



Kuantum Hesaplama ve Kuantum Bilgisi Hakkında

Selim KAYA¹, Necati ÇELİK², Mustafa Nuri URAL³

(Alınış / Received: 26.09.2022, Kabul / Accepted: 09.11.2022, Online Yayınlanma / Published Online: 31.12.2022)

Anahtar Kelimeler

Kuantum hesabı
Kuantum bilgisi
Klasik ve Kuantum
hesaplama

Öz: Kuantum mekaniği, 1900'lerin ortalarında en önemli başarı ve en gizemli bilimsel teori olarak kabul edilir. Daha sonra, doğanın temel kuvvetleri, nükleer fizik, süper iletkenler vb. dahil olmak üzere çok çeşitli fiziksel fenomenleri anlamak için başarıyla uygulandı. 1900'lerin sonlarına doğru, insanlar sadece doğada bulunan bir kuantum olaylarını incelemek yerine gerçek kuantum sisteminin tasarlanıp tasarlanamayacağını sormaya başladılar. Bununla ilgili olarak ele alınan bazı sorular şunlardır: Bir kuantum durum oluşturmak için gereken uzay ve zaman üzerindeki temel fiziksel sınırlamalar nelerdir? Kuantum sistemlerinin geleneksel klasik yöntemlerle simüle edilmesini zorlaştıran nedir?

Bu çalışmada kuantum biti ve kuantum hesaplayıcılar ile ilgili temel kavramları sunuyoruz ve klasik eşlenikleri ile karşılaştırıyoruz. Ayrıca bir kuantum sisteminin simüle edilmesi hedeflendiğinde karşılaşılan temel zorluklara değiniyoruz.

On the Quantum Computation and Quantum Information

Keywords

Quantum computation,
Quantum Information,
classical and. quantum
computation

Abstract: Quantum mechanics is considered to be the most important achievement and mysterious scientific theory in mid-1900. Then it was successfully applied to understand a wide variety of physical phenomena including fundamental forces of nature, nuclear physics, superconductors, etc. Toward the end of 1900, people began to ask whether a quantum system can actually be designed instead of looking at them just a phenomena found in nature. Some of the question of interests are: what are the fundamental physical limitation son space and time required to construct a quantum state? What makes quantum systems difficult to simulate by conventional classical means?

In this study, we present the basic concepts of quantum bits and quantum calculators and compare them with their classical counterparts. We also address the main challenges faced when aiming to simulate a quantum system. Frequently used quantum gates are presented.

¹Gümüşhane Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane, Türkiye

²Gümüşhane Üniversitesi, Fizik Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane, Türkiye

³Gümüşhane Üniversitesi, Yazılım Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane, Türkiye

1. Giriş

Kuantum hesaplama ve kuantum bilgi kuramı, kuantum mekanik sistemler kullanılarak gerçekleştirilebilecek bilgi işleme görevlerinin incelenmesidir. Kuantum hesaplama ve kuantum bilgi kuramının amaçlarından biri, kuantum mekaniği hakkındaki sezgilerimizi keskinleştiren ve tahminlerini insan akılları için daha anlaşılır hale getiren araçlar geliştirmektir. Örneğin, 1980'lerin başında, Einstein'ın görelilik teorisiyle açıkça çelişen ışıktan daha hızlı sinyal göndermenin mümkün olup olmayacağına dair bir ilgi uyandı. Sonra genel olarak bir kuantum durumu kopyalamanın mümkün olmadığı ortaya çıktı. 1980'lerde keşfedilen bu klonlanamama teoremi **(1)**, kuantum hesaplama ve kuantum bilgisi kuramının en eski sonuçlarından biridir. **(2,3)**

1970'lerden beri tek kuantum sistemlerini kontrol etmek için birçok teknik geliştirilmiştir. Örneğin, bir "atom tuzağında" tek bir atomu yakalamak ve dünyanın geri kalanından izole etmek için yöntemler geliştirilmiştir. Ve davranışının birçok farklı yönünü inanılmaz bir hassasiyetle araştırmamıza olanak sağlamıştır. Taramalı tünelleme mikroskopu, tek atomu hareket ettirmek ve istediğimiz zaman atomlar ile tasarlayabileceğimiz dizileri oluşturmak için kullanıldı. Çalışması sadece tek elektronların transferini içeren bazı elektronik cihazlar özetlenmiştir.

Tek kuantum sistemleri üzerinde tam kontrol elde etme çabalarının nedeni, tek kuantum sistemleri üzerinde tam kontrol sağlayarak, doğanın el temel parçacıklar seviyesindeki yasalarını keşfetme arzusudur. Başka ne keşfedebiliriz ki, tek kuantum sistemler üzerinde daha eksiksiz bir kontrol elde eder ve onu daha karmaşık sistemlere genişletiriz. Temel olarak kuantum hesaplama ve kuantum bilgileri budur. Kuantum hesaplamanın ve kuantum bilgi kuramının özü budur.

