



Design of the ONERA M6 wing by shape optimization under uncertainty

Görkem Demir^{1,2*}, Recep M. Görgülüarslan¹, Selin Aradağ³

¹Department of Mechanical Engineering, TOBB University of Economics and Technology, 06560, Ankara, Türkiye

²Turkish Aerospace, 06980, Ankara, Türkiye

³Department of Mechanical Engineering, TED University, 06420, Ankara, Türkiye

Highlights:

- Robust wing optimization for ONERA M6
- Application of proper orthogonal decomposition
- Inductive design exploration method

Keywords:

- Computational fluid dynamics
- Proper orthogonal decomposition
- Uncertainty
- Robust optimization

Article Info:

Research Article

Received: 17.10.2022

Accepted: 18.04.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1190263

Correspondence:

Author: Görkem Demir

e-mail:

gorkemsdemir@gmail.com

phone: +90 312 292 4271

Graphical/Tabular Abstract

Aerodynamic shape optimization processes are often used for complex problems that meet single or multi-objective design requirements. The robust aerodynamic shape optimization techniques with a high number of design variables that consider uncertainties have a huge computational burden compared to the traditional aerodynamic shape optimization techniques without considering uncertainties. To overcome this issue, in this study, the proper orthogonal decomposition (POD) is integrated with the inductive design exploration method (IDEM) to use for the robust shape optimization of the ONERA M6 wing. The POD is utilized for reducing the number of design variables of the wing geometry. The cost due to the computational fluid dynamics analysis (CFD) is mitigated by incorporating the POD with a surrogate modeling technique called the radial basis function (RBF). The robust optimization is conducted by the proposed approach based on the IDEM by accounting for uncertainties of the Mach number in the transonic flow regime. The agreement between the performance predictions of the robust designs and the CFD analysis results showed the effectiveness of the proposed approach. The framework of the proposed approach is illustrated in Figure A.

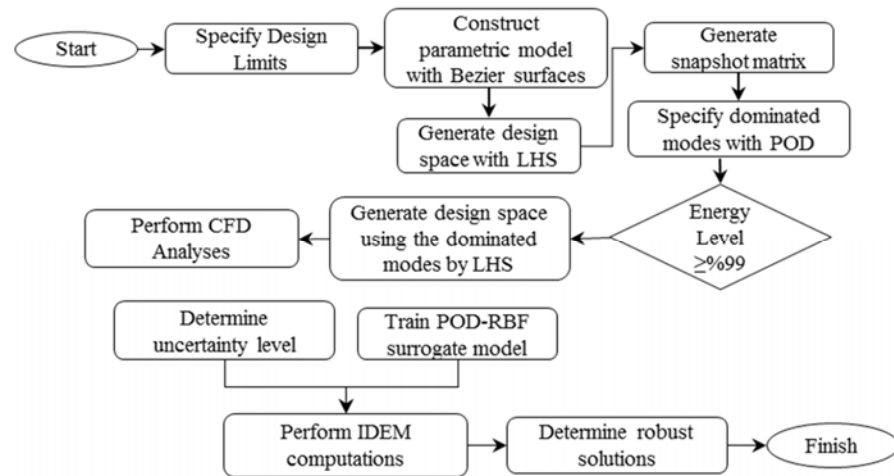


Figure A. The proposed IDEM robust optimization framework

Purpose: The purpose of this research is to show that the IDEM integrated with the POD and RBF is an effective approach for solving the robust optimization of ONERA M6 wing with high complexity under the uncertainties.

Theory and Methods: Geometry parametrization, POD, POD-RBF surrogate model, model uncertainties due to CFD computations and IDEM robust optimization procedure with relevant methods and formulations are described in this study.

Results: Robust solutions are obtained using the IDEM integrated with the POD and RBF optimization framework under the uncertainties. The estimated results are compared with the true responses obtained from the CFD analyses. The robust solutions obtained from the POD-RBF can produce estimations with acceptable accuracy according to the CFD results.

Conclusion: The presented approach with POD and IDEM is effective for robust shape optimization of ONERA M6 wing.



ONERA M6 kanadının belirsizlik altında şekil optimizasyonu ile tasarımı

Görkem Demir^{1,2*}, Recep M. Görgülüarslan¹, Selin Aradağ³

¹TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 06560, Çankaya, Ankara, Türkiye

²Türk Havacılık ve Uzay Sanayi, 06980, Kahramankazan, Ankara, Türkiye

³TED Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 06420, Ankara, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- ONERA M6 için sağlam kanat optimizasyonu
- Temel bileşenler analiz yönteminin kullanımı
- Tümevarımsal tasarım araştırma yöntemi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 17.10.2022

Kabul: 18.04.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1190263

Anahtar Kelimeler:

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği,
temel bileşenler analizi,
belirsizlik,
sağlam optimizasyon

ÖZ

Aerodinamik şekil optimizasyon süreçleri, tekli veya çoklu tasarım hedeflerini sağlayan kompleks problemler için sıklıkla kullanılmaktadır. Geleneksel ve belirsizliğin dahil edilmediği problemlere nazaran belirsizliklerin dahil edildiği ve yüksek değişken sayısına sahip sağlam optimizasyon yöntemlerinin hesaplama yükü oldukça yüksektir. Bu problemin önüne geçmek için, bu çalışmada, temel bileşenler analizi, tümevarımsal tasarım araştırma yöntemi ile entegre edilerek ONERA M6 kanadının sağlam şekil optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Temel bileşenler analizi yöntemi, kanat geometrisinin tasarım değişkeni sayısını azaltmak için tercih edilmiştir. Hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizi kullanımı sonucunda ortaya çıkan yüksek çözüm süreleri ise, temel bileşenler analizi yönteminin bir vekil model tekniği olan radyal bazlı fonksiyon ile birlikte kullanılmasıyla oluşturulan bir veri tahmin modeli ile azaltılmıştır. Transonik akış rejimi için Mach sayısındaki belirsizlikler, önerilen tümevarımsal tasarım araştırma yöntemi tabanlı yöntemle dahil edilerek sağlam optimizasyon gerçekleştirilmiştir. Sağlam tasarımların performans tahminlerinin hesaplamalı akışkanlar dinamiği analiz sonuçlarına oldukça yakın elde edilmesi, önerilen yöntemin etkinliğini göstermiştir.

Design of the ONERA M6 wing by shape optimization under uncertainty

H I G H L I G H T S

- Robust wing optimization for ONERA M6
- Application of proper orthogonal decomposition
- Inductive design exploration method

Article Info

Research Article

Received: 17.10.2022

Accepted: 18.04.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1190263

Keywords:

Computational fluid dynamics,
proper orthogonal decomposition,
uncertainty,
robust optimization

ABSTRACT

Aerodynamic shape optimization processes are often used for complex problems that meet single or multi-objective design requirements. The robust aerodynamic shape optimization techniques with a high number of design variables that consider uncertainties have a huge computational burden compared to the traditional aerodynamic shape optimization techniques without considering uncertainties. To overcome this issue, in this study, the proper orthogonal decomposition is integrated with the inductive design exploration method to use for the robust shape optimization of the ONERA M6 wing. The proper orthogonal decomposition method is utilized for reducing the number of design variables of the wing geometry. The cost due to the computational fluid dynamics analysis is mitigated by incorporating the proper orthogonal decomposition with a surrogate modeling technique called the radial basis function. The robust optimization is conducted by the proposed approach based on the inductive design exploration method by accounting for uncertainties of the Mach number in the transonic flow regime. The agreement between the performance predictions of the robust designs and the computational fluid dynamics analysis results showed the effectiveness of the proposed approach.

1. Giriş (Introduction)

Uçak tasarımında en önemli aerodinamik parçalardan birisi kanat geometrisidir. Özellikle bilgisayar teknolojilerinin ve çözüm algoritmalarının gelişmesi ile birlikte bilgisayar destekli aerodinamik tasarımlar önemli hale gelmiştir. Günümüzde birçok araştırmacı, arzu ettikleri tasarım kriterlerini sağlayan en iyi kanat geometri seçeneklerini elde etmek için farklı optimizasyon yöntemleri geliştirmektedir. Türev tabanlı ve türevden bağımsız optimizasyon yöntemleri, aerodinamik şekil optimizasyonu çalışmalarında sıklıkla tercih edilmektedir. Türev tabanlı algoritmalar, amaç ve kısıt fonksiyonlarının tasarım değişkenlerine göre türevlerini kullanarak optimizasyonu gerçekleştirirler. Türevi açık şekilde ifade edilen fonksiyonlar bulunduğu sürece, türevler hızlı şekilde hesaplanabilmektedir. Türevi alınacak fonksiyonlar açık değilse, sonlu farklar yaklaşımı gibi kullanılan nümerik yaklaşımlar, tasarım değişkeni sayısı arttıkça hesaplama maliyeti konusunda sorun oluşturmaktadır [1]. Buna çözüm olarak, türevlerin hesaplama maliyetini tasarım değişkeni sayısından bağımsız hale getiren bir yöntem olan eşlenik (Adjoint) tabanlı türev hesaplama yöntemi geliştirilmiştir [2]. Fakat bu tür yöntemlerin dezavantajı, başlangıç tasarımına büyük ölçüde bağımlı olmasından ve problem çözümünde yerel minimum noktasına takılmasından dolayı optimum noktaların bulunmasında zorlukla karşılaşılmasıdır [3]. Türevden bağımsız algoritmalar ise, türev tanımını kullanmadan çalışan algoritmalarlardır. Türevinin hesaplanmadığı veya hesaplanmasının maliyetli olduğu durumlarda tercih edilmektedir. Tasarım araştırma yöntemlerini de içeren bu algoritmalar, tasarım uzayındaki global minimum noktayı bulabilmesi ve kullanım kolaylığı sağlayabilmesi gibi avantajlarından dolayı sıklıkla tercih edilmektedir [4]. Yüksek sayıda tasarım değişkeni içeren problemlerde hesaplama süresinin artması bu tür yöntemlerin dezavantajı olarak gösterilebilir [5].

Optimizasyon problemlerinde geometrinin parametrik hale getirilmesi büyük bir önem arz etmektedir. İyi bir parametrik modelin, düşük sayıda değişken sayısı kullanarak mümkün olduğunca en az karmaşıklığa sahip olması gerekmektedir. Literatürde parametrik kanat geometrilerinin oluşturulması için birçok yöntem mevcuttur ve en çok tercih edilen yöntemler ise düzgün olmayan rasyonel temelli eğri (DORTE), Sınıf/Şekil fonksiyonları ve Bezier yüzeyleridir. DORTE yöntemi ile karmaşık kanat geometrileri dahi rahatlıkla oluşturulmaktadır fakat yüksek değişken sayısına ve hesaplama sürelerine sahip olduğu için bu çalışmada tercih edilmemiştir [6]. Bu çalışmada, literatür araştırmaları sonucunda modelleme ve değişken sayısı anlamında sağladığı avantajlar göz önünde bulundurularak Bezier yüzey modellemesi tercih edilmiştir [4].

