



Beceri Temelli Matematik Sorularının Orantısal Akıl Yürütme Problem Türlerine Göre İncelenmesi

Merve Çelenli^{1*}, Zehra Taşpınar Şener², Mustafa Zeki Aydoğdu³

^{1*}Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Bölümü, İstanbul, Türkiye, (ORCID: 0000-0002-1011-9625), celenlimerve@gmail.com

²Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Bölümü, İstanbul, Türkiye (ORCID: 0000-0001-8914,-784X), taspinar@yildiz.edu.tr

³Trakya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Bölümü, Edirne, Türkiye (ORCID: 0000-0003-1163-2890), mzekiaydogdu@trakya.edu.tr

(1st International Conference on Innovative Academic Studies ICIAS 2022, September 10-13, 2022)

(DOI:10.31590/ejosat.1178255)

ATIF/REFERENCE: Çelenli, M., Taşpınar Şener, Z. & Aydoğdu, M. Z. (2022). Beceri Temelli Matematik Sorularının Orantısal Akıl Yürütme Problem Türlerine Göre İncelenmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (40), 161-169.

Öz

Günlük hayatta sıklıkla karşılaşılan bir çok problemin çözümünde, orantısal akıl yürütme becerilerinin gerekli olduğu bilinmektedir. Bu doğrultuda, ortaokul matematik dersi içerisinde, oran, orantı kavramları dışında, veri analizi, olasılık, eğim gibi bir çok konu içerisinde orantısal akıl yürütme problemleri yer almaktadır. Literatüre bakıldığında, orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için kullanılan orantısal akıl yürütme problemlerinin, verilmeyeni bulma, niceliksel (sayısal) karşılaştırma ve niteliksel karşılaştırma olmak üzere 3 başlıkta ele alındığı bilinmektedir. Bir diğer yandan, öğrencilerin gerçek hayat problemlerinde daha başarılı olmaları ve okul matematiği ile ilişkilendirme yapmaları amacıyla, 2018 yılından itibaren beceri temelli sorular, liselere giriş sınavlarında yerini almaya başlamıştır. Bu soruların orantısal akıl yürütme becerilerini içeren problem türlerini ne ölçüde kapsadığı bilinmemektedir. Bu çalışmada günümüz eğitiminde çok önemli yeri olan ve öğrenme - öğretme sürecinin ölçme değerlendirme aşamasında kullanılan beceri temelli soruların orantısal akıl yürütme problem türlerine göre sınıflandırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla 2018 ve 2021 yılları arasında Mili Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) yayınladığı 255 tane örnek liselere giriş sınavı (LGS) soruları doküman analizi incelenmiştir. İncelenen sorulardan 82 tanesinin orantısal akıl yürütme içerdiği tespit edilmiştir. Bu soruların 8. sınıf konularına göre dağılımına bakıldığında en fazla veri analizi konusunda en az eşitsizlik ve geometrik kavramlar konusunda orantısal akıl yürütmeye yer verildiği görülmüştür. Bununla birlikte orantısal akıl yürütme içeren sorulardan büyük çoğunun verilmeyeni bulma problem türü olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak yayınlanan örnek beceri temelli sorularının orantısal akıl yürütme problem türlerine göre dağılımının eşit olmadığı saptanmıştır.

Examining Skill-Based Mathematics Questions According to Proportional Reasoning Problem Types

Abstract

It is known that proportional reasoning skills are necessary in solving many problems that are frequently encountered in daily life. In this direction, there are proportional reasoning problems in many subjects such as data analysis, probability, slope, in addition to the concepts of ratio and proportion in the middle school mathematics course. When we look at the literature, it is known that the proportional reasoning problem types used for the development of proportional reasoning skill are discussed under three headings: finding the missing, quantitative (numerical) comparison and qualitative comparison. On the other hand, skill-based questions have started to take their place in high school entrance exams since 2018 for students to be more successful in real life problems and to make connections with school mathematics. It is not known to what extent these questions cover problem types involving proportional reasoning skills. In this study, it is aimed to classify the skill-based questions, which have a very important place in today's education and are used in the assessment and evaluation phase of the learning-teaching process, according to the proportional reasoning problem types. Exam (LGS) questions were examined. It was determined that 82 of the examined questions included proportional reasoning. Considering the distribution of these questions according to 8th grade subjects, it was seen that the

*Sorumlu Yazar: celenlimerve@gmail.com

least inequality in data analysis and proportional reasoning in geometric concepts were included. However, it has been determined that most of the questions involving proportional reasoning are the problem types of finding the missing problem. As a result, it has been determined that the distribution of the sample skill-based questions published according to the proportional reasoning problem types is not equal.

1. Giriş

Günümüz koşullarında değişim kavramı sosyal ve toplumsal hayatın bir çok yerinde karşımıza çıkmaktadır. İnsanlığın hayatı için önemli bir yere sahip olan eğitim sistemi de sosyal ve toplumsal hayatın dönüşümünden etkilenmiştir. Bunun sonucu olarak da eğitim sistemindeki ihtiyaçlarda da değişiklik gereksinimi ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda Milli Eğitim Bakanlığı(MEB),geçtiğimiz yıllarda öğretim programında ve merkezi sınavlarda birçok değişikliğe gitmiştir. Bu değişimin sosyal, kültürel,ekonomik sebeplerinin olmasının yanında günümüz şartlarında değişen bireylerin yeterlilik ve becerilerindeki değişiklik gibi sebepleri de olmuştur. 21. yüzyıl becerileri olarak adlandırılan ve yeni yüzyılın mezunlarının sahip olması beklenen yeterlilik ve beceriler de eğitim sistemini yapılandırılırken dikkate alınmıştır(MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2018). 2023 eğitim vizyonunda da belirtildiği üzere eğitim sistemimizdeki sınavların tamamı; amacına, içeriğine, soru tiplerine bağlı yapısıyla ve sağlayacağı yarara göre yeniden düzenlenmiştir.MEB 2018 yılında Liselere Geçiş Sınavında(LGS)da değişikliğe gitmiş ve sınavlarda konu ve kavramların yanı sıra; “okuduğunu anlama, yorumlama, sonuç çıkarma, problem çözme, analiz yapma, eleştirel düşünme, bilimsel süreç becerileri” ve bunlara benzer niteliklere sahip olan diğer becerileri ölçeceğini belirtmiştir(Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a)

