

PB-SN LEHİMLERİ İÇİN GERİLME MODELİ

Semih KÜÇÜKARSLAN

I. GİRİŞ

Özet- Lehimlerin güvenilirliğini, performansını artırmak için, çeşitli temel modeller geliştirilmiştir. Yapılan çalışmalar visko plastiğin geliştirilmesi ve mikro yapıya bağlı mekanik özellikleri izotrop olmayan bir gerilme hipotezi üzerine odaklanmıştır. Lehimli birleşimin tekrarlı yüklemeye altında zamana bağlı verdiği tepkiyi doğru bir şekilde belirlemek ve kullanıma süresindeki yorulmaları simüle etmek için lineer olmayan yeni bir gerilme modeli geliştirilmiştir. Simülasyon, malzemenin tepkisi ve sıcaklığın etkisi ile beraber malzemenin lineer olmayan zamana bağlı gerilme-deformasyon analizi için yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler- Pb-Sn Lehimi, viskoplastisite, gerilme analizi.

Abstract - For reliability and higher performance of solder joints, various constitutive models have been developed. Study has focused on development of a viscoplastic, microstructurally dependent, and anisotropy incorporated constitutive model. To determine time dependent solder joint response under thermal cycling loading, a new nonlinear stress model was developed for fatigue life of solder. The simulation was done for stress-strain analysis time dependent material nonlinearities along with the effect of temperature and material response.

Key Words - Pb-Sn Solder, viscoplasticity, stress analysis.

Lehimli birleşimlerin, ana işlevleri mekanik destek ve sinyal dağıtımdır. Yapısal bakış açısından ek yerinin güvenilirliği ve performansı çok önemlidir. Yüzey montajı teknolojisinin başarılı bir şekilde geliştirilmesi için deformasyonların ve gerilmelerin doğru olarak hesaplanması, büzülme, hasar, yorulma ve kopmanın diğer türlerinin önceden bilinmesi gerekir.

Termomekanik analiz ve izotrop malzemelerin esnek olmayan deformasyonları bir çok araştırmacı tarafından incelenmiştir [1-6]. Yeterli ve kesin bir hesap algoritması hala geliştirilmektedir.

Bu çalışmada, izotermal hızla bağımlı plastisite teorisinden izotermal olmayan hızla bağımlı plastisite teorisine genişletilmesini termomekanik yüklemeye için önerilmektedir. Bu iki aşamada uygulanmaktadır. Birincisi, malzeme özellikleri sıcaklığa bağlı olarak değiştirilmektedir. İkincisi ise, hızla bağımlı şekil değiştirme, fazla şekil değiştirme ve büzülme için hesaplara eklenmektedir.

İzotermal olmayan ve hızla bağımlı yeni bir gerilme modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen modelde hesaplama algoritması lineer olmayan sonlu elemanlar yöntemine uygun simgelerle sunulmaktadır. Son olarak Skipor'un test verileri [6] tasarlanan modelin mukayesesinde kullanılmıştır.

II. ANALATİK FORMULASYON

Elastik halden plastik hale doğru malzeme davranışının tanımlanması varolan plastik potansiyelle veya akma akma fonksiyonuna dayandırılarak belirlenmektedir. Akma fonksiyonu gerilme haline ve içsel durum vektörüne bağlıdır.

Bu kriter Von Mises akma kriterinin anizotropik versiyonu gibi düşünülebilmektedir. Şu şekilde tarif edilebilmektedir.

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{\frac{a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}}{2}} - \sigma = 0 \quad (1)$$

σ_{ij} gerilmeyi, σ deformasyon hızını ve sıcaklığı bağlı akma yüzeyini a_{ijkl} ise plastiğin içindeki anizotropi yüzeyini tarif eden matristir. Bu değerler, test verilerinden bulunabilmektedir. Anizotropik malzemelerin tanımlanması için, 21 eleman gereklidir. Bir başka deyişle

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Bu matris, orthotropik malzemeler için Hill tipi akma fonksiyonuna ve isotropik malzemeler için Von Mises akma fonksiyonuna indirgenir.

