



From Babylonian Numerals to Pythagorean Triples

Suphi Önder BÜTÜNER*

Bozok University, Yozgat, TURKEY

Received: 05.10.2015

Accepted: 29.06.2016

Abstract – The purpose of this research was to improve students' perceptions of the usefulness of today's number system by comparing it to its Babylonian counterpart and to show them that mathematics is a multicultural and dynamic discipline. The study utilized the case study method, which is a qualitative research approach. Participants were 27 grade eight students from Trabzon. Worksheets were distributed to students and the research was conducted in 3 class hours. Student views on the activities were obtained through a written feedback form consisting of 3 questions. The data collected from the written feedback form were analyzed through content analysis. As a result, the majority of the students concluded that writing the Babylonian numerals was both difficult and time-consuming, and that our number system was more practical. Additionally, they were surprised to learn that the Pythagorean relation had been previously developed by Babylonians. Some students also grasped the multicultural and dynamic nature of mathematics.

Key words: history of mathematics, babylonian numerals, pythagorean triples, case study, worksheet

DOI: 10.17522/balikesirnef.278049

Summary

Introduction

Studies on the use of the history of mathematics have been on the rise in recent years. In Turkey, the 2004 mathematics curriculum, which is still in use, emphasized the importance of using the history of mathematics in class for the first time. Secondary school mathematics curriculum states that mathematicians' life stories, their works, their contributions to the field, and anecdotes may be used in the classroom as historical content (TTKB, 2013). These are known as historical snippets (Tzanakis and Arcavi, 2002). Jankvist (2009) revealed that the history mathematics is used in the secondary school mathematics curriculum in a limited way

* Corresponding Author: Suphi Önder BÜTÜNER, Assist. Prof. Dr., Bozok University, Faculty of Education, Department of Elementary Mathematics Education, 66000, Yozgat, TURKEY.

as both a goal and a tool (life stories, works of mathematicians, etc.). Using HoM as a tool refers to using historical content in order to increase students' academic success in mathematics and motivate them to learn, while using it as a goal refers to using historical content to show that mathematics developed and was shaped with the contribution of different cultures; differed according to time, place and culture; and that the human factor was important in this development (Jankvist, 2009). In the curriculum it is emphasized that students may realize through historical snippet use that mathematics is a cultural heritage (use as a goal) and students may develop a positive attitude towards mathematics (use as a tool). Parallel to the explanations in the secondary school mathematics curriculum, historical snippets are used extensively in studies in Turkey too (İdiküt, 2007; Tözluyurt, 2008; Bayam, 2012; Özdemir ve Yıldız, 2015). Tzanakis and Arcavi (2002) emphasize 13 different ways of using HoM. Some of these include “historical snippets (life stories of mathematicians, their works, etc.)”, “mechanical tools”, “historical packages (the Pythagorean theorem package)”, “learning from ancient mathematicians' mistakes ($1-1+1-1+1-1\dots=?$). As can be seen, work should be undertaken to enrich the curriculum concerning the methods and purposes of using HoM.

Studies that use ancient number systems as historical snippets (ancient Egyptian and Babylonian numbers) have asked students to transform today's numbers to Babylonian or ancient Egyptian numbers. In the activities, writing Egyptian and Babylonian numbers appeared to be difficult and unnecessary for students (Tözluyurt, 2008; Özdemir and Yıldız, 2015). The current study aims to make students understand that the modern number system is useful and practical, and develop positive thoughts for using the modern number system (using HoM as a tool). Another aim of the study was to show the students that mathematics is a multicultural and continuously progressing science (using HoM as a goal).

Methodology

This case study aimed to gather student views about the use of the history of mathematics for an in-depth study of the topic. The students in the classroom where the study was conducted reported not to have studied the history of mathematics before. It was therefore a novelty for them to encounter this content. Therefore, the study used homogenous sampling. The data collection tools were worksheets and written opinion forms. The worksheets were designed in order to enable students to develop positive thoughts about the modern number system and to realize that mathematics is a multicultural branch of science with a rich history. A pilot trial was conducted during the 2011-2012 school year so that unclear parts in the worksheets could

be spotted, and the worksheets were finalized upon receiving the views of a field expert. The study was held with 27 8th grade students from a public secondary school in central Trabzon during the first semester of the 2013-2014 school year. Following the completion of the worksheet activity, student views were elicited by asking them the following three questions: “Have you experienced a similar activity before?”, “Explain the positive sides of the activity”, and “What was difficult or negative in the activities? Explain”. The data were analyzed by using content analysis. Student responses in the written opinion forms were read three times and a general impression was formed about student views. After this, codes were drawn from the forms and written on a blank piece of paper. A similar coding process was undertaken by another field expert researcher, and the consistency between the two list of codes was checked. There was 92% match between the two list of codes (Miles and Huberman, 1994). The qualitative findings were quantified by using frequencies.

Results and Conclusion

At the end of the study, the majority of the students learned that there were only two symbols to denote the numbers and zero was not used in the Babylonian number system. Therefore, they understood that two different numbers could be written in the same way, which made it difficult to distinguish the numbers and led to confusion. They stated that writing the Babylonian numerals was difficult and time-consuming, and that our number system was more practical. Additionally, they were surprised to learn that the Pythagorean relation had been previously found by the Babylonians. Some students also learned the multicultural and dynamic nature of mathematics. Similar results were obtained in other studies in the literature as well (Krussel, 2000; Marshall, 2000; Kaye, 2008). In Marshall’s (2000) study, students learned that mathematics is a living and developing science that contributed to the advancement of civilization. Krussel (2000) found that his study enabled students to better understand the nature of mathematics and to realize that mathematics is a dynamic and continuously developing science. Kaye (2008) reported that using historical content made the majority of students realize that mathematics dates back to many years ago. In this study, 8 students stated that the number system they use is more useful and advanced than ancient number systems and emphasized the developing nature of mathematics. Two students stated that knowledge of mathematics is constructed and enriched through intercultural interaction, and stressed the dynamic nature of mathematics. Future studies may involve different methods of HoM use and investigate their effects on students.

