



Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cisimler Arasında Kurduğu İlişkiler*

The Relationships Established Between Solids by 8th Grade Students

Ayşe Simge Aydoğdu, Elif Türnüklü

Yazar Bilgileri

Ayşe Simge Aydoğdu 
Dr., Millî Eğitim Bakanlığı,
asmge@hotmail.com

Elif Türnüklü 
Prof. Dr., Dokuz Eylül
Üniversitesi, Buca Eğitim
Fakültesi,
elif.turnuklu@deu.edu.tr

ÖZ

Bir kavramın sadece tanımlanması ya da seçenekler arasından tanınması bireyin o kavramı kendi zihninde yapılandırdığını göstermeyebilir. Çünkü öğrenme kavramı, bireyin tanımlayabilmesinin yanında benzer kavramları birbiriyle karşılaştırarak benzer ve farklı özelliklerini söylemesini de içerir. Bu amaçla çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler arasında kurduğu ilişkiler incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerden prizma ile piramidi, koni ile silindiri, koni ile piramidi, kare prizma ile küpü, dikdörtgenler prizması ile kare prizmayı karşılaştırmaları istenmiştir. Nitel araştırma yöntemleri kullanılarak araştırma gerçekleştirilmiştir. Araştırmada gönüllü sekizinci sınıf öğrencileri (n=8) yer almıştır; yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile veriler toplanmıştır. Araştırma kapsamında hazırlanan görüşme formunda yer alan açık uçlu sorularla, öğrencilerden önce cisimleri tanımlamaları ardından ikişerli olarak cisimleri karşılaştırarak aralarındaki benzer ve farklı yönlerini ifade etmeleri sağlanmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre öğrenciler geometrik cisimleri daha çok yüzey özelliklerine göre karşılaştırmıştır. Karşılaştırmalarda bazı kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Sonuç olarak cisimler arasında kurulan ilişkilerde cisimlere ait kritik özelliklerin arka planda kaldığını görülmüştür.

Makale Bilgileri

Anahtar Kelimeler
Geometrik cisimler
Cisim ilişkileri
Geometri eğitimi
Ortaokul

Keywords
Geometric solids
Relations with solids
Geometry education
Middle school

Makale Geçmişi
Geliş: 31.08.2022
Düzeltilme: 02.05.2023
Kabul: 26.07.2023

ABSTRACT

Just defining a concept or recognizing it among the options may not indicate that the individual has constructed that concept in his own mind. The reason is that the concept of learning as a product includes not only defining it but also telling similar and different features by comparing similar concepts with each other. For this purpose, the relationships established by the eighth grade students between geometrical solids were examined. In parallel with this purpose, students were asked to compare prism and pyramid, cone and cylinder, cone and pyramid, square prism and cube, rectangular prism and square prism. The research was carried out using qualitative research methods. Volunteer eighth grade students (n=8) took part in the study and the data were collected using semi-structured interview technique. With the open-ended questions in the interview form prepared, it was ensured that they first defined the solids and then compared solids in pairs and expressed the similar and different aspects between them. According to the findings obtained in the research, the students compared the geometrical solids mostly according to their surface properties. Some misconceptions were found in the comparisons. As a result, it was seen that the critical attributes of the solids remained in the background in the relations established between the solids.

* Bu araştırma, ikinci yazar danışmanlığında birinci yazar tarafından yürütülen yüksek lisans tez çalışmasından üretilmiştir.

Makale Türü

Araştırma

Önerilen Atıf Aydoğdu, A. S. & Türnüklü, E. (2023). Sekizinci sınıf öğrencilerinin cisimler arasında kurduğu ilişkiler. *TEBD*, 21(2), 1014-1032. <https://doi.org/10.37217/tebd.1169322>

Giriş

Ulaşılan yeni bilgiler hayatın birçok alanında olduğu gibi matematik eğitimi ve ğretiminde de bazı yenilikler sağlamıştır. 2004'ten sonra ğretim programlarımıza bu yeniliklerden biri olarak davranışçı anlayışın yerine yapılandırmacı yaklaşım getirilmiştir. Yeni programda yapılandırmacı yaklaşımla birlikte davranış yerine kazanımlara ve bilişsel açıdan gelişime dikkat çekilmiştir. Programın odağındaki öğrenme alanları ise kavramlar ve ilişkiler üzerine kurulmuştur. Matematik eğitiminin öğrenme alanlarından biri olan geometri de bu anlayışa göre şekillenmiştir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Herhangi bir matematiksel sistemi veya düşünceyi öğrenirken kavramlardan yararlanırız. Kavram, insan zihninde anamlanan, farklı obje ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir yapıya sahiptir (lgen, 2001). Paylaştıkları ortak özellikler sebebiyle aynı sınıf ya da kategoride bulunan örnekler, bir kavram oluşturur (şimşek, 2006). Örneğin geometrik şekiller ve geometrik cisimler geometri öğrenme alanının temel kavramlarındandır. Geometrik kavramların bir takım özellikleri, tanımları ve görsel imgeleri mevcuttur (De Villiers, 1998; Fujita, 2012).

Kavramların öğrenilme sürecinde tanımların ifade edilmesi ve kavramın özelliklerinin belirlenmesi akademik açıdan önem teşkil eder. Ders kitaplarında verilmiş olan ya da akademik olarak kullanılan tanıma ait özellikler kritik özellikler olarak tanımlanır (Hershkowitz, 1990). Kritik olmayan özellikler ise çoğunlukla şekillerin prototip çizimlerinden kaynaklanan ve kişilerin belirledikleri özelliklerdir. Kritik olmayan özellikler genellikle bireylerin sahip oldukları kavram imajlarına göre biçimlenir. Kavram imajı (imgesi) ise en genel anlamda, kavramların zihinde oluşturduğu yapıları tarif etmektedir (Tall ve Vinner, 1981). Geometrik cisimler üzerinden rneklendirilse "Bu bir üçgen piramit, çünkü tüm yüzeyleri üçgensel bölgedir." ifadesi cisme ait kritik özellik barındırırken; "Bu bir piramit çünkü tabanı karesel bölgedir." ifadesi cisme ait kritik olmayan özellik barındırır.

Bu bilgiler ışığında geometrik kavramların ğretiminde kullanılan görsellere dikkat etmek önem arz etmektedir. Çünkü kavrama ait tipik görseller (izim, model vs.) bireylerde kavram yanılığına sebep olabilmektedir. Hershkowitz (1990), bu durumu iki farklı tipte kavram yanılığıyla açıklamıştır. Prototip örneklere dayanarak yapılan görsel çıkarımların uymayan durumlara da genelleştirilmesi 1. tip kavram yanılığı olarak ele alınırken prototip şekillerin tipik özelliklerini çıkarım yaparken kullanma ve karar verme 2. tip olarak ifade edilmektedir (Hershkowitz, 1990). Örneğin "Prizmaların tabanı dörtgensel bölge olmalıdır." şeklinde çıkarım yapan biri prizmaların tabanını özelleştirerek diğer durumları kabul etmez, dolayısıyla 2. tip yanılığıyı taşır. Dolayısıyla bu tarz yanılığlar bireylerde kavramsal sorunlar oluşturarak öğrenim sürecini olumsuz etkileyebilir.

Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleşmesi için ilgili konuya dair kavramların bireyler tarafından tam olarak kazanılması gerekmektedir (Küçük ve Demir, 2009). Bunun için kavramlar ve

kavramlar arasındaki ilişkilerin de anlamlandırılması nemslenmelidir (Tuluk, 2015). Matematikte kavramsal anlama “matematiksel kavramların, işlemlerin ve bağlantıların anlaşılması” (s. 116) şeklinde tanımlanmıştır (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001). lgen (2001) ise kavramsal anlamayı, süreç ve ürün arasındaki ilişki ile açıklamıştır. Bir kavramın sadece adının söylenmesi ya da görseller arasından belirlenmesi, bireyin o kavramı kendi zihninde yapılandırdığını göstermeyebilir. Bu nedenle geometride, kavramın tanımını bilmek de o kavramı anlamak için her zaman yeterli olmayabilir (Duartepe-Paksu, İymen ve Pakmak, 2013). Çünkü geometrik kavramların anlaşılması ve öğrenilmesi belirli bir süreç içerisinde gerçekleşir; bağlantıların ve ilişkilerin kurulması beklenir (Clements ve Battista, 1992). Bir kavramın öğrenilme sürecinde en temel anlamda dört aşamadan bahsedilebilir (lgen, 2001). Bunlar; bireyin söz konusu kavramla ilgili edindiklerini dille bütünleştirerek ifade etmesi, kavramı tanımlayabilmesi, benzer kavramları birbiriyle karşılaştırarak benzer ve farklı özelliklerini söylenmesi ve son olarak da öğrendiği kavrama benzeyen yeni bir kavramla karşılaştığı zaman, daha önceki bilgilerinin transferini yaparak yeni kavramları tanınması ya da tanımlayabilmesidir. Dolayısıyla kavramların özelliklerini bilmekle birlikte diğer matematiksel kavramlarla ilişkisi de kurulduğunda daha iyi bir anlamının ortaya çıkacağı ifade edilebilir (Hiebert ve Carpenter, 1992).

Ulusal Matematik ğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), matematik eğitiminde geometrik ilişkilerin ve sınıflandırmaların önemine vurgu yapmaktadır. Ülkemizde kullanılan matematik dersi ğretim programlarında da benzer vurgulara rastlamak mümkündür. Programda 5-8. sınıfların Geometri ğrenme Alanı’nda, “Geometrik şekil ve cisimlerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkiyi açıklar. Bu bilgisini geometrik şekil ve cisimlerin inşasında, analizinde ve sınıflandırmasında kullanır.” şeklinde amaçlar belirlenmiştir (MEB, 2009, s. 27). Ayrıca programda erken yaşlardan itibaren öğrencilerin geometrik cisimleri tanıma ve özelliklerinin farkında olma, sınıflandırma, cisimler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları belirleme gibi kazanımları elde etmesi hedeflenmektedir (MEB, 2018). Ancak ğretim programında, bu ilişkilerin kazandırılmasına yönelik çalışmaların eksikliği bulunmaktadır. Programda yer alan etkinlik örnekleri ve uyarı niteliğindeki açıklamaların bu konuda yetersiz olduğu ifade edilmektedir (Aktaş ve Aktaş, 2012).

Alanyazında geometrik şekil ve cisimlere ait kavramsal yapıların; kavram imgesi, tanım ve görselleri inceleme yoluyla araştırıldığı görülmüştür. Okazaki ve Fujita (2007) ve Hershkowitz (1990) geometrik şekillere ait prototiplerin şekilleri tanıma ve kavramsallaştırma noktasında sorunlar yaşattığını göstermiştir. Clements ve Battista’nin (1992) alışmasında, geometrik şekillere ait kavramların gelişmesinde ve sınıflandırmaların oluşmasında görsel modellerin etkili olduğu görülmüştür. Berkün’n (2011) yaptığı çalışmada ise çokgenler üzerine öğrencilerin kavram imgelerini

incelenmiş ve bazı kavram yanılığlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Geometrik cisimler ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında farklı sınıf seviyelerindeki ortaöğretim ğrencilerinin sahip oldukları kavram imgelerinin, modeller ve sınıf içi geometrik çizimler ile özdeşleştirdikleri sonucu ortaya çıkmıştır (Avgren, 2011). Ortaokul matematik ğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada katılımcıların koniye dair pedagojik alan bilgilerinin yetersiz olduğu tespit edilmiştir (Gökkurt, şahin, Erdem, Başıbbyk ve Soylu, 2015). Alkış-Küçükaydın ve Gökbulut (2013), yaptıkları çalışmada sınıf ğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımı ve rneklendirilmesinde kavram yanılığına sahip olduklarını belirlemişlerdir. Sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan bir çalışmada (Gümüş, 2020) da öğrencilerin geometrik cisimleri isimlendirmede zorlandıkları ve bazı kavram yanılığlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. İlköğretim ğrencileri ile yapılan bir çalışmada (İncikabı ve Kılıç, 2013) ise geometrik cisimlerin hem isimlerini hem de özelliklerini doğru bilen öğrencilerin sayısının oldukça az olduğu belirlenmiştir.

Geometride kavramlar arası ilişkileri ele alan çalışmalar incelendiğinde Türnüklü, Gündoğdu-Alaylı ve Akkaş'ın (2013) alışmasında, ilköğretim matematik ğretmen adaylarının dörtgenlere yönelik yaptđđı araştırma sonucunda dörtgenlerin aile ilişkilerini kurmalarının beklenen düzeyde olmadđđı ortaya çıkarılmıştır. Nakahara (1995), 4-8. sınıf ğrencilerinin dörtgenler arasındaki her bir ilişkiye ait algılarının önemli derecede farklı olduğunu göstermiştir. Monaghan (2000), bazı dörtgenler arasındaki farkları ortaya çıkarmak adına yedinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerle yaptđđı çalışmasında öğrencilerin dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı belirtirken yaygın olarak dikdörtgenin düz, paralelkenarın eğri olduğu algısına sahip oldukları bulgusuna erişmiştir. Pickreign (2007), paralelkenarlar arasındaki ilişkileri algılama şeklini belirlemek için yaptđđı çalışmada aday öğretmenlerin şekillerin görünüşlerinin etkisinde kalıp tanımlama yaptıklarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan başka bir çalışmada (Zeybek-şimşek, 2019), ğretmen adaylarının hem dörtgenleri hem de geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi kavrama konusunda zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Geometrik cisimlere yönelik yapılan başka bir çalışmada (Man, 2019) ise ortaokul matematik ğretmenlerinin genel olarak "prizma ile silindir" ve "piramit ile koni" arasında ilişki kuramadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu nitelikteki araştırmaların ortaya koyduğu sonuçlar matematiksel kavramların özellikleri ve aralarındaki ilişkileri bakımından güçlüklerin yařandđđını göstermektedir.