Vekil model tabanlı optimizasyon yöntemlerinin tercih edildiği kompleks optimizasyon problemlerinde oluşan dar boğazı önlemek için tasarım değişken sayısını azaltmak büyük önem arz etmektedir [7, 8]. Tasarım değişken sayısını azaltmak için ilk olarak hangi tasarım değişkeninin geometriyi ne seviyede etkilediğinin ortaya konulması gerekmektedir. Bu çalışmada tasarım değişken sayısını azaltmak için temel bileşenler analizi (TBA) yöntemi tercih edilmiştir. TBA yöntemi, istatistiksel bir yöntem olup, karmaşık sistemlerin verilerini analiz ederek düşük boyutlu sistemlere indirgeyip daha hızlı bir çözüm almak için sıklıkla tercih edilmektedir. Bu sayede veri setlerinin analizlerinde ve veri setlerinin içindeki baskın özelliklerin tespiti gerçekleştirilebilmektedir [9]. Bu çalışmada TBA yöntemi, iki farklı durumda yaşanan problemlere çözüm bulmak için kullanılmıştır. İlk olarak bir kanat geometrisini parametrik hale getirirken kullanılan tasarım değişkenlerinin azaltılmasında kullanılmıştır. Bu hususu gerçekleştirebilmek için kullanılan tasarım değişkenleri ile tasarım uzayında farklı kanat geometrilerinin konumları (kartezyen koordinatlarda x , y ve z konumları), bir veri seti

şekline dönüştürülmüştür. Oluşturulan veri seti TBA yöntemi yardımıyla analiz edilerek veri setinin içindeki baskın özellikler hesaplanmıştır. Tasarım uzayı, hesaplanan baskın özellikler sayesinde, daha az sayıda tasarım değişkeni ile oluşturulabilmektedir [10, 11].

Vekil modeller, tasarım değişkenleri ve çıktıları arasındaki ilişkiyi kurmak ve yüksek hassasiyet seviyesine sahip hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) analizlerinin getirdiği hesaplama yükünü azaltmak için sıklıkla tercih edilmektedir [12]. Vekil model oluşturulurken kullanılan eğitim veri seti, tahmin doğruluğunu etkilemektedir [13]. Lineer bir veri seti ile oluşturulan vekil model, lineer olmayan bir veri seti ile oluşturulan vekil modele göre daha doğru sonuçlar verebilir [14]. Bir veri setinde lineer olmayan özellikleri en aza indirmek için TBA gibi boyut azaltma yöntemleri tercih edilebilir. Fakat TBA bir boyut azaltma yöntemi olduğu için optimizasyon sürecinde tasarım değişkenleri ve elde edilecek çıktılar arasında fonksiyonel bir ilişki kurma kabiliyetine sahip değildir. Bu yüzden TBA ile bir interpolasyon yöntemi olan radyal bazlı fonksiyonlar (RBF) birlikte kullanılarak bir vekil model oluşturulabilir [14]. Bu çalışma kapsamında TBA tabanlı RBF vekil modeli oluşturulmuş olup, tasarım değişkenleri ve çıktıları arasındaki fonksiyonel ilişki kurularak tasarım uzayının incelenmesi için gerekli olan hesaplama maliyetleri azaltılmıştır.

Vekil model oluştururken dikkat edilmesi gereken bir diğer husus ise eğitim veri setinin tayinidir. Eğitim veri setini oluştururken tasarım uzayında hangi noktalarının çözülmesinin gerektiği örnekleme yöntemleri ile karar verilmektedir. Faktöriyel tasarım yöntemi gibi geleneksel deney planı yöntemleri, yüksek sayıda tasarım değişkenlerinin olduğu ve tasarım girdileri ve çıktıları arasında lineer olmayan ilişkinin bulunduğu problemler için verimli sonuçlar vermemektedir [13]. Bu yüzden, hem geniş bir tasarım uzayı için uygulanabilir olan hem de tasarım girdileri ve çıktıları arasında lineer olmayan ilişkiyi incelemeye olanak sağlayan Latin hiperküp örnekleme (LHÖ) yöntemi [15], eğitim veri seti için gerekli olan noktaların belirlenmesi için kullanılmıştır.

Geleneksel yöntemlerde sabit uçuş koşulları kullanılarak optimizasyon gerçekleştirilmektedir [7]. Fakat tasarımcının kontrol edemediği veya kontrol edemediği durumlardan ötürü sabit kabul edilen uçuş koşullarında farklılıklar oluşmaktadır [16]. Bu durum da çözüm üretilen problem için belirsizliklerin oluşmasına sebebiyet vermektedir. Bu yüzden tasarımlar gerçekleştirilirken belirsizlikler göz önünde bulundurularak gerçekleştirilmesi gerekmektedir [17]. Sağlam optimizasyon yöntemleri, belirsizliklerin dahil edildiği tasarım problemlerine çözüm üretmektedir. Choi vd. [18] tarafından malzeme teknolojileri için önerilen ve Tümevarımsal Tasarım Araştırma Yöntemi (TTAY) diye adlandırılan sağlam optimizasyon yöntemi sayesinde belirsizliklerin hesaplamalara dahil edilmesi ile sağlam tasarım alternatifleri elde edilebilmektedir. Fakat bu yöntem, karmaşık problemlerde ve tasarım değişkeninin fazla olduğu durumlarda yüksek hesaplama sürelerine sebebiyet vermektedir. Literatürde olan çalışmalar iki ila beş değişken sayısı arasında değişkenlik göstermektedir [19]. Bu yüzden TTAY'ın yüksek değişken sayısına sahip, belirsizliklerin dahil olduğu karmaşık aerodinamik şekil optimizasyonu problemleri için iyileştirilmesi gerekmektedir.

Bu çalışmanın amacı, TTAY algoritmasının ilk defa bir aerodinamik tasarım probleminde model belirsizliklerinin de dahil edilmesi ile kullanılmasıdır. Bu amaçla, TTAY'ın özellikle yüksek sayıda değişken sayısına sahip problemlerde ortaya çıkan hesaplama maliyetlerini azaltmak için TBA yöntemi kullanılarak problemde daha az sayıda değişken ile temsil edilmesi sağlanmıştır. Ayrıca, TTAY

için gerekli olacak tekrarlı HAD analizlerinin sebep olacağı hesaplama maliyetini azaltmak için TBA tabanlı bir RBF vekil model kullanılarak tasarım uzayı verimli ve hızlı bir şekilde taranarak aerodinamik şekil optimizasyonunun gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Bu sayede, yüksek tasarım değişken sayısına sahip bir optimizasyon problemi için, TTAY kullanılarak verimli bir şekilde sağlam tasarım sonuçlarını elde edilebildiği bir kanat geometrisi tasarımında gösterilmiştir.

2. Teorik Metod (Theoretical Method)

2.1. Kanat Geometrisinin Parametrik Hale Getirilmesi (Parametric Wing Geometry Generation)

Aerodinamik şekil optimizasyonu çalışmalarında kanat geometrilerinin parametrik bir şekilde tanımlanarak matematiksel anlamda ifade edilmesi büyük bir önem arz etmektedir [20]. Bu çalışmada, az sayıda kontrol noktası ile geometrik yüzeyleri parametrik şekilde ifade edebilen Bezier yüzey yöntemi kullanılmıştır. Bir Bezier yüzeyinin tanımı Eş. 1'de gösterilmektedir.

$$p(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{ij} B_{i,m}(\mathbf{u}) B_{j,n}(\mathbf{w}) \quad (1)$$

Eş. 1'de, u ve w ifadeleri, üç boyutlu bir yüzeyi temsil eden iki yön vektörünü; n ve m ifadeleri de u ve w yönlerindeki Bezier eğri derecelerini temsil etmektedir. P_{ij} ifadesi, Bezier yüzey kontrol noktalarını temsil etmektedir. Bu kontrol noktaları geometri yüzeyini parametrik olarak tanımlayan noktalardır. Bu çalışmada, Bölüm 3.1'de verilen kanat tasarım değişkenlerine göre kontrol noktalarının konumu belirlenmektedir. Eş. 1'deki B ifadeleri ise, u ve w yönlerindeki değerlere göre katsayıları tanımlayan Bernstein polinomlarıdır. Bernstein polinomları, u ve w yönlerindeki Bezier eğrilerinin sırasıyla n ve m derecelerine göre hesaplanır:

$$B_{i,m}(\mathbf{u}) = \frac{m!}{i!(m-i)!} \mathbf{u}^i (1 - \mathbf{u})^{m-i} \quad (2)$$

2.2. Temel Bileşenler Analizi Yöntemi (Proper Orthogonal Decomposition Method)

Bir tasarım probleminde, tasarım değişkenlerinin sayısı problemin boyutunu belirlemektedir. Tasarım değişken sayısı arttıkça problemin boyutu da artmaktadır. Yüksek sayıda tasarım değişkeni içeren (yüksek boyutlu) problemlerde hesaplama maliyetinin artması tasarım süreci için bir sorun oluşturmaktadır [5]. Bu soruna çözüm olarak boyut azaltma yöntemleri kullanılmaktadır [21]. Bu yöntemlerden biri olan TBA yöntemi [22], bir veri setinin baskın özelliklerini hesaplayarak o veri setinin daha düşük boyutta modellenmesine yarayan bir yöntemdir. TBA yöntemi için ilk olarak veri setinin oluşturulması gerekmektedir. Bir veri setinde, n adet girdi değişkeni (optimizasyon problemlerinde tasarım değişkeni), $i = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere x_i olarak tanımlansın. Bu girdilere karşılık gelen m adet çıktı parametresi $k=1, 2, \dots, m$ olmak üzere y_k olarak tanımlansın. TBA yöntemini kullanmak için öncelikle girdi ve çıktılar arasında ilişkinin tüm tasarım uzayında belirlenmesi için girdi değişkenleri limitleri arasında M sayıda örneklem oluşturulur. Bu girdi değişkenlerinin örneklem değerleri için elde edilen çıktı parametrelerinin değerleri ile bir anlık görüntüler matrisi oluşturulur [23].

$$S_j = [S_1(\mathbf{y}_k), S_2(\mathbf{y}_k), \dots, S_M(\mathbf{y}_k)], j = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