Babil Sayılarından Pisagor Üçlülerine

Suphi Önder BÜTÜNER[†]

Bozok Üniversitesi, Yozgat, TÜRKİYE

Makale Gönderme Tarihi: 05.10.2015

Makale Kabul Tarihi: 29.06.2016

Özet- Bu çalışmanın birinci amacı, öğrencilerin Babil sayı sistemi ile modern sayı sistemini karşılaştırarak modern sayı sisteminin kullanışlı olduğuna yönelik düşünceler geliştirmelerine yardımcı olmaktır. Çalışmanın diğer amacı ise öğrencilere matematiğin çok kültürlü ve gelişim gösteren bir bilim olduğunu göstermektir. Özel durum yönteminin kullanıldığı çalışma, Trabzon ilindeki 27 adet sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışmada iki adet çalışma yaprağı kullanılmış, veriler yazılı görüş formu ile toplanmıştır. Verilerin çözümlenmesinde içerik analizi kullanılmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğrenciler Babil sayılarının yazımının zor ve zaman alıcı olduğunu belirtmiş, modern sayı sisteminin ise kullanışlı olduğunu vurgulamışlardır. Bununla birlikte öğrenciler Pisagor bağıntısının, Pisagor'dan yıllar önce Babilliler tarafından bulunmasına şaşırılmışlardır. Bazı öğrenciler matematiğin gelişim gösteren çok kültürlü ve dinamik yapısının farkına varmışlardır.

Anahtar Kelimeler: matematik tarihi, babil sayıları, pisagor üçlüleri, durum çalışması, çalışma yaprağı

Giriş

Matematik tarihi (MT), matematik derslerinde kullanılmalı mıdır?. Yapılan araştırmalar; öğrencilerin matematik derslerinde MT'nin kullanımına ilişkin olumlu düşünceler içerisinde olabilecekleri gibi, MT'nin derslerde kullanılmasının bir anlamı olmadığı yönünde olumsuz düşünceler de geliştirebileceklerini göstermektedir. Öğrencilerin MT'nin matematik derslerinde kullanımına yönelik olumsuz düşünceler geliştirmelerinin nedenlerinden biri; matematik öğretim programında yer alan kazanımlarla ilişkisi olmayan yoğun ve karmaşık olan bir tarihsel içerikle öğrencilerin karşı karşıya bırakılmalarıdır (Bütüner, 2014). Yapılan çalışmaların sonuçları bu durumun varlığına işaret etmektedir (Dickey, 2001; Kaye, 2008; Tözluyurt, 2008; Özdemir ve Yıldız, 2015). Matematik öğretim programında yer alan kazanımlara uygun olarak, kural, formül veya ilgili konuyu öğretmek amacıyla hazırlanan ve derslerde kullanılan tarihsel içerik, öğrencilerin ilgisini çekmekte ve öğrenmelerine katkı

[†] İletişim: Suphi Önder BÜTÜNER, Yrd. Doç. Dr. Bozok Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Böl., Matematik Eğitimi ABD, 66000 Yozgat, TÜRKİYE.

E-mail:s.onder.butuner@bozok.edu.tr

sağlamaktadır (Bütüner, 2014; 2015; 2016). Yukarıda ifade edilenler tarihsel içeriği derslerde kullanmadan önce tarihsel içeriğin nasıl ve neden kullanılacağı sorusuna cevap verilmesinin önemine işaret etmektedir. Literatürde MT'nin derslerde neden ve nasıl kullanılabileceğine ilişkin çeşitli görüşler yer almaktadır (Fried, 2001; Jankvist, 2009; Gulikers ve Blom, 2001; Tzanakis ve Arcavi, 2002). Jankvist (2009), MT'nin derslerde araç ve amaç olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir. Öğrencilerin matematiğe yönelik akademik başarılarını arttırmak, öğrenmeye yönelik güdülenmelerini sağlamak amacıyla tarihsel içerikten yararlanılması MT'nin araç olarak, matematiğin farklı kültürlerin katkısıyla geliştiğini ve şekillendiğini zamana, yere ve kültüre göre değişim ve gelişim gösterdiğini ve bu gelişimde insan faktörünün önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermek için tarihsel içeriğe başvurulması ise MT'nin amaç olarak kullanımınıdır. Tzanakis ve Arcavi (2002), MT'nin 13 farklı kullanım yoluna vurgu yapmaktadır. “Tarihsel ufak parçalar (matematikçilerin hayat hikayeleri, eserleri vb.)”, “mekanik araçlar”, “tarihsel paketler (Pisagor teoremi paketi)”, “Eski matematik bilginlerinin yaptıkları hatalardan yararlanma (örneğin; $1-1+1-1+1-1...=?$ çözümünde yapılan hatalar) MT'nin kullanım yollarından bazılarıdır.

Ortaokul Matematik Öğretim Programında Matematik Tarihi

Türkiye’de 2004 yılında uygulanmaya başlayan öğretim programı ile tarihsel içerik matematik ders kitaplarına girmiştir. Ortaokul matematik öğretim programında MT'nin derslerde kullanımı ile ilgili aşağıdaki açıklamalar yer almaktadır. “*Matematiğin tarihsel gelişimi hakkında bilgi sahibi olmak ortaokul öğrencilerinin matematiğe ve matematik öğrenmeye karşı olumlu tutum geliştirmelerine olanak sağlayabilir. MT pek çok önemli ve bir o kadar da ilginç kişi ve anekdotlarla doludur. Bu tarihsel kişilikler, bu kişilerin hayatları, eserleri ve matematiğe yaptıkları katkılar hakkında bilgiler paylaşmak matematik derslerini öğrenciler için daha anlamlı kılacaktır. Örneğin Antik Yunan'ın en önemli geometricilerinden Öklit'in hayatını ve en önemli eseri Elementler'i tanıma fırsatı bulan öğrenciler bugün öğrendikleri geometri konularının bundan en az 2500 yıl önce ortaya konduğunu ve bu bilgilerin bir tarihi miras olarak kültürden kültüre aktarıldığını görecektir. İnsanlık tarihi daha pek çok matematikçi ile doludur. Matematik programı öğrencilerin matematik ve matematik dersine karşı olumlu bakış açısı geliştirmeleri ve matematiği daha iyi anlamalarına fırsat sağlaması açısından MT'den önemli ayrıntıların öğrenciler ile paylaşılmasını önermektedir. Örneğin, Pisagor teoremini öğrenen öğrencilerle Pisagor'un hayatından birkaç ilginç ayrıntının paylaşılması öğrenme isteklerini artırabilir*” (TTKB, 2013). Öğretim programında yer alan açıklamalar, tarihsel içerik olarak derslerde

matematikçilerin hayat hikayelerinin, eserlerinin, matematiğe yaptıkları katkıların, anekdotların kullanılabilmesine işaret etmektedir. Matematikçilerin hayat hikayeleri, eserleri, matematiğe yaptıkları katkıları, anekdotlar tarihsel ufak parçalardır (Tzanakis ve Arcavi, 2002). Öğretim programında tarihsel ufak parçaların kullanımı yoluyla öğrencilerin matematiğin kültürel bir miras olduğunu fark edebilecekleri (amaç olarak kullanım) ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanabilecekleri (araç olarak kullanım) vurgulanmaktadır. Türkiye’de yapılmış olan çalışmaların çoğunda tarihsel ufak parçalar yoluyla (İdikut, 2007; Tözluyurt, 2008; Bayam, 2012; Özdemir ve Yıldız, 2015) MT’nin kullanıldığı görülmektedir. MT’nin *farklı yollarla ve amaçlarla* kullanılabilmesi dikkate alındığında, öğretim programının MT’nin kullanım yolları ve kullanım amacı açısından zenginleştirilmesine dönük çalışmaların yapılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir.