Matematik derslerinde kavram yanılığları, kavramsal hatalar, ilişkisel bozukluklar, bilgi eksiklikleri gibi durumlar neredeyse öğretimdeki her kademedede karşımıza çıkması olasıdır (Küçük ve Demir, 2009; zmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2010). Dolayısıyla kazanımlarda elde edilmesi istenen bir kavramın, diğer kavramlarla olan ilişkisinin araştırılması ve aynı zamanda muhtemel kavram yanılığlarının ortaya çıkarılması o kavramın ğretimi için faydalı olacaktır. Öyle ki eğitimsel amaçlara

ulaşma noktasında sorunların olup olmadığı incelemek, varsa hangi sorunların olduğunu görmek ve çözüme ulaşması adına öneriler getirmek önem taşımaktadır. Alanyazın incelemesinde de görülen geometriye yönelik kavramsal ve ilişkiyel boyutlarının araştırıldığı çalışmaların genellikle geometrik şekiller üzerine olduğu görülmüştür. Bu bağlamda geometrik cisimler arasında kurulan ilişkilerin incelenmesi, cisimlerin anlaşılması açısından değer taşımaktadır. Öğrencilerin geometrik cisimlere ait öğrenimlerini kavramlar arası karşılaştırma yaparak incelemek kurulan ilişkileri ortaya çıkarmakla birlikte geometri eğitiminde cisimlerin öğretimi adına önemli ipuçları verecektir. Bu durum göz önüne alınarak bu çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin cisimler arasında kurduğu ilişkileri incelemek amaçlanmıştır.

Yöntem

Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler arasında kurduğu ilişkilerinin incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırma, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 30.12.2013 tarih ve 15 sayılı etik kurul onayı ve İzmir İl Millî Eğitim Müdürlüğünün 21.01.2014 tarih ve 12018877/604.01.02/283302 sayılı onayı ile yürütülmüştür.

Araştırmanın Deseni

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Bu yöntem, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği çalışmalarda kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmalarında amaç bir olayı, bir durumu ya da bireylerin verdiği yanıtları detaylı incelemektir (Seggie ve Bayyurt, 2017).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu İzmir ili, Buca ilçesinde yer alan devlet okullarında öğrenim gören sekiz gönüllü sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Katılımcıların yarısı kız, diğer yarısı erkek öğrencidir. Çalışma grubunun seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Katılımcılar belirlenirken yüksek, orta ve düşük olmak üzere farklı düzeyde başarılarla sahip olmaları önemsenmiştir. Bunun için öğrencilerin matematik dersi karne notları ve öğretmenlerinin ders görüşleri alınmıştır. Çalışma grubunda yer alan öğrencilerden üçü yüksek, üçü orta, ikisi düşük düzeydedir. Çalışmada yer alan katılımcıların isimleri yerine harf ve rakam ile oluşturulan kodlamalar kullanılmıştır. Kodlamalarda yer alan rakamlarda 1 kız öğrencileri, 2 erkek öğrencileri ifade etmektedir. Katılımcılara ait kodlar şöyledir: A1, B1, S1, Z1 ve A2, B2, T2, M2'dir.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama tekniklerinden biri olan görüşmeden yararlanılmıştır. Araştırmada bulunan bireylerin bir konu ya da durum hakkında duygu ve düşüncelerinin anlaşılması için görüşme tekniği kullanılmaktadır (Karataş, 2017). Araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formu, ilgili alanyazın (ders kitapları, yayınlar vb.) incelenerek ve alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşleri alınarak hazırlanmıştır. Böylelikle kapsam geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşme formunda yer alan açık uçlu sorularda öğrencilerin cisimler arasında kurdukları ilişkileri ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Formdaki soruların açık ve anlaşılır olmasına gayret edilmiştir. Görüşmeler bire bir olarak öğrencilerle okul ortamında yapılmıştır. Her görüşme yaklaşık 20-25 dakika sürmüş ve ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Araştırmanın güvenilirliği açısından da görüşme yoluyla elde edilen veriler, doğrudan alıntılarla sunulmuştur.

Görüşme Formu

Araştırma kapsamında hazırlanan görüşme formunda yer alan açık uçlu sorularla önce geometrik cisimleri tanımlamaları istenmiştir. Ardından ikişerli olarak cisimleri karşılaştırmaları, aralarındaki benzer ve farklı yönlerini ifade etmeleri sağlanmıştır. Prizma ile piramit, koni ile silindir, koni ile piramit, kare prizma ile küp, dikdörtgenler prizma ile kare prizma karşılaştırılması istenilen cisimler olmuştur. Görüşme sorularına örnek olarak "Küp ile kare prizmayı karşılaştırır mısın? Benzer ya da farklı yönleri nelerdir?" verilebilir.

Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Öncelikle kaydedilen görüşmeler araştırmacı tarafından dinlenerek yazılı metin haline dönüştürülmüştür. Ardından veriler incelenerek anlamlı bölümlere ayrılmış, ortak yönler bulunarak ve düzenlenerek veriler sunulmuştur. Verilerin analizinde Hershkowitz'in (1990) kavram yanılığılara yönelik oluşturduğu çatı kullanılmıştır.

Bulgular

Bu bölümde sırasıyla prizma ile piramit, koni ile silindir, koni ile piramit, kare prizma ile küp, dikdörtgenler prizma ile kare prizma arasında yapılan karşılaştırmalar sunulmuştur.

Katılımcılardan prizma ile piramidi karşılaştırmaları istendiğinde, katılımcıların genellikle cisimlerin benzer ve farklı yönlerini ifade ettikleri görülmüştür. Öğrenciler daha çok cisimlerin yüzey özelliklerinden yola çıkarak karşılaştırma yapmaya çalışmışlardır. Öyle ki prizma ile piramidi temel

elemanlardan; *taban, yan yüz, tepe noktası, yükseklik, boyut* üzerinden karşılaştırdıkları veya *aynı-benzer* şeklinde ilişki kurdukları anlaşılmıştır. Aşağıda bu durumlara örnekler verilmiştir:

A1: *"Yükseklik, taban, yan yüzeyleri ikisinde de var."*

M2: *"Aklıma bir tek benzer yönü geldi, o da piramitte sağından baksak da üçgen şeklinde görünüyor solundan baksak da üçgen şeklinde görünüyor, üçgen prizma da öyle."*

B1: *"İkisinin de 3 boyutlu olması..."*

Katılımcıların prizma ile piramidin birbirinin *aynısı veya benzer* olduğu ifadelerinde hataların olduğu tespit edilmiştir. Taban yüzeyinden yola çıkarak böyle bir çıkarımda bulunan katılımcıyla yapılan görüşme aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı (A): *Prizma ile piramidi karşılaştırır mısın?*

