

# ANALYZING MIDDLE SCHOOL STUDENTS' FIGURAL PATTERN GENERATING STRATEGIES DEPENDING ON A LINEAR NUMBER PATTERN

(ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN LİNEER SAYI ÖRÜNTÜSÜNE BAĞLI OLARAK  
ŞEKİL ÖRÜNTÜSÜ OLUŞTURMA STRATEJİLERİNİN ANALİZİ)

Çiğdem KILIÇ<sup>1</sup>

## ABSTRACT

In this study strategies used by middle school students while creating figural patterns based on a linear number pattern and figural pattern types that created by participants was investigated. In total, 474 middle school students attended to study. Case study method was used for data collection. Data were collected from a pattern task, in which participants were asked to generate figural patterns based on a 3,5,7,9,11,... linear number pattern. The obtained data were analysed at two levels. The results of the study indicated that participants produced different figural patterns and used different figural pattern generating strategies. The nature of the strategies that participants used was both visual and non-visual. Most of the participants preferred counting strategy while creating figural patterns. Moreover, in that study in addition to counting strategy, determining a figure+counting, recursive, drawing, explicit and chunking the numbers strategies were used. During the generating figural patterns, some of the participants had issues.

**Keywords:** number pattern, figural pattern, linear pattern, pattern generating strategy.

## ÖZET

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin lineer sayı örüntüsüne bağlı olarak şekil örüntüsü oluştururken kullandıkları stratejiler ve oluşturdukları şekil örüntü tipleri araştırılmıştır. Çalışmaya toplam 474 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Veri toplamada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın verileri öğrencilerin 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsüne bağlı olarak şekil örüntüsü oluşturmalarının istenildiği örüntü görevi ile toplanmıştır. Veriler iki aşamada analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, katılımcıların farklı şekil örüntüleri oluşturdukları ve farklı şekil örüntü oluşturma stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Katılımcıların kullandıkları stratejiler, hem görsel, hem de görsel olmayan yapıya sahip stratejilerdir. Katılımcıların çoğunluğu şekil örüntüsü oluştururken sayma stratejisini tercih etmişlerdir. Ayrıca sayma stratejisinin yanı sıra şekil belirleme+sayma, yinelemeli, çizme, belirgin ve sayıları parçalama stratejilerini de kullandıkları belirlenmiştir. Şekil örüntüsü oluştururken katılımcılardan bazılarının sorun yaşadıkları da görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Sayı örüntüsü, şekil örüntüsü, lineer örüntü, örüntü oluşturma stratejisi.

<sup>1</sup> Doç. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik Eğitimi.  
[cigdem.kilic@medeniyet.edu.tr](mailto:cigdem.kilic@medeniyet.edu.tr)

## INTRODUCTION

Pattern is the heart and soul of mathematics (Zazkis & Liljedahl, 2002). There are many benefits of the pattern activities. Pattern activities contribute to the development of functional thinking (Souviney, 1994; Van De Walle, 2004; Warren & Cooper, 2006), make generalisations (Cathcart, Pothier, Vance & Bezuk, 2003; Rivera & Becker, 2007; Threlfall, 1999), in terms of seeing relationships and making connections (Cathcart et al., 2003), problem solving (Bassarear, 2008; Cathcart et al., 2003; Reys, Suydam, Lindquist & Smith, 1998) counting (Bassarear, 2008; Frobisher & Threlfall, 1999), and using number systems (Frobisher & Threlfall, 1999) and arithmetical operations (Bassarear, 2008; Frobisher & Threlfall, 1999). Fox (2005) asserted that studying patterns is closely connected to mathematical content areas such as numbers, geometry, measurement, and data. Souviney (1994) indicated that patterns can be based on geometric attributes (shapes, regions, and angle), measurement attributes (colour, texture, length, weight, volume, number), relational attributes (proportion, sequence, functions), and affective attributes (values, likes, dislikes, familiarity, heritage, culture). Patterns can also be seen in spoken and written words, musical forms and video images, ornamental designs, natural geometry, traffic, and the objects that we create (Reys et al., 1998). Patterns are found in arithmetic and geometric sequences problems, as well as in various real situations

There are many definitions of pattern in the literature. Souviney (1994), for example, defined a pattern as a systematic configuration of geometric figures, sounds, symbols, and actions. McGarvey (2012) defined a pattern as an act of perceiving or imposing structural regularities on physical, behavioural, visual, or symbolic phenomena. Mulligan & Mitchelmore (2009) asserted that a mathematical *pattern* may be described as any predictable regularity, usually involving numerical, spatial or logical relationships. Previous studies have shown many different kinds of pattern types referring to the type of representation system within which the terms are expressed as numerical or figural/geometric forms. Stacey (1989) classified patterns as linear and quadratic patterns according to their  $n$ th terms expressed as  $an+b$  and  $an^2+bn+c$ , respectively. Orton and Orton (1999) indicated that for number patterns if constant differences first appear in the first difference row, then the rule is linear  $an+b$ , if it is the second differences where constants appear the rule is quadratic  $an^2+bn+c$ . Although, 2,4,6,8,10,11,12,14,... numbers do not represent a linear pattern, 2,4,6,8,10,12,14,... numbers having a systematic configuration of numbers represents a linear pattern. Smith (1997) indicated that patterns can be numerical (involving numbers) or non-numerical (involving shapes, sounds, or other attributes such as colour and position), while Lin et al. (2004) classified geometric patterns as linear and quadratic patterns. Bishop (2000, p.110) indicated that “A *number pattern* is a sequence of numbers in which there is a well-defined rule for calculating each number from the previous numbers or from its position in the sequence. In a *geometric number pattern*, the numbers relate to a sequence of geometrical figures in which each figure is derived from the previous figure by some well-defined procedure.”

In some studies, patterns are classified as repeating or growing (Cathcart et al., 2003; Mulligan & Mitchelmore, 2009; Reys et al., 1998; Van De Walle, 2004; Warren & Cooper, 2006). For example, Zazkis & Liljedahl (2002) classified patterns into numerical patterns, pictorial/geometric patterns, patterns in computational procedures, linear and quadratic patterns, and repeating patterns. *Repeating patterns* have a recognisable repeating cycle of elements, referred to as the 'unit of repeat' (Zazkis & Liljedahl, 2002). This kind of pattern can have one attribute such as the colour, size, shape, or orientation of objects (Threlfall, 1999). The followings are examples of repeating patterns: alphabetic letters such as A-B-A-B-A-B, geometric shapes such as ▼●▼●▼● and actions such as stand, sit, stand, sit, stand, sit, stand, sit (Warren & Cooper, 2006). *Growing patterns* change over time (Cathcart et al., 2003) and involve a progression from step to step. Moreover, those patterns are called sequences (Van De Walle, 2004). Growing patterns may be linear such as Y B B Y B B B B Y B B B B B B (in this example, only Bs are growing) (Reys et al., 1998) and 2,4,6,... (Cathcart et al., 2003) or quadratic such as 1,4,9,16,... number pattern. Repeating patterns are particularly important, since they recur in measurement (which involves the iteration of identical spatial units) and multiplication (which involves the iteration of identical numerical units) (Mulligan & Mitchelmore, 2009). In Turkey, patterns have been incorporated into the Mathematics Curriculum in numbers and geometry learning areas since 2005. In these learning areas, students are expected to recognise, identify, describe, and extend repeating and growing patterns and find algebraic rules (MONE, 2009). In current New Middle School Mathematics Curriculum (5<sup>th</sup> grade to 8<sup>th</sup> grade), students are expected to extend number and figural patterns and find algebraic rules of patterns (MONE, 2013).