Plastik şekil değiştirmenin sıkıştırılmazlığını içeren A Hill tipi fonksiyonun özel bir tipidir ve aşağıdaki değerlerle verilmektedir.

$$\begin{aligned} a_{12} &= a_{33} - \frac{(a_{11} - a_{22} + a_{33})}{2} \\ a_{13} &= a_{22} - \frac{(a_{11} - a_{22} + a_{33})}{2} \\ a_{23} &= a_{11} - \frac{(a_{11} + a_{22} + a_{33})}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

İzotropik malzemelerin Von Mises akma kriteri aşağıdaki şekle indirgenebilir.

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} = \frac{2}{3} \\ a_{13} &= a_{13} = a_{23} = -\frac{1}{3} \\ a_{44} &= a_{55} = a_{66} = 2 \end{aligned} \quad (4)$$

Birleştirilmiş akma kuramı kullanılarak artımsal plastik şekil değiştirme, plastik potansiyelden (f) den dolayı şöyle yazılabilmektedir.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5)$$

$d\lambda$, bir pozitif fonksiyondur, bu fonksiyon malzeme için orada var olduğu kabul edilen etkili gerilme-şekil değiştirme eğrisinden belirlenebilmektedir. Bu tür plastiğin arttığı malzemelerdeki birim hacimdeki iş aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{ij} d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

ve bu iki denklemden şu eşitlik yazılabilir.

$$dW^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p \quad (7)$$

$\bar{\sigma}$, etkili gerilmedir, ve $d\bar{\varepsilon}^p$ etkili plastik şekil değiştirme artışıdır. (6) ve (7)nci denklemler eşitlenirse, akma aşağıdaki şekilde bulunur.

$$d\lambda = \frac{\bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p}{\sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (8)$$

Gerilme-şekil değiştirme bağıntısı t süresi için şöyle ifade edilebilir.

$$\sigma_{ij} = {}^t C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl} - \varepsilon_{kl}^T - \varepsilon_{kl}^{cr}) \quad (9)$$

${}^t C_{ijkl}$, t süresi için elastik gerilme tensoru, ε_{kl} , toplam şekil değiştirmeyi gösterir. pl plastikliği, T sıcaklığı, cr ise büzülmeyi ifade eder.

(9) denklemindeki akmanın yeni biçimi şöyledir.

$$d\sigma_{ij} = {}^{t+\Delta t} C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{pl} - d\varepsilon_{kl}^T - d\varepsilon_{kl}^{cr}) + \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl} - \varepsilon_{kl}^T - \varepsilon_{kl}^{cr}) dT \quad (10)$$

Plastik şekil değiştirme süresince, yukarıdaki denklemin yoğunluk koşulunu sağlaması gerekmektedir. Bu şu şekilde ifade edilebilir.

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^{pl}} d\varepsilon^{pl} + \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^T} d\varepsilon^T + \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^{cr}} d\varepsilon^{cr} \quad (11)$$

(5) ve (6) denklemleri (10)ncü denkleme yerine konularak şu ifade elde edilir.

$$d\sigma_{ij} = {}^{t+\Delta t} C_{ijkl} \left(d\varepsilon_{kl} - \frac{\bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p}{\sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}} - d\varepsilon_{kl}^T - d\varepsilon_{kl}^{cr} \right) + \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl} - \varepsilon_{kl}^T - \varepsilon_{kl}^{cr}) dT \quad (12)$$

Akma yüzeyi $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$, ile bu denklemin iç sonuçları alınarak (11) ve (12)nci denklemlerde kullanılırsa şu sonuçlara ulaşılmaktadır.

$$d\sigma_{ij} = \left[{}^{t+\Delta t} C_{ijkl}; -\frac{{}^{t+\Delta t} C_{ijkl} M_{ij} M_{kl} {}^{t+\Delta t} C_{ijkl}}{A} \right] d\varepsilon_{kl}^{pl} + \left[\frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} \varepsilon_{kl}^{cr}; \frac{{}^{t+\Delta t} C_{ijkl} \left(M_{ij} M_{kl} \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} - M_{kl} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)}{A} \right] dT - \left[\frac{{}^{t+\Delta t} C_{ijkl} M_{kl} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^{pl}}}{A} \right] d\varepsilon^{pl} \quad (13)$$