A2: *Prizmayla piramit aslında birbirlerine çok benziyorlar, çok yakınlar. Piramitte tabanı üçgensel oluyor. Prizmada ise farklı şekillerde olabiliyor taban yüzeyi.*

A: *Peki prizmanın tabanı da üçgen olabilir mi?*

A2: *Evet.*

A: *O zaman piramidin de tabanı üçgen oluyor?*

A2: *Evet.*

A: *O zaman her piramide prizma mı diyoruz?*

A2: *Her piramide prizma diyebiliriz.*

İki cisim arasında *tepe noktası* üzerinden kurulan ilişkide de hatalar bulunmaktadır. Örneğin S1 kodlu katılımcının *"İkisi de bir noktada birleşiyor, yukarı doğru inceliyorlar. Ancak piramidin tabanı kare fakat prizmanın, üçgensel prizmanın üçgen diye hatırlıyorum."* ifadelerinden iki cismin tepe noktasına sahip olduğu fikri anlaşılmaktadır. Bununla birlikte cisimler arasındaki farklılığı taban yüzeylerinden açıklamıştır. Bu durum A2 katılımcısında görüldüğü gibi diğer katılımcılarda da mevcuttur. T2 kodlu öğrenciyle yapılan görüşme de bu duruma örnek gösterilebilir:

A: *Bir cisim gördüğümüzde piramit mi prizma mı olduğunu nasıl anlayacağız?*

T2: *Tabanı üçgen olur yani prizmanın.*

Verilen ifadelerden anlaşıldığı gibi öğrencilerin cisimleri kritik olmayan özellikler üzerinden karşılaştırma yaptıkları, özellikle taban üzerinde durdukları görülmüştür. Ayrıca ifadelerde cisimlerin tabanına yönelik aşırı özelleme mevcuttur. Hershkowitz'a (1990) göre bu durumlar, 2. tip genelleme hatasını göstermektedir. Taban yüzeyinin yanı sıra *yan yüzler* üzerinden farklılıkların ifade edilmesi karşılaşılan bir başka durumdur. Ancak bu farklılığın içinde de sorunların oluşabildiği görülmektedir. Çünkü katılımcılardan biri prizmaların yan yüzünün üçgen olabileceği düşüncesini barındırmaktadır. Örneğin;

S1: *"Piramit sürekli üçgen gibi şekillerden oluşuyor gibi geliyor. Prizmada farklı şekillerin de olabiliyor prizmaları, sadece üçgen olacak diye bir kaide yok. Piramitte yan yüzleri üçgen oluyor*

ama prizmalarda yan yüzleri üçgen olmak zorunda değil. Piramitte 3 yan yüz var onlar bir noktada birleşiyor ama prizmada birleşmiyor yan yüz olarak."

Katılımcılardan sadece biri karşılaştırma yaparken iki cismin kritik özelliklerini informal olarak açıklamaya çalıştığı dolayısıyla uygun terminolojiyi kullanamadığı görülmüştür. Bu durum matematiksel dili kullanmada eksikliklerin olduğunu göstermiştir:

A1: "Mesela prizmalarda üst yüzey düz, pürüzsüz oluyor mesela kare, dikdörtgen şeklinde oluyordu ama piramidin üst yüzeyi diken şeklinde desem hani nasıl desem, hepsinin birleştiği nokta gibi öyle desem."

Prizma ve piramidin birbirine benzetilmesi, taban yüzeyleri üzerinden ilişkilerin kurulması gibi durumlar öğrencilerin yapmış oldukları tanımlarda da karşılaşılmıştır. Aşağıda verilen öğrencilerin yapmış olduğu prizma tanımları da bu durumu özetlemektedir:

T2: "Prizma, tabanındaki şekle göre isimlendirilen ve kenarları üçgensel bölge olan geometrik cisimdir."

A2: "Piramit işte, yani üç tarafı yok 4 taraflı üçgen birleşmiş prizma yani."

Katılımcılardan koni ile piramidi karşılaştırması istendiğinde cisimlerin *tepe noktası*, *yükseklik*, *yüzey alanı* üzerinden benzerlik, *taban* üzerinden ise farklılık kurulduğu görülmüştür. Katılımcıların tamamı iki cisim arasındaki farklılığın tabandan kaynaklandığını bahsetmiştir. Ancak bu durum kavram yanlışlarını da beraberinde getirmiştir. Vermiş oldukları yanıtlardan piramidin tabanının belirli bir şekle sahip olması gerektiği fikriyle karşılaşılmış, Hershkowitz'e (1990) göre 2. tip genelleme hatası görülmüştür. Koninin tabanını ise katılımcılar "yuvarlak, daire, dairesel" olarak ifade etmiştir. Bu durumlar aşağıda örneklendirilmiştir

S1: "Koninin tabanı yuvarlak, piramidin tabanı kare."

A1: "Koninin alt tabanı daire şeklinde oluyor ama piramidin çember olabiliyor mu bilmiyorum da kare ve üçgen olabiliyor."

T2: "Tabanları aynı değil. Koninin tabanı dairesel, piramidin kare."

M2: "Piramidin altı kare şeklinde gibi geliyor şimdi bana koninin ki yuvarlak fark olarak."

İki cisim arasında kurulan benzerlikler üzerine verilen örnekler ise aşağıda yer almaktadır:

Z1: "Piramitte de konide de tepeleri sivri geliyor."

A2: "Koni de ucu bir yerde kesiliyor, piramitte de ucu bir noktada kesiliyor."

B2: "Üstü üçgen olması, bir tek o benzerlik olarak."

S1: "İkisinin de yüksekliği ve alanları var."

Katılımcılar formal olarak ifade edemeseler de iki cisim arasında tepe noktasına sahip olması yönüyle ilişki kurmuşlardır. Özellikle "üste üçgen çıkma" gibi ifadeler öğrencilerinin koni ve piramit tanımlarında da geçmektedir. Öğrencilerin tanımlarından örnek olarak: "Piramit, altı kare şeklinde üstü üçgen çıkıyor yukarı doğru üçgenler bir noktada uçları birleşiyor.", "Koni, yuvarlak ve üçgenden oluşan ucu

sivri düzgün bir şekildir" ifadeleri verilebilir. Ancak, koninin yan yüzeyinin üçgen olarak tasvir edilmesi öğrencilerinin üç boyutluyu iki boyuta indirgeyerek düşündüğü fikrini göstermiştir.

Katılımcılardan silindir ile koniyi karşılaştırması istendiğinde *yükseklik, yan yüzey* ve özellikle *taban* üzerinden benzerlik; *tepe noktası, yüzeysel görünüm* üzerinden ise farklılık kurdukları görülmüştür. Katılımcıların kurdukları benzer özelliklere ait örnekler şöyledir:

Z1: "Taban alanları benziyor ikisinde yuvarlak, yanal alanları var, yüksekliği var ikisinin de."

M2: "*Benzerlikleri var koninin altı da yuvarlak şeklinde silindirin de yuvarlak şeklinde.*"

B2: "*İkisinin de alt tabakası daire şeklinde. Uzunluğu neredeyse aynı...*"

A1: "Tabanları ikisinin de çember."