In the literature, in particular studies of pattern conducted with middle school students especially have determined their generalization (Akkan, 2013; Amit & Neria, 2008; Bishop, 2002; Çayır ve Akyüz, 2015; Jurdak & Mouhayar, 2014; Lannin, 2005; Çayır ve Akyüz, 2015; Rivera & Becker, 2008; Walkowiak, 2014) representation types used in pattern activities (Akkan, 2013; Amit & Neria, 2008; Steele, 2008; Walkowiak, 2014). Bishop (2002), for example, focused on the capacity of students to generalize relationships and the strategies they use to answer questions about linear geometric number patterns. Lannin (2005) indicated that students used different strategies to generalize figural patterns. Rivera and Becker (2008) investigated that the content and structure of generalization involving figural patterns of middle school students and found three forms of generalization involving such constructive standard, constructive nonstandard and deconstructive. Amit & Neria (2008) focused on the generalization methods used by talented pre-algebra students in solving linear and non-linear pattern problems and the students showed mental flexibility, shifting smoothly between pictorial, verbal and numerical representations and abandoning additive solution approaches in favor of more effective multiplicative strategies. Steele (2008) demonstrated that students used different external representations such as drawing diagrams, creating tables, writing verbal generalizations, and constructing generalized symbolic expressions

for pictorial growth and change problems. Akkan (2013) aimed to compare and to determine 6th-8th graders' efficiencies, strategies and representations of student from different grades (from 6th to 8th) when dealing with problems related to linear and quadratic patterns. According to the results of the study, when grade increases students' efficiencies of generalizing pattern improve in a positive way in all levels and the variety in pattern generalization strategies changed at least in all types of patterns. Jurdak & Mouhayar (2014) investigated students' (from grades 4 to 11) level of reasoning in pattern generalization tasks. Results show that student level of reasoning exhibited an increasing trend across clusters of grade levels. Type of task (immediate, near, far) and function type (linear, non-linear) seem to mediate the development of level of reasoning across grade level. Walkowiak (2014) asked to students to describe, extend, and generalize pictorial growth patterns and found that their generalizations included informal notation, descriptive words, and formal notation.

In summary, while a number of studies have investigated middle school students' generalization strategies of patterns, strategies of generating figural patterns based on growing number patterns are not studied at all. However, given that generating figural patterns are important to develop students' pattern knowledge, algebraic thinking and problem solving and to understand their qualifications on geometry and spatial relationships in that present study it was aimed to fill that gap in the literature by examining the middle school students' figural pattern generating strategies following a linear number pattern. Moreover, in current Turkish Middle School Mathematics Curriculum creating figural patterns based on linear number patterns are not placed. As a result of the study some suggestions will be presented to the curriculum developers because of the mathematics curriculum scope regarding pattern activities. In this study, the following research questions were addressed:

- What kind of figural patterns were produced by middle school students based on a linear number pattern?
- What kinds of figural pattern generating strategies were used by middle school students while creating figural patterns based on a linear number pattern?

## METHOD

In this study, case study was considered. In that study case study was considered because the answers were examined for "how" and "why" questions. As Yin (2002) indicated in case study method when "how" and "why" questions arise and researcher(s) have little control over the events is the preferred method. The data were collected by using a number pattern task. That task consisting of two questions was carried out by all participants. The task allowed the participants to produce different figural patterns related to a growing number pattern.

## **Participants**

The participants in this study consisted of 474 Grade 8 students from 4 different schools. The schools were selected from similar socio-economic neighborhoods. Of these participants, 254 were girls and 220 were boys and their ages ranged between 14 and 15 years. The reason for selection eight grades is that they studied how to recognise, identify, describe, and extend repeating and growing number and figural patterns and finding algebraic rules of patterns. It was assumed that all participants already had basic knowledge of pattern since that have started to learn from first grades.

## **Data collection**

Participants were asked to generate figural patterns individually considering 3,5,7,9,11,.. number pattern. The pattern task is described as below:

**Question 1:** Could you generate a figural pattern of first five stages regarding the 3,5,7,9,11,.. number pattern?

**Question 2:** Could write how you created a figural pattern considering the 3,5,7,9,11,..number pattern?

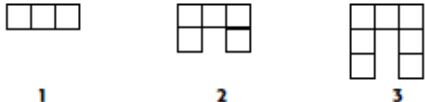
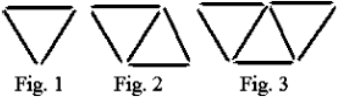

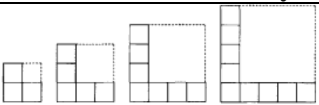

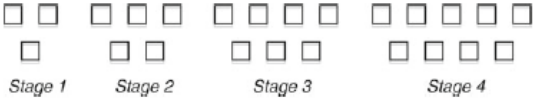
Those questions demand knowledge on pattern structure that grows according to the number of objects in each stage; thus, participants have the potential to generate several interesting figural patterns and could reflect their figural pattern generating strategies. To confirm the suitability of this task, the opinions of a relevant mathematics educator were considered. The educator indicated that the task used in this study was suitable for middle school students. This task was chosen because it allowed us to assess how participants generated figural patterns based on number patterns and what kinds of strategies they used. After getting opinions of mathematics educator, a pilot study was performed with a similar group consisting of 60 eight grade students. The pilot study aimed to assess its feasibility in terms of language, difficulty, time, number of the questions. At the end of the pilot study, two questions were decided to ask to the participants and 30 minutes were allowed for answering the task.



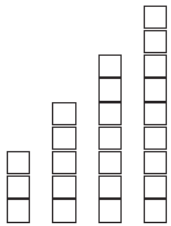
## **Data Analysis**

The data obtained from the study were analysed at two levels: (i) semantic analysis and (ii) descriptive analysis. In the semantic analysis, firstly the figural patterns generated by participants were analyzed in accordance with the linear number pattern to assess their performance to generate figural patterns. Secondly, the produced figural patterns and the strategies that participants used while creating figural patterns were first listed and classified according to their semantic structures. Generated patterns strategies were then coded and issues were noted. After the semantic analysis of the generated patterns and generating figural pattern strategies, their frequencies were calculated. The descriptive analysis then provided descriptive information to offer an overall picture of the figural patterns generated and strategies used by participants.

Table 1 provide the figural pattern types related to the 3,5,7,9,11,...number pattern in the literature. The generated figural patterns were analysed by using the Table 1 developed by the researcher based on previous studies of figural patterns related to the 3,5,7,9,11,... number pattern (Gregg, 2002; Jurdak & El Mouhayar ,2014; Radford, 2008; Radford, 2010; Waring et al., 1999; Warren, 2005; Wickett et al., 2002).The figural representations of the 3,5,7,9,11,.. number pattern were coded as types (Type 1, Type 2, etc.) separately to analyse the data obtained from the study effectively. In the results section, besides those pattern types from the literature, some of the new pattern types created by participants for the linear pattern are presented in results section.

**Table 1. Examples of Figural Representations of the 3,5,7,9,11,... Number Pattern From the Literature**

Types	Structures	Characteristics
Type1	 <p>1                      2                      3 (Wickett et al., 2002).</p>	In Type 1, three squares are used in first term of the pattern and pattern extended adding two squares into corners.
Type 2	 <p>Fig. 1      Fig. 2      Fig. 3 (Radford, 2008).</p>	In Type 2, in first term of pattern is a triangle constructed using three toothpicks and next terms two toothpicks added.
Type 3	 <p>Step 1                  Step 2                  Step 3 3                          5                          7 (Jurdak &amp; El Mouhayar ,2014).</p>	In Type 3, pattern has been represented by squares.
Type 4	 <p>(Waring et al., 1999).</p>	L- shapes type pattern has been represented by squares
Type 5	 <p>Fig. 1                  Fig. 2                  Fig. 3 (Radford, 2008).</p>	In Type 5, pattern has been represented by circles having two rows of circles.
Type 6	 <p>Stage 1      Stage 2                  Stage 3                  Stage 4 (Radford, 2010).</p>	In Type 6 each stage has two rows of squares, a top row and a bottom row.

Type 7	 (Warren, 2005).	In Type 7, pattern has been represented by squares.
Type 8	 (Gregg, 2002).	In that Type, pattern constructed of circles like V model.
Type 9	 (Gregg, 2002).	In Type 9, pattern has been constructed by squares in vertical order.

As seen in Table 1, the figural pattern examples given for 3,5,7,9,11 number pattern has different arrangements and shapes (e.g. square, circle, line). However, while, for instance, Types 4,6,7 and 9 use the same geometric shapes, the construction of those patterns are different because of the arrangement.