MEB’in yaptığı iyileştirmeler sonucunda LGS 2018 yılından beri üst düzey becerileri yoklayan sorulardan oluşturulmaktadır.Buna bağlı olarak MEB 2018 yılından itibaren yeni uygulamaya giderek öğrencilere destek olmak amacıyla aylık olarak örnek beceri temelli soruları internet sayfasında yayınlamakta bunun yanında 2021 yılından itibaren de bu soruları LGS Çalışma kitapları haline getirip öğrencilere basılı olarak ulaştırmaktadır.LGS matematik sorularına matematik eğitim öğretim programı açısından bakıldığında ise, soruların tüm öğrenme alanları göz önünde bulundurularak okuduğunu anlama, yorumlama ve matematiksel akıl yürütme biçimlerini kullanarak problem çözme gibi birçok beceriyi hedef olarak hazırlanmış görülmektedir(MEB, 2018).Bu becerilerin içerisinde ise matematik öğretiminde çokça kullanılan akıl yürütme biçimlerinden orantısal akıl yürütme becerisi ön plana çıkmaktadır.Orantısal akıl yürütme; ilköğretim matematik öğretim programının birçok öğrenme alanında yer almasından dolayı beceri temelli soruların orantısal akıl yürütme becerisini ne kadar kapsadığını ortaya çıkarmak önemli olacaktır.

Oran, orantı ve orantısal akıl yürütme matematik öğretiminde önemli bir yer tutmaktadır. İlköğretim matematik öğretim programının her kademesinde oran kavramı ve orantısal düşünme pek çok konuya entegre edilmiş durumdadır.Literatür incelendiğinde 5, 6, 7 ve 8.sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisinin ne düzeyde olduğu ve bu becerinin nasıl

geliştirilmesi gerektiğiyle ilgili pek çok çalışma bulunmaktadır. Oran;iki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılması (MEB, 2018) olarak tanımlanırken bir başka tanıma göre oran farklı ölçme uzaylarına ait iki çokluğun çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen bir ölçümdür(Çeken & Ayas, 2010). Orantı ise birbirine denk olan iki kesrin eşitliği olarak tanımlanabilir(MEB, 2018).Çeken ve Ayas (2010)’a göre orantısal akıl yürütme yeteneği, aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait çoklukların (nesnelerin) karşılaştırılabilmesi demektir. Orantısal akıl yürütme becerisi, karşılaştırılan çoklukların birbirlerine bağlı değişimlerini dikkate alarak, karşılaştırma hakkında yorum yapabilme ve karar verebilme yeteneğini içermektedir(Çeken & Ayas, 2010). Çarpımsal ilişkileri anlayıp onu toplamsal ilişkilerden ayırt etmek orantısal akıl yürütmenin en önemli parçasıdır(Pişkin Tunç, 2018).

Orantısal akıl yürütme ile ilgili literatür incelendiğinde orantısal akıl yürütme yeterliliğinin değerlendirilmesinde bazı problem türlerinden yararlanıldığı görülmüştür (Cramer ve Post, 1993; Cramer, Post ve Currier, 1993; Akkuş-Çıçla ve Duatepe, 2002; Duatepe,Akkuş ve Kayhan., 2005;).Bu problem türlerinin üç farklı başlık altında toplandığı görülmüştür (Heller, Post, Behr ve Lesh, 1990; Cramer,Post ve Currier,1993; Post, Behr ve Lesh 1988;aktr Tunç Pişkin,2018).Bu problem türleri; bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma ve niteliksel akıl yürütme problemleridir. Bilinmeyen değeri bulma problem türünde, verilen bir orantıda üç çokluk verilmişken dördüncü çokluğun bulunması gerekmektedir (Lamon, 2007).Bir bilinmeyen değeri bulma problem türüne ait bir örnek verecek olursak; “500 km yolu 6 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km’lik yolu kaç saatte alır?” Bilinmeyen değer problem türü matematik öğretiminde en çok karşılaşılan problem türüdür(Pişkin Tunç, 2018).Bir diğer problem türü ise sayısal karşılaştırma problemleridir. Sayısal karşılaştırma probleminde, orantıda bulunan oranların bütün değerleri verilip bu iki oranın karşılaştırılması istenmektedir(Lamon, 2007). Sayısal(niceliksel) karşılaştırma problemlerinde iki tane oranın sayısal bir cevaba ihtiyaç duymadan karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Noelting (1980)’in “Portakal Suyu Problemi” sayısal karşılaştırma problemlerinin tipik bir örneğidir. Bu problemde, su ve portakal suyu konsantresiyle yapılan iki farklı karışımın içindeki su ve portakal suyu konsantresi miktarları verilip karışımların tatlarının kıyaslanması istenir.Sayısal karşılaştırma problemlerine başka bir örnek verecek olursak; “eş hacimli iki bardaktan birinde 40 gr yoğurt ve 80 ml su karıştırılmış, diğerinde ise 60 gr yoğurt ve125ml su karıştırılarak ayrı ayrı yapılmıştır. Buna göre hangi bardakta yoğurt tadı daha fazladır?”. Bu problemde hangi bardaktaki yoğurtun yoğunluğunun fazla olduğunu bulmak için iki bardaktaki

ayranlarında yoğurt miktarının su miktarına oranının kıyaslanması beklenir. Okulda kullandığımız matematikte karşımıza çok fazla çıkmayan sayısal (niceliksel) problem türünün çözümünde içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanılmadığı görülmektedir. Bu tip problemlerin çözümünde değerler arasındaki oranların fark edilip karşılaştırılması gerekmektedir(Pişkin Tunç, 2018). Üçüncü problem türü ise niteliksel akıl yürütme problemleridir. Bu problem türünde ise nicel değerler olmadan karşılaştırma yapmak amaçlanmaktadır. Bu problem türünün niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma olmak üzere iki farklı çeşidi vardır (Cramer ve diğ., 1993,aktr Tunç Pişkin,2018). Niteliksel tahmin problem türü; öğrencilerin belirli sayısal değerlere bağlı olmadan niteliksel tahmin yapmalarının istendiği soru tipidir (Aladağ ve Dinç Artut, 2012). Bu problem türüne örnek verecek olursak; “Melek bugün dün koştuğuna göre daha fazla zamanda daha az koşmuştur. Buna göre bugünkü hızı dünkü hızına göre nasıl değişmiştir?” tipik bir niteliksel tahmin problemi olarak ele alınabilir. Niteliksel karşılaştırma problemleri ise oranlar arasında karşılaştırma gerektiren problem türüdür (Kahraman, Kul ve İskenderoğlu Aydoğdu, 2019).Bu problem türüne örnek verecek olursak; “Ramazan ve Melek’in okul bahçesinin etrafında attığı tur sayıları aynıdır. Fakat Ramazan Melek’ten daha kısa sürede turu tamamlamıştır. Hangisi daha yavaş koşucudur?” tipik bir niteliksel karşılaştırma problemidir(Öz,2020).Okulda kullandığımız matematikte pek karşımıza çıkmayan bu problem türünü çözerken de içler-dışlar çarpımı gibi ezbere metotlar kullanılmadığı gibi bu problemler nicel veriler içermediğinden dolayı nicel kıyaslamalar da yapılamaz(Pişkin Tunç, 2018).Yukarıdada verilen problem türlerinden de anlaşıldığı gibi orantısal akıl yürütme beceri hem nitel hem de nicel süreçleri birlikte barındırır(Pişkin Tunç, 2018).