Verilen ifadelerden anlaşıldığı üzere katılımcıların "alt tabaka", "alt" olarak *tabanı* betimlemeye çalıştıkları görülmektedir. Ayrıca, taban yüzeyi ifade edilirken "yuvarlak, daire, çember" in birbirinin yerine kullanıldığı anlaşılmaktadır. Burada öğrenciler cisimlere ait formal yapıları kullanmak yerine, betimsel olarak anlatmaya çalıştıkları söylenebilir. Silindir ile koninin farklı özelliklerini içeren yanıtlarda da durum aynıdır. Örnekler şöyledir:

Z1: "*Silindirde yukarıda tavan alanı vardır ama konide yoktur, sivri geliyor.*"

A1: "*Bir tanesinin üstü dik geliyor, bir tanesinin çember geliyor. Onun dışında yüzey olarak da silindirin daha düzgün, öbürünün küçülüyor yukarı doğru gidildikçe üstü.*"

A2: "*Farklılığı koni sivrileşerek gider, silindir ise yuvarlak bir biçimi vardır, o yüzden sivrileşme olmaz.*"

S1: "*Silindir bir noktada bitmiyor böyle yuvarlak yuvarlak, tabanı ve tavanı onun da daire, koninin de tabanı daire ama tavanı değil.*"

Kurulan ilişkilerde koninin sivri olarak geldiğine dair ifadeler, iki cisim arasındaki temel farklılığı göstermiştir. Bu noktada katılımcıların tepe noktasını kişisel olarak yorumladıkları söylenebilir. Benzer durumlar öğrencilerin vermiş oldukları cisimlere ait tanımlarda da mevcuttur. Tanımlarda cisimlerin dikkat çekici özelliklerinin kişisel olarak ifade edildiği ve bunun cismi tanımlamak için yeterli olabildiği görüşü anlaşılmaktadır. Tanımlara ait bazı örnekler aşağıda verilmiştir:

Z1: "*Koni tabanı yuvarlak olan, sivri ucu olan, hani böyle bakınca üçgeni anımsatan*"

M2: "*Koni alt tarafı daire şeklinde üstü üçgen çıkıyor.*"

A2: "*Silindir, köşesi yok, 2 yüzeyi var biri üstte biri tabanda yuvarlak.*"

Küp ile kare prizmanın karşılaştırılması ise *ayrıt, yüzey, köşe, taban, görünüm* üzerinden olmuştur. İki cisim arasında kurulan benzerlik ve farklılıklara ait bazı örnekler şöyledir:

Z1: "*Benzer olarak küpte de kare prizmada da kareler vardır. Eee hepsinin yüzleri vardır belli. Tüm kenarları eşit birbirine hani kare olupta karenin tüm kenarları eşit öyle. Farklılık olarak kare prizmada yan yüzleri şey olabiliyor uzun olabiliyor ama küpte hepsi eşit oluyor.*"

T2: “Kare prizmanın bütün köşe, kenar yüzleri tam aynı değildir. Küpün eşit olduğunu söylemişim zaten... İkisinin taban ve tavanları karedir, köşeleri vardır, düzgün şekillerdir o yüzden.”

A1: “Küp bütün yüzleri kare şeklinde oluyor, kare prizmada yanları dikdörtgen oluyor. Küpün bütün kenarlarının uzunlukları eşit. Kare prizmada ise dikdörtgenden eşit olmuyor, sadece alt ve üst tabanı eşit oluyor. Onun dışında köşe sayıları filan her şey aynı ayrıt sayısı da.”

Verilen yanıtlardan küpe ait özelliklerin daha kolay ifade edilebildiği, dolayısıyla karşılaştırmalarda bu özelliklerin kullanıldığı anlaşılmıştır. Özellikle küpe ait tanımlar incelendiğinde de benzer vurgular görülmektedir. Örneğin; “Küp, her tarafı aynı olan tüm bölgeleri aynı olan bir geometrik cisimdir.”, “Küpün 6 tane yüzü vardır, 6 tane yüzeyi vardır yani 12 tane ayrıt vardır ve 8 tane köşesi vardır.” Ayrıca bu durum küpün prizmadan ayrı bir cisim olarak düşünülmesine de neden olabilir. Çünkü karşılaştırmalara bakıldığında küp ve kare prizmanın ortak özelliğinin prizma olmasına dair ifadeler yer almamaktadır. Ayrıca öğrencilerden birinin vermiş olduğu yanıt bu durumu destekler niteliktedir:

A: “Peki küp bir prizma mıdır?”

Z1: “Hayır değildir.”

A: “Prizmalara bakarken en çok neye dikkat edersin?”

Z1: “Kenarlarının birbirine eşit olması ve uzun bir şekil ortaya çıkıyor yani; üçgenler prizması, kare prizma, dikdörtgenler prizması prizma oldukları için uzun şekiller ortaya çıktıkları için.”

Bunlar dışında küpten kare prizma yapılabileceği veya ikisinin de aynı olabileceği şeklinde ilişkiler de kurulmuştur. Ayrıca bazılarının iki cismin karşılaştırılmasında fikir sunamadıkları veya kare prizmayı tam hatırlamadıklarını ifade edip yanıtlarında tereddüt yaşadıkları da görülmüştür. Hatırlamakta zorlanan ama iki cismin aynı olabileceğini söyleyen katılımcıyla yapılan görüşme şöyledir:

B1: “Kare prizma, o da aynı küp gibi değil miydi? O da küp gibi biliyorum.”

A: “Küp gibi derken yani küpe de kare prizma denilebilir mi?”

B1: “Denilebilir.”

Farklı bir yolla ilişki kuran bir katılımcı ise iki cismin somut modellerini düşünerek yanıt vermiştir:

B2: “İki tane üst üste konulursa aynı şekil ortaya çıkar, yani nasıl diyeyim onları birleştirirsek yani yapısı aynı olur. Küpten, kare prizmayı yapabilirsin.”

Katılımcılardan dikdörtgenler prizması ile kare prizmayı karşılaştırması istendiğinde köşe, ayrıt, yüzeyleri üzerinden veya prizma olmalarından benzerlik kurmuşlardır. Cismin boyu-görüntüsü, yan yüzeyleri veya tabanlarıyla da iki cismin farklılık taşıdığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin karşılaştırmalarına ait bazı örnekler şöyledir:

M2: “Köşeleri birbirine benziyor, yapılışında da biraz benzerlik var. Mesela dikdörtgen prizma biraz küçültülmüş gibi geldi bana.”

Z1: “Benzer dikdörtgenin yan alanları kare olabiliyor. Eee kare prizmanın da yan alanları kare olabiliyor birbirlerine oradan bağlantılı olabiliyorlar. Farklı taban ve tavanları farklı oluyor, kare ve dikdörtgen diye.”