The figural pattern generating strategies that participants used were analysed based on categories was found in previous studies and categorized by Barbosa & Vale (2015). Those categories were for generalization strategies applied to visual patterns but during the study similar strategies emerged. Those strategies are explained as below;

- **Counting -Visual;** drawing a figure and counting its' elements.
- **Whole-object (no adjustment)-Non-visual;** considering a term of the sequence as unit and using multiples of that unit.
- **Whole-object w/visual adjustment-Visual;** considering a term of the sequence as unit and using multiples of that unit. A final adjustment is made based on the context of the problem.
- **Whole-object w/numeric adjustment-Non-visual;** considering a term of the sequence as unit and using multiples of that unit. A final adjustment is made based on numeric properties.
- **Recursive-Non-visual;** extending the sequence using the common difference, building on previous terms (numeric relations).
- **Recursive-Visual;** extending the sequence using the common difference, building on previous terms (features of the figures).
- **Difference rate (no adjustment)-Non-visual;** using the common difference as a multiplying factor without proceeding to a final adjustment.
- **Difference rate w/adjustment-Visual;** using the common difference as a multiplying factor and proceeding to an adjustment of the result.

- **Explicit-Non-visual;** discovering a numerical rule that allows the immediate calculation of any output value given the correspondent input value.
- **Explicit-Visual;** discovering a rule, based on the context of the problem, that allows the immediate calculation of any output value given the correspondent input value.
- **Guess and Check- Non-visual;** guessing a rule by trying multiple input values to check its' validity.

### **Validity and Reliability**

In the study the researcher asked for the opinion and assessment of one colleague who was blinded to the data and unbiased regarding the code list and research findings. In order to examine inter-rater reliability and increase the reliability of the results, another colleague who has a mathematics education background independently classified and then coded the generated figural patterns and strategies that they used. The formula of Miles and Huberman (1994) was used to calculate inter-rater reliability and this was determined to be 95% for question 1 and %94 for question two. The pilot study also contributed to the validity and reliability of the number pattern task.

### **Ethical issues**

In that study all the participants were informed about the aim of the research and asked to attend at the beginning of the study. They informed that the results of the study will be used for academic studies and they will not be noted.

## **RESULTS**

The figural patterns generated by middle school students based on a linear number pattern and strategies they used while creating figural patterns are presented in the tables below. The produced figural patterns by participants for the 3,5,7,9,11,.. number pattern and their frequencies are displayed in Table 2 and strategies they used while creating figural patterns and their frequencies are displayed in Table 3.

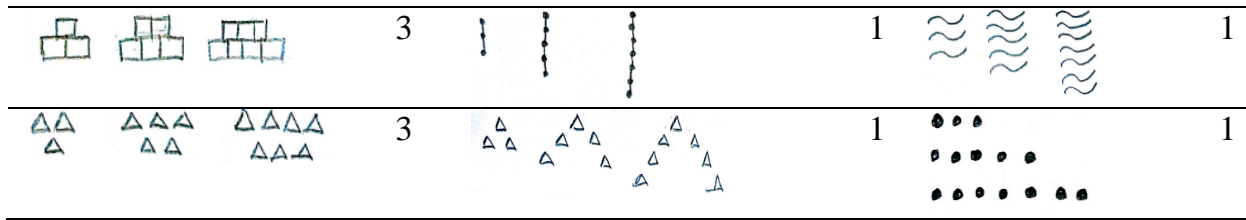
### **Structures of responses for number patterns**

In this study, the participants created 51 different figural patterns for the 3,5,7,9,11,.. number pattern using a square, circle, line, triangle, star, heart, prism, and curve. While 49 patterns were created using only one shape, two figural patterns were created by combining two figures. Of those pattern examples, eight emerged in the literature, but 43 examples were not; also, Type 7 found in the literature was not produced by any of the participants. Middle school students preferred 6 different generating figural pattern strategy during producing figural patterns.



**Table 2. Responses Related to the 3,5,7,9,11,..Number Pattern**

Patterns	f	Patterns	f	Patterns	f
	52		2		1
	36		2		1
	26		2		1
	17		2		1
	16		2		1
	14		2		1
	11		1		1
	9		1		1
	9		1		1
	8		1		1
	8		1		1
	7		1		1
	6		1		1
	5		1		1
	4		1		1



51 different figural patterns produced by 274 middle school students. 52 participants created a figural pattern consisting of squares like a linear model and 36 participants used circles to create a linear model. 26 of the participants produced a figural pattern using circles by decomposing numbers. 17 students used a triangle to create a figural pattern by adding two triangles to each other in every step like a linear model. While 16 participants preferred to create a vertical linear model using squares, 14 of them used lines and 11 preferred circles for same model. 9 participants used triangles to create a linear model and 9 participants used squares and 8 used circles for the vertical model. 8 of the participants used circles like intertwined rings. 7 participants used squares while creating a linear model. 6 participants used squares and 5 participants used triangles for creating figural patterns like nested models. 4 participants used lines like a linear triangle model. 3 participants used squares or triangles to produce a figural pattern by decomposing numbers. 2 participants used circles and lines, another 2 participants used lines and 2 more participants used triangles to create a figural pattern. 6 participants used squares to create figural patterns like L-shapes, beam patterns and a stair model. 28 figural patterns were created by participants using different geometric structures (circles, squares, prisms, triangles, lines, cubes, dots, curves) or non-geometric structures (hearts).

**Table 3. Strategies That Used by Participants While Creating Figural Patterns**

	Strategy	Description	f
Visual	Counting	Drawing figures in accordance with the numbers	111
	Determining	Determining a figure and then drawing a figure in accordance with the numbers	34
	Recursive	Drawing a first figure and then creating the figural pattern using the common difference, building on previous terms (numeric relations)	33
	Drawing	Drawing figures correctly just mentioning drawing figures	27
	Explicit	Discovering the algebraic rule $(2n+1)$ and then drawing figures	3
	Explicit	Determining a figure and algebraic rule and then creating figures	3
Non-visual	Explicit	Discovering the number rule that pattern is increasing 2 in every step	35
	Chunking numbers	the 3, 3+2, 3+2+2, 3+2+2+2+2,..	2
	Chunking numbers	the 3, 3+2, 5+2, 7+2,..	1
	Chunking numbers	the 2+1, 3+2, 4+3, 5+4,..	1

numbers	
<b>Total</b>	250
Issues	24
No explanation	Creating a figural pattern correctly but not giving any explanations
Not creating any figural patterns	200
<b>Total</b>	224

f: frequency

In this section, 6 figural pattern generating strategies are identified, based on the explorations of the participants related to generated figural patterns. Those strategies were counting, determining a figure+counting, recursive, drawing, explicit strategies in visual nature and explicit and chunking the numbers strategies in non-visual nature. Considering each strategy, it was distinguished differences in their nature, being either visual or non-visual strategies. In some strategies the figures play an essential role in the discovery of the invariant and, in others, the work is developed in a numeric context.

Among those strategies counting strategy was applied by most of the participants, that resorted to a drawing of the terms of the number pattern asked, in order to create a figural pattern. 111 participants preferred that strategy to create a figural patterns. One participant indicated that he draw circles as much as the numbers in number pattern (Figure 1).



Figure 1

34 participants used determining a figure+counting strategy while producing figural patterns. Participants mentioned that they determined a figure and then draw the figures in accordance with the numbers in number pattern (Figure 2).

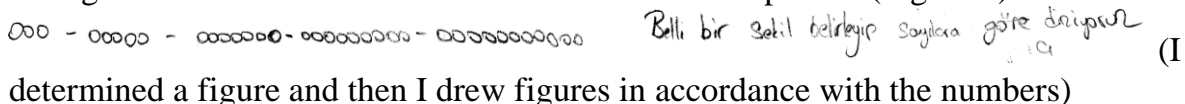


Figure 2

Recursive strategy was used by 33 participants considering figures and common difference (numeric relations). They first draw a figure and then created the figural patterns using the common difference, building on previous terms (Figure 3).

||| , |||| , ||||| , ||||| , ||||| , |||||

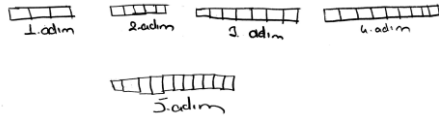
Önce 3 tane çizgi çizdim

daha sonra 2'ser tane de çizgiler arttırarak çizdim

(First of all I drew 3 lines and then I drew 2 lines more in every term)

Figure 3

27 participants preferred drawing strategy. They did not explain anything about how they draw the figures; they just mentioned that they draw the figures (Figure 4).