Bütün bu bilgiler ışığında bu çalışmada, MEB tarafından, 2018-2022eğitim öğretim yıllarında yayımlanan LGS’ye hazırlık örnek beceri temelli soruları orantısal akıl yürütme problem türlerine göre dağılımını incelemek amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırma kapsamında, aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

- MEB’in 2018-2022 yıllarında yayımladığı 8. sınıf beceri temelli soruların orantısal akıl yürütme problem türleri bağlamında yıllara göre dağılımı nasıldır?

- Orantısal akıl yürütme içeren beceri temelli soruların öğrenme alanları ve konulara göre dağılımı nasıldır?
- Orantısal akıl yürütme içeren beceri temelli soruların problem türlerine göre dağılımı nasıldır?

2. YÖNTEM

2.1. Araştırma Deseni

Araştırmada 2018’den 2022’ye kadar yayınlanmış olan LGS örnek sorularını belirli kriterlere göre derinlemesine incelemek amacıyla nitel veri toplama yöntemlerinden biri olan doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Doküman analizi belirli norm veya sisteme göre bir çalışma ile ilgili olan kayıt ve belgelerin toplanması, kodlanması ve incelemesi işlemidir(Sönmez Tural, 2019). Doküman analizi yönteminin kullanılmasının amacı yazılı materyal kapsamında değerlendirilen beceri temelli soruları inceleme açısından araştırmanın amacına uygun olmasıdır.

2.2. Veri Kaynağı

Çalışmada kullanılan sorular,LGS’ye hazırlık için ölçme ve değerlendirme sisteminin web sitesinde online olarak yayınlanan örnek beceri temelli sorularıdır. Bu sorular, 2018-2019 eğitim öğretim yılında LGS sistemine geçilmesi ile birlikte okullarda işlenen konulara paralel olarak her ay 10 soru olarak yayınlanmaktadır. Bu çalışmada soruların ilk yayınlandığı 2018-2019 eğitim öğretim yılından, 2021-2022 eğitim öğretim yılına kadar yayınlanmış olan toplam 335 adet beceri temelli sorunun tamamı ele alınmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Çalışmada, soruların sınıflandırılmasında(Cramer, Post, & Currier, 1993)tarafından oluşturulan verilmeyeni bulma, nicel(sayısal) karşılaştırma ve nitel akıl yürütme problem türleri temel alınmıştır. Sorular orantısal akıl yürütme problemleri bağlamında incelenirken aşağıdaki Tablo 1’deki belirtilen kriterlere dikkat edilmiştir.

Problem Türü	Kriterleri
Verilmeyeni Bulma	<ul style="list-style-type: none">• Orantıdaki 4 değerden 3 tanesi verilmiş ve bir tanesi sorulmalıdır.• Öğrenciler içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanmaya ihtiyaç duymalıdır.
Niceliksel Karşılaştırma	<ul style="list-style-type: none">• Problemden bir orantı mevcut, nicel veriler var, fakat problemin çözümü için oranların karşılaştırılması gerekmektedir.• İçler dışlar çarpımı algoritması ile çözülemez.
Niteliksel Akıl Yürütme	<ul style="list-style-type: none">• Problemden sayısal değerlere bağlı kalmadan oranların karşılaştırılması gerekir.• Bu problem türünde öğrencilerin orantının anlamını anlayarak zihinsel becerileri ile soruyu çözmeleri gerekmektedir

Tablo 1. Kriter Tablosu

Araştırmacı tarafından başlatılan veri toplama sürecinde öncelikli olarak MEB tarafından 2022 yılında basılı hale getirilen örnek sorular incelenmiş ve çözülmüştür. Bunlardan orantısal akıl yürütme problem türleri ile ilgili olanlar seçilip daha sonrasında 2022 yılı Nisan ve Mayıs aylarında yayınlanan örnek sorular online web sitesi üzerinden incelenerek orantısal akıl yürütme içeren problemler seçilmiştir. Toplamda 335 tane soru incelenmiş ve 109 tanesinin orantısal akıl yürütme problemi olduğu belirlenmiştir.

3.BULGULAR

Birinci araştırma sorusuna yönelik bulgular

Yayımlanan soruların yıllara ve orantısal akıl yürütme problem türüne yönelik dağılımı aşağıda verilmiştir.

Yıllar	Verilmeyeni Bulma Problem Türü	Niceliksel Karşılaştırma Problem Türü	Niteliksel Akıl Yürütme Problem Türü	Toplam Orantısal Akıl Yürütme Problem Sayısı	Toplam Soru Sayısı
2018-2019	31	3	3	37	95
2019-2020	28	3	-	31	100
2020-2021	14	3	-	17	60
2021-2022	24	-	-	24	80
Toplam	97	9	3	109	335

Tablo 2. İncelenen Soruların Orantısal Akıl Yürütme Problem Türleri Bağlamında Yıllara Göre Dağılımı

Tablo 2’de MEB tarafından yayınlanan 8. Sınıf beceri temelli soruların yıllara ve orantısal akıl yürütme problem türlerine göre dağılımı verilmiştir. Tabloya bakıldığında 2018- 2019 yılları arasında toplam 95 adet, 2019-2020 yılları arasında 100 adet, 2020-2021 yılları arasında 60 adet ve 2021-2022 yılları arasında 80 adet soru bulunmaktadır.