Isıl şekil değiştirme artışı şöyle ifade edilmektedir.

$$d\varepsilon^T = {}^{t+\Delta t} \alpha_T ({}^{t+\Delta t} T - T_R) - {}^t \alpha_T ({}^t T - T_R) \quad (14)$$

${}^{t+\Delta t} \alpha_T$, yük artışının bitimindeki ısı genleşme katsayısını, ${}^t \alpha_T$, yüklenme artışının başlangıcındaki ısı genleşme katsayısını, T_R ise malzemenin şekil değiştirmesinin sıfır olduğu referans sıcaklığını göstermektedir.

Sertleştirme parametreleri, tek eksenli deney örneği sonuçlarından bulunabilmekte ve gerilme-şekil değiştirme için bir formül çıkarılabilmektedir. Aşağıdaki gerilme-şekil değiştirme bağıntısı, Pb/Sn lehim alaşımları için önerilmektedir.

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon \rightarrow \sigma \leq Y \\ Y + a\varepsilon^b \rightarrow \sigma > Y \end{cases} \quad (15)$$

Y akmayı, $a = a(T, \dot{\varepsilon})$, $b = b(T, \dot{\varepsilon})$, T , sıcaklığı ve $\dot{\varepsilon}$ şekil değiştirme hızını göstermektedir.

$a = a(T, \dot{\varepsilon}) = (a_1 + a_2 T) \dot{\varepsilon}^{a_3}$, $b = b(T, \dot{\varepsilon}) = (b_1 + b_2 T) \dot{\varepsilon}^{b_3}$ dir. $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ malzeme katsayılarıdır.

Plastik şekil değiştirme artışı aşağıdaki şekilde sınırlandırılmaktadır.

$$d\varepsilon^{pl} = {}^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}^{pl} - {}^t \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (16)$$

Linear interpolasyon $\Delta \varepsilon^{pl}$ için şöyle olmaktadır.

$$\Delta \varepsilon^{pl} = {}^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}^{pl} \theta \Delta t - {}^t \dot{\varepsilon}^{pl} (1 - \theta) \Delta t \quad (17)$$

${}^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}^{pl}$ akması şu denklemden bulunabilir.

$${}^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}^{pl} = \frac{\Delta \varepsilon^{pl} - {}^t \dot{\varepsilon}^{pl} (1 - \theta) \Delta t}{\theta \Delta t} \quad (18)$$

(16)ncı denklemin içine (18)nci denklem yerleştirilerek şu ifade elde edilir.

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{pl} = \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^{pl} - \bar{\varepsilon}^{pl} \Delta t}{\Delta t} \quad (19)$$

III. HESAP ALGORİTMASI

Önerilen model hızı bağlı teori hesapsal yeterlilik için özelleştirilebilmektedir. Kesin yüklem halleri için isothermal viskoplastisite veya isothermal olmayan hızı bağlı plastisite gibi malzeme modelleri (13)ncü denklemin özel halleridir, sonlu elmanlar simgelerinde tanımlanabilmektedir.

(9)ncü denklemden, eğer akma olmazsa tahmin edilen gerilme artışı doğrudur. Ama eğer akma durumu sağlanıyorsa, ilk önce gerilmenin durumunu ve akma yüzeyinin şekil değiştirmesini sağlayan gerilme ve deformasyon artışı bulunmalıdır.

(1)nci denklem tekrar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$${}^{t+\Delta t} \sigma^2 = a_{ijkl} (\sigma_{ij} + \beta d\sigma_{ij}) (\sigma_{kl} + \beta d\sigma_{kl}) \quad (20)$$

$\beta d\sigma_{ij}$, akma nedeniyle gerekli gerilme artışıdır. β , aşağıdaki denklem kullanılarak bulunabilir.

$$(a_{ijkl} d\sigma_{ij} \sigma_{kl}) \beta^2 + a_{ijkl} (d\sigma_{ij} \sigma_{kl} + d\sigma_{kl} \sigma_{ij}) \beta + a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} - 2{}^{t+\Delta t} \sigma^2 = 0 \quad (21)$$

