

# Yarım-sinüs ve dikdörtgen darbeler kullanarak minimum-kaydırmalı anahtarlama sinyallerinin üretilmesi

Serkan YAKUT\*

Balıkesir Üniversitesi Müh.-Mim. Fak. Elektrik-Elektronik Müh. Böl., Çağış Kampüsü, Balıkesir.

Geliş Tarihi (Received Date): 07.12.2015  
Kabul Tarihi (Accepted Date): 07.03.2016

## Özet

Minimum-kaydırmalı anahtarlama sinyalleri, ikili sürekli-fazlı frekans-kaydırmalı anahtarlama sinyallerinin özel bir formu olarak görülebilir. Yarım-sinüs darbeler veya dikdörtgen darbeler kullanarak minimum-kaydırmalı anahtarlama sinyalleri üretilebilir. Her iki yöntemle üretilen işaretlerin temelbant versiyonlarının örneklenmiş hallerinin birbirlerine eşit oldukları matematiksel olarak gösterilmiştir. Makaledeki literatüre katkı, bu eşitliğin gösterilmesidir. Ayrıca, ayrık-zamanlı temelbant minimum-kaydırmalı anahtarlama işaretlerin üretilmeleri ve pratikte karşılaşılan bir kanaldan iletilmeleri akabinde alıcıda denkleştirme ve demodülasyon işlemleri yapılarak bit hata oranı başarımları incelenmiştir. Minimum-kaydırmalı anahtarlama modülasyonu, sabit zarf, bant genişliği verimliliği ve iyi hata oranı başarımları gibi güzel özelliklere sahiptir. Bu yüzden minimum-kaydırmalı anahtarlama veya varyantları, telsiz haberleşme sistemlerinin pek çok alanında kullanılırlar, örneğin, küresel sistem için mobil haberleşmede, radyo frekansı haberleşmelerinde ve uydu haberleşmelerinde.

**Anahtar Kelimeler:** Minimum-Kaydırmalı Anahtarlama, MKA, SF-FRKA, Yarım-Sinüs Darbe

## Generation of minimum-shift keying signals with half-sine and rectangular pulses

### Abstract

Minimum-shift keying signals can be seen as a special form of binary continuous-phase frequency-shift keying. Minimum-shift keying signals may be generated with the use of

\* Serkan YAKUT, syakut@balikesir.edu.tr, Tel: (266) 6121195/5609

*either half-sine pulses or rectangular pulses. Sampled baseband of both types minimum-shift keying signals mathematically are shown to be equal. Our contribution in this paper is representation of this equality. In addition, after discrete-time baseband minimum-shift keying signals are generated, they are transmitted from a typical channel encountered in practice. Then, bit error rate performance of the receiver which makes equalization and demodulation processes was investigated. Minimum-shift keying modulation has good attributes such as constant envelope, bandwidth efficiency and good error rate performance. Therefore minimum-shift keying or variants of it are utilized in many fields of wireless communication systems, for example, the global system for mobile communication, radio frequency communications and satellite communications.*

**Keywords:** Minimum-Shift Keying, MSK, CPFSK, Half-Sine Pulse.

## 1. Giriş

Modülasyon, bir taşıyıcı dalganın, taşıdığı mesaj sinyale göre bazı özelliklerini değiştirme işlemidir. Frekans modülasyonunda taşıyıcı dalganın frekansı, mesaj sinyale göre değişir. Faz modülasyonunda ise taşıyıcı dalganın anlık fazı, taşıdığı sinyale göre değişir [1]. M-li frekans-kaydırmalı anahtarlama (M-FRKA) sinyallerinin ardışıl taşıyıcı frekansları arasında  $1/T$  kadar fark vardır, burada  $T$  sembol aralığıdır. Bilgi-taşıyan sinyal, fazı kesintisiz değişen bir taşıyıcı sinyal ile frekans modülasyonu yapıldığında bir ikili sürekli-fazlı frekans-kaydırmalı anahtarlama (SF-FRKA) sinyali elde edilir [1]. Faz sürekliliğinin istenmesinin ana nedeni, FRKA sinyalinin büyük spektral yan loblarını küçültmek içindir. Bunun sonucunda, iletilecek sinyalin bant genişliği azalır [1]. SF-FRKA'nın daha genelleştirilmiş biçimi sürekli-fazlı modülasyondur (SFM) [1]. SF-FRKA ve SFM, geniş kapsamlı bir yaklaşımla Anderson ve arkadaşlarının yazmış olduğu kitapta ele alınmıştır [2].