Orantısal akıl yürütme becerisi içeren problem sayısına bakıldığında, yayımlanan soruların yaklaşık olarak üçte biri oranında olduğu görülmektedir. Toplam soru sayısına oranla en fazla orantısal akıl yürütme içeren soru türleri 2018-2019 yılları arasında yer almaktadır. Bununla birlikte, orantısal akıl yürütme

2.4. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Çalışmanın geçerliliği ve güvenirliliğini artırmak ve bulguların doğruluğunu zenginleştirmek için öncelikle yazarlar, tüm soruların %10’unu bağımsız bir şekilde kodlamışlardır. Daha sonra bir araya gelerek, her soru tipinin genel özellikleri konusunda tartışmışlardır. Daha sonra tüm soru tiplerini bir araştırmacı kodlamış ve soruların karşılıklarına kodları ve nedenlerini belirtmiştir. Diğer araştırmacılarla birlikte, çalışma ile ilgisi olmayan bir matematik öğretmeni, kodlanan soruları incelemiş ve teyit etmiştir. Bununla birlikte, çalışmada her bir soru türüne yönelik bir örnek verilerek detaylı betimleme yapılmaya çalışılmıştır.

içeren problem türlerine bakıldığında, problemlerin büyük bir kısmının verilmeyeni bulma problem türüne yönelik olduğu görülmektedir. Niceliksel karşılaştırma problem türü her yıl 3’er adet yer almış olsa da 2021-2022 eğitim öğretim yılında yayımlanan soruların içerisinde hiç yer almamıştır. Niteliksel akıl yürütme türünden problemlerle ise yalnızca 2018-2019 eğitim öğretim yılında karşılaşılmıştır.

3.2. İkinci araştırma sorusuna yönelik bulgular

Yayımlanan soruların 8.sınıf matematik öğrenme alanları ve konularının problem türlerine yönelik dağılımı aşağıda verilmiştir.

Öğrenme Alanları	Konular	İncelenen Toplam Soru Sayısı	Orantısal Akıl Yürütme İçeren Soru Sayısı(%)
Sayılar ve İşlemler	Çarpanlar ve Katları	55	3(2,75)
	Üslü İfadeler	51	15(13,76)
	Kareköklü İfadeler	47	2(1,83)
	Toplam	153	20
Cebir	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	41	2(1,83)
	Doğrusal Denklemler Ve Eğim	43	25(22,94)
	Eşitsizlikler	10	1(0,92)
	Toplam	100	28
Geometri ve Ölçme	Üçgenler ve Eşlik Benzerlik	20	6(5,50)
	Dönüşüm Geometrisi	3	-
	Geometrik Cisimler	4	1(0,92)
	Toplam	27	7

Veri İşleme	Veri Analizi	25	24(22,02)
Olasılık	Olasılık	36	30(27,52)
	Toplam	335	97

Tablo 3. İncelenen Sorulardaki Orantısal Akıl Yürütme Problem Türleri Bağlamında 8.sınıf Matematik Öğrenme Alanlarına ve Konularına Göre Yüzde ve Frekans Değerleri

Tablo 3’ te, orantısal akıl yürütme içeren beceri temelli soruların öğrenme alanları ve konularına göre dağılımı verilmiştir. Buna göre, soruların 20’si ‘sayılar ve işlemler’ öğrenme alanına, 28

tanesi ‘cebiri’ öğrenme alanına, 7 tanesi ‘geometri ve ölçme’ öğrenme alanına, 24 tanesi ‘veri işleme’ öğrenme alanına ve 30 tanesi de ‘olasılık’ öğrenme alanına yöneliktir.

3.3.Üçüncü araştırma sorusuna yönelik bulgular

Yayımlanmış Orantısal akıl yürütme içeren soruların 8.sınıf öğrenme alanlarına yönelik dağılımı aşağıda verilmiştir.

Öğrenme Alanları (cebiri ölçme veri işleme vs)	Konular	Verilmeyeni Bulma Problem Türü	Niceliksel Karşılaştırma Problem Türü	Niteliksel Akıl Yürütme Problem Türü	Orantısal Akıl Yürütme İçeren Toplam Soru Sayısı(f)
Sayılar ve İşlemler	Çarpanlar ve Katları	3	-	-	3
	Üslü İfadeler	12	3	-	15
	Kareköklü İfadeler	2	-	-	2
	Toplam	17	3	-	20
Cebiri	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	2	-	-	2
	Doğrusal Denklemler Ve Eğim	24	1	-	25
	Eşitsizlikler	1	-	-	1
	Toplam	27	1	-	28
Geometri ve Ölçme	Üçgenler ve Eşlik Benzerlik	6	-	-	6
	Dönüşüm Geometrisi	-	-	-	-
	Geometrik Cisimler	1	-	-	1
	Toplam	7	-	-	7
Veri İşleme	Veri Analizi	23	1	-	24
Olasılık	Olasılık	23	4	3	30
	Toplam	97	9	3	109

Tablo 4. Orantısal Akıl Yürütme İçeren Soruların Problem Türleri Bağlamında 8.Sınıf Öğrenme Alanlarına Göre Dağılımı

Tablo 4’ e bakıldığında, tüm öğrenme alanlarına yönelik en fazla kullanılan problem türü verilmeyeni bulma olmuştur. Her öğrenme alanına yönelik verilmeyeni bulma problemi mevcuttur. Niceliksel karşılaştırmaya yönelik problem türüne bakıldığında, sayılar ve işlemler (3), cebiri (1) veri işleme (1) ve olasılık (4) öğrenme alanlarında çok az sayıda bulunurken, geometri ve ölçme öğrenme alanında bu problem türüne rastlanmamıştır. Niteliksel akıl yürütme problem türüne yalnızca olasılık öğrenme alanında yer almaktadır.

Aşağıda her bir problem türüne yönelik örnek sorulara yer verilmiştir.

3.3.1.Verilmeyeni bulmaya yönelik problem türleri

Sayılar ve işlemler öğrenme alanına yönelik ‘verilmeyeni bulma’ probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

Örnek:

$$a \neq 0, b \neq 0 \text{ ve } k, m, n \text{ birer tam sayı olmak üzere } a^n \cdot a^m = a^{n+m}, (a^n)^m = a^{n \cdot m}, a^k \cdot b^k = (a \cdot b)^k \text{ ve } \frac{a^k}{b^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k \text{ dir.}$$

Bir dokuma fabrikasında 5 üretim atölyesi ve her atölyede 25 dokuma makinesi bulunmaktadır. Bu fabrikada 512 metresi 453 g gelen iplikler kullanılmaktadır. Kütlesi 1812 kg olan ipliğin tamamı, her bir makinede eşit kütledede iplik olacak şekilde bu makinelere takılmıştır.