Eş. 3'te verilen y_k ifadeleri, bu çalışmada M sayıda farklı kanat geometrilerini oluşturan noktaların üç eksendeki kartezyen koordinatlardaki konumlarını temsil etmektedir. Anlık görüntüler matrisindeki değerlerin her birinin değişim davranışını hesaba katmak için, anlık görüntüler matrisinin ortalama değeri, anlık görüntüler matrisinden çıkartılarak varyans matrisi hesaplanır [24, 25].

$$V_j = \left[S_1 - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M S_j, S_2 - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M S_j, \dots, S_M - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M S_j \right] \quad (4)$$

Hesaplanan varyans değerleri ile bir doğrusal kombinasyon oluşturacak şekilde temel denklemler elde edilir:

$$\varphi_j = \sum_{j=1}^M \alpha_j V_j \quad (5)$$

Eş. 5'te yer alan φ_j ifadesi, temel denklemleri, α_j ifadesi ise bağıl mod genliğini temsil etmektedir. Temel denklem hesaplamaları için ise ilk olarak Eş. 5'te yer alan α_j bağıl mod genliğinin hesaplanması gerekmektedir. Bağıl mod genliği, varyans matrisinin farklı noktalarındaki iç çarpımı ile elde edilen korelasyon matrisinin özdeğer ve özvektör bileşenleri ile birlikte hesaplanabilmektedir. Korelasyon matrisi R_{ij} olarak gösterilmekte olup, matematiksel ifadesi Eş. 6'da tanımlanmaktadır.

$$R_{ij} = \frac{1}{M} \int_{\Omega} V_i(\bar{\mathbf{x}}) V_j(\bar{\mathbf{x}}) d\mathbf{x} \quad i, j = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

Korelasyon matrisi negatif olmayan özdeğerlere ve özvektörlere sahip bir matristir. Tekil Değer Çözümü (TDC) (Single value decomposition – SVD) yöntemi sayesinde özdeğerler ve özvektörler Eş. 7 yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$$[R] = [C][\Sigma][P]^T = [C] \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \sigma_M \end{bmatrix} [P]^T \quad (7)$$

Eş. 7'de ifade edilen $[C]$ matrisi, özvektör matrisini; $[\Sigma]$ matrisi ise, özdeğerleri içeren köşegen matrisini temsil etmektedir. $[P]$ matrisi ise TDC hesaplamaları sonucunda ortaya çıkan ve TBA hesaplamalarında etkisi olmayan bir matristir. Eş. 5'te yer alan bağıl mod genliği ise Eş. 7'de yer alan özdeğer ve özvektör matrisleri yardımıyla Eş. 8'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$[\alpha] = [C][\Sigma]^{-1/2} \quad (8)$$

Eş. 8 yardımıyla Eş. 5'te yer alan temel denklemler hesaplanabilmektedir. TBA yönteminin temelinde, bir veri setinin sadece baskın modlarının kullanıldığı indirgenmiş bir modelle ifade edilmesi vardır. İlgili veri setine ait baskın modlar, Eş. 7'de yer alan $[\Sigma]$ matrisinin köşegen elemanlarında bulunan σ_j özdeğerlerinden Eş. 9 ile verilen toplam enerji seviyesi kriteri ile belirlenebilir [13].

$$E_p = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i}{\sum_{j=1}^M \sigma_j} \geq \epsilon \quad (9)$$

Eş. 9'da yer alan E_p , toplam enerji seviyesini, ϵ ise enerji eşliğini temsil etmektedir. M ifadesi toplam mod sayısını, N ise $N \leq M$ olacak şekilde enerji eşliği kriterini sağlayan baskın modların sayısını ifade etmektedir. Enerji seviyesini hesaplamak için büyükten küçüğe doğru özdeğerler, Eş. 9'a dahil edilir ve ϵ değerine eşit veya büyük bir enerji seviyesi veren N adet özdeğer, baskın modlar olarak belirlenir. Enerji eşliği, literatürde çoğunlukla veri setinde bulunan toplam enerji seviyesinin %99'unu sağlayacak şekilde ifade edilmektedir [13]. Hesaplanan baskın modlar ve karşılık gelen özvektörler Eş. 8'de kullanılarak indirgenmiş bağıl mod genliği matrisi ($[\tilde{\alpha}]$) elde edilir. Bu hesaplanan $[\tilde{\alpha}]$ matrisi ve daha önce Eş. 5 ile hesaplanmış temel denklemler matrisi $[\varphi_j]$ yardımıyla Eş. 3 ile ifade edilen anlık görüntüler matrisi, Eş. 10 ile yeniden oluşturulabilmektedir.

$$[\tilde{S}] = [\bar{S}] + \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i \quad \text{or} \quad [\tilde{S}] = [\bar{S}] + [\varphi][\tilde{\alpha}] \quad (10)$$

Eş. 10'da yer alan $[\tilde{S}]$ ifadesi, indirgenmiş model ile oluşturulan anlık görüntüler matrisini; $[\bar{S}]$ değişkeni, anlık görüntüler matrisinin

ortalama değerini temsil etmektedir. Eş. 10 sayesinde, yüksek boyutlu bir veri seti, sadece baskın modların kullanıldığı düşük boyutlu bir veri seti ile tanımlanabilmektedir.

2.3. TBA-RBF Vekil Model Yöntemi (POD-RBF Surrogate Modeling Technique)

Optimizasyon sürecinde kullanılan HAD analizlerinden oluşacak yüksek hesaplama maliyetini azaltmak için HAD analizlerini temsil edebilecek TBA yöntemine bağlı bir vekil model kullanılmıştır. TBA yöntemi, problem girdileri ile çıktıları arasında fonksiyonel bir ilişki kurmaya yarayan bir yöntem değildir. Bu yüzden problem girdilerine göre çıktıların hesaplanabilmesi için bir interpolasyon yöntemine ihtiyaç duymaktadır [26]. Bu çalışma kapsamında RBF ile TBA yöntemi birleştirilerek tasarım uzayı zenginleştirilmiştir. RBF yönteminin matematiksel ifadesi Eş. 11'de gösterilmektedir. Eş. 11'de yer alan M değişkeni eğitim verisindeki toplam örneklem sayısını, w_j değişkeni model katsayılarını, $\|\cdot\|$ değişkeni Euclidean uzunluğunu, $\theta(\cdot)$ radyal fonksiyonu, x_j değişkeni eğitim veri setinde yer alan ve çıktı değerleri bilinen girdi değerlerini, x sonucu tahmin edilmek istenen tasarım değişkeni değerini, $\tilde{y}(x)$ ise x tasarım değişkenine bağlı tahmin edilmek istenen çıktı değerini temsil etmektedir.

$$\tilde{y}(x) = \sum_{j=1}^M (w_j \theta(\|x - x_j\|)) \quad (11)$$

Model katsayılarını hesaplamak için eğitim veri setinden faydalanılmaktadır. Eğitim veri seti kullanılarak model katsayıları, Eş. 12 yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$y(x_j) = \sum_{j=1}^M (w_j \theta(\|x_i - x_j\|)), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

Eş. 12'de yer alan x_i ve x_j değişkenleri, eğitim veri setinde yer alan ve çıktı değerleri bilinen tasarım değişkenlerini, $y(x_j)$ ise eğitim veri setinde yer alan x_j değişkenlerine karşılık gelen ve bilinen çıktı değerlerini temsil etmektedir. Eş. 12'de, bilinmeyen model katsayıları (w_j), eğitim veri setindeki girdi ve çıktı değerleri kullanılarak hesaplanır. Bu model katsayıları, Eş. 11'de kullanılarak yeni bir x değeri için çıktı değeri tahmin edilebilmektedir. Eş. 11 ve Eş. 12'de yer alan radyal fonksiyon ifadesi için birçok fonksiyon tipi mevcut olup, bu fonksiyon tipleri, genel ve Wendland fonksiyonları olarak iki kategoride gruplandırılmaktadır. Genel fonksiyonlardan literatürde en çok kullanılanlar lineer, kübik, ikinci derece eğri, birden fazla ikinci derece eğri, birden fazla ikinci derece ters eğri, ince tabaka eğri ve Gaussian yöntemleridir [27, 28]. Wendland fonksiyonlarından en çok kullanılanlar ise CP-C0, CP-C2, CP-C4 ve CP-C6 yöntemleridir [29].

TBA yöntemine RBF yardımıyla tahmin etme yeteneği kazandırmak amacıyla, Eş. 10'da yer alan genlik matrisini $[\alpha]$, Eş. 13'teki gibi yazmak gerekmektedir.

$$[\alpha] = [B][F] \quad (13)$$

Eş. 13'de yer alan $[B]$ katsayı matrisini, $[F]$ ise interpolasyon matrisini temsil etmektedir. Ayrıca Eş. 13'te yer alan katsayı ve interpolasyon

matrisleri, Eş. 11'da yer alan w_i ve $\theta(\|x - x_i\|)$ değişkenlerine karşılık gelmektedir.

Eğitim veri setinde doğrusal olmayan özellikleri azaltmak için eğitim veri setindeki baskın modların hesaplanması gerekmektedir. RBF yöntemi için baskın modların hesaplanması süreci Bölüm 2.2'de açıklanan TBA yöntemi süreci ile aynıdır. İlk olarak, Eş. 3'te yer alan anlık görüntü matrisi (S) eğitim veri setindeki çıktı değerleri kullanılarak oluşturulur. Sonra, Eş. 4'ten Eş. 7'ye olan işlemler kullanılarak eğitim veri setinin baskın modları hesaplanır. Farklı olarak, genlik matrisi, Eş. 8 yerine Eş. 13 yardımıyla hesaplanır. Böylece, Eş. 10'da yer alan ifade, Eş. 15'teki gibi tanımlanabilmektedir. Bu sayede TBA yöntemine RBF yardımıyla tahmin etme yeteneği kazandırılmaktadır.