Yukarıdaki denklem klasik ikinci denklem çözümü ile çözülebilmektedir. Aşağıdaki bağıntı bulunan akma nedeniyle gerekli olan şekil değiştirme artışını sağlamalıdır.

$$\sigma_{ij} + \beta d\sigma_{ij} = {}^{t+\Delta t} C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^T - \xi d\varepsilon_{kl}) \quad (22)$$

ξ akması çözümlerse, aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\xi = \frac{\sigma_{ij} + \beta d\sigma_{ij} - {}^{t+\Delta t} C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^T)}{{}^{t+\Delta t} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}} \quad (23)$$

Gerilme ve şekil değiştirme şu şekilde modifiye edilebilmektedir.

$$\sigma \rightarrow \sigma_{ij} + \beta d\sigma_{ij} \quad (24)$$

$$d\varepsilon \rightarrow (1 - \xi) d\varepsilon$$

Aşağıda hesaplanan çözüme ilişkin akış şeması hazırlanmıştır.

1) Akış adımlarında kullanmak için ${}^{t+\Delta t} C_{ijkl}$ ve

$$\frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T}$$

2) Isıl şekil değiştirme artışını (14)ncü denklemi kullanarak hesaplayınız.

3) Tahmini gerilme artışını hesaplayınız.

$$d\sigma_{ij} = {}^{t+\Delta t} C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{pl} - d\varepsilon_{kl}^T - d\varepsilon_{kl}^{cr}) dT + \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl} - \varepsilon_{kl}^T - \varepsilon_{kl}^{cr}) dT$$

4) Tahmini gerilme durumunu hesaplayınız.

$${}^{t+\Delta t} \sigma_{ij} = {}^t \sigma_{ij} + d\sigma_{ij}$$

5) Akma nedeniyle tahmini gerilme durumu olup olmadığını kontrol ediniz.

$$a_{ijkl} {}^{t+\Delta t} \sigma_{ij} {}^{t+\Delta t} \sigma_{kl} = {}^{t+\Delta t} \sigma^2$$

6) Eğer önceki adımda elastik durumsa, 7nci adımı geçiniz. Eğer $f \leq \sigma$ ise (15)nci adımı geçiniz.

7) Akma yüzeyinde gerilme durumunda düzeltme yapmak için β faktörünü kullanınız.

8) Akmış bölümünün şekil değiştirme artışını modifiye etmek için ξ faktörünü kullanınız.

9) Yük kademe akışı için $M_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \bar{\varepsilon}^{pl}}, \frac{\partial \sigma}{\partial T}$$

10) (13)ncü denklemden gerilme artışını bulunuz.

11) Elastik şekil değiştirme artışını hesaplayınız.

$$d\varepsilon_{kl}^{el} = \frac{1}{{}^{t+\Delta t} C_{ijkl}} \left(d\sigma_{ij} - \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial T} dT \times (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{pl} - \varepsilon_{kl}^T - \varepsilon_{kl}^{cr}) \right)$$

12) Toplamdan elastik ve ısıl şekil değiştirme artışını çıkararak, elastik olmayan şekil

değiştirme artışını hesaplayınız.

13) Toplam plastik şekil değiştirmeyi düzeltiniz.

14) Akma yüzey merkezinin yeni konumunu hesaplayınız.

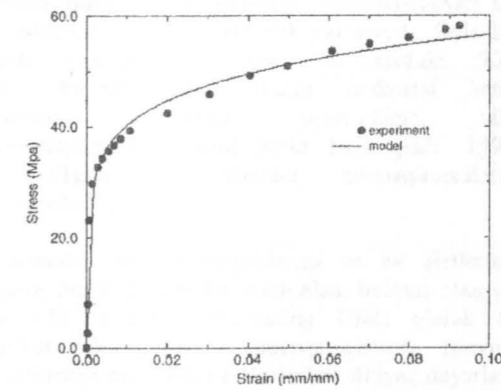
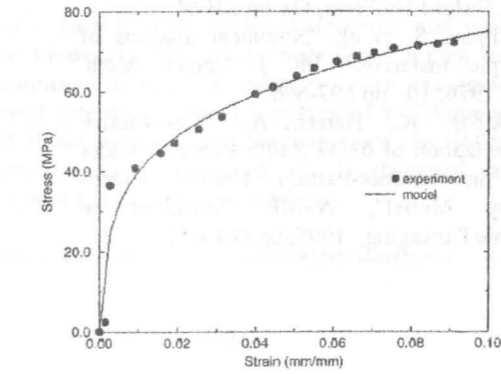
15) Gerilmeleri, şekil değiştirmeleri ve elastik şekil değiştirmeleri düzelterek adımları bitiriniz.