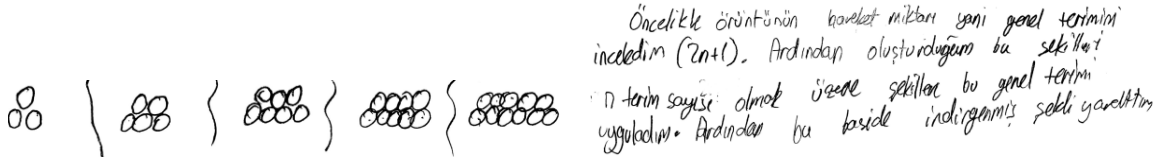


kare çizdim öleden

(I drew squares)

Figure 4

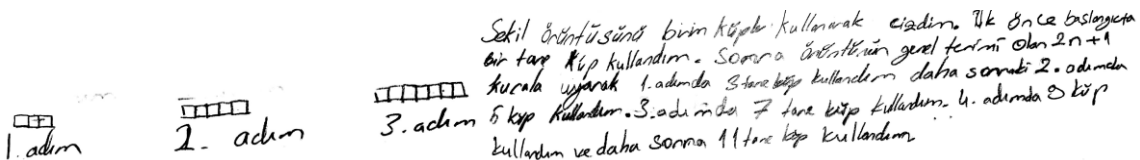
Three participants preferred explicit strategy to create figural patterns. They indicated that they discovered the algebraic rule  $(2n+1)$  of the 3,5,7,9,11,...number pattern and then draw the figures (Figure 5).



(I examined pattern general rule  $(2n+1)$ . Then I applied figures to pattern general rule)

Figure 5

Three participants used explicit strategy determining a figure and algebraic rule and then creating figures (Figure 6).



(I drew pattern using unit cubes. I follow  $2n+1$  general rule of pattern. In first step I used 3 cubes, in second step I used 5, in third step I used 7 cubes and in fourth step I used 11 cubes). Figure 6

Explicit strategy being in non-visual nature was used by 35 participants. They mentioned that they discovered the number rule that pattern is increasing 2 in every step and they created figural patterns (Figure 7).

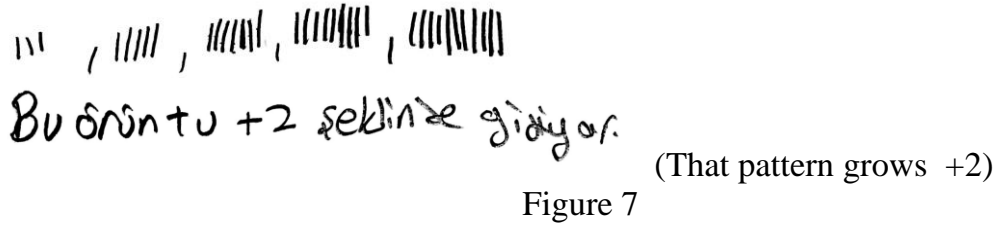


Figure 7

Four participants preferred chunking the numbers strategy one participant chunked 3,5,7,9,11,.. number pattern as 3, 3+2, 3+2+2, 3+2+2+2+2,.. two participants like 3, 3+2, 5+2, 7+2,... and one participants such as 2+1, 3+2, 4+3, 5+4,... Examples for that strategy were given as below. In Figure 8, 3,5,7,9,11,.. number pattern was chunked as 3,3+2, 5+2, by one participant.

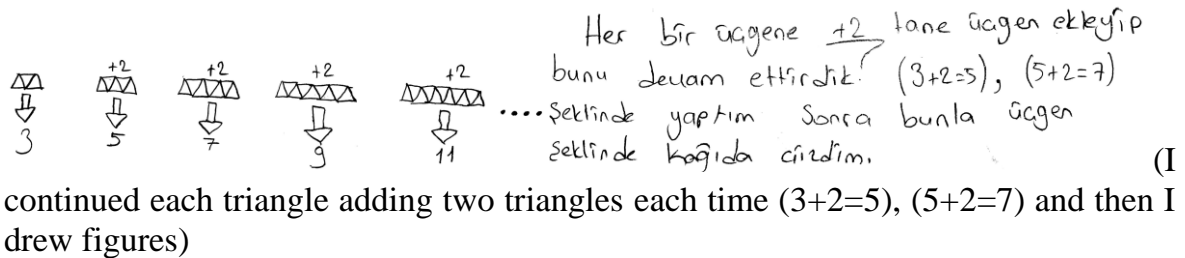


Figure 8

While creating a figural pattern for 3,5,7,9,11,.. number pattern one participant chunked 3,5,7,9,11,.. number pattern as 2+1, 3+2, 4+3, 5+4 as seen in Figure 9.

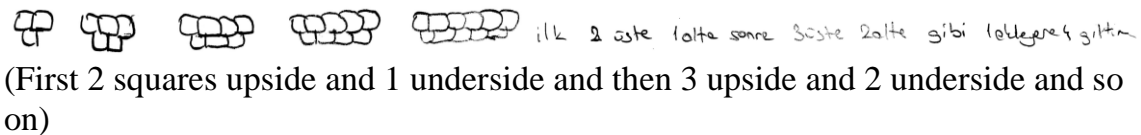


Figure 9

### Issues

25 participants created figural patterns correctly but did not explain how they created. Furthermore, 200 participants did not create any figural patterns for 3,5,7,9,11,.. number pattern.

## DISCUSSION AND CONCLUSION

Pattern is an important mathematical topic because it is related to algebra and arithmetic. In the literature, many pattern studies have focused on students' generalization of figural or number patterns (Akkan, 2013; Amit & Neria, 2008; Bishop, 2002; Çayır ve Akyüz, 2015; Jurdak & Mouhayar, 2014; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Rivera & Becker, 2008; Steele, 2008, Walkowiak, 2014), whereas studies of generating figural patterns following number patterns are scarce. Therefore, this study examined the ability of middle school students to

generate figural patterns and their generating figural pattern strategies based on a linear number pattern. It is believed that producing figural patterns following number patterns have potential to contribute students problem solving skills and algebraic thinking.

The data obtained from the current study indicated that different types of figural patterns were generated by participants according to 3,5,7,9,11,...linear number pattern. Most examined students generated different types of figural patterns that followed the given linear number pattern and they used different figures (either geometric or non-geometric forms). Some of the figural patterns created by participants used geometric shapes predominantly during the generating activity because students faced such patterns during their activities in class. Moreover, some new figural patterns representing the 3,5,7,9,11,... linear number pattern emerged in the present study. Most figural patterns were created by using squares, lines, circles, triangles, stars, hearts, prisms and curves. Moreover, most used only one type of shape to create figural patterns. During the study participants could not create any pattern examples related to Type 7 indicated in Table 1. Some of the participants created pattern examples placed in Table 1 such as 1 participant Type 1, 4 participants Type 2, 9 participants rotated Type 3, 2 participants Type 4, 26 participants Type 5 (upside down form), 2 participants Type 6, 1 participant Type 8 and 16 participants Type 9. The performance of participants here can be related to their geometric ability. Furthermore, some participants used not only geometric shapes but also non-geometric shape such as hearts. In future studies, students should be motivated to produce different figural patterns using different forms including both geometrical and non-geometrical shapes based on the number patterns. Then, different figural patterns regarding the number patterns in the literature should be taught to extend students' figural pattern generating performance.

Participants used different figural pattern generating strategies such as counting, determining a figure+counting, recursive, drawing, explicit and chunking the numbers strategies while creating figural patterns. Most of the participants preferred counting strategy. In the study visual nature strategies much more preferred by participants than non-visual nature strategies. It can be highlighted that the reason(s) can be investigated for selection the strategies that used by participants in the study.

