S. K. (1998). Statistical inference for geometric processes with lognormal distribution, *Computational Statistics and Data Analysis*, 27 (1), 99-112. [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(97\)00046-7](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(97)00046-7)
- Musa, J. D., Iannino, A., & Okumoto, K. (1987). *Software Reliability: Measurement, Prediction, Application* (1st ed.). McGraw-Hill.
- Pekalp, M. H., & Aydoğdu, H. (2018). An integral equation for the second moment function of a geometric process and its numerical solution, *Naval Research Logistics*, 65 (2):176-184. <https://doi.org/10.1002/nav.21791>
- Pekalp, M. H., & Aydoğdu, H. (2021). Power series expansions for the probability distribution, mean value and variance functions of a geometric process with gamma interarrival times, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 388, 113287. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.113287>
- Pekalp, M. H., Aydoğdu, H., & Trkman, K.F. (2022). Discriminating between some lifetime distributions in geometric counting processes, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 51 (3), 715-737. <https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1657452>
- Pham, H., & Wang, H. (2001). A quasi-renewal process for software reliability and testing costs, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, 31 (6), 623-631. <https://doi.org/10.1109/3468.983418>
- Pham, H., & Zhang, X. (1997). An NHPP software reliability model and its comparison, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 4 (3), 269-282. <https://doi.org/10.1142/S0218539397000199>
- Pham, L., & Pham, H. (2000). Software reliability models with time-dependent hazard function based on Bayesian approach, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, 30 (1), 25-35. <https://doi.org/10.1109/3468.823478>
- Tang, Y., & Lam, Y. (2007). Numerical solution to an integral equation in geometric process, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 77, 549-560. <https://doi.org/10.1080/10629360600565343>
- Tokuno, K., & Yamada, S. (1999). Stochastic software safety/reliability measurement and its application, *Annals of Software Engineering*, 8, 123-145. <https://doi.org/10.1023/A:1018967011900>