MKA sinyal, sadece zikzak dördün faz-kaydırmalı anahtarlama (ZDÖFKA) formunda değil ayrıca özel bir ikili SF-FRKA formunda da üretilebilir [3,4]. MKA modülasyon sabit zarf, kompakt güç spektrumu, kolay senkronizasyon, içsel farksal kodlama ve iyi hata oranı başarımı gibi cazip özelliklere sahiptir [3,4]. Bu özellikler MKA üzerine çalışmaların yoğunlaşmasına sebep olmaktadır. Mesela, MKA tip sinyallerin senkronizasyonu için yeni bir öneri [5] te sunulmaktadır. MKA ve onun varyantları günümüzde telsiz haberleşme sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Örneğin küresel sistem için mobil haberleşmede, uydu ve uzay haberleşme uygulamalarında [6-8]. Aslında, MKA modülasyon hem sivil hem de askeri alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Mesela, düşman ortamında güvenli haberleşmeyi sağlamak amacıyla yayılı-spektrum tekniğini gerçekleştirmek için MKA kullanılır [7]. Darbe genlik modülasyonu (DGM) ile MKA sinyalleme düzenlerinin aynı olduğu belirtilmiştir [9,10]. Buradan çıkan sonuçlardan biri, DGM haberleşme sistemleri ile MKA haberleşme sistemlerinin bit hata oranı performanslarının karşılaştırılabileceğidir.

Bu çalışmada, MKA sinyalleri karmaşık-değerli ayrık sinyaller olarak görülmekte ve MKA'nın ikili SF-FRKA formu kullanılmaktadır. Bu formda, MKA sinyali üretilirken dikdörtgen darbe kullanılır. Ancak yarım-sinüs darbeler kullanılarak ta MKA sinyaller üretilebilir. İki farklı darbe biçimi kullanılmasıyla elde edilen MKA sinyallerinin temelbant versiyonlarının örneklenmiş hallerinin birbirlerine eşit oldukları matematiksel

olarak gösterilmiştir. Modüleli sinyallerin temelbant versiyonunun, bilgisayar tarafından işlenmesi daha kolaydır [1]. Bu çalışmada, ayırık-zamanlı temelbant MKA sinyallerinin incelenmesinin, üzerinde durulmasının sebeplerinden biri de budur.

## 2. Matematiksel Gösterimler

Bir SF-FRKA sinyali bu biçimde yazılabilir [3]:

$$s(t; \mathbf{d}) = A \cos[2\pi f_c t + \phi(t; \mathbf{d})] \quad (1)$$

burada  $f_c$ , taşıyıcı sinyalin frekansı ve  $\mathbf{d}$  sinyal genlikler dizisidir. (1) deki faz ifadesi aşağıda verilmiştir [3]:

$$\phi(t; \mathbf{d}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^n d_k h_k q(t - kT), \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (2)$$

$\{h_k\}$  modülasyon indeksleri dizisi ve  $q(t)$  ise bir darbenin integralidir. SF-FRKA sinyalinin temelbant versiyonu, Proakis ve Salehi tarafından gösterilmiştir [3]:

$$\tilde{s}(t; \mathbf{d}) = A e^{j\phi(t; \mathbf{d})}, \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (3)$$

$\forall k$  için  $h_k = h$  olduğunda, tüm semboller için modülasyon indeksi sabitlenmiş olur. MKA,  $h = 1/2$  modülasyon indeksine sahip ikili SF-FRKA'nın özel bir durumudur. Bu sebeple, MKA sinyalinin temelbant halinin gösterimi şu biçimde olabilir:

$$\tilde{s}(t; \mathbf{d}) = A e^{j\pi \sum_{k=-\infty}^n d_k q(t-kT)}, \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (4)$$