S1: “Hee ne olabilir. İkisi de prizma... Ya şey bir tanesinin tavan ve tabanı kare bir tanesinin dikdörtgendir. Dikdörtgen prizmada bütün yüzeyleri eşit gibi geliyor. Karede sanki bir dikdörtgen aralardakiler ama tavanla taban kareymiş gibi geliyor. İkisinin de köşeleri var öyle.”

Verilen yanıtlardan iki cisim arasında kurulan ilişkinin yüzey özelliklerine göre şekillendiği anlaşılmıştır. Ancak dikdörtgenler prizmasının tüm yüzlerinin eş ve yan yüzlerinin karesel olabileceğine dair dikkat çeken ifadeler de bulunmaktadır. Bunların yanında prototip şekillerin de cisimlerin karşılaştırmasında etkili olduğu anlaşılmıştır. B2 kodlu katılımcının “Farklılık daha şey olması, dikdörtgen prizmasının daha uzun olması...” şeklinde verdiği yanıt dikdörtgenler prizmasının zihninde tipik bir model olarak yer alabildiğini göstermiştir. Benzer durumlar öğrencilerin yaptıkları tanımlarda da yer almaktadır. Örneğın; bir öğrenci “dikdörtgenler prizma, iki ucu aynı iki ucu da farklı olan dikdörtgen şeklinde bir cisim. Bir tarafı uzun, bir tarafı kısa.” şeklinde tanım yapmıştır. Bu durum öğrencinin tipik bir model üzerinden tanım yaptığını göstermektedir. Diğer cisimler arasında yapılan karşılaştırmalarda da buna benzer durumlar ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda bireylerin zihninde yer alan cisimlere ait prototiplerin onların kavram yanılığı yaşamalarına sebep olduğu söylenebilir.

Tartışma

Cisimlerin karşılaştırılmasının istenmesi genel olarak cisimlere yönelik daha net ifadelerin gelişmesini ve farkındalığın oluşmasını sağlamıştır. İlişkiler ifade edilirken öğrencilerin formal yapılardan sık sık uzaklaştıkları görülmüştür. Walcott, Mohr ve Kastberg (2009), öğrencilerin şekilleri tanımlarken matematiksel olmayan dil kullandığını belirtmiştir. Geometrik cisimler üzerine yapılan çalışmalarda da kavramlar ifade edilirken genel açıklamaların yapıldığı; matematiksel dil kullanımının oldukça zayıf olduğu ortaya çıkmıştır (Bozkurt ve Koç, 2012; Gökbulut, 2010; Zeybek-Şimşek, 2019).

Prizma ile piramit arasında öğrencilerin kurduğu ilişkiler incelendiğinde temel olarak üç durum ortaya çıkmıştır. Bunlardan birincisi, prizmaların yüzeylerinin düz; piramitlerin sivri uçlu olarak düşünülmesidir. Formal şekilde ifade edilemeyen bu durum aslında iki farklı sınıflamayı göstermiştir. İkinci durum, bu iki cismin aynı ya da benzer olduğu görüşüdür. Bu da katılımcıların, iki cisimi aynı sınıflamaya almalarına neden olmuştur. Üçüncü durum ise, öğrencilerden bazılarının prizma ve piramitler arasında yüzeyler üzerinden ilişkiler kurmasıdır. Taban yüzeylerine ait prototip algılar iki cismin farklı yönleri olarak belirtilmiştir. Bununla birlikte ifadelerde cisimlerin tabanına yönelik aşırı özellemeler de mevcuttur. Hershkowitz’e (1990) göre bu durumlar, 2. tip genelleme hatası olduğunu göstermektedir. Çünkü buradaki kavram yanılığı cisim karşılaştırmalarını

etkileyerek piramitlerin veya prizmaların tabanının herhangi bir çokgensel bölge olabileceği düşüncesini engellemektedir.

Koni ile piramit ilişkisinde, piramidin tabanına yönelik aşırı özellemler (tabanının karesel olması gibi), iki cisim arasındaki farklılığın temelini oluşturmuştur. Taban özelliğinin bu ilişkiye yansımaları, öğrenciler tarafından dikkat edilen bir nokta olmuştur. Öğrencilerin verdikleri tanımlarda da bu düşüncelere rastlanmıştır. İfade edilen “sivri çıkma” gibi açıklamalar da iki cismin benzerlik yönünü yansıtmıştır. Ancak bazı öğrencilerin bu durumu “üste üçgen çıkma” şeklinde yorumlamaları koni kavramına yönelik eksiklikleri olduğunu göstermiştir. Ortaokul matematik öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada da öğretmen adaylarının koni kavramına yönelik bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür; özellikle tanım, yüzey açılımı, yanal alan ve yüzey alanı bilgilerinde hataların olduğu tespit edilmiştir (Gökkurt vd., 2015).

Silindir ile koni arasında kurulan ilişkide taban yüzeyi temel benzerlik noktası olmuştur. Her iki cismin de taban yüzeylerinin aynı olduğu ifade edilmiştir. Bunun için “yuvarlak, daire, çember” ifadeleri sık sık birbiri yerine kullanılmıştır. Farklılık olarak koninin sivri olarak geldiğine dair ifadeler, silindirden ayıran özellik olarak yansımıştır. Öğrencilerin koniyi ifade ederken matematiksel dilden uzaklaştıkları, betimlemeyerek açıklamaya çalıştıkları anlaşılmıştır.

Küp ile kare prizma arasında öğrencilerin kurdukları ilişkide, ikisinin de yüzeyinde karesel bölgelerin olması benzer özellikleri olarak karşımıza çıkmıştır. Hatta iki cismin aynı olacağı düşüncesine sahip öğrenciler de bulunmaktadır. Fakat genel olarak küpü farklı kılan özellik olarak tüm yüzeylerinin eş ve kenarlarının eşit olması gösterilmiştir. Kare prizmada bazı öğrencilerin “uzun olabilmek” şeklinde ifade kullanması prototip yapıların kavramlara etkisi olduğunu göstermektedir. Altaylı, Konyalıoğlu, Hızarcı ve Kaplan’ın (2014) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada da kare prizma ile küp arasındaki ilişkiyi kurmada benzer bulgular ortaya çıkmıştır. Monaghan’ın (2000) ifade ettiği gibi prototipler sınırlı görsel algılar yaratarak kavramı sınırlandırmış, küpün özelliklerinden farklı bir özellik olarak ifadelerde geçmiştir. Öğrencilerin küp ile kare prizma arasında kurdukları ilişkilerde ikisinin de prizma olmasına dair hiçbir ifade geçmemiştir. Bu da öğrencilerin küpün prizmalardan ayrı bir cisim olarak sınıflandırdıklarını göstermektedir. Bu durum küpün, derslerde ayrı ve yüz özelliklerine göre özel bir cisim olarak ele alınmasından kaynaklanıyor olabilir.