Buna göre bir dokuma makinesine takılan ipliğin uzunluğu kaç metredir?

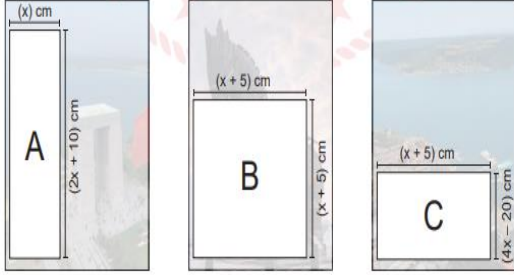
- A) 8^4 B) 4^7 C) 8^5 D) 16^4

Yukarıdaki probleme bakıldığında, verilen ipin uzunluğu(512m) ve kütlesi(453g) ile bilinmeyen bir uzunluktaki ipin kütlesi(1812kg) verilmişken, istenen ise bilinmeyen uzunluktur.Görüldüğü üzere 3 değer verilmiş ve 4.değer istenmektedir.Tablo 1 deki kriterler göz önünde bulduğunda verilmeyeni bulma problem türü olduğu söylenebilir.

Cebir öğrenme alanına yönelik 'verilmeyeni bulma' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

Örnek;

Aşağıdaki şekilde bir derginin iç sayfa tasarımında kullanılan dikdörtgen şeklindeki A, B ve C reklam alanlarının ebatları gösterilmektedir. Dergideki reklam ücretleri, reklam alanları ile orantılı olarak belirlenmiştir.



A bölgesinin reklam ücreti B bölgesinin reklam ücretinden 25 TL fazla olduğuna göre C bölgesinin reklam ücreti kaç TL'dir?

- A) 100 B) 125 C) 150 D) 175

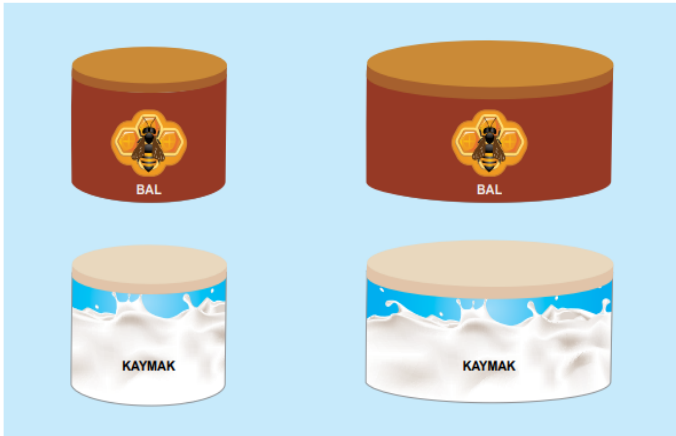
Yukarıda verilen problemde cebirsel bir ifade (x^2-25) ve ifadenin eşit olduğu sayı ile bilinmeyen bir sayıya eşit olan C bölgesinin alanını gösteren cebirsel ifade verilmiştir. İstenen ise C bölgesinin alanına ($4 \cdot (x^2-25)$) eşit olan sayıdır. Orantıdaki 3 değer verilmiş 4. değer istendiğinden verilmeyeni bulma problem türüdür.

Geometri ve ölçme öğrenme alanına yönelik 'verilmeyeni bulma' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

Yarıçapı r olan dairenin alanı πr^2 formülü ile hesaplanır.

Yarıçapı r , yüksekliği h olan dik dairesel silindirin hacmi $\pi r^2 h$ formülü ile hesaplanır.

Bir markette yükseklikleri eşit silindirik şeklindeki teneke kutularda bal ve kaymak satılmaktadır. Yarıçaplarının uzunluk 4 cm ve 6 cm olan bu kutularda satılan bal ve kaymağın fiyatları buldukları kapların hacimleri ile orantılıdır.



Arif Bey küçük balın 36 TL ve büyük kaymağın 18 TL olduğu bu marketten büyük bal ile küçük kaymaktan 3 tane almak için toplam kaç TL öder?

- A) 95 B) 89 C) 78 D) 60

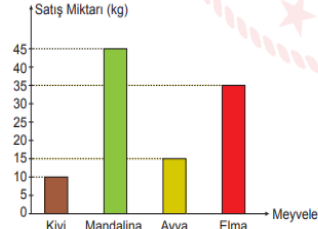
Geometri ve ölçme alanında verilen yukarıdaki probleme bakıldığında hacimleri verilen küçük bal ve büyük ballar ile fiyatları arasındaki orantıda küçük balın fiyatı verilmiş büyük balın fiyatı istenmiştir. Aynı şekilde kaymak kutuları için de orantı kurulduğunda küçük ve büyük kutuların hacmi ile büyük kaymağın fiyatı verilmiş küçük kaymağın fiyatı istenmiştir. 4 değerden 3 tanesi verilmiş yine bir tanesi istendiği için verilmeyeni bulma problemi içerdiği görülmektedir.

Veri işleme öğrenme alanına yönelik 'verilmeyeni bulma' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

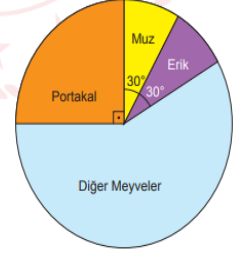
Bir matematik öğretmeni, bir manavın günlük sattığı meyve miktarlarını gösteren bir tablo hazırlamış ve öğrencilerinden bu tablodaki verileri daire veya sütun grafiğinde göstermelerini istemiştir.

Bu sınıftaki öğrencilerden Hayat bu meyvelerden dördünün satış miktarını gösteren bir sütun grafiği, Zeynep ise tüm meyvelerin satış miktarlarının dağılımını gösteren bir daire grafiği çizmiştir.

Grafik: Meyveler ve Bir Günlük Satış Miktarları



Grafik: Meyveler ve Bir Günlük Satış Miktarları



Buna göre bu manavda günlük satılan portakal miktarı en az kaç kilogramdır?