Kuantum hesaplayıcılar, kuantum hesaplamasını gerçekleştirmek için klasik fizik yerine kuantum mekaniğini kullanma fikrine dayanır. Sıradan bir bilgisayarın kuantum bilgisayarı simüle etmek için kullanılabileceği ortaya konulmuştur, ancak simülasyonu verimli bir şekilde gerçekleştirmek imkânsız görünmektedir. **(4)**. Çünkü kuantum bilgisayarlar klasik bilgisayarlara göre önemli bir hız avantajı sunar. Bu hız avantajı o kadar önemlidir ki, birçok araştırmacı klasik hesaplamada akla gelebilecek hiçbir ilerlemenin klasik bir bilgisayarın gücü ile kuantum bilgisayarın gücü arasındaki boşluğun üstesinden gelemeyeceğine inanmaktadır. **(5)**.

1982'de Richard Feynman **(6)** klasik bilgisayarlarda kuantum mekanik sistemlerin simülasyonunda önemli zorluklar olduğuna dikkat çekmişti ve kuantum mekaniği prensiplerine dayalı bilgisayarlar inşa etmenin bu zorlukların üstesinden gelmemizi sağlayacağını öne sürdü.

İyi kuantum algoritmaları ile gelmek iki nedenden dolayı zor görünüyor:

1. İnsan sezgisi klasik dünyaya dayanır. Bu sezgiyi algoritmaların inşasına bir yardım olarak kullanırsak, ortaya koyduğumuz algoritmik fikirler klasik fikirler olacaktır. İyi kuantum algoritmaları tasarlamak için kişinin gerçekten kuantum etkileri kullanarak, tasarım sürecinde en az bir yönden klasik sezgilerini devre dışı bırakması gerekir.
2. Gerçekten ilginç olması için, sadece kuantum mekanik olan bir algoritma tasarlamak yeterli değildir. Algoritma, mevcut tüm klasik algoritmalarından daha iyi olmalıdır. **(7)**

Bu iki sorunun bir araya gelmesi, yeni kuantum algoritmalarının oluşturulmasını gelecek için zor bir problem haline getirmektedir. Bir kuantum bilgisayarda hangi sınıf problemlerinin verimli bir şekilde çözülebileceği ve klasik bir bilgisayarda hangi sınıf problemlerinin verimli bir şekilde çözülebileceği henüz açık değildir. Bu soruları daha iyi anlamak geleceğin önemli problemlerindedir.

2. Klasik Hesaplama ve Kuantum Hesaplama

Birçok bilim dalı için hesaplama vazgeçilemez bir gerekliliktir. Bunun için abaküsten Babbage'ın fark motoruna, ENIAC'dan günümüz bilgisayarlarına kadar sürekli bir çaba gösterilmiştir. Boolean'ın önermeleri sadeleştirmek ve üzerlerinde işlem yapabilmek için ortaya koyduğu ilkeler ve Charles Babbage'ın fark motoru ve analitik motoru ile mekanik hesaplayıcılar ortaya çıkmıştır. Büyük ölçekte hesaplamalar için uygun olmasalar da mekanik hesaplayıcılar 1980'lere kadar Türkiye'de de kullanılmakta idi (Bkz. FACIT). Fakat elektronik hesaplayıcılar ortaya çıktığında mekanik hesaplayıcıların çok üzerinde bir performans gösterdiler. Bunun dışında kullanıcı arayüzü olarak daha geniş imkânlar sunuyorlardı.

Klasik hesaplayıcılarda en küçük bilgi birimi bit adını almaktadır. Shannon tarafından tanımlanan bir bit **(8)** ya bir ya da sıfır değerini alabilir. Bundan daha küçük bir veriyi tutmak klasik hesaplayıcılarda mümkün değildir. 8 bit (2^3) bir bayta tekabül eder. Klasik bilgisayarları donanımları açısından sınıflamak gerekirse Von Neumann veya Harvard Mimarilerinden birine göre şekillendirilir. Her iki mimaride temelde bellek/bellekler, giriş çıkış (I/O) , aritmetik mantık işlemci (ALU) ve kontrol birimi gibi bölümlerden oluşur. Bu devreler ise kapılardan ya da flip-flop'lardan oluşmakla beraber tasarım açısından tüm kapıların tek bir kapının farklı kombinasyonlarından üretilmesi de yaygın kullanılan bir yöntemdir.

Klasik hesaplayıcılarda bir problemin çözülebilirliği Turing makinesi testi ile ele alınır. Herhangi bir problem sonlu sayıda adımda bir Turing makinesinde çözülebiliyorsa bu problem kodlanabilir ve elektronik hesaplayıcılar ile çözülebilir bir problem olarak tanımlanır.