In this study, participants encountered issues while producing figural patterns based on the number pattern. Some participants could not create any figural patterns based on the 3,5,7,9,11,.. linear number pattern. While most chose the correct figures, they were not aware that figural patterns are formed of objects that convey positions in a structural relationship and resemble each other in some way. They did not recognize the regularities in the patterns produced. Because pattern activities do not include generating figural patterns following number pattern activities in the mathematics curriculum in Turkey, this lack of familiarity with the topic affected their pattern-generating performance. Furthermore, Fox (2005) found that patterns are closely connected to mathematical content areas such as geometry, which can be

affected by participant performance. It can be concluded that half of the participants in this study could not use generating figural pattern strategy effectively. Some of those participants could not convert number patterns into figural patterns correctly. For that reason, mathematics activities should include generating figural patterns following number patterns in order to develop middle school students' pattern knowledge and thus their algebraic thinking. According to the results of that current study it can be concluded that different figural pattern generating strategies should be taught. In addition, generating figural patterns is related to participants' ability to visualize pictures and shapes and thus this may have affected their performance. Moreover, other variables related to learners' performance such as learning style, spatial reasoning and mathematical thinking style might have influenced their generating pattern strategy performance. For that reason, to understand participants' performance more in depth, correlation studies and mixed method research may be conducted.

In the current study, the figural pattern generating strategies of middle school students requiring creating figural patterns based on a linear number pattern was investigated. Considering that generating patterns based on different number patterns may improve students' algebraic thinking in the future, repeating number patterns or non-linear number patterns being other types of pattern can be given students and ask them to create figural patterns considering those number patterns to reveal their pattern generating strategies and pattern types that they produced. Most participants tried to use geometric shapes to create figural patterns. For that reason, future correlation studies should assess attitudes towards geometry and their pattern generating performance as well as the cognitive obstacles associated with creating figural patterns based on number patterns. Furthermore, most of the students used counting strategy mostly for that reason task-based interviews can be conducted with students to understand their reasons of strategy selection.

In the literature there are not studies on transformation from the linear number patterns to figural patterns. The figural patterns constructed and the strategies used while construction of patterns were tried to be elicited in the study. Since the purpose of the study was not researching the reasons, in the future studies the pattern types constructed and the strategies used should be discussed effectively.

## REFERENCES

- Akkan, Y. (2013). Comparison of 6th-8th graders' efficiencies, strategies and representations regarding generalization patterns. *Bolema*, 27 (47), 703-732.
- Amit, M & Neria, D. (2008). Rising to the challenge'': using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM Mathematics Education*, 40, 111-129.
- Barbosa, A. & Vale, I. (2015). Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, 10, 57-70.
- Bassarear, T. (2008). *Mathematics for elementary school teachers*. Belmont, CA: Brooks/Cole.

- Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H. & Bezuk, N. S. (2003). *Learning mathematics in elementary and middle schools*. Upper Saddle River, N.J. : Merrill/Prentice Hall.
- Çayır, M. Y. ve Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 9(2), 205-229.
- Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patterning in the pre-compulsory years. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 313-320). Melbourne: PME.
- Frobisher, L & Threlfall, J. (1999). Teaching and assessing patterns in number in the primary years. In A. Orton (Ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp.84-103). London and New York: Casse.
- Gregg, D. U. (2002). Building students' sense of linear relationships by stacking cubes. *Mathematics Teacher*, 95(5), 330-333.
- Jurdak, M. E. & El Mouhayar, R. R. (2014). Trends in the development of student level of reasoning in pattern generalization tasks across grade level. *Educational Studies in Mathematics*, 85,75-92.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lin, F-L., Yang, K-L & Chen, C-Y.(2004). The features and relationships of reasoning, proving and understanding proof in number patterns. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 227-256.
- McGarvey, L. M. (2012). What is a pattern? Criteria used by teachers and young children, *Mathematical Thinking and Learning*, 14 (4), 310-337.
- MONE (2013). *Ortaokul matematik dersi (5,6,7,8. Sınıflar) öğretim programı*. [Middle School Mathematics Curriculum (5-8. grades)]. Ankara Devlet Kitapları Basımevi.
- Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. Beverly Hills, CA:SAGE.
- Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49.
- Orton, J. Orton, A. & Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (Ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp.18-30). London and New York: Casse.
- Özdemir, E., Dikici, R.ve Kültür, N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7.sınıf örneği. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23, 523-548.



- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*. DOI 10.1007/s11858-007-0061-0.
- Radford, L. (2010). The eye as a theoretician: Seeing structures in generalizing activities. *For the Learning of Mathematics*, 30(2), 2–7.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M. & Smith, N. L. (1998). *Helping children learn mathematics*. Needham Heights: Allyn&Bacon.
- Rivera, F. D. & Becker, J. R. (2007). Abduction–induction (generalization) processes of elementary majors on figural patterns in algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 140–155.
- Rivera, F. D. & Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM Mathematics Education*, 40, 65–82.
- Smith, S. P. (1997). *Early Childhood Mathematics*. Needham Heights: Ally&Bacon.
- Souviney, R. J. (1994). *Learning to teach mathematics*. Englewood Cliffs: Macmillan Publishing Company.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147–164.
- Steele, D. (2008). Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems. *ZDM Mathematics Education*, 40, 97–110.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In A. Orton (Ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp.18-30). London and New York: Casse.
- Van de Walle J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- Walkowiak, T. A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 56– 71.
- Waring, S., Orton, A. & Roper, T. (1999). Pattern and proof. In A. Orton (Ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp.18-30). London and New York: Casse.
- Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, (pp. 305-312). Melbourne: PME.
- Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *APMC*, 11 (1), 9-14.
- Wicket, M., Kharas, K.&Burns, M. (2002). *Grades 3-5 Lessons for Algebraic Thinking*. Sausalito, CA: Math Solution Publications.
- Yin, R.K.(2002). *Case study research (design and methods)*. California:Sage Publication
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379–402.

## UZUN ÖZET

Örüntü, matematik eğitiminde yer alan önemli konulardan biridir. Zazkis & Liljedahl (2002) örüntünün matematiğin kalbi ve ruhu olduğunu ifade etmektedirler. Örüntü etkinliklerinin öğrencilere pek çok yararı bulunmaktadır. Örüntü etkinlikleri sayesinde öğrenciler, cebirsel etkinliklere dahil olur ve cebiri öğrenirler, fonksiyonel düşünceleri gelişir ve genelleme yapabilirler (Souviney, 1994; Van De Walle, 2004; Warren ve Cooper, 2006). Örüntülerle çalışmanın sayılar, geometri, ölçme ve veri konuları ile yakından ilişkili olduğu belirtilmektedir (Fox, 2005). Örüntüler, aritmetik ve geometrik dizi problemlerinde ve günlük yaşam durumlarında, sözlü ve yazılı kelimelerde, müzik yapılarında ve video görsellerinde, doğal geometride, trafikte ve bizlerin oluşturduğu diğer nesnelere karşımıza çıkmaktadırlar (Reys, Suydam, Lindquist ve Smith, 1998).