$$[\tilde{S}] = [\tilde{S}] + [\varphi][B][F] \quad (15)$$

2.4. Model Belirsizlik Hesaplamaları (Model Uncertainty Calculations)

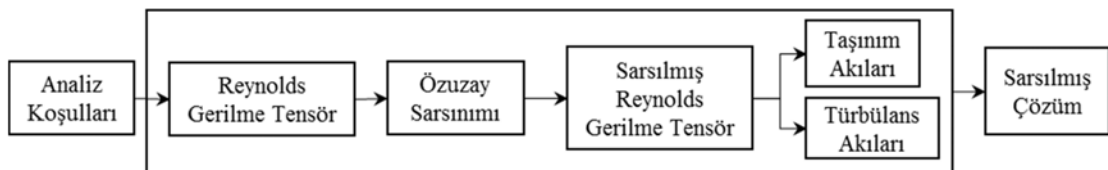
Belirsizlikler, iki temel sebepten dolayı meydana gelmektedir [30]. Bunlardan birincisi, giriş değişkenlerinde üretim, malzeme kullanımı vb. sebeplerden dolayı meydana gelen belirsizliklerdir. İkincisi ise, hesaplamalarda kullanılan modellerden dolayı meydana gelen belirsizliklerdir. Bu çalışmada, HAD analizlerinde daha baskın rol oynadığı için, ikinci tip belirsizlikler hesaplamalara dahil edilmiştir [31]. HAD analizlerinde türbülanslı akışlar, kapalılık problemi içerdiğinden türbülans modellerine ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat türbülans modellerinin kullanımında model belirsizlikleri mevcuttur. Bu çalışmada, Menter'in kayma gerilmesi taşınımı (shear stress transport - SST) k- ω türbülans modelinin kullanımından dolayı meydana gelen belirsizlikleri hesaplamak için özuzay sarsınım yöntemi kullanılmıştır [32]. Şekil 1'de temsil edilen özuzay sarsınım yöntemi ile HAD analizinde kullanılan ve Eş. 16'da verilen Reynolds gerilme tensörünün özdeğer ve özvektör matrisleri değiştirilmektedir.

$$[R] = 2k \left(\frac{1}{3} [I] + [v][A][v]^T \right) \quad (16)$$

Eş. 16'daki $[I]$, ikinci dereceden birim tensörünü, $[v]$ ve $[A]$ ise, sırasıyla özvektör ve özdeğer matrislerini temsil etmektedir. Özdeğer ve özvektör matrisinin, belirsizlik hesaplamaları için değiştirilmesi ve hesaplamalara dahil edilmesi Mishra vd. [32] tarafından gerçekleştirilen çalışmada detaylı olarak anlatılmaktadır. Bu yüzden, tekrara girmek amacıyla, bu makalede detaylarına değinilmemiştir. Özdeğer ve özvektörler değiştirildikten sonra Eş. 16'da yer alan Reynolds gerilme tensörü yeniden hesaplanmaktadır. Hesaplanan Reynolds gerilme tensörü yardımıyla elde edilen türbülans ve taşınım akı değerleri kullanılarak analizlerde oluşabilecek belirsizliklerin dahil edildiği HAD analiz sonuçlarına ulaşılır.

2.5. Tümevarımsal Tasarım Araştırma Yöntemi (Inductive Design Exploration Method)

TTAY, sistem üst seviyesinden alt seviyeye doğru tasarım gereksinimlerini göz önünde bulundurularak tasarımdaki belirsizliklerin hesaplamalara dahil edilmesi ile gerçekleştirilen bir



Şekil 1. Model belirsizlik analizi akış şeması (The flowchart of the model uncertainty analysis)

sağlam optimizasyon yöntemidir [18]. Şekil 2’de gösterilen TTAY yönteminin çözüm prosedürü aşağıda özetlenmiştir.

- Tasarım uzayı, tasarım değişkenlerine göre oluşturulur.
- Çıktı değerleri, simülasyon modelleri yardımıyla hesaplanarak çıktı uzayı oluşturulur. Daha sonra girdi ve çıktı uzayı, bir veri tabanı şeklinde depolanır.
- Performans ve kısıtlama gereksinimleri belirlenir. Belirlenen gereksinim ve kısıtlamalara göre, Delaunay üçgenleme yöntemi yardımıyla, çıktı uzayı için sınırlar oluşturulur [33]. Oluşturulan sınırlar içinde kalan bölge, uygun bölge olarak adlandırılır.
- Her bir çıkış parametresi ve tasarım alternatifi için belirsizlikler hesaplamalara dahil edilerek Sağlamlık Kriteri (SK) değeri hesaplanır.

$$SK = \begin{cases} \min_i \frac{\|\bar{y} - b_{j,i}\|}{\Delta y_i} & , \bar{y} \text{ uygun bölgede ise} \\ -1 & , \bar{y} \text{ uygun bölgede değil ise} \end{cases} \quad (17)$$

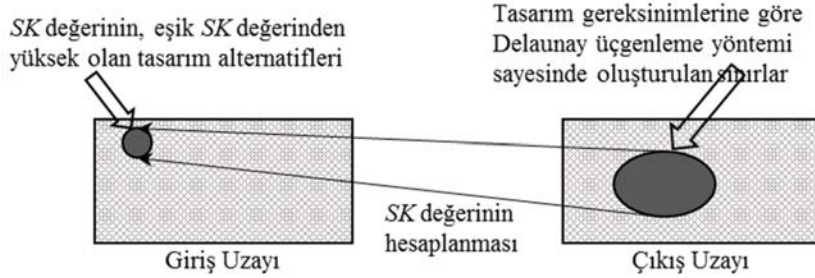
Eş. 17’deki i ve j indisleri çıktı sayısını, Δy_i tasarım uzayında bulunan çıktılarda ortalama değerinin belirsizliklerin dahil edildiği çıktı değerlerine olan uzaklığı, \bar{y} ifadesi çıktılarda ortalama değerini, $b_{j,i}$ ise sınır değerlerini temsil etmektedir. Sınır değerleri, performans ve kısıtlama gereksinimleri göz önünde bulundurularak, Delaunay üçgenleme yöntemi ile oluşturulur. Bu değerler ile $\|\bar{y} - b_{j,i}\|$ olarak verilen tasarım uzayında bulunan çıktılarda ortalama değeri ve sınırlar arasındaki uzaklığı hesaplanır. [33]. Her bir tasarım alternatifi için SK değeri, Eş. 17’deki bütün çıktı değerlerine göre hesaplanarak minimum değere sahip olacak şekilde belirlenmektedir.

- Her bir tasarım alternatifi için hesaplanan SK değeri, belirlenen SK eşik değerinden büyük ise ilgili tasarımın uygun sağlam tasarım olduğu kararı verilmektedir. Eşik SK değeri literatürde tavsiye edildiği gibi birim değer olarak kabul edilmiştir [19].

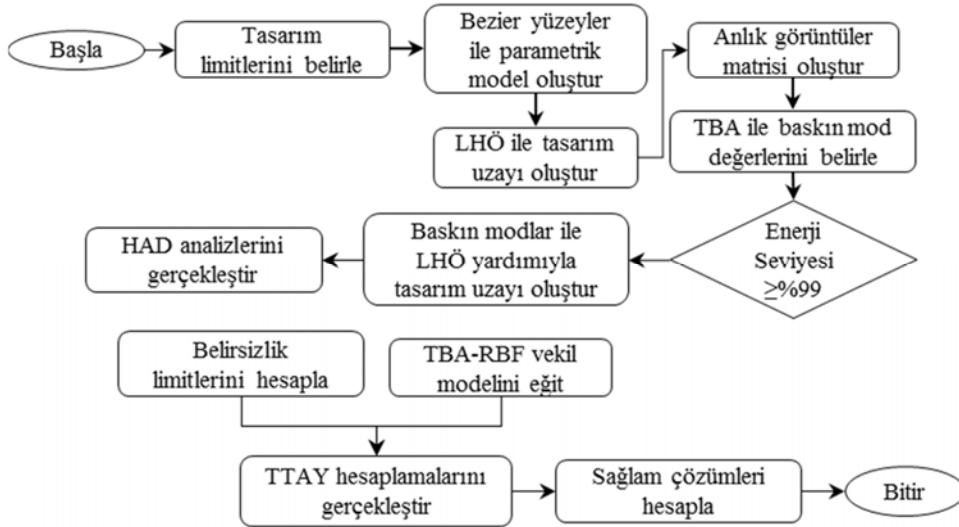
2.6. Önerilen TBA-RTF Tabanlı TTAY Altyapısı (Proposed POD-RBF based IDEM Framework)

Aerodinamik şekil optimizasyonu gibi karmaşık ve tasarım değişkeninin fazla olduğu problemlerde, TTAY yardımıyla gerçekleştirilen optimizasyon çalışmaları yüksek hesaplama maliyetlerine sahiptir. Bu yüzden Bölüm 2.2’de anlatılan TBA yöntemi sayesinde bir kanat geometrisini tanımlamak için gerekli olan değişken sayısının azaltılması hedeflenmiştir. Tasarım uzayında yer alan farklı tasarımların sayısını, HAD analizleri olmadan zenginleştirmek için ise Bölüm 2.3’te belirtilen TBA tabanlı RBF vekil model sayesinde giriş parametrelerine göre çıkış parametreleri arasında bir ilişki kurulmuştur. Bölüm 2.4’te belirtilen belirsizlikler de hesaplamalara dahil edilerek TTAY yardımıyla sağlam tasarımların elde edilmesi amaçlanmaktadır. Önerilen TBA-RBF tabanlı TTAY optimizasyon çalışması Şekil 3’te temsil edilmiş olup sıradaki adımlarda ilgili optimizasyon çerçevesinin ayrıntılarına değinilmiştir.

- İlk olarak, tasarım değişkenleri ve limitleri belirlenir. Bunlara göre kanat geometrisinin parametrik modeli Bölüm 2.1’de anlatılan Bezier yüzey modelleme tekniği ile oluşturulur.
- Tasarım uzayı oluşturmak için, değişken limitleri arasında örneklem değerleri bir deney tasarımı yöntemi ile oluşturulur. Bu



Şekil 2. TTAY prosedürünün şematik gösterimi (The schematic representation of the IDEM procedure)



Şekil 3. Önerilen TTAY sağlam optimizasyon akış şeması (The proposed IDEM robust optimization framework)

çalışmada, LHÖ deney tasarım yöntemi kullanılarak düzgün dağılım ile örneklem oluşturulmuştur. Örneklem sayısı ise, M tasarım değişkeni için literatürde önerilen $15 \times M$ olarak belirlenmiştir [34].