Bir probleme ait veriler ve problemin çözümüne yönelik süreçler bir hesaplayıcıya aktarılırken temelde makinenin mimarisine ve özelliklerine göre (register boyutu, komut seti, adresleme genişliği vb.) bitlerden oluşan gruplar şeklinde birer sıfırlar ile makineye aktarılır. Delikli Kartlar döneminde göz önünde olan bu durum günümüzde çok aleni olmasa da hala devam etmektedir. Tek fark şudur ki makinenin anladığı uzun bir sıfır dizilerini hatasız bir biçimde ele almak ve işlemek insan doğasına aykırıdır. Bunun için Assembly dilleri kullanılarak elektronik hesaplayıcıların iç yapısından kaynaklanan işlenebilir tüm komutlara (komut seti) bire bir karşılık gelen sembolik ifadeler (mnemonic) kullanılarak aynı işlem daha anlaşılır bir yöntemle yapılabilmektedir. Fakat makinenin komut setindeki komutlar ileri düzey işlemlere izin vermediği için bir ileri düzey işlemi yapabilmek için birkaç satır kod çalıştırmak gerekebilir. Bu bir giriş aygıtından (örneğin bir klavye) bir baytlık bir verinin (örneğin bir harf) okunması gibi çok sık ihtiyaç duyulan bir işlemin bile yapılması birden fazla basamaktan oluşan bir işlemdir. Bunun için en çok kullanılan, en çok ihtiyaç duyulan işlemler kütüphanelerde toplanarak derleme/yorumlama aşamasında komut setindeki komutlara yine elektronik hesaplayıcı tarafından dönüştürülür. Temel de bilgisayarlar üzerinde geliştirilen her türlü yazılım bu ana temel üzerine şekillendirilir.

Klasik mekanikte sistemlerin durumunu belirlemek ve dinamiğini tanımlamak için iki farklı yöntem uygulanır. Bunlar, Kuvvet kavramına dayalı Newton mekaniği ve Enerji kavramına dayalı Hamilton-Lagrange mekaniğidir. Fakat siyah cisim ışıması, fotoelektrik olayı, çift yarık deneyi gibi bazı fiziksel olaylar klasik mekanik ilkeleri ile açıklanamamıştır. Bu da bilim adamlarını yeni bir model arayışına mecbur bırakmıştır. Bunun sonucunda kuantum mekaniği ortaya çıkmıştır.

Kuantum mekaniği yalnızca klasik mekaniğin ortaya koyduğu bilimsel anlayışı değil, insanların çevrelerini algılayış şekillerini ve gerçekliğin anlamlandırma şeklini de değiştirmiştir. Kuantum mekaniğinde yeni bilgilere ulaşıldıkça, dünyanın hiç de bizim düşündüğümüz gibi bir işleyişe sahip olmadığını fark etmeye başladık.

Ervin Schrödingerin Ψ sembolü ile ifade ettiği dalga denklemi ile dalga parçacık ikilemi sona ermiştir. 1927 yılında Werner Heisenberg, Richard Feynman'ın 1982'de yazdığı bir makale ile **(6)** kuantum hesaplamasının klasik hesaplamadan çok daha verimli olabileceğini savunmuştur. Aynı yıllarda Benioff **(9)** ise bu hesaplamalara yönelik mekaniksel modelleri ortaya koymuştur. Deutsch 1985 yılında yayınladığı çalışmasında **(10)** daha sonra Bernstein ve Vazirani tarafından iyileştirilecek olan **(11)** ilk evrensel kuantum bilgisayarının temellerini ortaya koydu. Polinom zamanda tam sayıları çarpanlarına ayıran ve ayrık algoritmaları alan ünlü Shor algoritması **(12)** Peter W. Shor tarafından 1994'te yayınlandı. Hemen iki yıl sonra ise Grover Algoritması ortaya atıldı **(13)**. Shor'un 1995**(14)** ve Preskill'in 1998 **(15)** hata düzeltme kodları ile ilgili makaleleri sayesinde bugün gerçek anlamda bir kuantum bilgisayarın üretilmesi mümkün hale geldi.

Kuantum bilgisayarlar temelde kuantum mekaniğinin ilkelerine göre çalışan hesaplayıcılardır. Ne donanımsal ne de yazılımsal olarak klasik hesaplayıcılarda kullanılan temel yöntemler kuantum hesaplayıcılarda geçerli değildir.

"Bit", klasik hesaplama ve klasik bilginin temel kavramlarıdır. Kuantum hesaplama ve kuantum bilgileri, kısaca kuantum bit veya kübit gibi bir kavram üzerine inşa edilmiştir. Klasik hesaplamadaki yalnızca ya bir ya sıfır değerini alabilen bit kavramının aksine bir kübit 1, 0 ya da bu ikisinin vektörel uzaydaki süper pozisyonundan oluşan bir ara değer alabilir.

Klasik bir bitin 0 veya 1 durumu olduğu gibi, bir kübitin de durumları vardır. Bir kübit için iki olası durum $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ durumlarıdır. Bu durumlar klasik bir bit için 0 ve 1 durumlarına karşılık gelir. Bitler ve kübitler

arasındaki fark, bir kübitin $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ dışında da durumlarda bulunabilecek olmasıdır. Durumların lineer kombinasyonlarından oluşan ve süper pozisyon durumları denen durumlarda bulunması da olasıdır. Denklem 1'de verilmiştir.