Örüntünün tanımının ne olduğuna bakıldığında, alanyazında farklı tanımlara rastlamak mümkündür. Örneğin, Souviney (1994) örüntüyü geometrik şekiller, sesler, semboller ve eylemlerin sistematik bir yapılandırması olarak tanımlarken, matematiksel bir örüntünün genellikle, sayısal mekansal ya da mantıksal ilişkileri içeren herhangi öngörülebilir düzen olarak tarif edilebileceği de belirtilmektedir (Mulligan ve Mitchelmore, 2009). Örüntüleri sınıflandıran çeşitli araştırmacılar da bulunmaktadır. Bu araştırmacılardan, Stacey (1989) örüntüyü  $n$ .inci terimin ifade edilmiş biçimine göre  $an+b$  lineer ve  $an^2+bn+c$  kuadratik olarak sınıflamıştır. Smith (1997) ise örüntüyü sayısal ve sayısal olmayan biçiminde ikiye ayırmıştır. Bazı çalışmalarda ise örüntüler tekrarlayan ya da genişleyen biçiminde sınıflandırılmıştır (Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2003; Mulligan ve Mitchelmore, 2009; Reys ve diğerleri, 1998; Van De Walle, 2004; Warren ve Cooper, 2006). Tekrarlayan örüntüye, A-B-A-B-A-B, yada  $\blacktriangledown\bullet\blacktriangledown\bullet\blacktriangledown\bullet$  örüntüleri (Warren ve Cooper, 2006) ve genişleyen örüntüye de Y B B Y B B B B Y B B B B B B (bu örnekte B genişliyor) (Reys ve diğerleri, 1998) ve 2,4,6,... (Cathcart ve diğerleri, 2003) örüntüleri örnek olarak verilebilir. Ortaokul matematik dersi öğretim programında örüntüler konusuna 2005 yılında sayılar ve geometri öğrenme alanlarında yer vermeye başlanmıştır. 2013 yılında yenilenen ortaokul matematik dersi öğretim programında ise örüntüler konusu ile ilgili olarak öğrencilerden, sayı ve şekil örüntülerini genişletme ve örüntülerin cebirsel kurallarını bulmaları beklenmektedir (MEB, 2013).

Alanyazına bakıldığında, ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışmaların öğrencilerin örüntüleri genellemeleri (Akkan, 2013; Amit ve Neria, 2008; Bishop, 2002; Çayır ve Akyüz, 2015; Jurdak ve Mouhayar, 2014; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Rivera ve Becker, 2008; Walkowiak, 2014) ve örüntü etkinliklerinde kullandıkları temsiller üzerine odaklandığı görülmektedir (Akkan, 2013; Amit ve Neria, 2008; Steele, 2008; Walkowiak, 2014). Örüntülerle ilgili yapılan çalışmalarda sayı örüntülerine dayalı olarak şekil örüntüsü oluşturma çalışmalarına yer verilmediği göze çarpmaktadır. Sayı örüntüsüne dayalı olarak şekil örüntüsü oluşturma, öğrencilerin özellikle örüntü bilgisi, cebirsel düşünme ve problem çözme becerilerine önemli katkıları olabileceği ve ayrıca bu tarz etkinliklerin bize öğrencilerin geometri ve uzamsal ilişkiler konusundaki

yeterliliklerini ortaya çıkarma konusunda yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle bu çalışma ile alandaki bu boşluk doldurulmak istenmektedir. Bu çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır;

1. Öğrenciler lineer sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken ne tür şekil örüntüleri oluşturmuşlardır?
2. Öğrenciler lineer sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken ne tür stratejiler kullanmışlardır?

## YÖNTEM

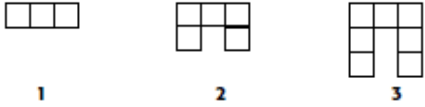
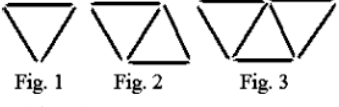

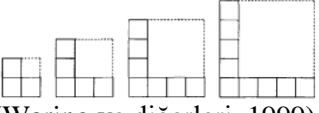

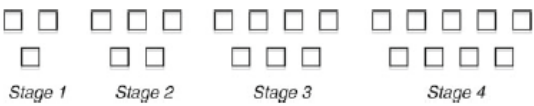
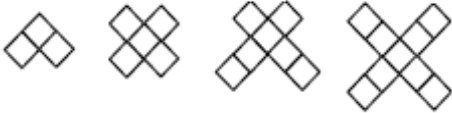

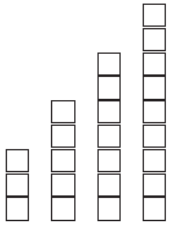
Bu çalışmada durum çalışması benimsenmiş olup, çalışma 2014-2015 eğitim öğretim yılında gerçekleştirilmiştir. Araştırmada durum çalışması yönteminin benimsenmesinin nedeni, “nasıl” ve “niçin” sorularına yanıtlar aramaktır. Yin (2002)'nin belirttiği gibi, durum çalışması yönteminde araştırmacı(lar) nasıl ve niçin soruları ortaya çıktığında ve araştırmacının olaylar üzerindeki kontrolü çok az olduğunda tercih edilen bir yöntemdir. Araştırmaya, ortaokul 8. sınıfa devam eden toplam 474 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin yaşları 14 ve 15 yaşları arasında değişmektedir. Çalışmaya 8. sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni, bu öğrencilerin öğrenim yaşantıları boyunca tekrarlayan ve genişleyen sayı ve şekil örüntülerini tanıma, açıklama ve devam ettirme ve örüntülerin cebirsel kurallarını bulma gibi çalışmalara yer verilmiş olması ve dolayısıyla örüntüler konusu ile ilgili temel bilgilere sahip olmalarıdır. Çalışmada öğrencilere lineer sayı örüntüsü olan 3,5,7,9,11,.. örüntüsü verilmiş olup, öğrencilerden bu örüntüye dayalı olarak şekil örüntüleri oluşturmaları istenmiştir.

## Veri Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler, ilk olarak semantik olarak analiz edilmiş ve daha sonra da bu veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Semantik analiz yapılırken, ilk önce katılımcılar tarafından oluşturulan şekil örüntüleri analiz edilmiştir. İkinci olarak, katılımcılar tarafından oluşturulan şekil örüntüleri ve kullanılan stratejiler listelenmiş ve semantik olarak sınıflandırılmış ve kodlanmıştır. Daha sonra oluşturulan şekiller ve stratejilerin frekans hesaplaması yapılmıştır.

3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsüne yönelik yer alan şekil örüntülerine Tablo 1’de yer verilmiştir. Tablo 1 oluşturulurken daha önceden bu konu üzerine yapılmış çalışmalardan yararlanılmıştır (Gregg, 2002; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Radford, 2008; Radford, 2010; Waring, Orton & Roper, 1999; Warren, 2005; Wicket, Kharas & Burns, 2002). 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsüne yönelik şekiller Tip 1, Tip 2, ... biçiminde kodlanmıştır.

**Tablo 1. 3,5,7,9,11,... Sayı Örüntüsüne Yönelik Olarak Alanyazında Yer Alan Şekil Örüntüleri**

Tipler	Yapılar	Özellikleri
Tip 1	 <p>1 2 3 (Wickett ve diğerleri, 2002).</p>	Bu tipte 3 tane kare kullanılarak örüntünün ilk adımı oluşturulmuş olup, diğer adımlara 2 tane kare eklenerek örüntü devam ettirilmiştir.
Tip 2	 <p>Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 (Radford, 2008).</p>	Tip 2’de örüntünün ilk adımı 3 kürdan kullanılarak oluşturulan üçgendir ve adımlarda iki kürdan eklenerek oluşturulmuştur.
Tip 3	 <p>Step 1 Step 2 Step 3 3 5 7 (Jurdağ ve El Mouhayar, 2014).</p>	Tip 3’te kareler kullanılmıştır.
Tip 4	 <p>(Waring ve diğerleri, 1999).</p>	L biçiminde olan örüntü kareler kullanılarak oluşturulmuştur.
Tip 5	 <p>Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 (Radford, 2008).</p>	Tip 5’teki örüntü iki sıradan oluşan dairelerden oluşturulmuştur.
Tip 6	 <p>Stage 1 Stage 2 Stage 3 Stage 4 (Radford, 2010).</p>	Tip 6’nın her bir adımında biri altta biri de üstte olmak üzere iki sıradan oluşan kareler vardır.
Tip 7	 <p>(Warren, 2005).</p>	Tip 7 karelerden oluşmuştur.
Tip 8	 <p>(Gregg, 2002).</p>	Bu tip ise dairelerden oluşmakta olup, V modelindedir.
Tip 9	 <p>(Gregg, 2002).</p>	Tip 9’daki örüntü dikey konumda olacak biçimde karelerden oluşmaktadır.

Tablo 1'den de görüldüğü gibi, 3,5,7,9,11,... sayı örüntüsüne yönelik şekil örüntülerinde kullanılan şekiller ve bu şekillerin düzeni farklıdır. Katılımcıların sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken başvurdukları stratejilerin belirlenmesinde, Barbosa ve Vale (2015) tarafından daha önceden örüntü genelleme stratejilerinin ele alındığı araştırma sonuçlarına dayalı olarak ortaya koydukları stratejiler benimsenmiştir.