Matematik Tarihinin Kullanımının Önündeki Engeller ve Yapılmış Çalışmalar

Literatürde matematik tarihinin öğrenciler üzerinde olumlu etkiler yaratacağı vurgulanmasına ve bu durum çalışma sonuçlarıyla ortaya konmuş (Bütüner, 2016; Bellomo ve Wertheimer, 2010; Glaubitz, 2007; Haverhals ve Roscoe, 2010; Kaye, 2008; Leng, 2006; Lim, 2011; Liu, 2009; McBride ve Rollins, 1977) olmasına karşın, MT kullanımının öğrencilerin matematik dersinden soğumasına ve uzaklaşmasına neden olacağı da dile getirilmektedir (Siu, 2007; Tzanakis ve Arcavi, 2002). Öğretmenlerin matematik tarihinin kullanımı konusunda tecrübelerinin olmayışı, kaynak sıkıntısı, öğrencilerin matematik tarihini matematikle ilgisiz bulmaları, MT’nin kullanımının önündeki engellerin başında yer almaktadır. (Siu, 2007; Tzanakis ve Arcavi, 2002; Ho, 2008; Panasuk ve Horton, 2012). Özellikle matematik öğretim programıyla ilişkisiz tarihsel içerik öğrencileri “tarihin derste ne işi var” düşüncesine itebilmektedir (Bütüner, 2014). Fried (2001), matematik eğitimcilerinin modern matematiği ve modern matematiksel teknikleri öğretirken matematik tarihinden yararlanma biçimlerinin matematik tarihçilerinden farklı olduğunu “geometrik cebri” örnek vererek açıklamaya çalışmıştır. $x^2 + 6x$ cebirsel ifadesi, milattan önce dördüncü yüzyılda kenar uzunluğu x olan karenin alanı ile kenar uzunluğu 6 ve x olan bir dikdörtgenin alanları toplamı olarak modellenmiştir. Sonuç olarak, “*matematik eğitimcisi için amaç iyi bir tarihin ötesinde öğrencilere bir konuyu öğretmek için tarihsel içeriğin etkili şekilde kullanılması olmalıdır*”.

Öğretim programında yer alan kazanımlarla ilişkisiz olan tarihsel içeriğe aşırı vurgu yapılması ve tarihsel içeriğin zor ve karmaşık oluşu öğrenciler üzerinde olumsuz etkilere sebep olmaktadır (Dickey, 2001; Kaye, 2008; Özdemir ve Yıldız, 2015; Tözluyurt, 2008).

Dickey (2001), MT kullanımının ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin öğrenmeleri ve tutumları üzerindeki yansımalarını araştırmıştır. Uygulamalar her birinde 22 öğrenci bulunan iki sınıf üzerinde yürütülmüştür. Çalışmada, tarihsel içerik olarak Eski Mısır, Babil ve İslam Kültüründe sayı sistemleri, Eski Mısırda çarpma, bölme işlemleri, kesirler ve Hint kültüründe çarpma ve bölme işlemleri kullanılmıştır. Ders uygulamalar çerçevesinde planlanırken, öncelikle matematikçilerin hayatlarından bahsedilmiş, yaptıkları keşifler ve eserleri tanıtılmış, son olarak öğrenciler tarihsel problemlerle karşı karşıya bırakılmışlardır. Çalışma sonucunda öğrencilerin çarpma işleminde kullanılan kafes yöntemi dışında kalan etkinlikleri sıkıcı buldukları tespit edilmiştir. Tözluyurt (2008) tarafından yapılan çalışmada tarihsel içerik odaklı yapılan etkinliklerle ilgili sekiz lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri alınmıştır. Öğrenciler çalışma yaprakları üzerinde uygulamalar yapmışlardır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin tamamı, Mısırlılarda kesirler etkinliğini zor bulmuşlardır. Mısırlıların kullandıkları hiyeroglifler etkinliğinde ÖSS kaygısı nedeniyle ilgilenmeyen öğrenciler olduğu gibi, öğrencilerin geneli hiyeroglif çizimleri yapmayı zor bulmuşlardır. Etkinlikler içerisinde öğrenciler en çok kafes yöntemi ile çarpma işlemi yapma etkinliğini beğenmişlerdir. Kaye (2008), çalışmasında dört okuldan öğretmen ve on yaşlarındaki öğrencilere Babil matematiği ile ilgili görüntülü bir konferans vermiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin tamamı, Babil sayılarını yazmakta zorlanmışlardır. Benzer bir sonuç Özdemir ve Yıldız (2015) yaptıkları çalışmada da ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak, bu çalışmalarda eski sayı sistemleri ile modern sayı sisteminin yapıları arasında bir karşılaştırma yapılmadığı; modern sayı sisteminin öğretimine yönelik uygulamalara yer verilmediği, öğrencilerden sayı sistemleri arasında dönüşümler yapmalarının beklediği söylenebilir.

Nataraj ve Thomas (2009), yukarıdaki çalışmalardan farklı olarak, çalışmalarında *genetik yaklaşımı* kullanmış ve basamaklı sayı sisteminin tarihsel gelişim sürecini dikkate alarak etkinliklerini planlamışlardır. Bu çalışmada MT, öğrencilerin 10 tabanlı sayı sistemini ve basamak kavramını daha iyi kavrayabilmeleri amacıyla (araç olarak kullanım) kullanılmıştır. Özel durum yönteminin kullanıldığı çalışma, yedinci sınıfta okuyan 27 öğrenci ile yürütülmüştür. Uygulamalar sonunda bir öğrenci dışında tüm öğrencilerin onluk sayı sisteminin ve basamaklı sayı sisteminin genel yapısını genelleyebildikleri ve kavradıkları ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmada öğrencilerden, Babil sayı sistemi ile on tabanlı sayı sisteminde sayıların yazılış biçimlerini karşılaştırmaları ve sayı sistemlerini kullanışlılık açısından değerlendirmeleri istenmiştir. Ardından öğrencilere Babil tabletlerinde yer alan Pisagor üçlüleri gösterilerek, tablette yer alan sayıların Pisagor bağıntısını sağlayıp sağlamadığını test

etmeleri beklenmiştir. Babil sayı sistemi ile ilgili çalışma ile öğrencilerin modern sayı sisteminin kullanışlı olduğuna yönelik düşünceler geliştirecekleri düşünülmüştür. Bu durum MT'nin araç olarak kullanımını (Jankvist, 2009). Pisagor bağıntısı ile ilgili etkinlikte ise, bağıntının Pisagor'dan yıllar önce bilindiğini görmeleri, matematiğin eski ve zengin bir tarihe sahip olduğunu fark etmeleri amaçlanmıştır. Bu şekilde tarihsel içerikten yararlanma ise MT'nin amaç olarak kullanımını olarak değerlendirilebilir (Jankvist, 2009). Kullanılan çalışma yapraklarının matematik öğretim programının tarihsel içeriğinin kullanım yolları ve kullanım amaçları açısından zenginleştirilmesine vesile olacağı düşünülmektedir. İzleyen bölümde çalışmanın yöntemi açıklanmıştır.