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (1)$$

Burada a ve b sayıları karmaşık sayılardır. Bir kübit durumunun iki boyutlu karmaşık vektör uzayında bir vektör olduğu da düşünülebilir. Özel durumlar $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ hesaplama temel durumları olarak bilinir ve bu vektör uzayı için ortonormal bir temel oluştururlar. Bir kübit ölçüldüğünde ya $|a|^2$ ihtimalle $|0\rangle$ durumundadır ya da $|b|^2$ ihtimalle $|1\rangle$ durumundadır. Olasılıklar toplamı bir olmak zorunda olduğundan $|a|^2 + |b|^2 = 1$ 'dir. Geometrik olarak kübitin durumu 1 uzunluğuna normalize edilmelidir şeklinde ifade edilebilir. Dolayısıyla, genel olarak bir kübitin durumu, iki boyutlu karmaşık vektör uzayında birim vektördür. Aynı denklem $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ vektörü şeklinde de yazılabilir. Bir kübitin gözlemlenmemiş durumunun ve yapılan gözlemin özelliği, kuantum hesaplama ve kuantum bilgilerinin kalbinde yatmaktadır. Örneğin, bir kübit aşağıdaki durumda olabilir. Denklem 2'de verilmiştir.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (2)$$

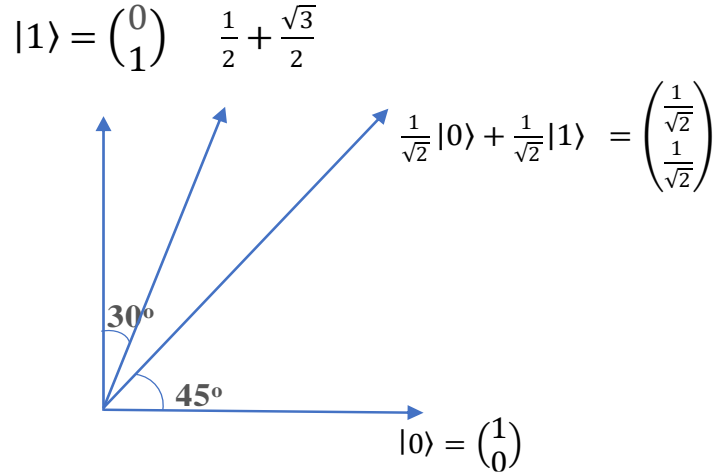
Bu durumu ölçtüğümüzde yüzde elli ihtimalle $|0\rangle$ ve yüzde elli ihtimalle $|1\rangle$ sonucunu verir. Dolayısı ile kuantum hesaplayıcılarda kullanılan kübitler

- İki boyutludur.
- Komplekstir.
- Ve birim vektördür.

$$a = 0 \text{ ve } b = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a = 1 \text{ ve } b = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Biz bu vektörlere 0 ve 1 vektörleri diyeceğiz ve klasik bilgisayar sistemindeki bitlerin yerine kullanacağız. Bir ve sıfır vektörleri yanında örnek olası diğer vektörler aşağıda Şekil 1'de gösterilmiştir. Bunlara kubit (qbit) denir.



Şekil 1. Bir ve sıfır vektörleri yanında örnek olası diğer vektörler

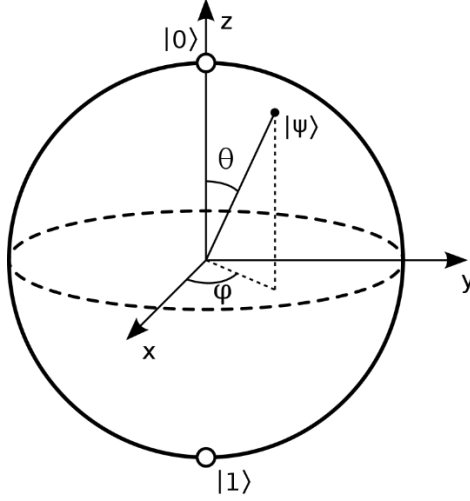
Yukarıdaki şekilde 30 derece için vektörümüzün uzunluğu bir olduğuna göre x ve y bileşenleri sinüs ve kosinüsden $\frac{1}{2}$ ve $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olarak kolayca hesaplanabilir. Benzer bir şekilde herhangi bir θ açısı içinse;

$$|\psi\rangle = \cos\theta|0\rangle + \sin\theta|1\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

Denklem 3'de verildiği gibi olacaktır. Gerçek hayatta ψ vektörü bir elektronun uyarılmış mı uyarılmamış mı olduğunu ifade edebilir, ya da bir fotonun dikey mi yatay mı polarizasyonlu olduğunu ifade edebilir.

Kübit hakkında düşünmeye yarayan yararlı bir gösterim, Bloch küresini kullanan geometrik temsil Şekil 1'de verilmiştir. Tek bir kübitin durumunu şöyle yazabiliriz: Denklem 4'de verilmiştir.