Kare prizma ile dikdörtgenler prizmasının arasında kurulan ilişki de genel olarak yüzey özelliklerine göre belirlenmiştir. İki cisim arasında kurulan benzerlikte iki farklı durumla karşılaşmıştır. Bunlardan biri bu iki cisim bazı özelliklerine göre (ayrıt, yüz vs.) benzetme iken diğeri her ikisinin de prizma olarak ifade edilmesidir. Örneğin; yüzeylerinde “dikdörtgensel bölgeler”in bulunması ortak bir yapı olarak düşünülmüştür. İki cisim arasındaki farklılık ise cisimlerin görselleri veya yüzey şekli ile ilişkilendirilmiştir. Örneğin; kare prizmanın yüzeylerinde “karesel bölgelerin”

bulunması diğer cisme göre farklılık olarak belirtilmiştir. Cisimlerin görsellerine ait “dikdörtgen prizmasının daha uzun olması” gibi ifadeler ise öğrencilerin prototip algıları olduğunu ve kavram yanılığı yaşadıklarını göstermiştir. Fujita ve Jones (2007), öğrencinin zihnindeki kavram tam olarak gelişmemişse kavram tanımı yaparken sadece görselden yararlanacağını belirtmiştir. Bu nedenle araştırmaya katılan öğrencilerden bazılarının zihinlerindeki dikdörtgenler prizması kavramının tam olarak gelişmediği sonucuna ulaşılabilir.

Çalışmada genel olarak cisimler arasında benzerlik ve farklılık kurulurken cisimlerin yüzey özelliklerini kullanma (köşe, kenar, taban vb.) ve yüzeylerini betimlemeden (yukarı doğru sivrileşme vb.) yararlanıldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin cisimleri kritik olmayan özellikler üzerinden karşılaştırması da çalışmada ortaya çıkan başka bir durumdur. Bu durum başka çalışmalarda elde edilen bulgularla benzerlik göstermektedir. Öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada (Gökbulut, 2010); öğretmen adaylarının cisimlerin kritik olmayan özelliklerini, kritik olarak nitelendirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. İncikabı ve Kılıç (2013) ise çalışmalarında ilköğretim öğrencilerinin cisim özelliklerinin belirlemesine yönelik kavram bilgilerinde eksikliklerin olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu anlamda kavramların öğreniminde, kritik ve kritik olmayan özellikler arasındaki farkı anlamak oldukça önemlidir.

Sonuç ve Öneriler

Araştırmada elde edilen sonuca göre öğrencilerin geometrik cisimler arasında ilişki kurarken cisimlere ait kritik özelliklerin arka planda kaldığını göstermiştir. Katılımcıların daha çok cisimlerin yüzey özelliklerinden yola çıkarak karşılaştırma yapmaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır. Genel olarak cisimler arasında yapılan karşılaştırmalarda ve cisimlere ait tanımlarda hatalar olduğu görülmüş ve bazı kavram yanılığılarının yaşandığı anlaşılmıştır. Cisimlerle ilgili farklı düzeydeki öğrencilerle yapılan çalışmalarda da benzer kavram yanılığılarının ve eksikliklerin olduğu anlaşılmıştır (Alkış-Küçükaydın ve Gökbulut; 2013; Gümüş, 2020). Öğrencilerde bulunan bu yanılığıların giderilmesi için derslerde cisimler arasında karşılaştırmaların yapılması ve cisimlerin modeller üzerinden öğrencilere keşfettirilmesi önemsenmelidir (İncikabı ve Kılıç, 2013). Dolayısıyla geometrik cisimler arasındaki ilişkileri özümsetecek derslerin işlenmesi gerektiği görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre aşağıda önerilere yer verilmiştir.

1. Öğrencilerin zihinlerinde yer alan cisim kavramını sorgulamak için cisimler arası ilişki kurdurma iyi bir yöntem olabilir. Bu nedenle de öğrencilerle farklı cisimlerin karşılaştırıldığı çalışmalar gerçekleştirilebilir.
2. Matematik dersleri kavramlar arasındaki ilişkileri ortaya çıkaracak şekilde planlanabilir.

3. Akademik tanımlarda ne çıkan algılar önemli olduğu için öğrencilere kavram oluştururken cisimlere ait kritik özellikler üzerinde durulmalıdır. Bu bağlamda cisimler arasındaki benzerliklere ve farklılıklara değinmek faydalı olabilir.
4. Geometrik cisimlerin kavram ğretiminde, tipik çizimlerinin kavram yanılığlarına yol açmasını engellemek için tipik olan yaklaşımların dışında öğrencilere ek örnekler de sunulmalıdır.
5. Farklı yaş grubundaki katılımcılarla da benzer bir çalışmanın gerçekleştirilmesi önerilebilir.

Kaynaklar

- Aktaş, M. C. & Aktaş, M. Y. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik ğretim programı, ders ve ğrenci çalışma kitaplarında dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımının incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy, NWSA-Education Sciences*, 7(2), 848-858.
- Alkış-Küçükaydın, M. & Gökbulut, Y. (2013). Sınıf ğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanılığları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 2(1), 102-117.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A. C., Hızarcı, S. & Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik ğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*(10), 4-24.
- Avgren, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf ğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Bozkurt, A. & Koc, Y. (2012). Investigating first year elementary mathematics teacher education students' knowledge of prism. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(4), 2949-2952.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research mathematics teaching and learning* içinde (s. 420-465). New York: McMillan Publishing Company.
- De Villiers, M. (1998). *To teach definitions in geometry or teach to define?* PME Conference'da sunulmuş bildiri, Temmuz, Stellenbosch, South Africa.
- Duatepe-Paksu, A., İymen E. & Pakmak, G. S. (2013). Sınıf ğretmeni adaylarının drtgenlerin kşegenleri konusundaki kavram grntleri. *Eğitim ve Bilim*, 38(167), 163-178.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.

- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3-20.
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf ğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Gökkurt, B., şahin, ., Erdem, E., Başbüyük, K. & Soylu, Y. (2015). Investigation of pedagogical content knowledge of middle school prospective mathematics teachers on the cone topic in terms of some components. *Journal of Cognitive and Education Research*, 1(1), 18-40.
- Gmş, B. (2020). *Ortaokul sekizinci sınıf ğrencilerinin geometrik cisimlerin tanımlanması ve aımlarına ilişkin bilgi dzeylerinin incelenmesi*. (Yksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. P. Nesher & J. Kilpatrick (Ed.), *Mathematics and cognition* içinde (s. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. D. A. Grouns, (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 65-92). New York: Macmillan
- ncikabı, L. & Kılıç, . (2013). İlköğretim ğrencilerinin geometrik cisimlerle ilgili kavram bilgilerinin analizi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 6(3), 343-358.
- Karataş, Z. (2017). Sosyal bilim araştırmalarında paradigma değişimi: Nitel yaklaşımın yükselişi. *Türkiye Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 68-86.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academic Press.
- Küçük A. & Demir B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik ğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir alışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Man, S. (2019). *Ortaokul matematik ğretmenlerinin geometrik cisimlere ilişkin kavram tanımlarının incelenmesi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- MEB. (2009). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) ğretim Programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- MEB. (2018). Matematik Dersi (5-8. Sınıflar) ğretim Programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.