- A) 18 B) 30 C) 45 D) 60

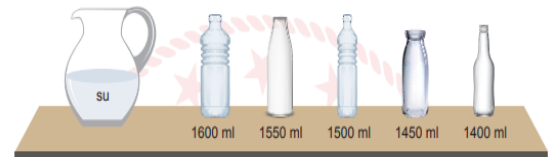
Yukarıdaki soruya bakıldığında sütun grafiğinden elde edilen bilgiler daire grafiğindeki diğer meyvelerin miktarını (105) göstermektedir. Daire grafiğindeki diğer meyvelerin merkez açısını da bulabildiğimiz için merkez açısı (210) da verilen bilgi olarak değerlendirilip, merkez açısı (45) verilen portakalın bilinmeyen miktarını istediğimizi görebiliriz. Bu durumda açılar ve miktarlar arasında kurulan orantıda 3 değer verilmiş 4. değer istendiğinden verilmeyeni bulma problem türüne örnek gösterilir.

Olasılık öğrenme alanına yönelik 'verilmeyeni bulma' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$$

Su sıvı hâlden katı hâle geçerken hacmi %8 ile %10 arasında artar. Ağzı kapalı cam bir şişenin içerisindeki suyun donmuş durumdaki hacmi, şişenin hacminden fazla olursa bu suyun donması durumunda cam şişe patlar.

Zehra, sürahinin içindeki 1400 ml suyun tamamını aşağıda hacimleri verilen boş cam şişeler arasından rastgele seçtiği birine koymuştur.



Zehra bu şişenin kapağını kapatıp şişeyi derin dondurucuya koymuştur.

Buna göre içerisindeki su donduktan sonra şişenin patlama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$

Yukarıda verilen örnekte ise yüzde(%) hesaplarırken yine içler-dışlar algoritması kullanılarak verilmeyeni bulma problem türünün kriterlerini sağladığı görülmektedir.

3.32.Niceliksel karşılaştırmaya yönelik problem türleri

Sayılar ve işlemler öğrenme alanına yönelik 'niceliksel karşılaştırma' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

$$a \neq 0 \text{ ve } m, n \text{ birer tam sayı olmak üzere } \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \text{ dir.}$$

A, B, C, D mikroorganizmaların mikroskop altında büyütülerek ayrı ayrı incelenmiştir.

Aşağıdaki tabloda bu mikroorganizmaların gerçek büyüklükleri ile mikroskopta görülen büyüklükleri verilmiştir.

Tablo: Bazı Mikroorganizmaların Gerçek Büyüklükleri İle Mikroskopta Görülen Büyüklükleri

	Gerçek Büyüklük (mm)	Mikroskopta Görülen Büyüklük (mm)
A mikroorganizması	$2,5 \cdot 10^{-1}$	3,75
B mikroorganizması	$3 \cdot 10^{-2}$	3
C mikroorganizması	$1 \cdot 10^{-4}$	0,1
D mikroorganizması	$2 \cdot 10^{-3}$	2,4

Bu inceleme sırasında hangi canlı için kullanılan büyütme oranı en küçüktür?

- A) A mikroorganizması
B) B mikroorganizması
C) C mikroorganizması
D) D mikroorganizması

Sayılar ve işlemler öğrenme alanından üslü sayılar ile ilgili verilmiş örnek soruda ise her bir mikroorganizmanın büyütme oranının mikroskopta görülen büyüklüğün(mm) gerçek büyüklüğe(mm) oranlayarak belirlenip, bu oranların karşılaştırılması söz konusu olduğundan niceliksel(sayısal) karşılaştırma problem türüne örnektir.

Cebir öğrenme alanına yönelik 'niceliksel karşılaştırmaprobleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

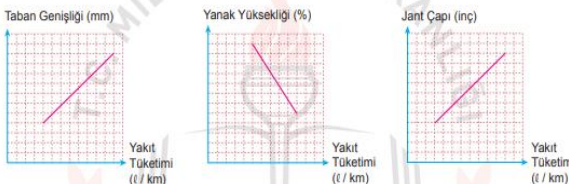
Aşağıda Mehmet'in aracının lastiklerinin taban, yanak, jant bölümleri ve bunların ölçüleri verilmiştir.



Tablo : Mehmet'in Aracının Lastik Ölçüleri (190/55/R16)

Lastik Taban Genişliği (mm) (A)	Lastik Yanak Yüksekliği (%) (B)	R – Jant Çapı (inç) (C)
190	55	R16

Aşağıdaki grafiklerde bu ölçülerin değişiminin yakıt tüketimine etkisi gösterilmektedir.



Buna göre Mehmet, aracının lastiklerini aşağıda ölçüleri verilen lastiklerden hangisi ile değiştirirse aracının yakıt tüketiminde azalma olur?

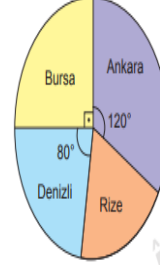
- A) 190/55/R17 B) 190/50/R16 C) 195/55/R16 D) 190/60/R16

Cebir öğrenme alanında verilen örnek soruda 1.grafikteki orandan lastik taban genişliğinin yakıt tüketimine oranını karşılaştırarak alabileceği değeri belirlenir.aynı şekilde 2.grafikteki ters orantıdan yanak yüksekliğinin alması gereken değeri ve 3.grafiktende jant çapının alabileceği en ideal ölçümü belirlenir.Bu oranların şıklardan verilen veriler ile karşılaştırılması sonucu yakıt tüketimi en az olabilecek değerler seçilir.Oranlar arası karşılaştırma yapıldığından niceliksel karşılaştırma problemine örnektir.

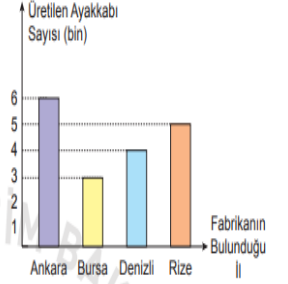
Veri işleme öğrenme alanına yönelik 'niceliksel karşılaştırma'probleminden bi örnek aşağıda verilmiştir.

Aşağıda ayakkabı üretimi yapan bir firmaya ait 4 farklı ildeki fabrikalarda çalışan işçi sayıları dairesel grafikte ve bu fabrikalarda aralık ayı boyunca üretilen toplam ayakkabı sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Farklı İllerdeki Fabrikalarda Çalışan İşçi Sayıları



Grafik: Farklı İllerdeki Fabrikalarda Aralık Ayında Üretilen Ayakkabı Sayıları



Buna göre hangi ildeki fabrikada işçi başına üretilen ayakkabı sayısı en fazladır?