- Oluşturulan örneklemeleri içeren tasarım uzayı için kanat geometrileri, Bezier model ile oluşturulur. Bezier modelden elde edilen geometrinin tüm x , y ve z koordinatları ile Eş. 3 ile verilen anlık görüntüler matrisi oluşturulur. Tasarım değişkeni sayısını azaltmak için Bölüm 2.2'de açıklanan TBA yöntemi ile anlık görüntüler matrisinin toplam enerji seviyesinin %99'unu sağlayan baskın mod değerleri ve sayısı belirlenir. Baskın mod değerleri, TBA ile tüm LHÖ örneklem setleri için belirlendiğinden, baskın modların alt ve üst limitleri de TBA sonucu elde edilmiş olur. Baskın mod değerleri ile Eş. 10 kullanılarak anlık görüntüler matrisi tekrar oluşturulabilir.
- HAD analizleri yapılacak tasarım uzayı örneklemelerini oluşturmak için, önceki adımda belirlenen baskın modlar ve bu modların limitleri kullanılır. Bu sayede M tasarım değişkeni yerine, daha az olan N sayıdaki baskın modlar kullanılarak değişken sayısı azaltılmış olur. HAD analizleri yardımıyla sonuçların hesaplanacağı tasarım uzayı için baskın modların limitleri arasında $15 \times N$ sayıda örneklem sayısı kullanılarak yeni bir tasarım uzayı oluşturulur. Bu tasarım uzayındaki tüm örneklem noktalarında HAD analiz sonuçları elde edilir.
- HAD analizleri neticesinde elde edilen sonuçlarla, TBA tabanlı RBF vekil modeli eğitilir. Bu vekil modelde, baskın modlar girdi parametrelerini, HAD analiz sonuçları ise çıktı parametrelerini oluşturur.
- Girdi parametrelerine bağlı çıktı parametrelerinin ilişkisi TBA tabanlı RBF vekil model yardımıyla kurularak, tasarım uzayında yer alan noktaların sayısı artırılır.
- Performans ve kısıtlama gereksinimleri tanımlanarak, çıktı parametrelerin yer aldığı uzayda, Bölüm 2.5'te açıklanan TTAY algoritmasında Delaunay algoritması ile uygun bölgenin nereler olduğu hesaplanır.
- Her bir çıkış değişkeni için hesaplama modelinden gelen belirsizlikler, Bölüm 2.4'te anlatıldığı gibi hesaplanır.
- Belirsizlik analizinden elde edilen sonuçlar kullanılarak TTAY hesaplamaları ile sağlam çözümler elde edilerek sahip oldukları SK ve amaç fonksiyon değerlerine göre sıralanır.

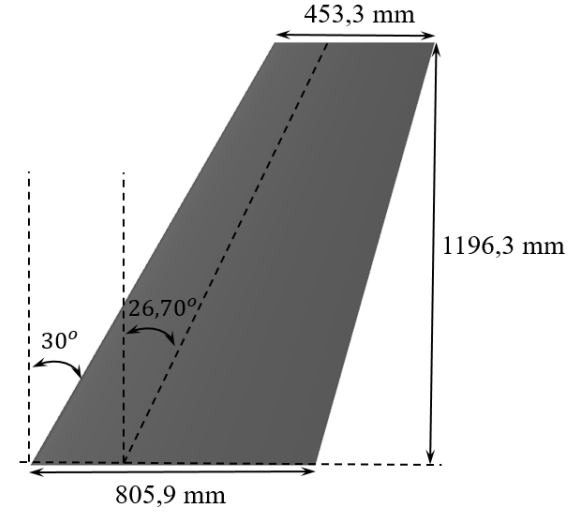
3. Sonuçlar ve Tartışmalar (Results and Discussions)

Bu bölümde, ONERA M6 kanat geometrisi için parametrik modellemenin gerçekleştirilmesi, tasarım değişken sayısının TBA yardımıyla azaltılması, HAD analizleri için gerekli olan hesaplama ağından bağımsızlık çalışmaları, TBA tabanlı RBF vekil modelinin doğruluğu ve TTAY ile elde edilen sağlam tasarım alternatifleri sonuçları ve değerlendirilmesi anlatılmaktadır.

3.1. ONERA M6 Kanadı Problem Tanımı (Problem Definition of ONERA M6 Wing)

Tasarımda kullanılan ONERA M6 kanadının dış boyutları ve açıları Şekil 4'te gösterilmiştir. Kanat alanı da $0,75 \text{ m}^2$ olarak sabit alınmıştır. Tasarımda değişken olarak kabul edilen geometrik özellikler ise,

kanat daralma oranı, kanat burkulma açısı, kanat açıklık oranı ve çeyrek veter geriye ok açısıdır. Bu sabit ve değişkenlerin değerlerine göre, Bölüm 2.1'de bahsedilen Bezier yüzey tekniği ile kanadın parametrik modellemesi oluşturulmuştur. Bezier kontrol noktalarının x , y ve z koordinatlarından sadece z koordinatları tasarım değişkeni olarak alınmıştır; çünkü x ve y koordinatları sabit dış boyutlar ve diğer tasarım değişkenleri ile belirlenebilmektedir. Aerodinamik şekil optimizasyonu kapsamında oluşturulacak tasarım uzayının limitleri ve tasarım değişkenlerinin başlangıç değerleri literatür araştırması neticesinde kararlaştırılmış olup Tablo 1'de listelenmiştir [35-37]. Belirlenen başlangıç, alt ve üst limit değerleriyle kanat geometrileri oluşturularak uygunluğu incelenmiştir. Şekil 5'te, başlangıç değerleri ile oluşturulan kanat geometrisi gösterilmiştir.



Şekil 4. ONERA M6 kanat geometrisi (ONERA M6 wing geometry)

Kanat yüzeyleri, yalnızca kök ve uç bölgede değiştiği için kanat uzunluğu boyunca birinci dereceden Bezier yüzey yardımıyla parametrik hale getirilmiştir. Kanat profilleri ise üst ve alt eğri olmak üzere iki parçadan oluşturulmuştur. Her bir eğri, profil detaylarını modelleyebilmek için, beşinci dereceden Bezier yöntemi kullanılarak parametrik hale getirilmiştir [4]. Şekil 5a'da gösterildiği gibi beşinci dereceden eğrilerin her biri 6 kontrol noktasına sahiptir. Ortak olan başlangıç ve bitiş noktalarının koordinatları sabit alınıp, sadece içeride kalan dörder adet kontrol noktasının z koordinatları tasarım değişkeni olarak tanımlanmıştır. Kanat kök ve uç profillerinde dört adet profil eğrisinden toplamda 16 adet kontrol noktasına ait z koordinatları tasarım değişkeni olarak tanımlanmıştır. Böylece, Tablo 1'de belirtilen dört adet üç boyutlu kanat tasarım değişkeni ve 16 Bezier noktası ile parametrik kanat geometrisi için toplamda 20 adet tasarım değişkeni mevcuttur.

3.2. TBA Yöntemi ile Değişken Sayısının Azaltılması (Number of Design Variable Reduction using POD Method)

Bölüm 2.5'te anlatılan önerilen tasarım yöntemini kullanmak için öncelikle Bölüm 2.1'de verilen TBA yöntemi ile tasarım değişkeni

Tablo 1. Tasarım değişkenlerinin limitleri (Limits of the design variables)

Kanat Tasarım Değişkenleri	Alt Limit	Başlangıç Değeri	Üst Limit
Kanat Daralma Oranı	0,49	0,56	0,60
Kanat Burkulma Açısı (derece)	-8,00	0,00	0,00
Kanat Açıklık Oranı	3,30	3,80	4,15
Çeyrek Veter Geriye Ok Açısı (derece)	22,50	26,70	32,50
Bezier kontrol noktaları düşey eksen (16 adet)	0,8z	z	1,2z

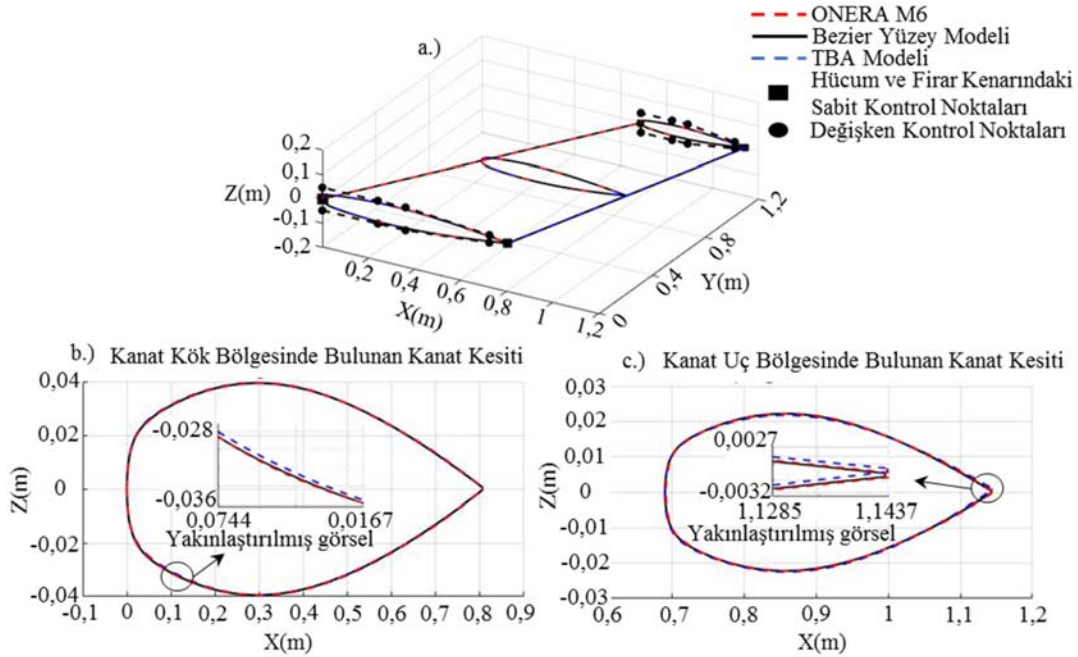
sayısı azaltılmıştır. Bu amaçla, ilk olarak, her bir tasarım değişkeni için, Tablo 1’de yer alan tasarım limitleri arasında, LHÖ yardımıyla düzgün dağılım ile 15 farklı örneklem oluşturulmuştur. 20 adet tasarım değişkeni için 15 örneklemeden, toplamda 300 adet farklı geometri oluşturulmuştur. Her bir geometriyi detaylı tanımlamak için, Eş. 1 ve Eş. 2 ile oluşturulan Bezier yüzey modelinde her yönde (u ve w) 100 aralıkta noktaların kartezyen koordinatlarda x , y ve z konumları oluşturulmuştur. Bu koordinatlar kullanılarak Eş. 3 ile verilen anlık görüntüler matrisi tanımlanmıştır. Bu matris ile TBA yönteminde Eş. 4’ten 7’ye takip edilerek veri setinin özdeğer matrisi hesaplanmıştır. Eş. 9 kullanılarak veri setinin toplam seviyesinin %99’unu sağlayacak dört adet baskın mod olduğu belirlenmiştir. Bu dört mod kullanılarak Eş. 10 ile elde edilen yeni anlık görüntüler matrisi ile oluşan kanat geometrisi (TBA modeli) ve 20 adet tasarım değişkeni ile oluşturulan esas kanat geometrisi karşılaştırma amacıyla Şekil 5’te gösterilmiştir. Üç boyutlu kanat geometrisinin kıyaslaması Şekil 5a’da, geometriler arasındaki farklılıkları daha net bir şekilde göstermek için ise kanat kök ve uç bölgesindeki kesit geometrileri Şekil 5b ve Şekil 5c’de gösterilmektedir. Tüm geometrideki en büyük hata %0,15 olarak görülmüştür.