Dikdörtgen darbe ve onun integrali sırasıyla beş ve altı numaralı denklemler de verilmiştir:

$$g(t) = \frac{1}{2T}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (5)$$

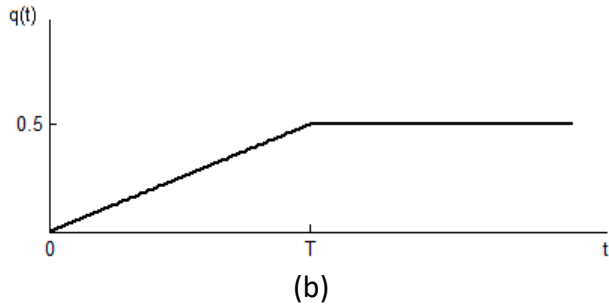
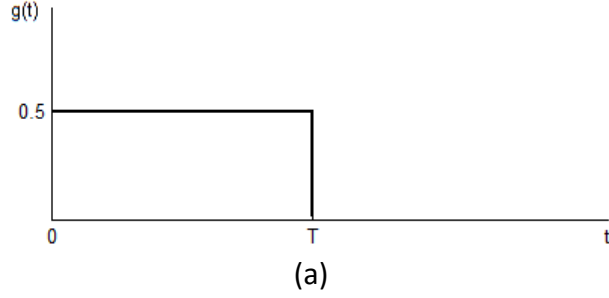
$$q(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 0 \\ \frac{t}{2T} & , 0 \leq t \leq T \\ \frac{1}{2} & , t \geq T \end{cases} \quad (6)$$

(5) ve (6) nolu ifadeler Şekil 1 de çizdirilmiştir. Yarım-sinüs darbe ve bu darbenin integrali, sırasıyla (7) ve (8) de gösterilmiştir:

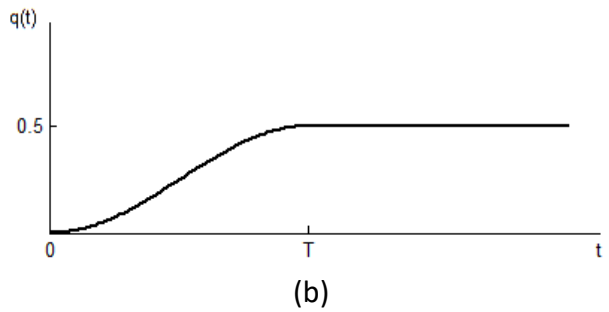
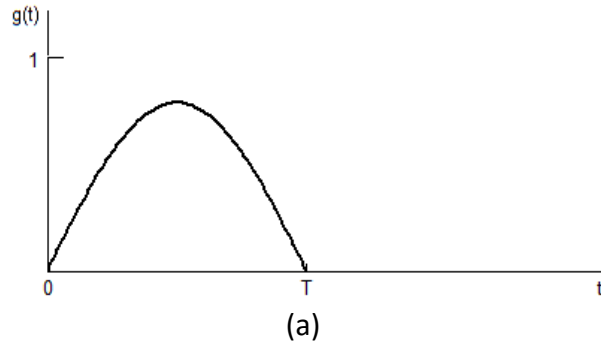
$$g(t) = \frac{\pi}{4T} \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right), \quad 0 \leq t \leq T \quad (7)$$

$$q(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 0 \\ \frac{1}{4} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right) & , 0 \leq t \leq T \\ \frac{1}{2} & , t \geq T \end{cases} \quad (8)$$

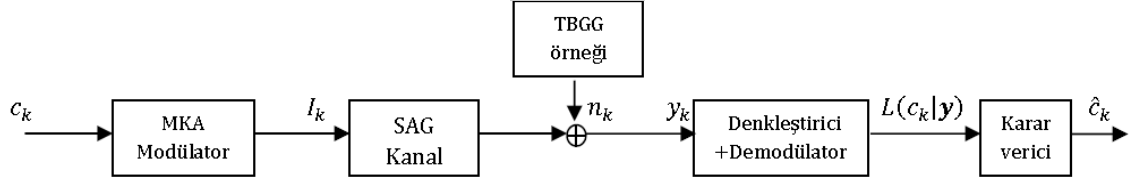
bu denklemler, Şekil 2 de çizdirilmiştir.