- A) Ankara B) Bursa C) Denizli D) Rize

Yukarıda verilen soruya bakıldığında daire grafiğinin merkez açılarından faydalanarak her ildeki işçi sayısına merkez açıları ile orantılı olarak değer verilmiştir.Sütü grafiğindeki toplam üretilen ayakkabı sayısı ile işçi sayısı oranlanarak her ildeki bir işçiye düşen ayakkabı sayısı belirlenir.Hangi ildeki bir işçiye fazla düştüğünü belirlemek için de bu oranlar kendi aralarında karşılaştırılır.Soruda oranların karşılaştırılması kriteri yer aldığından niceliksel karşılaştırma problem türü olduğu söylenebilir.

Olasılık öğrenme alanına yönelik 'niceliksel karşılaştırma'probleminden birörnek aşağıda verilmiştir.

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenilen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$$

Aşağıda internet üzerinde alışveriş yapılan bir sitede satılan üç farklı marka kalemın satış fiyatları verilmiştir.

A Marka	B Marka	C Marka
12 TL	10 TL	15 TL

Duru bu kalemlerden toplam 10 tane satın almıştır.

Duru'nun satın aldığı kalemler arasında rastgele seçtiği bir kalem, A marka olma olasılığı B marka olma olasılığında daha fazla, C marka olma olasılığında daha azdır.

Buna göre Duru'nun satın aldığı kalemler için ödediği toplam para en az kaç liradır?

- A) 129 B) 131 C) 133 D) 135

Yukarıda olasılık öğrenme alanına ait soruya bakıldığında A marka kalem alma olasılığı(oran) , B marka kalem alma olasılığında(oran) büyük ,C marka kalem alma olasılığında(oran) küçük olması istenmiştir.Olasılık kavramının kendisinin bir oran ifade etmesinden dolayı oranların karşılaştırılması söz konusudur.Kriter değerlendirmesine göre bu durumda niceliksel karşılaştırma problem türüne örnektir.

3.3.3. Niteliksel akıl yürütmeye yönelik problem türleri

Olasılık öğrenme alanına yönelik 'niteliksel akıl yürütme' probleminden bir örnek aşağıda verilmiştir.

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenilen olası durumların sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}}$$

Bir otelde yapılacak çekiliş sonucunda rastgele seçilen bir müşteriye sürpriz hediyeler verilecektir. Bu otelde konaklayan kadın müşterilerin sayısı, erkek müşterilerin sayısından fazladır.

Otele 5 evli çift daha gelmiş ve bu müşteriler de yapılacak olan çekilişe dahil edilmiştir.

Buna göre yeni gelen müşterilerden sonra yapılacak olan çekilişi kazanan kişinin erkek veya kadın olma olasılığı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Kadın olma olasılığı artmıştır.
- B) Erkek olma olasılığı artmıştır.
- C) Erkek olma olasılığı azalmıştır.
- D) Kadın olma olasılığı değişmemiştir.

Yukarıdaki soruya bakıldığında herhangi nicel verinin bulunmaması kadın seçme oranının erkek seçme oranından büyük iken oranlara eşit sayıda kişilerin eklenmesi ile oranlardaki değişimlerin matematiksel ve zihinsel diğer beceriler ile tahmin ve karşılaştırılmasını içerdiği için niteliksel akıl yürütme problem türü olarak değerlendirilebilir.

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, 8. Sınıf konularına yönelik MEB tarafından yayımlanan beceri temelli soruların, orantısız akıl yürütme problem türlerine göre analizi yapılmıştır. Buna göre, 2018 yılından bu yana 8. Sınıf konularından toplam 335 adet soru yayınlanmıştır. Bu soruların içerisinde orantısız akıl yürütme içeren soru sayısının 109 olduğu tespit edilmiştir. Bu değer toplam soru sayısının %35'lik kısmını oluşturmaktadır. Matematik dersindeki akıl yürütme biçimlerinin konularına göre orantısız akıl yürütme dışında, cebirsel, geometrisel ve istatistiksel akıl yürütme olarak farklılaştığı bilinmektedir (Umay, 2003). Orantısız akıl yürütmenin temelinde oran-orantı ve kesirler konuları yer almaktadır (Van de Walle, Karp ve Williams, 2013). 8. Sınıfta oran- orantı ve kesirler konuları yer almamasına rağmen soruların %35'inin orantısız akıl yürütme içermesi ilk bakışta olumlu olarak görülebilir.

Fakat konu bazında bakıldığında, soruların belli konularda yoğunlaştığı görülmektedir. Orantısız akıl yürütme, bir çok matematik konusunun temel taşıdır; örneğin cebir, değişimle ilgilenir ve doğrunun eğimi, oranın birimidir (Van de Walle, Karp & Williams, 2013). Bu çalışmada da, doğrunun eğimi ve eğim konularında yer alan 43 sorunun yaklaşık yarısının orantısız akıl yürütme içerdiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde olasılık da olası tüm çıktılarla, bir olaydaki çıktılarının sayısını karşılaştıran bir orandır. Dolayısıyla doğal olarak orantısız akıl

yürütme içerir. Bu çalışmada da olasılık konusuna ait soruların büyük bir kısmında orantısız akıl yürütmenin olduğu görülmektedir. Veri analizi de, benzer şekilde verilerin birbiri ile karşılaştırılması üzerine dayalıdır (Van de Walle, Karp & Williams, 2013). Çalışmada incelenen veri analizine yönelik soruların da tamamına yakının orantısız akıl yürütme içerdiği tespit edilmiştir. Dolayısıyla konu bazında incelendiğinde, orantısız akıl yürütme sorularını, doğrusal denklemler- eğim, olasılık ve veri analizi konuları oluşturmaktadır. Tüm bunlarla birlikte, sekizinci sınıf konularının içerisinde yer alan üçgenler ve eşlik-benzerlik sorularının da, büyük oranda orantısız akıl yürütme içermesi beklenmektedir, fakat bu konuya yönelik sorulara bakıldığında, yeterli miktarda olmadığı tespit edilmiştir. Genel anlamda bakıldığında, orantısız akıl yürütme üzerine temellenmiş konuların içeriğinde bu tip problemler mevcut olsa da, orantısız- ilişkisel düşünme gerektirmeyen konulara yönelik yeterli miktarda sorunun yer almadığı söylenebilir. Bir diğer yandan bu sonuç, öğrencilerin orantısız akıl yürütme becerileri olmadan, cebir, olasılık ve veri analizi konularını anlayamayacaklarını da ortaya koymaktadır.