IV. MODELİNİN DOĞRULANMASI

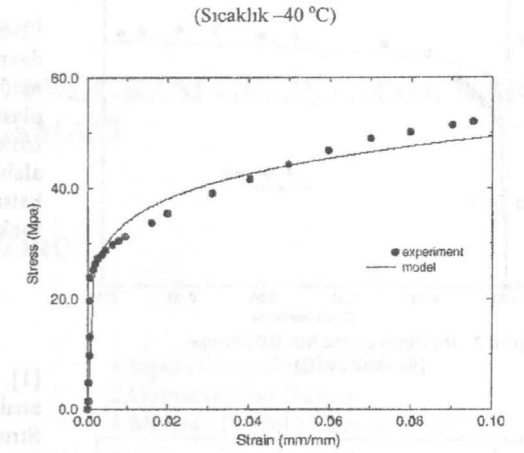
Bu bölümde, tasarlanan modelle, Skipor'un test verilerinin [6] kıyaslanması yapılmaktadır. Aşağıdaki verilen katsayılar, Pb-Sn lehimleri için hesaplanmıştır.

$$a_1 = 98.06, a_2 = -0.597, a_3 = 0.095,$$

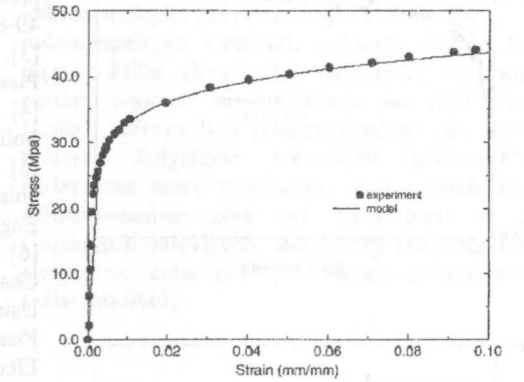
$$b_1 = 0.2084, b_2 = -0.00177, b_3 = 0.131$$



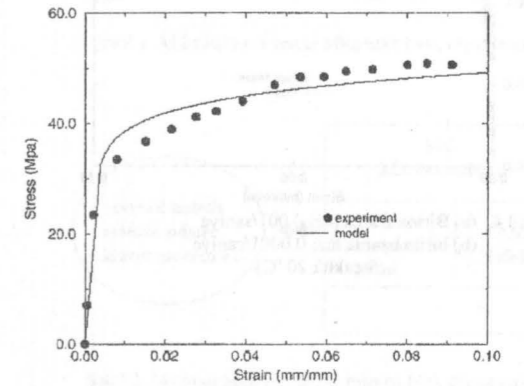
Şekil 1. (a) Birim uzama hızı 0.1/saniye
(b) birim uzama hızı 0.01/saniye



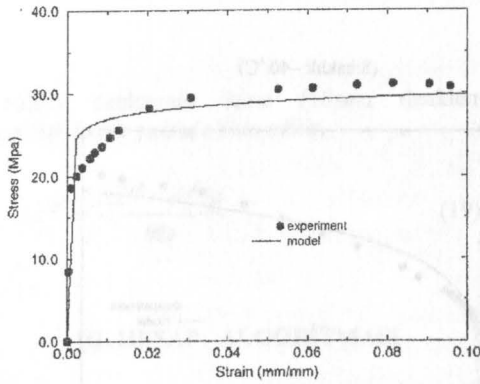
Şekil 2. (a) Birim uzama hızı 0.001/saniye
(Sıcaklık -40 °C)