Yöntem

Bu özel durum çalışmasında (Çepni, 2012), matematik tarihinin kullanımı ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınıp konunun daha ayrıntılı araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma grubunun seçiminde benzeşik örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın yapıldığı sınıftaki öğrenciler daha önce derslerinde tarihsel içerikle karşı karşıya kalmamışlardır. Öğrencilerin ilk defa matematik derslerinde tarihsel içerikle karşılaşacak olmaları onlar için yeni bir durumdur. Çalışma Trabzon il merkezindeki bir devlet ortaokulunun sekizinci sınıf düzeyindeki 27 öğrenci ile 2013–2014 eğitim öğretim yılı birinci döneminde yürütülmüştür.

Veri Toplama Araçları

Çalışma yaprağı

Çalışma yaprakları, öğrencilerin modern sayı sistemine yönelik olumlu düşünceler geliştirmeleri, matematiğin çok kültürlü ve zengin bir tarihe sahip olan bir bilim dalı olduğunu fark etmeleri amacıyla tasarlanmıştır. Çalışma, 2013–2014 eğitim öğretim yılı içerisinde Trabzon ili merkezindeki bir ortaokulun 8. sınıfında yürütülmüştür. Pilot uygulama, 2011–2012 yılları arasında gerçekleştirilmiş, ikinci çalışma yaprağı üzerinde gerekli görülen düzeltmeler yapılmıştır. İkinci çalışma yaprağının ilk halinde öğrencilerden, Babil tabletinde yer alan $\sqrt{2} = 1,24,51,10$ $a\sqrt{2} = 42;25,35$ değerlerini kullanarak ve uygun sayı dönüşümleri yaparak $\sqrt{2}$ sayısının on tabanında karşılık geldiği değere ulaşmaları istenmiştir. Ancak uygulamanın uzun olması, öğrencilerin işlemler üzerinde zaman harcamaları, çoğu öğrencinin sıkılmasına ve sınava hazırlık kaygısıyla rahatsız olmalarına neden olmuştur. Dolayısıyla ikinci çalışma yaprağından bu içerik çıkarılmıştır. Birinci çalışma yaprağında ise sadece doğal sayılar üzerine odaklanılmıştır. Pilot uygulamalar sonucunda gerekli düzeltmeler yapılan

çalışma yaprakları alan uzmanı bir akademisyene gösterilerek çalışma yapraklarının kullanımının uygunluğu teyit edilmiştir.

Kullanılan çalışma yapraklarının ilkinde Babil sayılarının tanıtımı yapılmış (Ek A), 1’den 59’a kadar olan sayıların Babil sayı sisteminde nasıl yazıldığı öğrencilere gösterilmiştir. Ardından öğrencilerden, günümüz şekliyle ifade edilen bazı sayıların 10’luk ve 60’lık tabanda nasıl çözümlendiğini gösteren tabloyu incelemeleri ve sayı sistemlerini karşılaştırmaları istenmiştir. Çalışma yaprağının sonunda öğrencilere değerleri farklı olan bazı sayıların Babil sayı sisteminde yazılışlarının aynı olmasının nedenleri sorulmuştur. Öğrencilerden bu durumun yol açacağı sorunların neler olabileceğini ve böyle bir durumla modern sayı sisteminde karşılaşılabilir karşılaşılamayacağını düşünmeleri ve yazılı olarak açıklamaları istenmiştir. İkinci çalışma yaprağında (Ek B) ise öğrencilerin Pisagor bağıntısının yıllar önce Babiller tarafından bulunduğunu görmeleri bu sayede matematiğin zengin bir tarihe sahip çok kültürlü yapısını fark etmeleri amaçlanmıştır. Bu sebeple çalışma yaprağı üzerinde Plimpton 322 tableti modern şekli ile birlikte verilmiş, öğrencilere tablet üzerindeki sayıların Pisagor bağıntısını doğrulayıp doğrulamadıklarını test etmeleri istenmiştir.

Yazılı Görüş Formu

Çalışma yaprağı ile gerçekleştirilen etkinliğin bitiminin ardından, öğrencilerin etkinlik ile ilgili görüşleri alınmıştır. Bunun için 3 sorudan oluşan yazılı görüş formu kullanılmıştır. Yazılı görüş formundaki birinci soru “Daha önce böyle bir etkinlik yaptınız mı?” şeklindedir. İkinci soruda etkinliklerin öğrencilere olumlu gelen yönlerinin neler olduğu sorulmuştur. Üçüncü soruda zorlandıkları ve olumsuz buldukları kısımlar konusunda görüş belirtmeleri istenmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin çözümlenmesinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Öğrencilerin görüşlerinin alındığı yazılı görüş formuna verdikleri cevaplar üst üste üç kez okunmuş ve öğrencilerin görüşleri ile ilgili genel bir izlenim edinilmeye çalışılmıştır. Ardından formlar üzerinde kodlar oluşturulmuş, elde edilen kodlar boş bir kâğıt üzerine geçirilmiştir. Benzer kodlama işlemi alan uzmanı bir başka araştırmacı tarafından yapılmış ve iki araştırmacı tarafından saptanan kod listesinin tutarlılığına bakılmıştır. Araştırmacılar tarafından yapılan kodlamalarda % 92 uyum değerine (Miles ve Huberman, 1994) ulaşılmıştır. Elde edilen nitel bulgular frekans değerleri kullanılarak sayısallaştırılmıştır.

Bulgular

İlk çalışma yaprağındaki etkinliklerin sonunda öğrencilerden babil sayı sistemi ile modern sayı sistemini değerlendirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin yazılı görüşleri incelenerek yapılan analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 1’de verilmiştir.