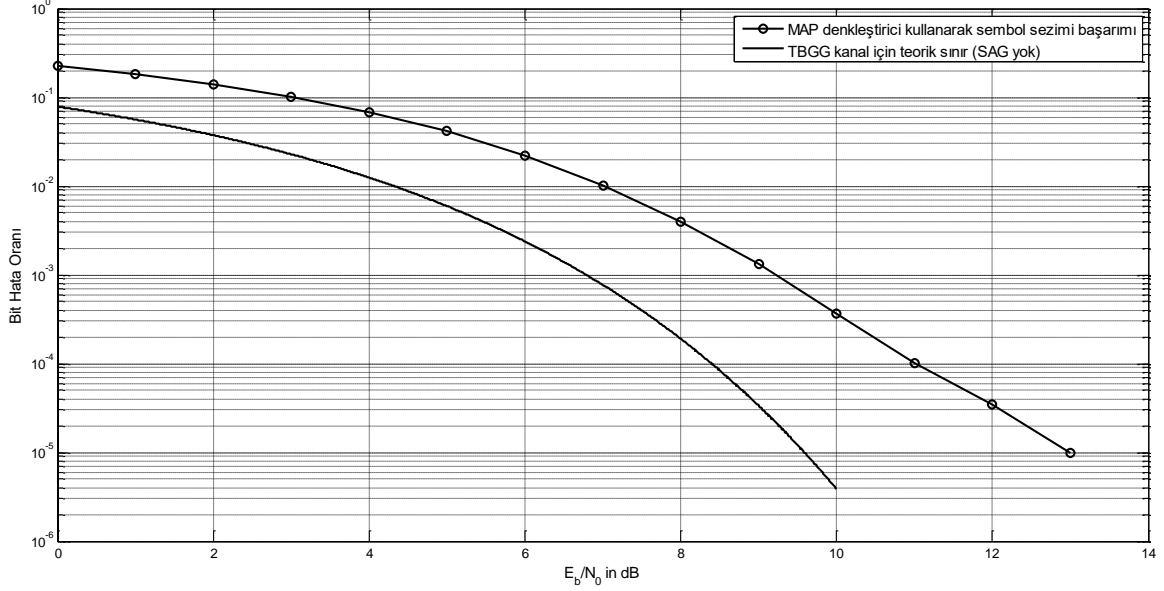
Şekil 1. a) Dikdörtgen darbe b) Dikdörtgen darbenin integrali.



Şekil 2. a) Yarı-sinüs darbe b) Darbenin integrali.



Şekil 3. Verici, SAG kanal, ısı gürültü ve alıcı.



Şekil 4. Bir MKA haberleşme sisteminde, MAO denkleştirici kullanarak sembol sezimi başarımları.

Dikdörtgen veya yarım-sinüs darbe kullanılarak MKA sinyallerinin üretilebileceği daha önceden bahsedilmiştir. Bu iki farklı tip MKA sinyalinin temelbant versiyonlarının, sembol süresi ve katlarında örneklenmesi ile elde edilen sinyal, (9) numaralı denklemde belirtilmektedir:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{s}(T; \mathbf{d}) &= Ae^{j\pi \sum_{k=-\infty}^0 d_k q(T-kT)} = Ae^{j\frac{\pi}{2} d_0} \\ \tilde{s}(2T; \mathbf{d}) &= Ae^{j\pi \sum_{k=-\infty}^1 d_k q(2T-kT)} = Ae^{j\frac{\pi}{2}(d_0+d_1)} = Ae^{j\frac{\pi}{2} d_0} e^{j\frac{\pi}{2} d_1} \\ \tilde{s}(3T; \mathbf{d}) &= Ae^{j\pi \sum_{k=-\infty}^2 d_k q(3T-kT)} = Ae^{j\frac{\pi}{2}(d_0+d_1+d_2)} = Ae^{j\frac{\pi}{2} d_0} e^{j\frac{\pi}{2} d_1} e^{j\frac{\pi}{2} d_2} \\ &\vdots \\ \tilde{s}(nT; \mathbf{d}) &= Ae^{j\pi \sum_{k=-\infty}^{n-1} d_k q(nT-kT)} = Ae^{j\frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^{n-1} d_k} = Ae^{j\frac{\pi}{2} d_0} \dots e^{j\frac{\pi}{2} d_{n-1}} \\ \tilde{s}((n+1)T; \mathbf{d}) &= Ae^{j\pi \sum_{k=-\infty}^n d_k q((n+1)T-kT)} = Ae^{j\frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^n d_k} = Ae^{j\frac{\pi}{2} d_0} \dots e^{j\frac{\pi}{2} d_n} \end{aligned} \right\} (9)$$

Diğer bir deyişle, (4) nolu ifade her iki tip MKA sinyali için de geçerlidir. (4)'ün T ve katlarında örneklenmesi ile (9) elde edilir. Yukarıdaki açık gösterime ilaveten, örneklenme sonucunda elde edilen ayrık-zamanlı temel bant MKA sinyalleri arasında aşağıdaki matematiksel ilinti yazılabilir:

$$\tilde{s}((n+1)T; \mathbf{d}) = \tilde{s}(nT; \mathbf{d}) \cdot e^{j\frac{\pi}{2} d_n} \quad (10)$$