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin\frac{\theta}{2} |1\rangle \right) \quad (4)$$



Şekil 2. Bloch küresi

Bloch küresinde bir kübit orjin noktasından kürenin içine ya da yüzeyine çizilecek bir vektör ile ifade edilebilir. Sırasıyla yükselti ve azimut açıları $0 \leq \theta \leq \pi$ ve $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ aralığında olup Bloch küresindeki noktanın yerini temsil eder. Üç numaralı denklemdeki $e^{i\gamma}$ katsayısı global bir faz faktörü olup gözlenebilir bir özelliği yoktur. Parantez içindeki $e^{i\varphi}$ ise kübitin, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ durumları arasındaki bağıl bir faz faktörüdür, gözlenebilir ve kübitle ilgili çok değerli bilgiler taşır. **(16)**.

Birden çok kübitimiz olduğunu varsayalım. Bu kübitler için temel durumlar $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ ve $|11\rangle$ 'dir. Bu sistem için durum vektörü denklem 5'de verilmiştir.

$$|\psi\rangle = a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle \quad (5)$$

Bu denklem, aşağıdaki şekilde de ifade edildiği gibi her bir vektörün tensör çarpımı şeklinde anlaşılmalıdır.

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda normalizasyon denklemi denklem 6'da verilmiştir.

$$\sum_{i \in \{0,1\}^2} |a_i|^2 = 1 \quad (6)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Bu sistem üzerinde bir ölçme gerçekleştirdiğimizde ikinci kubitin 1 olma olasılığı

$$|a_{10}|^2 + |a_{11}|^2 \quad (7)$$

Denklem 7'de verilmiştir. Ölçmeden sonra durum aşağıdaki yeni vektöre indirgenerek Denklem 8'de verilmiştir.

$$|\psi\rangle = \frac{a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle}{\sqrt{|a_{10}|^2 + |a_{11}|^2}} \quad (8)$$

Doğru bir kuantum durumu için yeni durumun normalizasyon şartlarını sağlayacak şekilde yeniden normalize edilmesi gerektiğine dikkat ediniz.

Fotonları örnek olarak alacak olursak θ açılı polarize ışığın bir filtreden geçme ihtimali yukarıda da belirtildiği gibi $\cos^2 \theta$, $\sin^2 \theta$ olacaktır.

Fakat ışık geçtiği anda ölçme gerçekleştiği için artık geçtiği lensin yönelimindedir.-Arka arkaya koyulmuş bir dikey bir yatay polarizasyon filtresinin arkasına θ açılı bir ışığın geçme şansı nedir? Denklem 9'da ki gibi tarif edilebilir.

$$\cos\theta|\uparrow\rangle + \sin\theta|\rightarrow\rangle \quad (9)$$

$|\uparrow\rangle$ Filtreden $\cos^2 \theta$ ile geçer fakat artık yeni ışığın formülü; $1|\uparrow\rangle + 0|\rightarrow\rangle$ şeklinde olur bu yüzden yatay filtreden %0 ihtimal ile geçer. (Dikey olsa %100 olacaktır.)

Şimdi ortaya 45 derece açılı bir lens yerleştirildiğini düşünelim. Klasik hesaplama kuramına göre eklenen her lensin ışığın geçme miktarını daha da düşürmesi beklenebilir. En iyi ihtimalle belki etkisi olmaması beklenebilir.

Fakat kuantum hesaplayıcılar açısından durumu ele aldığımızda;

$$\psi_1 = \cos\theta|\uparrow\rangle + \sin\theta|\rightarrow\rangle \quad (10)$$

Filtre \uparrow

$$\psi_2 = 1|\uparrow\rangle + 0|\rightarrow\rangle \quad (11)$$

Filtre \nearrow

$$\psi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\rightarrow\rangle \quad (12)$$

Filtre \rightarrow

$$\psi_4 = 0|\uparrow\rangle + 1|\rightarrow\rangle \quad (13)$$

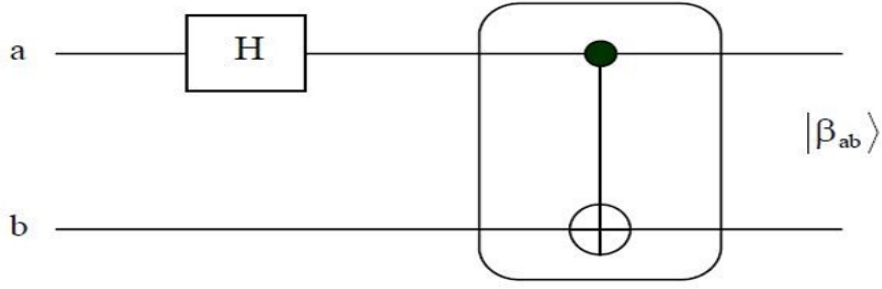
Denklem 10, 11, 12 ve 13'de görüldüğü gibi açılı artan filtre ışığın belli bir kısmının geçmesine neden oldu.

2.1. Bell Durumu

Kübitler için önemli bir durum Bell Durumu ya da EPR çifti denklem 14'de gibi tarif edilebilir.

$$\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad (14)$$

Üretmenin en kolay yolu bir Hadamart dönüşümünden sonra kübitleri CNOT kapısından geçirmektir. Aşağıda söz konusu durumun kuantum devresi verilmiştir.