İlk çalışma yaprağı üzerinde öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 21 öğrenci Babil sayı sisteminde farklı değere sahip olan sayıların aynı şekilde gösterilmesinin sayıların anlaşılmasına neden olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler bu durumun sebebini, Babil sayılarının iki sembol kullanılarak yazılmasıyla ve Babil sayı sisteminde sıfır için bir sembolün kullanılmamasıyla açıklamışlardır. Bunun yanında 20 öğrenci o dönemlerde sayıların yazımının zaman alıcı ve kullanışsız olduğunu belirtmiştir.

Tablo 1 Çalışma Yaprağı 1’in Değerlendirme Bölümünün Analizinden Elde Edilen Bulgular

<i>Kodlar</i>	<i>Öğrenci Cevaplarından Örnekler</i>	<i>f</i>
Sıfırın kullanımı	“Babillerde sıfırı göstermek için bir sembol kullanılmamış, buda zorluklara neden oluyor”. Ö5	6
Yazımı uzun	“Babil sayılarını yazmak bir hayli uzun, biz 59’u hemen yazarken, onlar 59’u yazarken bir hayli zaman harcıyorlar”. Ö8 “O dönemde yaşamak istemezdim. Resim yapar gibi sayıları yazıyorlarmış”. Ö6	20
Sayıların gösterim şekli	“Babil sayılarını sadece iki sembolle gösteriyoruz. Bizim sayı sistemimizde 10 farklı rakam var. Sayıları göstermede bu rakamları kullanıyoruz”. Ö18 “59’dan sonra başa dönmüşler, biz ise 60, 61 diye devam ediyoruz” Ö11	19
Sayıların gösterim biçiminin yarattığı sıkıntılar	“Sayıları göstermede iki sembolün kullanılması bazı sayıların aynı şekilde gösterilmesine neden olmuş, bu da sayıların anlaşılmasını engelliyor. Bizim sayı sistemimizde ise her sayı farklı şekilde gösteriliyor”. Ö16 “Babil sayı sisteminde bazı farklı olan sayıların gösterimleri aynı, 12 ve 602 sayısını nasıl ayırabilecek insanlar, bizim sayı sistemimizde ikisinin gösterimi de farklı”. Ö21 “1 ile 60 aynı şekilde gösteriliyor, insanların aklı nasıl karışmamış acaba” Ö24	21

İkinci çalışma yaprağında öğrencilerin Pisagor bağıntısının Pisagor’dan yıllar önce Babilliler tarafından bulunduğunu görmeleri amaçlanmıştır. Bunun için öğrencilere Plimpton 322 isimli tabletin modern sayılar kullanılarak yazılmış hali gösterilerek öğrencilerin tablette yer alan sayıların Pisagor bağıntısını oluşturup oluşturmadığını test etmeleri istenmiştir. Ö14 ve Ö26 nolu öğrencilerin çalışmalarından kesitler aşağıda sunulmuştur.

b	c	a
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700
799	1249	960
481	769	600
4961	8161	6480
45	75	60

$$120^2 + 119^2 = 169^2$$

$$16400 + 14161 = 28561$$

$$65^2 + 72^2 = 97^2$$

$$4225 + 5184 = 9409$$

b	c	a
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700
799	1249	960
481	769	600
4961	8161	6480
45	75	60

$$14400 + 14161 = 28561$$

$$14400 + 14161 = 28561$$

Formül

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Şekil 1 Ö14 nolu öğrencinin çalışması **Şekil 2** Ö26 nolu öğrenci çalışması

Uygulamaların ardından öğrencilere yazılı görüş formu dağıtılmıştır. Öğrencilere daha önce bu tip bir etkinlik yapıp yapmadıkları ve etkinliğin hoşlarına gidip gitmediği sorulmuştur. Öğrencilerin verdiği cevaplar analiz edildiğinde öğrencilerin tamamının daha önce bu tip bir etkinlik yapmadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Öğrenciler, öğretmenlerinin derslerinde tarihsel içeriğe yer vermediklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin 24'ü etkinliklerden hoşlandıklarını ve faydalı bulduklarını ifade etmiştir. Etkinliklerin öğrencilere olumlu gelen yönleri ve ne kazandırdığı ile ilgili soruya verilen öğrenci cevapları analiz edilmiş ve bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2'de de görüldüğü üzere öğrencilerin çoğunluğu etkinlikler sayesinde matematiğin tarihinin çok eskiye dayandığını ve Babil sayı sistemi ile karşılaştırıldığında sayı sistemimizin kullanışlı ve pratik olduğunu öğrendiklerini ifade etmişlerdir. 14 öğrenci ise farklı sayı sistemleri olduğunu daha önceden bilmediklerini etkinlikler sayesinde öğrendiklerini vurgulamıştır. 8 öğrenci Babil ve modern sayı sistemlerini karşılaştırarak, matematiğin gelişim gösteren bir bilim olduğuna vurgu yapmıştır. 4 öğrenci bağıntının Pisagor'dan yıllar önce bulunmasına rağmen Pisagor bağıntısı olarak literatüre geçmesini, ilgi çekici bulduklarını belirtmişler ve meraklandıklarını ifade etmişlerdir. 2 öğrenci ise Pisagor'un Babillilerin bilgisinden yararlanarak bağıntıyı ilerlettiğini belirtmiştir.

Tablo 2 Etkinliklerin Olumlu Olduğu Düşünülen Yönleriyle İlgili Öğrenci Görüşleri

<i>Kodlar</i>	<i>Öğrenci Cevaplarından Örnekler</i>	<i>f</i>
Farklı sayı sistemlerinin olduğunu öğrenme	“Etkinlik sayesinde farklı sayı sistemlerinin olduğunu öğrendim. Sanırım bundan başkaları da vardır”. Ö26	14
Sayı sistemimizin kullanışlı ve pratik olduğunu öğrenme	“Başkalarının sayıları yazması çok zormuş. Biz çok daha kolay şekilde yazıyoruz”. Ö2 “Babilliler gibi bir sayıyı yazmaya çalıştım çok zorlandım”. Ö5	16
Matematiğin çok eskiye dayanması	“Ben matematiğin bu kadar eski zamanlarda yapıldığını bilmiyordum”. Ö23	21
Gelişim göstermesi	“O günlerde sayıları o kadar zor şekilde yazarken, bugün biz ne kadar kolay yazıyoruz. Demek ki matematik o zamandan bu zamana çok gelişmiş” Ö22	8
Bağıntının ismi	“Etkinlik benim ilgimi çekti, merakımı arttırdı. Pisagor’dan çok öncelerde bu bağıntı biliniyorsa neden bağıntının ismi öyle, araştırılmalı bence” Ö20 “Babilliler neden kendilerinin isimlerini vermemişler merak ettim” Ö14	4
Kültürel etkileşim	“Etkinlik matematikle ilgili bilgimi arttırdı. Bence Pisagor Babillilerden yararlanarak bağıntıyı iletmiş” Ö11	2
Farklı ve değişik bilgiler	“Farklı ve değişik bilgiler öğrendim matematikle ilgili” Ö13 “Matematikle ilgili değişik bilgiler edindim” Ö18	7