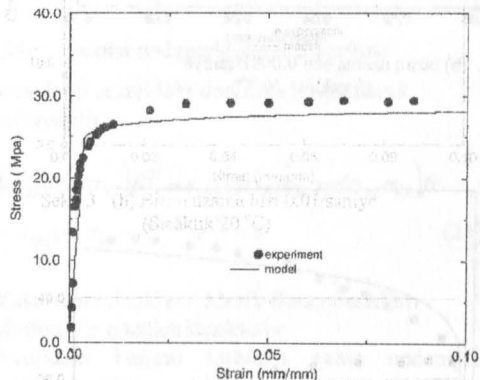
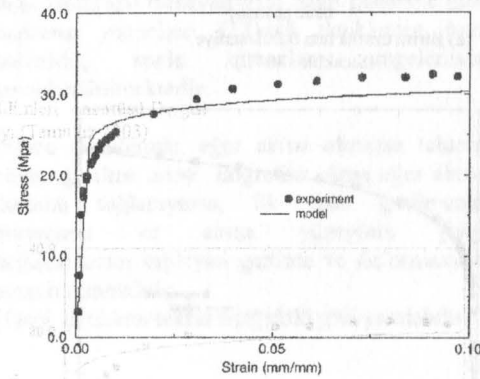
Şekil 2. (b) birim uzama hızı 0.0001/saniye
(Sıcaklık -40 °C)



Şekil 3. (a) Birim uzama hızı 0.1/saniye



Şekil 3. (b) Birim uzama hızı 0.01/saniye
(Sıcaklık 20 °C)



Şekil 4. (a) Birim uzama hızı 0.001/saniye
(b) birim uzama hızı 0.0001/saniye
(Sıcaklık 20 °C)

V. SONUÇLAR

Pb-Sn lehimlerinin doğrusal olmayan davranışlarını modellemek için yeni bir gerilme modeli formüle edilmiştir. Bu model izotropik plastiğin uzamasını ve anizotropik malzemelerin izotermal olmayan hızla bağlı etkisindedir dikkate alabilmektedir. Bu modelde, malzeme katsayıları, sıcaklık ve şekil değiştirme hızının fonksiyonu gibi kullanılmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1]. Allen, D.H., Haisler, W.E., "A teory for analysis of thermoplastic materials", Comput. Struct., 1981, 13, pp 129-135.
- [2]. Snyder, M.D., Bathe, K.J., "A solution procedure for thermoplastic and creep problems", J. Nuclear Engng Des., 1981, 64, pp 49-80.
- [3]. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Un. Pres, Oxford, 1950.
- [4]. Lemartie, J., Chaboche J., "Mechanics of Solids", Oxford Un.Press, Oxford, 1984.
- [5]. Vallipan, S. et al, "Nonlinear analysis of anisotropic materials", Int. J. Numer. Meth. Engng., 1976, 10, pp 597-606.
- [6]. Skipor, A., Harren A., "Constitutive Characterization of 63/37 Sn/Pb Eutectic Solder Using the Bodner-Partom Unified Creep-Plasticity Model", ASME Advances in Electronic Packaging, 1995, pp 661-672.

KAYNAKLAR

- [1]. Allen, D.H., Haisler, W.E., "A teory for analysis of thermoplastic materials", Comput. Struct., 1981, 13, pp 129-135.
- [2]. Snyder, M.D., Bathe, K.J., "A solution procedure for thermoplastic and creep problems", J. Nuclear Engng Des., 1981, 64, pp 49-80.
- [3]. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Un. Pres, Oxford, 1950.
- [4]. Lemartie, J., Chaboche J., "Mechanics of Solids", Oxford Un.Press, Oxford, 1984.
- [5]. Vallipan, S. et al, "Nonlinear analysis of anisotropic materials", Int. J. Numer. Meth. Engng., 1976, 10, pp 597-606.
- [6]. Skipor, A., Harren A., "Constitutive Characterization of 63/37 Sn/Pb Eutectic Solder Using the Bodner-Partom Unified Creep-Plasticity Model", ASME Advances in Electronic Packaging, 1995, pp 661-672.