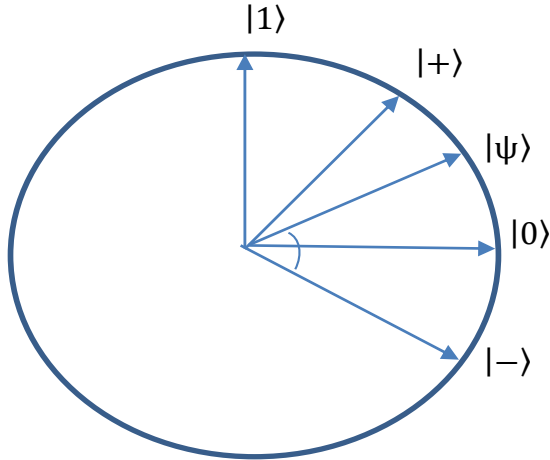


Şekil 3. Bell durumlarını üreten kuantum devresi

Bu durum kuantum hesaplama ve kuantum bilgi kuramı için çok önemlidir ve birçok sürprizden de sorumludur. Kuantum ışınlanma ve süper-yoğun kodlama için anahtar bileşendir. Bell durumu aşağıdaki özelliğe sahiptir. İlk durumu ölçersek, iki olası sonuç elde ederiz: $\frac{1}{2}$ olasılıkla sıfır ve olarak kalır ve $\frac{1}{2}$ olasılıkla 1 olarak kalır. Sonuç olarak, ikinci kubitin ölçümü her zaman ilk kubitin ölçümü ile aynı sonucu verir. Bu, ölçüm sonuçlarının ilişkili olduğu anlamına gelir. Ayrıca, Bell durumları kuantum ışınlanma (17) olarak adlandırılan bilgi transferi için gerekli kuantum kanallardır.

Daha genel olarak, n-kübit bir sistemi düşünebiliriz. Böyle bir sistemin hesaplama esası biçimindedir. Böyle bir sistemin kuantum durumu 2^n karmaşık sayıyla belirtilir. $n = 500$ için, bu karmaşık sayılar (2^{500}) evrendeki tahmini atom sayısından daha büyüktür.

Heisenberg kuantum parçacıklarının iki özelliğinin birden kesin şekilde bilinemeyeceğini söylemiştir. Şimdi bu durumu inceleyelim.



Şekil 4. Bir ve sıfır vektörleri yanında + ve - vektörleri

Şekilde 0 ve bir vektörleri ile birlikte + ve - vektörleri tanımlanmıştır. Denklem 15 ve 16'da verilmiştir.

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (15)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (16)$$

Bu iki vektörün 0 ve 1 olma ihtimalleri $\frac{1}{2}$ 'dir.

Yalnızca biri + işareti barındırdığı için adı + vektörü diğeri - işareti barındırdığı için adı - vektörü her ikisi 45° açıdır. Şimdi bir θ açılı bir $|\psi\rangle$ ele alalım. Bu vektörün 0,1 ekseninde ve +, - ekseninde özelliğini almak istediğimizi düşünelim. 0,1 ekseninde tam doğrulukla bu $|\psi\rangle$ nin durumunu bilmek demek $|0\rangle$ ya da $|1\rangle$ olması demektir. +, - ekseninde tam doğrulukla bilmek demek $|+\rangle$ ya da $|-\rangle$ olması demektir. Bunlardan birinin elektron hızını diğerinin ise konumunu temsil ettiğini düşünelim. Burada Heisenberg'in ortaya koyduğu soru şu iki özellik aynı anda tam olarak bilinebilir mi? Şimdi Şekile 1'e bakıldığında görülecektir ki $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ vektörleri $|+\rangle$ ve $|-\rangle$

45° uzaklıktadır. Dolayısı ile herhangi bir eksene ne kadar yaklaşırsa diğer eksendeki belirsizlik o kadar artar. Bir eksene tam gelindiğinde diğer eksen için maksimum değer olan $\frac{1}{2}$ ihtimal genliği meydana gelecektir.

Şimdi $|\psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle = \beta_0|+\rangle + \beta_1|-\rangle$ kabul edelim. $S|\psi\rangle$ dağılımı ifade etmek üzere $S|\psi\rangle = |\alpha_0| + |\alpha_1|$ olsun aynı şekilde, $S|\psi\rangle = |\beta_0| + |\beta_1|$ olsun. $S|0\rangle$ için incelersek $S|0\rangle = 1+0 = 1$ aynı durumda +,- eksenini için açı 45° olacağından $S|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ olacaktır.

Tüm durumlar incelendiğinde görülecektir ki, $S|\psi\rangle \cdot \bar{S}|\psi\rangle \geq \sqrt{2}$ θ açısı ve $|\psi\rangle$ vektörü değişse de bu değişmez.

Süper pozisyon bir vektörün değeri ölçüldüğünde sıfıra ya da bire çöker. Sıfır vektörü yüzde yüz sıfıra, bir vektörü yüzde yüz bire çökerken bunun dışında kalan vektörlerin ölçüldüğünde sonucu belirli bir ihtimalle sıfır ya da bir olabilir. Bu ihtimal hesaplanırken; $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ şeklinde bir kübit ölçülürse $||a||^2$ ihtimalle sıfıra $||b||^2$ ihtimalle 1'e çökecektir. $||a||^2 + ||b||^2 = 1$ olduğundan sonucun sıfır ya da bir olma ihtimallerinin toplamı %100'e eşittir.