Öğrencilerin etkinliklerde zorlandıkları ve olumsuz buldukları kısımlarla ilgili görüşlerinin sorulduğu soruya verdikleri cevaplar analiz edilmiş ve elde edilen bulgular Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3’te de görüldüğü gibi öğrencilerin geneli Babil sayılarını yazmayı başardıklarını ancak modern sayılarla kıyaslandığında bu sayıların yazımının zor ve uğraştırıcı olduğunu ifade etmiştir. Belirtilen diğer bir olumsuzluk ise Babil sayılarını yazmanın zaman kaybına yol açması şeklinde olmuştur. Genel itibarıyla bakıldığında ise öğrencilerin Babil sayılarını yazmayı modern sayıları yazmaya göre zor ve uğraştırıcı buldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 3 Etkinliklerin Zorlanılan ve Olumsuz Bulunan Yönleriyle İlgili Öğrenci Görüşleri

<i>Kodlar</i>	<i>Öğrenci Cevaplarından Örnekler</i>	<i>f</i>
Yazımı zor	“Bence Babil sayıları gereksiz, kullanmaya gerek yok” Ö17 “Zorlandığımı söyleyemem ama modern sayılarla karşılaştırıldığında yazımı zor, uğraştırıcı” Ö12 “Resim yapar gibi sayı yazmak zor. Şekilleri benzetmeye çalışmak zor” Ö6 “Biz 1, 2, 3’ü kullanmaya alıştığımız için bu sayıları yazmak zor geldi bana” Ö23	14
Zaman kaybı	“Babillilerin sayılarını yazmak çok zaman alıcı” Ö10 “49 sayısını yazmak bir hayli zamanımı aldı” Ö26 “8 için 8 tane biri yan yana getirmek çok zamanımı aldı” Ö19	19
Zorlanmadım	“Pek zorlanmadım” Ö11 “Genelde tabloda verilenlerden tartıştık. Birkaç sayıyı yazmaya çalıştık. Benim için pek zor değildi” Ö15 “Zor olan bir şey yoktu. Sadece tabloyu incelerken başlangıçta anlamadım ama arkadaşlardan yardım alınca anladım” Ö27	5

Tartışma ve Sonuç

İlk çalışma yaprağında öğrencilerin modern sayı sistemi ile Babil sayı sistemini karşılaştırmaları ve modern sayı sisteminin Babil sayı sistemine göre avantajlarını fark etmeleri amaçlanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin çoğunluğu, Babil sayı sisteminde sayıları göstermek için sadece iki sembolün kullanıldığını ve Babil sayı sisteminde sıfırın kullanılmadığını öğrenmişlerdir. Bu nedenlerden dolayı, iki farklı sayının aynı şekilde yazılabileceğini anlamışlardır. Bu durumun sayıların anlaşılmasını engellediğini ve kafa karışıklığına neden olduğunu fark etmişlerdir. Sonuç olarak öğrencilerde modern sayı sisteminin Babil sayı sistemine göre pratik ve kullanışlı olduğu yönünde düşünceler gelişmiştir. Literatürde eski sayı sistemlerinin öğrenciler tarafından kullanışsız olarak değerlendirildiği çalışma sonuçlarıyla ortaya konulmuştur. Kaye (2008), çalışmasında dört okuldan öğretmen ve on yaşlarındaki öğrencilere Babil matematiği ile ilgili görüntülü bir konferans vermiş, çalışma sonunda öğrencilerin tamamının, Babil sayılarını yazmakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Özdemir ve Yıldız (2015)’in çalışmalarına katılan 21 öğrencinin 5’i Babil sayı sisteminde sayıları yazmanın zor olduğunu ve 11’i bu sistemde uzun işlemlerin yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Tözluyurt (2008) tarafından yapılan çalışmada ise öğrenciler Mısır hiyeroglif çizimlerini zor bulduklarını ifade etmişlerdir.

Öğrenciler bu uygulamalar öncesinde, tarihsel içeriğin matematik derslerinde kullanılmadığını ifade etmişlerdir. Bu durum öğretmenlerin bilgi eksikliklerine ve tarihsel içeriği kullanma konusunda tecrübeye sahip olmamalarına bağlanabilir. Tzanakis ve Arcavi (2002) ve Siu (2007), MT'nin derslerde kullanımının önündeki engellerden birini, MT'nin nasıl kullanılabilceği konusunda öğretmenlerin bilgi ve tecrübe eksikliği olarak ifade etmişlerdir. Nitekim Gazit (2013), matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının MT bilgi düzeylerinin oldukça düşük olduğunu tespit etmiştir.

Çalışma sonunda 21 öğrenci ise iki etkinlik sayesinde matematiğin çok eski zamanlarda da var olduğunu öğrenmişlerdir. 8 öğrenci kullandıkları sayı sisteminin eski zamanlarda kullanılan sayı sistemine göre daha gelişmiş olduğunu ifade ederek, matematiğin gelişim gösteren doğasına vurgu yapmışlardır. Etkinlikler 4 öğrenci de merak duygusu uyandırmıştır. 4 öğrenci, bağıntının yıllar önce bulunmuş olmasına rağmen isminin neden Pisagor'la anıldığını merak ettiklerini ve araştırılması gereken bir konu olduğunu vurgulamışlardır. 2 öğrenci, Pisagor bağıntısının yıllar önce Babilliler tarafından biliniyor olmasına şaşırılmış ve matematiksel bilgilerin kültürler arası etkileşim ile oluştuğunu ve zenginleştiğini ifade etmişlerdir. Benzer sonuçlar literatürde yapılan çalışmalarda da ortaya çıkmıştır (Krusel, 2000; Marshall, 2000; Kaye, 2008). Marshall (2000)'ün çalışmasının sonucunda öğrenciler matematiğin yaşayan, gelişen bir bilim olduğunu ve medeniyetlerin ilerlemesini sağladığını öğrenmişlerdir. Krusel (2000)'ün çalışmasının sonucunda öğrencilerin matematiğin doğasını daha iyi anlamaya başladıkları, matematiğin dinamik ve sürekli gelişme açık bir bilim olduğunu anladıkları tespit edilmiştir. Kaye (2008)'nin çalışmasının sonucunda öğrencilerin çoğunluğu, matematiğin zengin bir tarihe sahip olduğunu fark etmişlerdir.