### 3. Simülasyon Sonuçları

Makalede kullanılan haberleşme sisteminin modeli Şekil 3 te temsil edilmektedir. N uzunluğunda ikili veri dizisinin  $\mathbf{c} \triangleq [c_0, c_1, \dots, c_{N-1}]$  MKA modülatörü tarafından modüle edilmesi sonucu elde edilen sinyalin temelbant versiyonun örneklenmiş hali, şu biçimde ifade edilebilir:

$$I_k = I_{k-1} \cdot \exp\left(j\frac{\pi}{2}(-1)^{c_k}\right) \quad , \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (11)$$

burada  $I_{-1} = 1$ ,  $c_k \in \{0,1\}$ .  $I_0$  ve  $I_k$  ise (9) nolu ifadedeki  $\tilde{s}(T; \mathbf{d})$  ve  $\tilde{s}((n+1)T; \mathbf{d})$  ye sırasıyla karşılık gelmektedir. Denklem (11), (10)'nun yeniden yazılmasıdır. İletim filtresi, haberleşme kanalı ve alıcı filtresi örnekleme anlarında bir bütün olarak ayrık-zamanlı bir SDT (sonlu-dürtü tepkili) filtre olarak modellenenbilir [3] ve bu durumda kanal çıkışı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y_k = \sum_{l=0}^L h_l I_{k-l} + n_k = \mathbf{h}^T \mathbf{I}_n + n_k \quad (12)$$

burada  $L$  kanal hafıza uzunluğunu ve  $\mathbf{h} \triangleq [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$  kanal katsayı vektörünü belirtir.  $\mathbf{I}_n \triangleq [I_k, I_{k-1}, \dots, I_{k-L}]^T$ , k anındaki durum geçişlerine ve  $n_k$  ise k. anındaki toplanır beyaz Gauss gürültüsü (TBGG) örneğine karşılık gelir. Alıcı tarafında kanal denkleştirme ve demodülasyon yapılmasının sonucunda üretilen yumuşak bilgi, aşağıdaki ifade yardımı ile bulunur:

$$L(c_k | \mathbf{y}) = \ln \frac{P(c_k = 0 | \mathbf{y})}{P(c_k = 1 | \mathbf{y})} \quad (13)$$

Orijinal veri bitlerinin tahminine ise (14) ile karar verilir.

$$\hat{c}_k = \begin{cases} 0, & L(c_k | \mathbf{y}) \geq 0 \\ 1, & L(c_k | \mathbf{y}) < 0 \end{cases} \quad (14)$$

Bu çalışmada Proakis B kanalı [3] kullanılmıştır. Bu kanal, semboller arası girişime (SAG) neden olduğundan dolayı, alıcıda bozunumu telafi etmek için yumuşak-çıkıtı üreten maksimum ardıl olasılık (MAO) denkleştiriciden faydalanılmıştır. Sembol zamanlamasının ve sinyal fazının, alıcı tarafından bilindiği varsayılmaktadır. Alıcı, denkleştirici, demodülatör ve karar verici aygıttan oluşmaktadır. Sayısal haberleşme sistemlerinin başarımı (performansı), bit-hata oranına (BHO) karşılık  $E_b/N_0$  ile ölçülür.  $E_b/N_0$ , bit enerjisinin gürültü güç spektral yoğunluğuna oranıdır.

MKA sinyalinin SAG yokluğunda teorik olarak bit-hata oranı başarımı ve simülasyon sonucu elde edilen BHO eğrisi, Şekil 4 te gösterilmektedir. MAO denkleştirici kullanılarak elde edilen sembol sezim başarımı ile SAG yokluğunda teorik elde edilen sembol sezim başarımı arasında,  $10^{-5}$  BHO değerinde yaklaşık 3,5 dB kadar fark vardır. Şekil 4 te gösterilen BHO eğrilerinin nümerik değerleri, Tablo 1 de verilmiştir.