Örneğin, $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ şeklinde süperpozisyonda olan bir vektörün ölçüldüğünde sonucunun sıfır olma ihtimali

$||\frac{1}{\sqrt{2}}||^2 = \frac{1}{2} = 0.50$ yani yüzde ellidir (yarı yarıya) ve aynı şekilde bir olma ihtimali $||\frac{1}{\sqrt{2}}||^2 = \frac{1}{2} = 0.50$ yani yüzde ellidir (yarı yarıya).

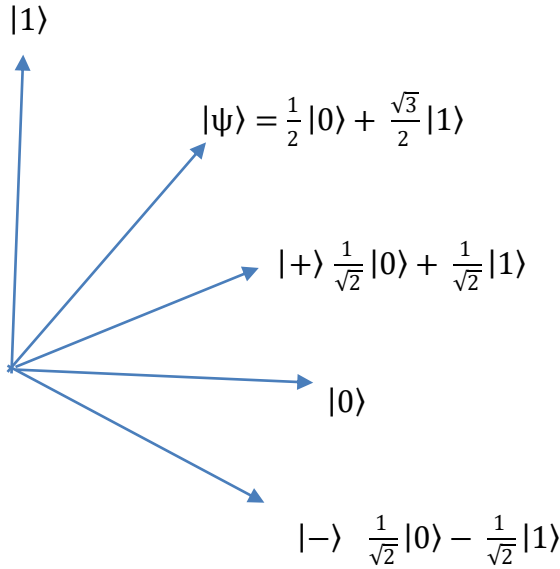
$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)|0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle \quad (17)$$

Denklem 17'de ise,

$$P(0) = \frac{1}{2} \rightarrow \text{ihtimal } |\psi^1\rangle = |0\rangle \rightarrow \text{Yeni durum}$$

$$P(1) = \frac{1}{4} \quad |\psi^2\rangle = |1\rangle$$

$$P(2) = \frac{1}{4} \quad |\psi^1\rangle = |2\rangle \text{ olur.}$$



Şekil 5 . Bir ve sıfır vektörleri yanında olası diğer + ve - vektörleri

$P[+] = \text{inner product (iç çarpımlar)}$

$$\left[\left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right]^2 = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1+3+2\sqrt{3}}{8} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle \Rightarrow \text{ve } |\psi\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle \Rightarrow a \text{ ve } b \text{ hesaplayalım.}$$

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$$

$$|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$$

$$\psi = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle \right)$$

$$\psi = \frac{1}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|-\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

$$\psi = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right) |+\rangle + \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right) |-\rangle$$

Olur ve az önce yaptığımız P[+] hesabını tekrar yapalım.

$$P[+] = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 2} = \frac{1+3+2\sqrt{3}}{8} = \frac{4+2\sqrt{3}}{8} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$
 önceki sonuçla aynı olduğu görülür.

Klasik bilgisayar devreleri teller ve mantık kapılarından oluşur. Teller, bilgiyi devre etrafında taşımak için kullanılırken, mantık kapıları bilginin manipülasyonlarını gerçekleştirerek bir formdan diğerine dönüştürür. Klasik tek bit mantık kapısına bir örnek, işlemi doğruluk tablosu tarafından tanımlanan, $0 \rightarrow 1$ ve $1 \rightarrow 0$ olan 0 ve 1 durumlarının değiştiği NOT geçididir.

Kuantum hesaplama, bir kuantum durumunun nasıl değiştiğinin tanımlanabildiği dildir. Klasik bir bilgisayarın kablolar ve mantık kapıları içeren bir elektrik devresinden oluşmaktadır. Tıpkı bunun gibi, kuantum bilgisayarı, kuantum bilgisini taşımak ve işlemek için teller ve temel kuantum kapıları içeren bir kuantum devresinden yapılıır.

Benzer bir kuantum NOT geçidi tanımlayabiliriz. Bu süreçte $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ durumları birbirinin yerine kullanılır. Bu nedenle $a|0\rangle + b|1\rangle$ durumu NOT geçidi tarafından etkilendikten sonra $|1\rangle + b|0\rangle$ olarak değiştirilir. NOT geçidi ikiye ikilik bir matrisle temsil edilir,

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$|\Psi\rangle$ durumunu vektör gösterimi olarak yazabiliriz,

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (19)$$

Bu durumda X'in etkisi;

$$X \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} \quad (20)$$

olur.