Öneriler

Matematik tarihi derslerde farklı yollarla ve farklı amaçlarla kullanılabilir (Tzanakis ve Arcavi, 2002; Jankvist, 2009). Ülkemizde yapılan çalışmalarda MT çoğunlukla tarihsel ufak parçalar yoluyla kullanılmıştır. Matematik bilginlerinin hayat hikâyeleri, eserleri, Eski uygarlıkların kullandıkları sayıların öğrencilere gösterilmesi tarihsel ufak parça örnekleridir. Özellikle ülkemizde, öğrencilerin sayı sistemleri arasında dönüşüm yapmalarını gerektiren çalışmalara da rastlanmaktadır. İleride yapılacak olan çalışmalarda sayı sisteminin gelişim aşamaları dikkate alınarak, öğrencilerin bu gelişim aşamalarını takip etmeleri ve sayı sisteminin yapısını öğrenmelerine yönelik uygulamalar yaptırılabilir. Bu tip bir uygulama, MT'nin "*genetik yaklaşım*" ile araç olarak kullanımına bir örnek teşkil edecektir. Bunun dışında öğrencilerin modern sayı sisteminin yapısını öğrenebilmeleri için Antik Mısırdaki

kullanılan sayı sisteminden de yararlanılabilir. Özellikle toplama işlemi yapılırken Antik Mısırda kullanılan grupta düşünce (birlikleri, onlukları vs.), modern sayı sistemi ile ilişkilendirilebilir. Öğrencilere Antik Mısırda yapılan çarpma işleminin, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinin bir uygulaması olduğu öğretilir. Bu ve benzeri uygulamalar öğrencileri, sayı sistemlerinin yapısını öğrenmeye ve sayı sistemleri arasındaki ilişki hakkında değerlendirme yapmaya yönlendirecektir.

MT'nin derslerde etkili kullanımı, öğretmenin öğreteceği konu veya kavrama ilişkin tarihsel içerikle ilgili bilgi düzeyine ve tarihsel içeriği kullanma konusunda tecrübeye sahip olup olmadığıyla yakından ilişkilidir. İleride yapılacak olan çalışmalarda MT'nin kullanımı konusunda tecrübeye sahip araştırmacılar, MT'nin farklı kullanım yollarının öğrenciler üzerindeki etkilerini ortaya koymaya yönelik çalışmalar yürütülebilir.

Kaynaklar

- Baki, A., & Bütüner, S. Ö. (2013). İlköğretim Matematik 6, 7 ve 8. Sınıf Ders Kitaplarında MT'nin Kullanım Şekilleri, *İlköğretim Online*, 12(3), 849-872. <http://ilkogretim-online.org.tr/> adresinden 08.11.2013 tarihinde edinilmiştir.
- Bayam, S. B. (2012). İlköğretim matematik eğitiminde öğrencilerin matematik tarihi bilmelerinin matematiğe yönelik başarı ve tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi.
- Bellomo, C., & Wertheimer, C. (2010). A discussion and experiment on incorporating history into the mathematics classroom, *Journal of College Teaching & Learning*, 7(4), 19-24.
- Bütüner, S. Ö. (2011). Örüntü ve İlişkiler: Eski Çin Matematiğinden Alınmış Birim Küp Modelleri, *İlköğretim Online*, 10(3), 1-8.
- Bütüner, S. Ö. (2014). *Matematik tarihi etkinlikleriyle zenginleştirilmiş sınıf ortamlarından yansımalar: bir aksiyon araştırması*, Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Bütüner, S. Ö. (2015). Using history of mathematics to teach volume formula of frustum pyramids: dissection method, *Universal Journal of Educational Research*, 3(12), 1034-1048.
- Bütüner, S. Ö. (2016). The use of concrete learning objects taken from the history of mathematics in mathematics education, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(8), 1156-1178.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.

- Dickey, G. (2001). A historical approach to teaching the british columbia mathematics eight course, Unpublished master dissertation, Simon Fraser University.
- Fried, N. M. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist?, *Science and Education*, 10, 391-408.
- Gazit A. (2013). What do mathematics teachers and teacher trainees know about the history of mathematics?, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(4), 501-512.
- Gulikers, I., & Blom, K. (2001). A historical angle, a survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education, *Educational Studies in Mathematics*, 47, 223-258.
- Glaubitz, M. R. (2007). *The use of original sources in the classroom*. Proceedings of the 5th European Summer University, Prague.
- Haverhals, N., & Roscoe, M. (2010). The history of mathematics as a pedagogical tool: teaching the integral of the secant via Mercator's projection, *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2-3), 339-360.
- Ho, W. K. (2008). Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore. Paper presented at the 1st RICE, Singapore: Raffles Junior College.
- İdikut, N. (2007). Matematik öğretiminde tarihten yararlanmanın öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına ve matematik başarılarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.
- Jankvist, T. U. (2009). A categorization of the whys and hows of using history in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics Education*, 71(3), 235-261.
- Kaye, E. (2008). The aims of and responses to a history of mathematics videoconferencing project for schools, Retrieved May 5, 2008 from <http://bsrlm.org.uk/IPs/ip28-3/BSRLM-IP-28-3-12.pdf>.
- KrusseL, L. (2000). Using history to further the understanding of mathematical concepts, *Primus*, 10(3), 273-276.
- Leng, N. W. (2006). Effects of an ancient chinese mathematics enrichment programme on secondary school students' achievement in mathematics, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 485-511.
- Lim, S. Y. (2011). Effects of using history of mathematics on junior college students' attitudes and achievement, AAMT-MERGA Conference 2011 Mathematics: Traditions and New Practices, 3-7 July.

- Liu, P. H. (2009). History as a platform for developing college students' epistemological beliefs on mathematics, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(3), 473-499.
- Marshall, G. L. (2000). *Using history of mathematics to improve secondary students' attitudes toward mathematics*. Unpublished doctoral dissertation, Illinois State University.
- McBride, C. C., & Rollins, H. J. (1977). The effects of history of mathematics on attitudes toward mathematics of college algebra students, *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(1), 57-61.
- Miles M. B., & Huberman AM. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*, California: SAGE Publications.
- Nataraj, M. S., & Thomas, M. O. J. (2009). Developing understanding of number system structure from the history of mathematics, *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 96-115.
- Özdemir, A. Ş., & Yıldız, S. G. (2015). Sınıfta Matematik Tarihinin Kullanımına Bir Örnek: Babil Sayma Sistemi, *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(1), 26-49.
- Panasuk, R. M., & Horton, L. B. (2012). Integrating history of mathematics into curriculum: what are the chances and constraints?, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 7(1), 3-20.
- Siu, M. K. (2007). No, I don't use history of mathematics in my class. why? In F. Furinghetti, S. Kaijser, and C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings HPM2004 & ESU4* (revised edition, pp. 268-277). Uppsala: Uppsala Universitet.
- Tözluyurt, E. (2008). *Sayılar öğrenme alanı ile ilgili MT'den seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- TTKB (2013). Ortaokul 5, 6, 7, 8. sınıf matematik öğretim programı, <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72> adresinden 01.05.2016 tarihinde alınmıştır.
- Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2002). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey, In Favuel, J. and Van Manen, J. (Eds.), *History in mathematics education* (pp. 201-240), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Yıldırım A., & Şimşek H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Ek A. Çalışma Yaprağı 1