Şekil 5’ten açık bir şekilde görüldüğü üzere TBA ile hesaplanan dört adet baskın mod ile oluşturulmuş indirgenmiş model ve 20 adet tasarım değişkeni ile oluşturulmuş esas ONERA M6 geometrisi birbirine ayırt edilemeyecek kadar yakın elde edilmiştir. Böylece, aerodinamik şekil optimizasyonu için oluşturulacak kanat geometrilerinin TBA tarafından hesaplanan baskın modlar yardımıyla oluşturulabileceği görülmüştür.

TBA kullanıldığında, LHÖ ile alınan her bir örneklem seti için baskın modlar elde edilmektedir. Bu sebeple, baskın modların alt ve üst limitlerini içeren örneklem setleri de belirlenebilmektedir. Baskın modlar için belirlenen alt ve üst limitler ile başlangıç değerleri Tablo 2’de listelenmiştir. Bu sayede, kanat geometrisi, Tablo 1’de limitleri verilen 20 tasarım değişkeni yerine, belirlenen dört adet baskın mod ve bu modların Tablo 2’de yer alan limitleri ile ifade edilebilmektedir. Bu baskın modlar yardımıyla, kanat geometrisi tekrardan parametrik hale getirilerek aerodinamik şekil optimizasyonu için gerekli olan tasarım uzayı oluşturulmuştur.

3.3. Hesaplama Ağından Bağımsızlık Çalışmaları (Computational Grid Independency Study)

Aerodinamik şekil optimizasyonunun gerçekleştirileceği uçuş koşullarına göre tasarım hedeflerinin hesaplanması için HAD analizlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Tasarım uzayı için gerekli olan HAD analizlerine başlamadan önce hesaplama ağında bağımsızlık analizleri gerçekleştirilmiştir. Uçuş koşulları, transonik akış rejimlerinde karşılaşılan en büyük sıkıntılardan birisi olan sürüklenme iraksama problemi göz önünde bulundurularak seçilmiştir. Bu yüzden sağlam optimizasyon problemlerinde uçuş koşullarındaki belirsizlikleri de hesaplama dahil etmek için tek bir uçuş koşulundan ziyade belirli bir uçuş koşulu aralığında optimizasyon çalışması gerçekleştirilmelidir. Bütün bu hususlar göz önüne alındığında optimizasyon çalışması, Tablo 3’te gösterilen iki farklı Mach sayısında taşıma katsayısının sabit olduğu ($C_L = 0,26$) durum için gerçekleştirilmiştir [32]. Çalışılan Reynolds sayıları ise 0,8 Mach



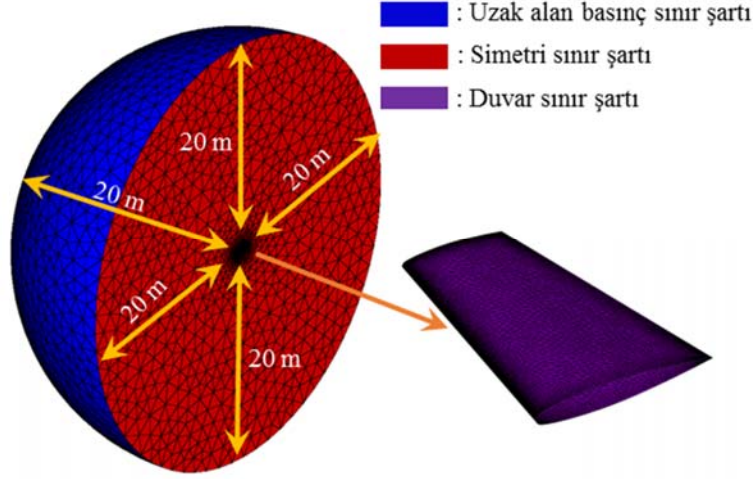
Şekil 5. ONERA M6, Bezier yüzey ve TBA modelinin geometrik kıyaslaması (a) Üç boyutlu gösterim (b) Kanat kök bölgesi detaylı gösterim (c) Kanat uç bölgesi detaylı gösterim (Geometric comparison of the ONERA M6, Bezier surface and POD model (a) 3-D view (b) Detailed view of wing root section (c) Detailed view of wing tip section)

Tablo 2. Baskın modlarla oluşturulan tasarım uzay limitleri (Design limits for the design space constructed by the dominated modes)

Kanat Tasarım Değişkenleri	Alt Limit	Başlangıç Değeri	Üst Limit
Mod-1	-0,431	-0,068	0,444
Mod-2	-0,258	-0,009	0,286
Mod-3	-0,046	0,010	0,043
Mod-4	-0,044	-0,034	0,046

koşulu için 11,7 milyon, 0,9 Mach koşulu için ise 13,2 milyondur. HAD analizlerinde güvenilir bir açık kaynak HAD çözücüsü olan SU2 programından faydalanılmıştır. Zamandan bağımsız analizler, Tablo 3'te belirtilen koşullar için gerçekleştirilmiştir. Analizlerde, sürekli koşullar ve geniş bir akış rejimi için uygun olan JST (Jameson-Schmidt-Turkel) taşınım akı ayrıklaştırma yöntemi tercih edilmiştir [39]. SST $k-\omega$ türbülans modeli de hesaplamalara dahil edilerek türbülans modellemesi gerçekleştirilmiştir. Analizlerde kullanılan sınır koşulları ve hesaplama ağının çalışma bölgesinin sınırları, Şekil 6'da temsil edilmektedir. Kanat yüzeyi için kaymayan duvar sınır şartı, serbest akım bölgesinde uzak alan basınç sınır şartı ve simetri

koşulları kullanılmıştır. Hesaplama sınırları olarak ise bütün yönlerde kanat veter uzunluğunun 20 katı olacak şekilde küresel bir çalışma alanı oluşturulmuştur. Analizlerin yakınsaması, belirlenen iki kıstas yardımıyla tayin edilmiştir. İlk kıstas olarak sürüklenme katsayısının değişimi, son 100 iterasyonda 10^{-4} değerinden küçük olması şeklindedir. İkinci kıstas olarak ise kalıntı değerlerinin 10^{-4} değerinden küçük olması şeklindedir. Bütün analizlerde bu iki kıstasın, iterasyon sayısından bağımsız olması için de 5000 iterasyonda analizler sonlandırılmıştır. Hesaplama ağından bağımsızlık çalışmaları, Tablo 4'te belirtilen ve Şekil 7'de gösterilen dört farklı hesaplama ağı için gerçekleştirilmiştir. Hesaplama ağında



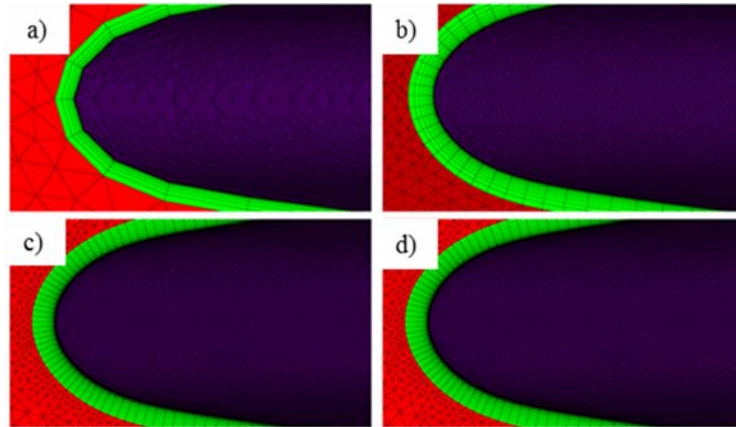
Şekil 6. Çalışma bölgesinin sınırları ve kullanılan sınır şartları (Computational domain and boundary conditions)

Tablo 3. Analiz koşulları (Analysis conditions)

Akış koşulu	Tasarım Hedefi
$C_L=0,26$ koşulunda 0,8 ve 0,9 Mach aralığında	Sürüklenme katsayısının minimize edilmesi

Tablo 4. Tasarım uzayını oluşturmak için gerekli olan çözüm süresi ve hesaplama ağı özellikleri (Grid and computational time requirements for design space generation)

Hesaplama Ağı	İlk sınır tabaka yüksekliği (mm)	Sınır tabakada yer alan katman sayısı	Toplam eleman sayısı	Tasarım uzayının oluşturulması için gerekli olan hesaplama süresi
Hesaplama Ağı-1	0,001	20	326714	40 h
Hesaplama Ağı-2	0,00075	30	1519350	125 h
Hesaplama Ağı-3	0,000375	56	10304211	981 h
Hesaplama Ağı-4	0,0001	75	15569201	1869 h



Şekil 7. Ağıdan bağımsızlık çalışması için kullanılan hesaplama ağları (a) Hesaplama ağı-1 (b) Hesaplama ağı-2 (c) Hesaplama ağı-3 (d) Hesaplama ağı-4
(Computational grids for grid independency study (a) Computational grid-1 (b) Computational grid-2 (c) Computational grid-3 (d) Computational grid-4)

iki tip eleman kullanılmıştır. Sınır tabaka bölgesinde prizmatik elemanlar, sınır tabakanın dışında kalan bölgeler ve kanat yüzeyi için üçgenel elemanlar tercih edilmiştir. Hesaplama ağında yer alan maksimum en-boy oranları ve çarpıklık değerleri sırasıyla 8 ve 0,81 şeklindedir. Tablo 4'te belirtilen ilk sınır tabaka yükseklikleri ise $y^+ < l$ olacak şekilde hesaplanmıştır.

Şekil 7'de gösterilen hesaplama ağları ile Tablo 3'te belirtilen koşullar kullanılarak HAD analizleri gerçekleştirilmiştir. Analizler neticesinde elde edilen sürüklenme katsayıları (C_D), karşılaştırmak amacıyla Şekil 8'de gösterilmiştir. En yoğun ağ örgüsüne sahip olan hesaplama ağı-4 sonuçlarına göre bağıl farklar da Şekil 8 üzerinde gösterilmiştir. En fazla farka sahip olan durumun hesaplama ağı-1 olduğu görülmüştür. Hesaplama ağı-2'den itibaren %1'den daha az farklar elde edildiği için, tasarım uzayındaki HAD analizlerinde hesaplama ağı-2 özelliklerinin kullanılması uygun görülmüştür.