3. Sonuçlar ve Yorumlar

Hesaplama genel bir kavramdır. Klasik hesaplama da kuantum hesaplama da belli girdi durumlarında olası çıkışların belirlenmesini amaçlar. Fakat yukarıdaki paragraflarda da belirtildiği gibi klasik hesaplamadaki bit ile kuantum hesaplamada kullanılan kübit, klasik hesaplamanın donanımı ve mimarisi ile kuantum hesaplama için kullanılan donanımlar ve mimari, klasik hesaplamada kullanılan algoritmalar ile kuantum hesaplamada kullanılan algoritmalar birbirlerinden tamamen farklıdır. Bu fark bir yandan klasik hesaplama için bunca yıldır geliştirilmiş yöntemlere, donanımlara ve algoritmalara aşina olan kişiler için göz korkutan boyutta bir yenilik anlamına gelmekle beraber, bir yandan da temel hilbert uzayı, lagrange denklemleri, temel kuantum mekaniği bilgisi, dirac notasyonu vb. Temel kavramları bilen bir gurup için, klasik hesaplama ile çözülmesi imkân dahilinde görünmeyen birçok problemin çözülebileceği yeni ve henüz hangi noktalara bile ulaşacağı öngörülemeyen yepyeni bir evrenin, yepyeni hesaplama imkanlarının kapısını aralanmaktadır.

Bu çalışmada klasik hesaplamada kullanılan temel bilgi birimi, temel donanım ve mimariler ve temel mantık ve yapılar ile bunların kuantum hesaplayıcılardaki eşlenikleri bir arada sunulmaya çalışılmıştır. Bu çalışmanın hem kuantum hesaplayıcıları merak eden önemli bir kitle için bir başlangıç noktası teşkil etmesi umulmakta hem de kuantum hesaplayıcılar için en temel kavramlardan bazılarını bir arada sunarak, özellikle konu ile ilgili Türkçe kaynak sıkıntısı çeken kişiler için kaynak teşkil etmesi amaçlanmaktadır.

Bu kısa çalışmada elbette kuantum hesaplayıcılar ile ilgili tüm konuların ele alınması mümkün olmamıştır. Kuantum hesaplayıcılar ile ilgili çok önemli olan fakat ele alınmamış bazı konular mevcut olmak ile birlikte çalışmanın kuantum hesaplayıcıların doğasına dair önemli ipuçları içermektedir. Kuantum hesaplayıcılar ile ilgili diğer önemli konuların da, örneğin, Deutsch-Jozsa algoritması (18), Grover algoritması (19), Shor algoritması (20), benzer makaleler ile ortaya konması, Türkçe kaynak sıkıntısı çekilen kuantum hesaplayıcılar alanına önemli katkı sağlayacağı öngörülmektedir.

Teşekkür

Bu bölümde; çalışmaya katkısı olan kişi veya kurumlara teşekkür edilmelidir. Projeden üretilen makalelerde proje desteği belirtilmelidir.

Yazar Katkı Oranları

Tüm yazarlar çalışmaya eşit katkıda bulunmuştur.

Çıkar Çatışması

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynakça

- [1] Wootters, W. K., & Zurek, W. H. (2009). The no-cloning theorem. *Physics Today*, 62(2), 76-77.
- [2] Einstein, A. (1905). On the Electrodynamics of Moving Bodies *Annalen der Physik*. Vol. 17,322 (10).
- [3] Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?. *Physical review*,47(10), 777.
- [4] Zhou, Y., Stoudenmire, E. M., & Waintal, X. (2020). What limits the simulation of quantum computers?. *Physical Review X*, 10(4), 041038.
- [5] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2001). Quantum computation and quantum information. *Phys. Today*,54, 60-2.
- [6] Feynman R. P , (1982). Simulating physics with computers”, *International Journal of Theoretical Physics* 21:6/7, s.467-488.
- [7] Nielsen, M. A., & Chuang, I. (2002). Quantum computation and quantum information.
- [8] Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.
- [9] Benioff, P. A. (1982). Quantum mechanical Hamiltonian models of discrete processes that erase their own histories: Application to Turing machines. *International Journal of Theoretical Physics*, 21(3-4), 177-201.
- [10] Deutsch, D. (1985). Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 400(1818), 97-117.
- [11] Bernstein, E., & Vazirani, U. (1997). Quantum complexity theory. *SIAM Journal on computing*, 26(5), 1411-1473.
- [12] Shor, P. W. (1994). Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science*, p. 20-22.
- [13] Grover, L. K. (1996). A fast quantum mechanical algorithm for database search. In *Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing* (pp. 212-219).
- [14] Shor, P. W. (1995). Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. *Physical review A*,52(4), p. 2493-2496.
- [15] Preskill, J. (1998). Robust solutions to hard problems. *Nature*, 391(6668), 631-632.
- [16] Ulucan, H. (2017). Süperilerken Kubitli Kuantum Bilgisayarlar ve Kuantum Hesaplama, yüksek lisans tezi, İstanbul Gelişim Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

- [17] Gisin, N., & Bechmann-Pasquinucci, H. (1998). Bell inequality, Bell states and maximally entangled states for n qubits. *Physics Letters A*, 246(1-2), 1-6.
- [18] Collins, D., Kim, K. W., & Holton, W. C. (1998). Deutsch-Jozsa algorithm as a test of quantum computation. *Physical Review A*, 58(3), R1633.
- [19] Grover, L. K. (1997). Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack. *Physical review letters*, 79(2), 325.
- [20] Shor, P. W. (1999). Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM review*, 41(2), 303-332.