- Nakahara, T. (1995). Children's construction process of the concepts of basic quadrilaterals in Japan. L. Meira L & D. Carraher, (Ed.), *Proceedings of the 19th Conference of the 140 International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (s. 27-34), Sao Paulo, Brazil.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Okazaki, M. & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. H. Woo, K. Park & D. Seo, (Ed.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (s. 41-48), Seul, Korea.
- zmantar, M. F., Binglbalı, E. & Akkoç, H. (2010). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çzm nerileri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Pickreign, J. (2007). Rectangles and rhombi: how well do preservice teachers know them? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1-7.
- Seggie, F. N. & Bayyurt, Y. (Ed.). (2017). *Nitel araştırma: Yntem, teknik, analiz ve yaklaşımları*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- şimşek, A. (2006). Kavramların ğretimi. A. şimşek (Ed.), *İçerik trlerine dayalı ğretim* içinde (s. 27-71). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tuluk, G. (2015). Ortaokul matematik ğretmeni adaylarının açı kavramına ilişkin oluşturdukları kavram haritalarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 323-337.
- Türnüklü, E., Gndoğdu-Alaylı, F. & Akkaş, E. N. (2013). Investigation of prospective primary mathematics teachers' perceptions and images for quadrilaterals. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1225-1232.
- lgen, G. (2001). *Kavram geliştirme: Uygulama ve kuramlar* (3. b.). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Yıldırım, A. & şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yntemleri*. Ankara: Seşkin Yayınları.
- Walcott, C., Mohr, D. & Kastberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 30-40.
- Zeybek-şimşek, Z. (2019). İlkğretim matematik ğretmeni adaylarının drtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma dzeylerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(3), 680-710.

Extended Summary

In the process of learning geometry, students are expected to establish the relationship between the representations in their minds and the concepts. The importance of the language used in understanding and learning the concepts used in geometry is emphasized. In order for effective concept learning to occur, information needs to be reviewed, thought through, experienced and used. In this case, learning geometric concepts takes place within a certain process (Clements and Battista, 1992). We also make use of concepts while learning any mathematical system or thought. For example, geometric shapes, solids are the basic concepts of the field of geometry. Therefore, in order for the concepts to be learned meaningfully, the relationships between them must be revealed since there are ideas on the need for relational understanding to be understood in order to understand geometry. In other words, knowing the definition of the concept in geometry may not always be enough to understand the concept (Duatepe-Paksu, İymen, and Pakmak, 2013).

In the literature, it was seen that the conceptual structures of geometric shapes and solids were investigated by examining concept images, definitions and visuals. Okazaki and Fujita (2007) and Hershkowitz (1990) showed that prototypes of geometric shapes caused problems in recognizing and conceptualizing shapes. In the study of Clements and Battista (1992), it was seen that visual models were effective in the development of the concepts of geometric shapes and the formation of classifications. In his study, Berkn (2011) examined the images of 5th and 7th grade students on polygons and found that they had some misconceptions. Avgren (2011) concluded that secondary school students at different grade levels associated their concept images with geometric object models and in-class geometric drawings. It was observed that the studies investigating the conceptual and relational dimensions of geometry, which are also seen in the literature review, are generally on geometric shapes. Studies that examine mathematical concepts in relational terms are in the background in our country. Considering this situation, in this study, it is aimed to examine the relationships that secondary school students establish between solids.

Qualitative research method was used in accordance with the aim of the research. Interview technique was used from qualitative research methods. The study group of the research consisted of eight volunteer eighth grade students studying at public schools in the town of Buca, İzmr. Four of the participants were girls and four of them were boys. A semi-structured interview form was used in the research. First, they were asked to define solids with open-ended questions in the interview form prepared within the scope of the research. Then they compared solids in pairs and they were allowed to express their similarities and differences between them. Prism and pyramid, cone and cylinder, cone and pyramid, square prism and cube, rectangular prism and square prism were the objects to be

compared. Content analysis technique was used in the analysis of the qualitative data obtained in the research.

When the relations established by the students between the prism and the pyramid were examined, basically three situations emerged. The first of these is that the surfaces of the prisms are flat; Pyramids are thought of as pointed. This situation, which cannot be expressed formally, actually showed two different classifications. The opposite is the view that these two objects are the same or similar. This caused the two objects to be included in the same classification. In the other one, students established relationships between prisms and pyramids over surfaces. In particular, prototype perceptions of the base surfaces of the pyramids revealed different aspects of the two objects.

In the cone-pyramid relationship, extreme specializations towards the base of the pyramid (such as the square base) formed the basis of the difference between the two objects. The reflection of the base feature on this relationship was a point noted by the students. These ideas were also found in definitions and visual recognition. Explanations such as the pointed protrusion, which were expressed personally, also reflected another relationship aspect of the two objects. In fact, some students' interpretation of this situation as "triangle on top" showed that they had inadequacies in spatial thinking.

A basic similarity was established between the cylinder and the cone over the base surface. The base areas of the solids were expressed as a common property in personal ways. As a difference, the statements that the cone came as a pointed one were reflected as the feature that distinguished it from the cylinder. The relationship established between the square prism and the rectangular prism was also determined according to the surface properties. While the presence of "rectangular regions" on their surfaces was considered as a common structure; The "square regions" were expressed as specific to the square prism. Prototype perceptions were also present in this relationship.

According to the results obtained in the research, it was shown that the critical properties of the solids remained in the background while the students were establishing relationships between solids. It was revealed that the participants tried to make personal comparisons based on the surface properties of the solids. Fujita and Jones (2007) also stated that if the student's concept of personal shape is not fully developed, his assessment will only be affected by his images. In this case, it can be concluded that students' images of solids play a role in the relations between the objects they have established.

According to the results obtained, the following suggestions can be made. Establishing relationships between objects can be a source for students to question the structures of objects in their minds. Definitions and visual recognitions can be given by assimilation in a way that will create the

relationships between objects. In this sense, the lessons can be planned in such a way that the relations between the objects are included. Since the prominent perceptions in academic definitions are important, the students should be made to feel the critical properties of solids while forming the concepts. At this point, establishing similarities and differences between solids can help them to notice.

Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Bu araştırmanın planlanması, yrtlmesi ve yazılı hale getirilmesinde araştırmacılar eşit oranda katkı sağlamıştır.

Destek ve Teşekkr Beyanı

Bu araştırmada herhangi bir kurum, kuruluş ya da kişiden destek alınmamıştır. Araştırma için gerekli izinleri veren Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü ve İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğüne teşekkür ederiz.

Çatışma Beyanı

Araştırmacıların araştırma ile ilgili diğer kişi ve kurumlarla herhangi bir kişisel ve finansal çıkar atışması yoktur.

Etik Kurul Beyanı

Bu araştırma, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 30.12.2013 tarih ve 15 sayılı onayı ve İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 21.01.2014 tarih ve 12018877/604.01.02/283302 sayılı onayı ile yürütülmüştür.