Şekil 8'de gerçekleştirilen hesaplamalara ek olarak Roache [39] tarafından önerilen ağ yakınsama indeksi (grid convergence index - GCI) yöntemi kullanılarak hesaplama ağı-2'nin çalışmalar için uygun olup olmadığı değerlendirilmiştir. İlk olarak hesaplama ağının boyutunu tanımlayan q değişkeni, Eş. 18'deki gibi ifade edilmektedir.

$$q = \frac{\ln\left(\frac{f_1 - f_2}{f_2 - f_3}\right)}{\ln(r)} \quad (18)$$

Eş. 18'de yer alan f_1, f_2, f_3 değişkenleri, Şekil 8'de gösterilen hesaplama ağları için elde edilen sürüklenme katsayısı değerleridir. Eş. 18 yardımıyla q değişkeni hesaplandıktan sonra GCI değerleri Eş. 19 ve Eş. 20 yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$$GCI_{1,2} = \frac{F_s \left| \frac{f_2 - f_1}{f_2} \right|}{r^{q-1}} \times 100 \quad (19)$$

$$GCI_{2,3} = \frac{F_s \left| \frac{f_3 - f_2}{f_3} \right|}{r^{q-1}} \times 100 \quad (20)$$

Eş. 19 ve Eş. 20'de yer alan F_s değeri güvenlik faktörü olarak temsil edilmekte olup, 1,25 olarak kullanılmıştır. GCI hesaplamaları için ise

r değişkeni sıklıklaştırma oranı olarak belirlenmekte olup 1,75 ile 5 arasında hesaplama ağına göre değişkenlik göstermektedir [40]. Daha sonra Eş. 21 kullanılarak hesaplama ağının uygun olup olmadığı değerlendirilmektedir.

$$\frac{GCI_{1,2}}{r^q \cdot GCI_{2,3}} \sim 1 \quad (21)$$

Hesaplama ağı-1, 2 ve 3 için Eş. 18'den Eş. 21'e kadar olan formüller kullanılarak 0,8 ve 0,9 Mach sayısı için Eş. 21'den çıkan değerler, sırasıyla 0,995 ve 1,006 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler 1'e yakın olduğundan, hesaplama ağı-2'nin HAD analizleri için uygun olduğu değerlendirilmiştir [40].

3.4. TBA Tabanlı RBF Yöntemi

(Response Surface Modeling by POD based RBF)

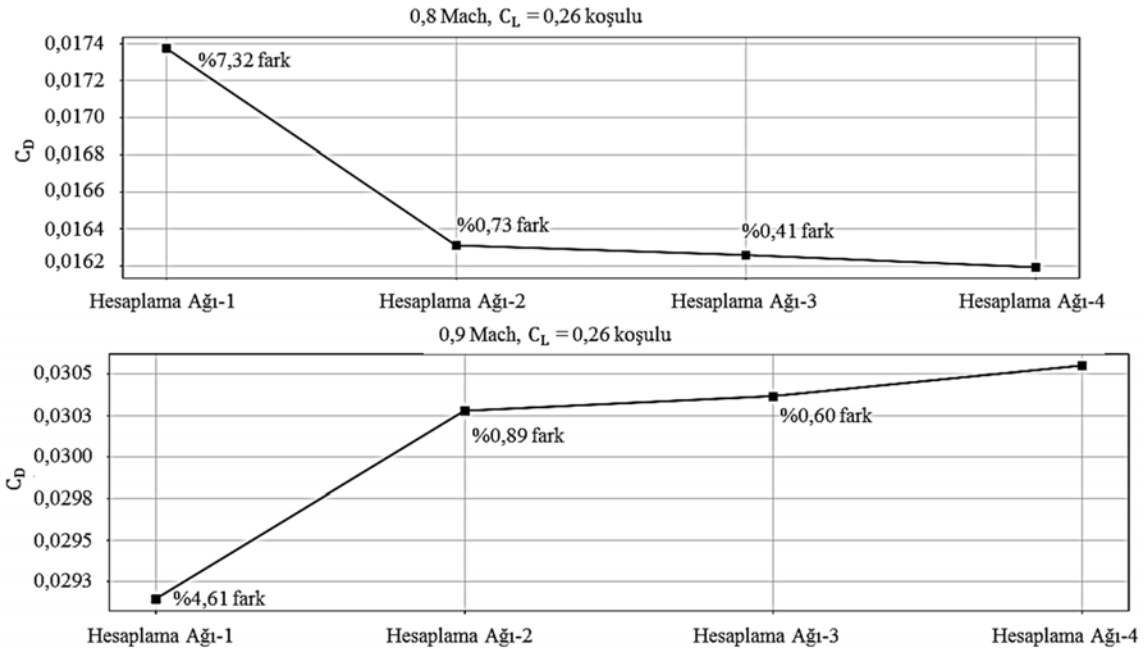
Bu çalışmada Bölüm 2.3'te bahsedilen TBA tabanlı RBF yönteminin verimliliği değerlendirilmiştir. Tasarım uzayında oluşturulan her bir veri noktası için akış analizleri gerçekleştirilerek sonuçlar elde edilmiştir. Tasarım uzayı ve karşılık gelen sonuçlar, eğitim veri seti şeklinde kullanılarak TBA tabanlı RBF veki model eğitilmiştir. Bu veri setinin %90'ı eğitim için %10'u ise doğrulama için kullanılmıştır. Doğrulama amacıyla, HAD analiz sonuçları ile TBA tabanlı RBF yönteminin tahmin sonuçları Tablo 5'te kıyaslanmıştır. Eş. 15'te, Bölüm 2.3'te belirtilen farklı temel fonksiyonlar kullanılarak eğitilen RBF model sonuçları da Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5'te görüleceği üzere en az hataya sahip yöntemler, birden fazla ikinci derece eğri, birden fazla ikinci derece ters eğri, ince tabaka eğri ve Gaussian olarak elde edilmiştir. Çalışma neticesinde birden fazla ikinci derece ters eğri yöntemi ile veri tahminleri gerçekleştirilmiştir [26].

3.5. Model Belirsizlik Hesaplamaları

(Model Uncertainty Calculations)

Bu çalışmada Bölüm 2.4'te anlatılan özuzay sarsınım yöntemi, model belirsizlik hesaplamaları için kullanılmıştır. Bu çalışmada, Eş. 16'da verilen Reynolds gerilme tensörünün üç özdeğeri ve iki özvektörü için



Şekil 8. Sürüklenme katsayısının hesaplama ağlarına göre değişimi (Change of drag coefficient with the computational grids)

olmak üzere toplamda beş adet belirsizlik analizi gerçekleştirilerek belirsizliklerin dahil edilmediği sonuçlarla kıyaslanıp belirsizlik sınırları çıkartılarak Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6'dan görüleceği üzere 0,8 Mach akış koşulunda belirsizliklerin dahil edilmediği durumda 0,0163 çıkan sürükleme katsayısı değeri, belirsizliklerin dahil edildiği durumda 0,0142 ile 0,0185 arasında değişkenlik göstermektedir. Benzer şekilde 0,9 Mach akış koşulunda belirsizliklerin dahil edilmediği durumda 0,0302 çıkan sürükleme katsayısı değeri, belirsizliklerin dahil edildiği durumda 0,0287 ile 0,0317 arasında değişkenlik göstermektedir. Sağlam optimizasyon hesaplamalarına Tablo 6'da verilen belirsizlik değerleri dahil edilmiştir.

3.6. Kanat Tasarımı için TTAY Uygulaması (Application of IDEM for Wing Design)

Bu çalışmada açık kaynak bir TTAY kodu olan pyDEM [33], Bölüm 2.4'te anlatılan TBA-RBF ve Bölüm 2.5'te bahsedilen giriş ve model belirsizlik kabiliyetleri kazandırılarak sağlam tasarım alternatifleri elde edilmiştir.

3.6.1. ONERA M6 sağlam optimizasyon sonuçları (Results of Robust Optimization for ONERA M6)

Bölüm 3.2'de hesaplanan dört adet baskın mod kullanılarak ONERA M6 kanat modelinin indirgenmiş modeli oluşturulmuştur. Bu baskın modlar yardımıyla Tablo 2'deki sınırlar göz önünde bulundurularak bir tasarım uzayı oluşturulmuştur. Optimizasyon çalışması, Tablo 7'de özetlenmiştir.

Tablo 7 incelenecek olursa kısıtlama olarak taşıma katsayısı (C_L) 0,26 değerinde sabit, 0,8 ve 0,9 koşulunda elde edilen sürükleme katsayıları (C_D) başlangıç tasarımından küçük olacak şekilde

tanımlanmıştır. Bölüm 3.4'te hesaplanan model belirsizlikleri ve giriş değişkeni olan Mach sayısındaki belirsizlikler hesaplamalara dahil edilmiştir. Çıktı olarak ise Eş. 22'de verilen çok amaçlı bir fonksiyonun minimize edilmesi belirlenmiştir. 0,8 Mach ve 0,9 Mach koşulunda elde edilen sürükleme değerlerinin amaç fonksiyonu üzerindeki ağırlıkları eşit kabul edilmiştir.

$$Z = w_1 C_{D_{0,8 \text{ Mach}}} + w_2 C_{D_{0,9 \text{ Mach}}}, w_1, w_2 = 0,5 \quad (22)$$

Bölüm 3.3'te bahsedilen TBA tabanlı RBF yardımıyla sınırları Tablo 2'de belirtilen tasarım uzayı için ilave 5000 adet nokta oluşturulup, bu noktalar için sonuçlar tahmin edilmiştir. Daha sonra Tablo 7'de bahsi geçen belirsizlikler ve kısıtlamalar göz önüne alınarak TTAY ortamında sağlam optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon çalışması neticesinde toplamda 1105 adet sağlam tasarım alternatifi elde edilmiştir. Sağlam tasarım alternatiflerin içerisinde yer alan en yüksek sağlamlık seviyesine sahip tasarım ve en düşük amaç fonksiyon değerine sahip tasarım alternatifleri Şekil 9'da gösterilmiştir. Elde edilen sağlam tasarımların kanat özellikleri ise Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8'de yer alan sağlam çözüm-1, tasarım uzayında yer alan en yüksek sağlamlık seviyesine sahip tasarımı, sağlam çözüm-2 ise en düşük amaç fonksiyon değerine sahip tasarımı temsil etmektedir. Tablo 8 incelenecek olursa, her iki sağlam tasarım için de amaç fonksiyonu değerlerinin başlangıç tasarımından küçük olduğu gözlemlenmiştir. Sağlam çözüm-1 isimli tasarımın kanat özellikleri Şekil 9b ve Tablo 8'de gösterilmektedir. Kanat daralma oranı, kanat açıklık oranı, çeyrek veter geriye ok açısı ve kanat burkulma açısı sırasıyla 0,50, 4,20, 30,02 ve -7,23 şeklindedir. Sağlam çözüm-2 isimli tasarımın kanat özellikleri ise Şekil 9c ve Tablo 8'de gösterilmektedir. Kanat daralma oranı, kanat açıklık oranı, çeyrek veter geriye ok açısı ve kanat burkulma açısı sırasıyla 0,58, 3,56, 31,80 ve -6,14 şeklindedir. İki tasarım kıyaslanacak olursa sağlam