### Geçerlik ve güvenilirlik

Çalışmada veri analizinde kullanılmak üzere geliştirilen kod listesi ve araştırma bulguları konusunda bir matematik eğitimcisinin görüşüne başvurulmuştur. Çalışmanın bulgularının geçerliğini ve güvenilirliğini artırmak için matematik eğitimi alanında uzman olan bir eğitimcisi oluşturulan şekilleri ve kullanılan stratejileri sınıflamış ve kodlamıştır. Miles ve Huberman'ın (1994) formülü kullanılarak kodlayıcılar arası güvenilirlik hesaplaması yapılmıştır. Güvenirlik hesaplaması birinci soru için %95, ikinci soru için ise %94 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca yapılan pilot çalışma da sayı örüntüsü görevinin geçerliği ve güvenilirliğine katkıda bulunmuştur.

### Etik sorunlar

Bu çalışmada, bütün katılımcılara araştırmanın amacından bahsedilmiş olup, çalışmanın başında böyle bir çalışmada yer alıp yer almak istemedikleri sorulmuştur. Ayrıca çalışmanın sonuçlarının akademik çalışmalarda kullanılacağı ve çalışmalarının herhangi bir biçimde notlandırılmayacağından bahsedilmiştir.

## BULGULAR

Araştırmadan elde edilen bulgulara bakıldığında, öğrencilerin 3,5,7,9,11,... sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken farklı şekil örüntülerini oluşturdukları ve bu şekil örüntüsü oluşturma süreçlerinde farklı stratejiler kullandıkları belirlenmiştir. Katılımcıların oluşturdukları örüntü tiplerine Tablo 2'de yer verilirken, kullandıkları stratejilere de Tablo 3'te yer verilmiştir.

**Tablo 2. 3,5,7,9,11,...Sayı Örüntüsü İle İlgili Oluşturulan Şekiller**

Örüntüler	f	Örüntüler	f	Örüntüler	f
	52		2		1
	36		2		1
	26		2		1
	17		2		1

	16		2		1
	14		2		1
	11		1		1
	9		1		1
	9		1		1
	8		1		1
	8		1		1
	7		1		1
	6		1		1
	5		1		1
	4		1		1
	3		1		1
	3		1		1

Tablo 2’de görüldüğü gibi, öğrencilerin 3, 5, 7, 9, 11,... lineer sayı örüntüsüne yönelik olarak 51 farklı şekil örüntüsü oluşturdukları belirlenmiştir. Sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken katılımcılar kare, daire, üçgen, çizgi,yıldız gibi geometrik yapıların yanı sıra kalp gibi geometrik olmayan yapı da kullandıkları belirlenmiştir.

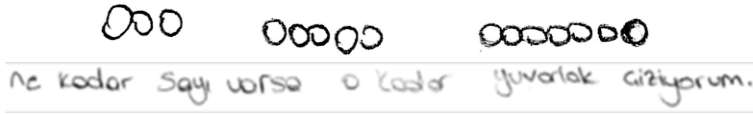
**Tablo 3. Katılımcıların Şekil Örüntüleri Oluştururken Kullandıkları Stratejiler**

Yapısı	Strateji	Tanımı	f
Görsel	Sayma	Sayılarla uyumlu olacak kadar şekil çizme	111
	Şekil belirleme+sayma	Şekil belirleme ve sayı kadar şekil çizme	34
	Yinelemeli	İlk şekli çizme ve sonra örüntü terimleri arasındaki farka bakarak diğer terimleri oluşturma, önceki terime dayalı olarak sonraki terimi oluşturma (sayısal ilişkiler)	33
	Çizme	Şekil çizdiğini belirtme	27
	Belirgin	Örüntünün genel kuralını bulma ve sonra şekilleri çizme	3
	Belirgin	Şekil ve örüntü kuralını belirleme ve sonra şekil çizme	3
	Görsel olmayan	Belirgin	Sayı örüntüsünün ikişer arttığı kuralını bulma
Sayıları parçalama		3, 3+2, 3+2+2, 3+2+2+2+2,..	2
Sayıları parçalama		3, 3+2, 5+2, 7+2,..	1
Sayıları parçalama		2+1, 3+2, 4+3, 5+4,..	1
<b>Toplam</b>			250
Sorunlar	Açıklama yok	Şekil örüntüsünü doğru oluşturma ancak herhangi bir açıklama yapmama	24
	Şekil örüntüsü oluşturmama		200
<b>Toplam</b>			224

f: frekans

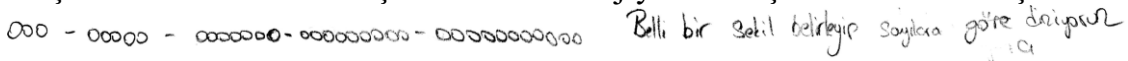
Bu bölümde katılımcıların oluşturdukları şekil örüntüleri ile ilgili açıklamalara bağlı olarak 6 şekil örüntüsü oluşturma stratejisi tanımlanmıştır. Katılımcılar sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken, hem görsel, hem de görsel olmayan farklı stratejiler kullanmışlardır. Bu stratejiler, sayma stratejisi, şekil belirleme+sayma, yinelemeli, çizme, belirgin ve sayıları parçalama stratejileridir. Şekil örüntüsü oluştururken katılımcılardan bazılarının sorun yaşadıkları da görülmüştür. Katılımcılardan 24 kişi sayı örüntüsüne uygun şekil örüntüsü oluşturmuşlardır ancak nasıl oluşturdukları ile ilgili herhangi bir açıklama belirtmemişlerdir. Bunun yanı sıra, 200 öğrenci ise 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsüne yönelik olarak uygun şekil örüntüleri oluşturmamışlardır.

Öğrencilerin kullandıkları stratejiler aşağıda örneklendirilmiştir. Katılımcılardan 111'i sayma stratejisini kullanarak şekil örüntüsü oluşturmuşlardır. Bu duruma örnek Şekil 1'de verilmiştir.



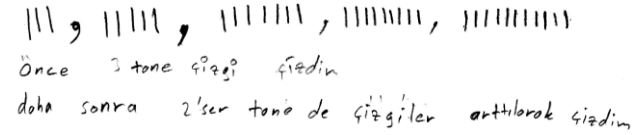
Şekil 1

34 katılımcı ise şekil belirleme ve sayma stratejisini kullanarak şekil örüntüsü oluşturmuşlardır. Katılımcılar ilk olarak şekil belirlediklerini daha sonra da bu şekli kullanarak örüntüde yer alan sayılar kadar örüntünün adımlarını oluşturduklarını ifade etmişlerdir. Bu stratejiye örnek Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2

Yinelemeli strateji 33 katılımcı tarafından kullanılmıştır. Bu katılımcılar örüntünün ilk adımını oluşturmuşlar ve daha sonraki adımları oluştururken örüntünün önceki adımlarına dayalı olarak ve aradaki fark olan ikiyi ekleyerek şekil örüntüsünü oluşturmuşlardır. Bu stratejiye örnek Şekil 3’te verilmiştir.