Babil, Mezopotamya'da adını aldığı Babil kenti etrafında M.Ö. 1894 yılında kurulmuş, Sümer ve Akad topraklarını kapsayan bir imparatorluktur. Çivi yazısı da denen Sümer yazısı en eski yazıdır. Bu yazı kil tabletler üzerine yazılıyor, sonra bu tabletler pişirilirdi. Babilde 1'den 59'a kadar olan sayıları aşağıdaki şekilde gösteriyorlardı.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
┆	┆┆	┆┆┆	┆┆┆┆	┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆┆┆
10	11	12	20	30	40	50	59	
<	<┆	<┆┆	<<	<<<	<<<┆	<<<┆┆	<<<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	

- Babilliler sayıları göstermek için kaç farklı sembol kullanmışlardır? Biz sayıları gösterirken kaç farklı rakam kullanıyoruz?
- Babilliler 59'dan sonra 60'ı göstermek için bir adet \uparrow sembolünü, 120'yi göstermek için $\uparrow\uparrow$ sembolünü, 600'ü göstermek için ise bir adet $<$ sembolünü kullanmışlardır. Bunun nedeni ne olabilir?
- 38, 49, 65, 14 sayılarını Babil sistemiyle yazınız.

Aşağıda verilen tabloda modern sayı sistemi ve Babil sayı sistemindeki bazı sayıların çözümlenmesi verilmiştir. Sayıların çözümlenmesinin hangi tabana göre yapıldığına dikkat ediniz. 10'luk (modern) tabanda yapılan çözümlenmeler sonucu sayının hangi düşünceyle yazıldığından yola çıkarak Babil sayılarının nasıl yazıldığını anlamaya çalışınız.

Modern Sisteme Göre	Modern sisteme göre sayının yazılışı	Babil Sistemine Göre	Sayı	Babil sistemine göre sayının yazılışı	Çivi yazısı yazımı
$63 = 10^1 \times 6 + 10^0 \times 3$	63	$63 = 60^1 \times 1 + 60^0 \times 3$	1,3	1,3	┆┆┆┆┆┆┆┆
$602 = 10^2 \times 6 + 10^1 \times 0 + 10^0 \times 2$	602	$602 = 60^1 \times 10 + 60^0 \times 2$	10,2	10,2	<┆┆┆┆┆┆┆┆
$12 = 10^1 \times 1 + 10^0 \times 2$	12	$12 = 60^0 \times 12$	12	12	<┆┆┆┆┆┆┆┆
$4 = 10^0 \times 4$	4	$4 = 60^0 \times 4$	4	4	┆┆┆┆┆┆┆┆
$1 = 10^0 \times 1$	1	$1 = 60^0 \times 1$	1	1	┆┆┆┆┆┆┆┆
$60 = 10^1 \times 6 + 10^0 \times 0$	60	$60 = 60^1 \times 1 + 60^0 \times 0$	1,0	1,0	┆┆┆┆┆┆┆┆
2=		2=			
120=		120=			

- 4 ve 63, 12 ve 602, 1 ve 60 sayılarının gösterimlerine dikkat ediniz. Ne düşünüyorsunuz?
- Tablodaki ilgili boşlukları doldurunuz. Dikkatinizi ne çekti? Açıklayınız.

Değerlendirme: Babil sayı sistemi ile modern sayı sistemini karşılaştırınız. Hangi sayı sistemi sizce daha kullanışlı ve pratik neden?

Ek B. Çalışma Yaprağı 2

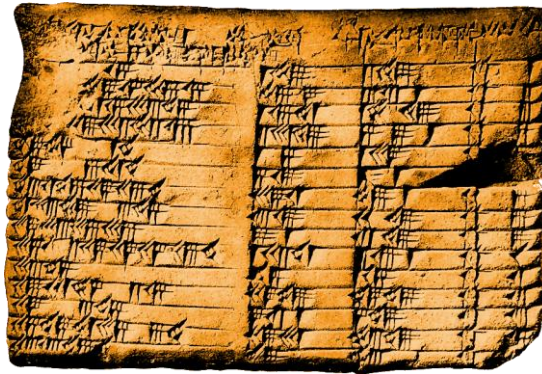
Pisagor doğmadan 1300 yıl önce Babillerin Pisagor üçlülerini ve Pisagor bağıntısının kuralını bildiklerini gösteren kanıtlar vardır. M.Ö 1600–1900 arasındaki döneme ait olan Babil tabletlerinden **Plimpton 322** isimli tablette, Babillerin Pisagor üçlülerini bildikleri anlaşılmaktadır. Aşağıda bu tabletin örneği ve sayıların onluk sisteme çevrilmiş hali verilmiştir.

Tablo 1. Plimpton 322

b	C	a
1,59	2,49	2,0
56,7	1,20,25	57,36
1,16,41	1,50,49	1,20,0
3,31,49	5,9,1	3,45,0
1,5	1,37	1,12
5,19	8,1	6,0
38,11	59,1	45,0
13,19	20,49	16,0
8,1	12,49	10,0
1,22,41	2,16,1	1,48,0
45	1,15	1,0

Tablo 2. Plimpton 322'nin Çevirisi

b	c	a
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700
799	1249	960
481	769	600
4961	8161	6480
45	75	60



Yukarıda **Plimpton 322** tabletindeki bazı Pisagor üçlülerinin 60'lık tabanda ve 10'luk tabanda yazılımları verilmiştir. Bu sayı üçlülerinin, gerçekten Pisagor üçlüsü olup olmadıklarını hesap makinesi kullanarak gösteriniz? Yan yana yazılmış sayılara dikkate alarak Tablo 2'de $a^2 + b^2 = c^2$ eşitliğinin sağlanıp sağlanmadığını kontrol ediniz.

Not: Bu çalışmanın belli bir kısmı 4-7 Kasım 2015 tarihleri arasında düzenlenen II. International Dynamic, Explorative and Active Learning (IDEAL) isimli konferansta sunulmuştur.