Orantısız akıl yürütme içeren problemler incelendiğinde, toplam 109 sorunun 97'sinin verilmeyeni bulma, 9'unun niteliksel karşılaştırma ve yalnızca 2 tanesinin niteliksel karşılaştırma problem türü olduğu görülmüştür. Bilinmeyen değer probleminde, eldeki 4 çeşit verinin 3'üne ait değeri problemde verilir ve dördüncüsünün hesaplanması istenir (Duatepe, Çıkla ve Kayhan, 2005; Kahraman, Kul ve İskenderoğlu, 2019). Bir diğer deyişle, sayısal verilerle en fazla işlem yapmayı gerektiren problem türü olduğu söylenebilir. Beceri temelli soruların kullanımı öncesi, ders kitaplarındaki orantısız akıl yürütme içeren soru türlerinin incelendiği çalışmalara bakıldığında, genellikle verilmeyeni bulma problem türüne yönelik- belirli sayılar verilip, öğrencinin içler dışlar çarpımı yaparak çözebilecekleri problemlere yer verildiği bilinmektedir (Akkuş-Çıkla, Duatepe, 2002; Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto & Miller, 1998; Bethea, 2003). Bu tür problemlerde öğrencilerin büyük çoğunluğunun aynı tür çözüm stratejisini, içler-dışlar çarpımı yöntemini kullanarak çözüme vardıkları da yapılan çalışmalarda ortaya konmuştur (Duatepe, Akkuş-Çıkla, & Kayhan, 2005; Kahraman, Kul ve İskenderoğlu, 2018; Kayhan, Duatepe & Akkuş-Çıkla, 2004; Küpçü, 2008). Beyazıt ve Kınap Dönmez (2017), öğrenen adaylarının orantısız akıl yürütmeye yönelik kurdukları problemlerin, niteliksel akıl yürütmeden uzak, nicel verilerin doğru ve ters orantı algoritmasının kullanıldığı problemler kurduklarını, bu durumun öğretmen adaylarının geçmiş öğrenim yaşantılarından kaynaklandığını bildirmişlerdir. Oysa beceri temelli soruların, ezberci sistem anlayışından uzaklaşarak, eleştirel düşünme, yorumlama, akıl yürütme gibi üst düzey zihinsel becerilerin ön plana çıkması amacıyla atılan bir adım olduğu bilinmektedir (MEB, 2018). Dolayısıyla, beceri temelli soruların amacına ulaşabilmesi için, niteliksel akıl yürütme ve niteliksel akıl yürütme türlerine yönelik problem sayısının artırılması önerilmektedir. Böylelikle öğrenciler oran-orantı problemlerinde öğrendikleri içler-dışlar

çarpımı algoritmasını kullanıp işlem yapmak yerine, muhakeme yaparak, değerler arasındaki ilişki üzerinden çözüme gidebileceklerdir. Motestou ve Gatatsis (2010), orantısal akıl yürütme problemlerinden üst bilişsel düşünme içeren problem türünün orantısal durumları ayırt edebilen ve niteliksel akıl yürütme kullanılan problemler olduğunu bildirmişlerdir. Dolayısıyla niteliksel muhakeme içeren problemlerin beceri temelli sorular içerisinde mutlaka yer alması gerektiği düşünülmektedir. Bu çalışmada, MEB tarafından yayımlanan sorular içerisinde yalnızca 8. Sınıf soruları incelenmiştir. Bu bağlamda, diğer sınıflarda yer alan matematik soruları da incelenerek, orantısal akıl yürütme problemleri analiz edilebilir.

Kaynakça

- Akkuş Çıkla, O., & Duatepe, A. (2002). İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Becerileri Üzerine Niteliksel Bir Çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32-40.
- Asuman, A., & Dinç Artut, P. (2012). Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme ve Gerçekçi Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi. *Elementary Education Online*, 11 (3), 995-1009.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Bethea, K. A. (2003). The relationship between middle school mathematics teachers' understanding of proportional reasoning and their mathematics curricula. University of Maryland, College Park.
- Cramer, K., & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics teacher*, 86 (5), 404-407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. *Research Ideas For the Classroom* (pp. 159-178).
- Çeken, R., & Ayas, C. (2010). İlköğretim Fen Ve Teknoloji İle Sosyal Bilgiler Ders Programlarında Oran Ve Orantı. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 669 -679.
- DUATEPE PAKSU, A., Çıkla Akkuş, O., & KAYHAN ALTAY, M. (2005). Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren Sorularda Öğrencilerin Kullandıkları Çözüm Stratejilerinin Soru Türlerine Göre Değişiminin İncelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2005 (28), 73-81.
- Heller, P., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1990). Qualitative and numerical reasoning about fractions and rates by seventh and eighth grade students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (5), 388-402.
- Kahraman, H., Kul, E., & Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Nicel Karşılaştırma İçeren Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinde Kullandıkları Stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10 (1), 195-216.
- Kayhan, M., Duatepe, A., & Akkuş-Çıkla, O. (2004). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri.
- Küpcü, A. R. (2008). Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi (Yayınlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. (I. K. (Ed.), Dü.) *econd handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667), 629-667.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. J. H. M. Behr (Dü.) içinde, *Number concepts and operations in the middle grades* (s. 93-118). National Council of Teachers of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates.
- MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018a). Ortaokul matematik dersi (5,6,7 ve 8. sınıflar) öğretim programı ve kılavuzu. MEB. içinde MEB basımevi.
- MEB, (2018b). 2023 Eğitim vizyonu. <https://2023vizyonu.meb.gov.tr> adresinden erişilmiştir.
- Modestou, M., & Gagatsis, A. (2010). Cognitive and Metacognitive Aspects of Proportional Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 36-53. doi:10.1080/10986060903465822
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept, Part II - Problem structure at successive stages: Problem-solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring. *Educational Studies in Mathematics*, 11 (3), 331-363.
- Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. Eskişehir: Doktora tezi.
- Pişkin Tunç, M. (2018). Orantısal akıl yürütme becerisi nedir, nasıl geliştirilir? *Apsistek* (Örnek sayı), 141.
- Sönmez Tural, M. (2019). Yedinci Sınıf Matematik Ders Kitabında Yer Alan Problemlerin Finansal Okuryazarlığı Bağlamında İncelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1 (8), 1-23.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2003(24), 234-243.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (S. Durmuş, Çev. Ed.). Boston: Pearson