MAO algoritma en uygun (optimal) [11] olduğu için, alıcıda MAO denkleştirici kullanılmıştır. Doğrusal denkleştirici,  $10^{-4}$  bit hata oranına yaklaşık 32 dB de karar-geribeslemeli denkleştirici ise 12 dB de ulaşmaktadır [3]. MAO denkleştirici ise Şekil 4

ten görüldüğü üzere  $10^{-4}$  bit hata olasılığına 11 dB de erişmektedir. SAG'ın baskın olarak görüldüğü kanallar, telsiz haberleşme ve yüksek-yoğunluklu manyetik kayıt sistemleridir [3].

Tablo 1. BHO eğrilerinin değerleri.

$E_b/N_0$ (dB)	Teorik BHO	Simülasyon sonucu elde edilen BHO
0	0,07865	0,22388
1	0,05628	0,18093
2	0,03751	0,14150
3	0,02288	0,10223
4	0,01250	0,06848
5	0,00595	0,04136
6	0,00239	0,02204
7	0,00077	0,01026
8	0,00019	0,00397
9	0,00003	0,00133
10	$(3,9).10^{-6}$	0,00037
11	$(2,6).10^{-7}$	0,00010
12	$9.10^{-9}$	0,00004
13	$(1,3).10^{-10}$	0,00001

#### 4. Sonuçlar

Bu makalede, yarım-sinüs veya dikdörtgen darbeler kullanılarak üretilen MKA işaretlerin temelbant versiyonları ifade edildikten sonra örneklenmeleri sonucu elde edilen ayrık-zamanlı sinyallerin birbirlerine eşit oldukları gösterilmiştir. Ayrıca, ayrık-zamanlı temelbant MKA sinyallerin, pratikte karşılaşılan bir SAG kanalından iletilmeleri akabinde alıcıda denkleştirme ve demodülasyon işlemleri yapılarak bit hata oranı başarımları araştırılmıştır. MKA sinyalinin SAG yokluğunda teorik BHO başarımları, simülasyon sonucu elde edilen BHO başarımlarından daha iyi olduğu gösterilmiştir. Örneğin,  $10^{-5}$  BHO değerinde yaklaşık 3,5 dB kadar aralarında fark vardır. Proakis B kanalının tek başına 2,3 dB lik bir başarımlar kaybına neden olduğu bilinmektedir. Sonuç olarak, benzetim sonuçlarının teori ile uyumlu ve tutarlı olduğu görülmektedir.

#### Kaynaklar

- [1] Proakis, J. G. ve Salehi M, **Fundamentals of Communication Systems**, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall: USA, (2014).
- [2] Anderson, J. B., Aulin, T. ve Sundberg, C. E., **Digital Phase Modulation**, Plenum Press, New York, (1986).
- [3] Proakis, J. G. ve Salehi M, **Digital Communications**, 5<sup>th</sup> edn., McGraw-Hill, New York, (2008).
- [4] Pasupathy, S., Minimum shift keying: a spectrally efficient modulation, **IEEE Communication Magazine**, 17, 4, 14-22, (1979).
- [5] Gudovskiy, D. A., Chu, L. ve Lee, S., A novel nondata-aided synchronization algorithm for MSK-type-modulated signals, **IEEE Communication Letters**, 19, 9, 1552-1555, (2015).

- [6] Bao, J., Zhan, Y., Yin, L. ve Lu, J., Design of Efficient Joint eIRA-Coded MSK Modulation Systems for Space Communications, **IEEE Transactions Aerospace Electronic Systems**, 48, 2, 1636-1642, (2012).
- [7] Bucci, G., Landi, C. ve Ocera, G., A novel technique for testing pulsed RF MSK data communication devices, **IEEE Transactions Instrumentation and Measurement.**, 49, 5, 1009-1017, (2000).
- [8] Leib, H. ve Pasupathy, S., Error control properties of minimum shift keying, **IEEE Communication Magazine**, 31, 1, 52-61, (1993).
- [9] Laurent, P. A., Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses, **IEEE Transaction on Communication**, 34, 2, 150-160, (1986).
- [10] Mengali, U. ve Morelli, M., Decomposition of M-ary CPM Signals into PAM Waveforms, **IEEE Transaction on Information Theory**, 41, 5, 1265-1275, (1995).
- [11] Martin-Vega, F. J., Blanquez-Casado, F., Lopez-Martinez, F. J., Gomez, G. Ve Entrambasaguas, J. T., Further Improvements in SOVA for High-Throughput Parallel Turbo Decoding, **IEEE Communication Letters**, 19, 1, 6-9, (2015).