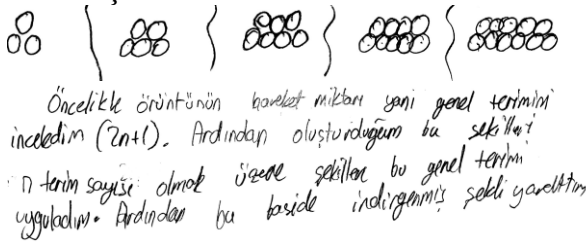
Şekil 3

27 katılımcı sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken çizme stratejisini kullanmıştır. Bu katılımcılar sadece “Şekil çizdim.” şeklinde görüş belirtmişler ve herhangi başka bir açıklamada bulunmamışlardır. Bu stratejiye örnek Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 4

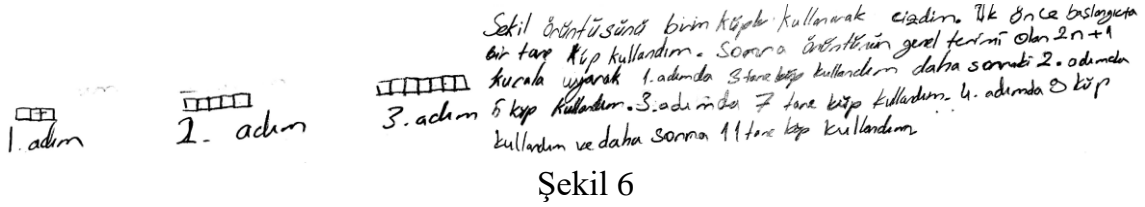
Üç katılımcı şekil örüntüsünü oluşturmak için belirgin stratejiyi benimsemişlerdir. 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsünün genel kuralının  $(2n+1)$  olduğunu belirtmişler ve sonra şekilleri çizdiklerini ifade etmişlerdir. Buna örnek Şekil 5’te verilmiştir.



Şekil 5

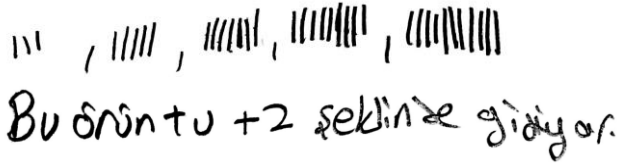


Üç katılımcı belirgin stratejiyi benimseyerek şekil örüntüsü oluşturmuşlardır. Bu katılımcılar şekil belirlemiş ve örüntünün genel kuralını  $(2n+1)$  da belirledikten sonra şekil örüntüsünü oluşturmuşlardır. Bu stratejiye örnek Şekil 6'da verilmiştir.



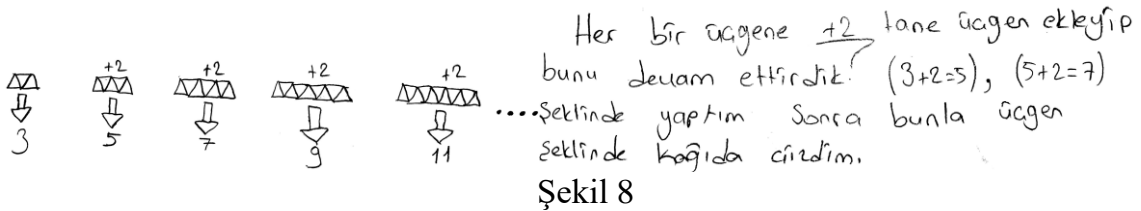
Şekil 6

Görsel olmayan belirgin stratejisi ise 35 katılımcı tarafından kullanılmıştır. Katılımcılar sayı örüntüsündeki artışın 2 olduğunu belirtmişler ve daha sonra da şekil örüntüsünü bu aradaki artışa göre oluşturmuşlardır.



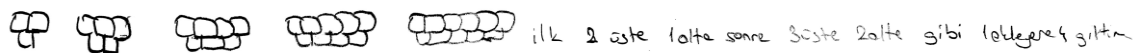
Şekil 7

Katılımcılardan dördü sayı örüntüsünde yer alan sayıları parçalayarak şekil örüntüsünü oluşturmuşlardır. Katılımcılardan biri 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsünü 3, 3+2, 3+2+2, 3+2+2+2,.. biçiminde, ikisi ise 3, 3+2, 5+2, 7+2,... ve katılımcılardan biri de 2+1, 3+2, 4+3, 5+4,... biçiminde parçalayarak şekil örüntülerini oluşturmuşlardır. Bu stratejiye örnek Şekil 8'de verilmiştir. Şekil 8'den de görüldüğü gibi katılımcı 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsünü 3,3+2, 5+2, biçiminde sayı örüntüsüne çevirerek şekil örüntüsünü buna göre oluşturmuştur.



Şekil 8

Bir diğer katılımcı da şekil örüntüsü oluştururken 3,5,7,9,11,.. sayı örüntüsünü 2+1, 3+2, 4+3, 5+4, biçiminde parçalayarak şekil örüntüsünü oluşturmuştur. Buna örnek Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Örüntü, aritmetik ve cebir konuları ile ilgili olması bakımından matematikte yer alan önemli konulardan biridir. Alanyazın incelendiğinde, Örüntülerle yapılan çalışmaların öğrencilerin sayı yada şekil örüntülerini genellemelerine odaklandığı görülmektedir (Akkan, 2013; Amit ve Neria, 2008; Bishop, 2002; Çayır ve Akyüz, 2015; Jurdak ve Mouhayar, 2014; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Rivera ve Becker, 2008; Steele, 2008, Walkowiak, 2014). Oysaki öğrencilerin hem cebirsel düşünmelerine, hem de problemlere çözme becerilerine potansiyel katkısı bulunabilecek öğrencilerin sayı örüntülerini şekil örüntülerine çevirmelerine yönelik olarak çalışmaların ise olmadığı görülmektedir. Bu nedenle bu çalışmada, öğrencilere 3,5,7,9,11,.. biçiminde bir lineer sayı örüntüsü verilmiş olup, bu sayı örüntüsüne yönelik ne tür şekil örüntüleri oluşturdukları ve bunu yaparken de ne tür stratejiler kullandıkları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin kendilerine verilen sayı örüntüsüne yönelik farklı şekil örüntüleri oluşturdukları ve bu şekil örüntülerini oluştururken de farklı stratejilere başvurdukları saptanmıştır. Öğrencilerin lineer olan sayı örüntüsüne yönelik şekil örüntüleri oluştururlarken geometrik yapıların yanı sıra, geometrik olmayan yapıda kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler ağırlıklı olarak geometrik yapılara yer vermişlerdir. Bu durum onların geometriye olan yatkınlıkları ile açıklanabilir. Katılımcılar 3,5,7,9,11 sayı örüntüsünü şekil örüntüsüne çevirirken Tablo 1’de belirtilen örüntü örneklerinden Tip1, Tip 3 ve Tip 7 örüntü örneklerini oluşturmamış olup, 4 katılımcı Tip 2, 2 katılımcı Tip 4, 26 katılımcı Tip 5’in başaşağı dönmüş hali, 2 katılımcı Tip 6, 1 katılımcı Tip 8 ve 16 katılımcı da Tip 9 örüntü örneğini oluşturmuşlardır. Öğrencilerin alanyazında yer almayan şekil örüntüleri oluşturdukları belirlenmiştir. Öğrencilerin belli geometrik yapıları kullanıp belli şekil örüntüleri oluşturmaları onların örüntü konusu ile ilgili olan deneyimleri ile açıklanabilir. Bu nedenle öğrenciler geometrik olan ve olmayan yapıları kullanarak farklı şekil örüntüleri oluşturmaları konusunda motive edilmelidirler.

Katılımcılar şekil örüntüsü oluşturmada başvurdukları stratejiler hem görsel, hem de görsel olmayan farklı stratejilerdir. Bu stratejiler, sayma stratejisi, şekil belirleme+sayma, yinelemeli, çizme, belirgin ve sayıları parçalama stratejileridir. Öğrenciler ağırlıklı olarak sayma stratejisini benimsemişlerdir. Öğrencilerin belli stratejilere yönelmelerinin sebepleri araştırılabilir.

Sayı örüntüsüne bağlı olarak şekil örüntüsü oluşturmada öğrencilerin bir takım sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir. Bu durum onların daha önceden böyle bir çalışma ile karşılaşmamış olmaları ile açıklanabilir. İleride yapılacak olan bu çalışmaya benzer çalışmalarda öğrencilere farklı sayı örüntüleri verilip farklı şekil örüntülerini oluşturmaları konusunda motive edilmelidir. Bu konu ile ilgili yapılacak olan çalışmalarda, öğrencilere tekrarlayan yada lineer olmayan sayı örüntüleri verilerek öğrencilerden bu sayı örüntülerine bağlı olarak şekil örüntüleri oluşturmaları ve şekil örüntülerini oluştururken ne tür stratejiler kullandıkları da belirlenebilir.