Tablo 5. Farklı RBF yöntemlerinin ortalama mutlak hata ve maksimum düzeltilmiş R-kare değerlerinin kıyaslanması
(Comparison of adjusted R-square and absolute average error for different RBF methods)

RBF Temel fonksiyonu	Ortalama Mutlak Hata	Maksimum Düzeltilmiş R-Kare
Lineer	% 5,34	0,90
Kübik	% 5,34	0,90
İkinci derece eğri	% 9,27	0,94
Birden fazla ikinci derece eğri	% 1,93	0,98
Birden fazla ikinci derece ters eğri	% 1,93	0,98
İnce Tabaka Eğri	% 1,93	0,98
Gaussian	% 1,93	0,98
CP-C0	% 1,93	0,98
CP-C2	% 5,34	0,90
CP-C4	% 16,34	0,92
CP-C6	% 7,18	0,91

Tablo 6. Belirsizliğin dahil edildiği ve edilmediği çözümler arasındaki model belirsizlik limitleri
(Uncertainty limits between the perturbed and unperturbed solutions)

Belirsizlik sınırları	0,8 Mach koşulu C_D değerleri	0,9 Mach koşulu C_D değerleri
Belirsizlik dahil edildiği HAD analizlerinin alt sınırı	0,0142	0,0287
Belirsizliklerin dahil olmadığı HAD analiz sonuçları	0,0163	0,0302
Belirsizlik dahil edildiği HAD analizlerinin üst sınırı	0,0185	0,0317

Tablo 7. Sağlam optimizasyon çalışmasının matematiksel ifadesi (Mathematical form of robust optimization)

Tasarım uzayı: TBA hesaplamalarından elde edilen baskın modlar, tasarım değişkeni olarak tanımlanmıştır.
Çıktı: Optimum baskın modlar ile oluşturulan sağlam kanat tasarım alternatifleri
Kısıtlamalar: $C_L = 0,26$, 0,8 Mach koşulu için C_D değeri $< 0,0163$, 0,9 Mach koşulu için C_D değeri $< 0,0302$
Belirsizlikler: Giriş değişkenlerindeki belirsizlik: Mach sayısı 0,8 ile 0,9 arasında değişkenlik göstermektedir.
Model belirsizliği: 0,8 Mach koşulu için C_D değeri = [0,0142-0,0185], 0,9 Mach koşulu için C_D değeri = [0,0287-0,0317]

çözüm-1'in sahip olduğu kanat daralma oranı, çeyrek veter geriye ok ve kanat burkulma açısı sağlam çözüm-2'ye göre daha düşük olduğu gözlemlenmiştir. Yalnızca kanat açıklık oranının daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Elde edilen sağlam çözümlerin kanat kesit kıyaslaması Şekil 10'da gösterilmektedir. Şekil 10a'da görüldüğü üzere sağlam çözümlerin kanat kök kesitleri birbirine çok fazla yakınlık göstermektedir. Başlangıç kanat kök kesitine göre de kanat kalınlığının azaldığı gözlemlenmiştir. Şekil 10b incelenecek olursa sağlam çözüm-2'nin başlangıç kanat uç kesitine göre daha düşük kalınlığa sahip olduğu gözlemlenmiştir. Sağlam çözüm-1 için ise, başlangıç kanat uç kesitine büyük ölçüde yakınlık gösterdiği gözlemlenmiştir.

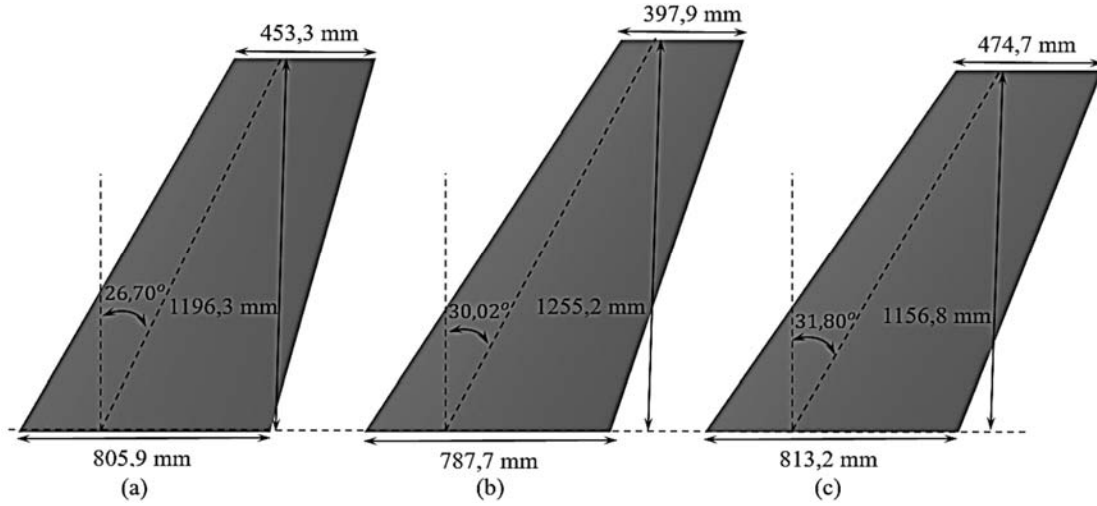
Amaç fonksiyonları kıyaslanacak olursa sağlam çözüm-1 tasarımının amaç fonksiyon değeri, 0,0213 iken sağlam çözüm-2 tasarımının amaç fonksiyon değeri 0,0206 şeklinde elde edilmiştir. Fakat bu iki tasarım için sağlamlık değeri kıyaslandığı zaman sağlam çözüm-1 tasarımının SK değeri 1,90 şeklinde elde edilirken sağlam çözüm-1

tasarımı için 1,34 şeklinde elde edilmiştir. Hesaplamalar neticesinde tasarımcı 0,007 amaç fonksiyon değeri kadar feragat etmesi halinde daha yüksek sağlamlık seviyesine sahip tasarım ile ilerleyebilir.

3.6.2. Sağlam tasarım alternatiflerinin doğrulanması (Validation of the robust design solutions)

Analizler neticesinde tahmin edilen tasarımların doğruluk seviyesi, hesaplanan sağlam tasarımlar için gerçekleştirilen HAD analizleri ile incelenmiştir. Elde edilen analiz sonuçları ve hata oranları Tablo 9'da verilmiştir.

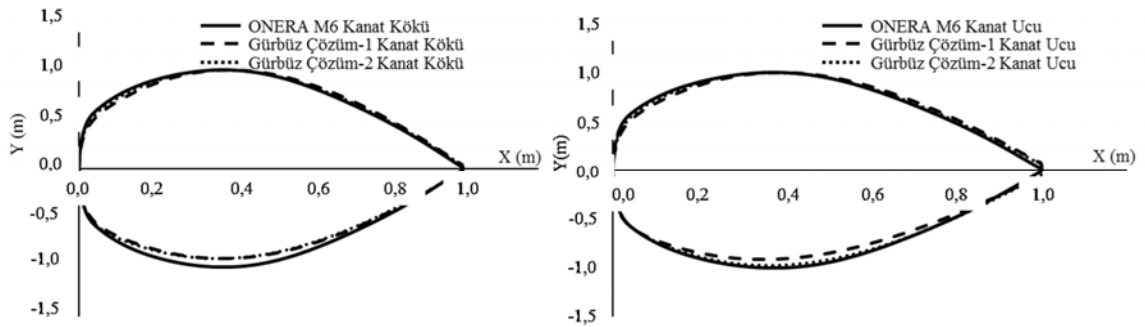
Doğrulama kapsamında gerçekleştirilen HAD analizleri neticesinde maksimum hata oranının %2,27 olduğu ve sağlam çözüm-1 tasarımı için elde edildiği gözlemlenmiştir. Sağlam çözüm-2 için ise maksimum hata oranının %1,90 olduğu gözlemlenmiştir. Amaç fonksiyon değerleri arasındaki fark ise sağlam çözüm-1 için %2,08 olup sağlam çözüm-2 için ise %1,63'lük bir fark Tablo 9'da gözlemlenmiştir. Hata değerlerinin %2 gibi düşük bir seviyede



Şekil 9. Sağlam çözüm alternatifleri (a) ONERA M6 (b) En yüksek sağlamlık seviyesine sahip tasarım çözümü (c) En düşük amaç fonksiyon değerine sahip tasarım çözümü (Robust solution alternatives (a) ONERA M6 (b) the design alternative with the highest robustness level (c) the design alternative with the lowest objective function value)

Tablo 8 Sağlam tasarım alternatiflerinin geometrik özellikleri (Geometric properties of the robust design alternatives)

Konfigürasyon	Kanat Daralma Oranı	Kanat Burkulma Açısı (derece)	Kanat Açıklık Oranı	Çeyrek Veter Geriye Ok Açısı (derece)	Amaç Fonksiyon Değeri	SK
ONERA M6	0,56	0,00	3,80	26,70	0,0232	-
Sağlam Çözüm-1	0,50	-7,23	4,20	30,02	0,0213	1,90
Sağlam Çözüm-2	0,58	-6,14	3,56	31,80	0,0206	1,34



Şekil 10. Sağlam çözüm alternatiflerinin kanat kesitleri (a) Kanat kök kesiti (b) Kanat uç kesiti (Airfoil of the robust solution alternatives (a) Wing root airfoil (b) Wing tip airfoil)

Tablo 9. Tahmin edilen sonuçlar ile HAD analiz sonuçlarının kıyaslanması (Comparison of estimated and CFD analyses results)

Tasarım alternatifi	Ortalama mutlak hata (0,8 Mach koşulu)	Ortalama mutlak hata (0,9 Mach koşulu)
Sağlam çözüm-1	1,69	2,27
Sağlam çözüm-2	1,90	1,48

olması, önerilen yöntemin etkili şekilde tasarım sonuçlarını tahmin edebildiğini göstermektedir.

4. Singeler (Symbols)

C_D	: Sürüklenme katsayısı
C_L	: Taşıma katsayısı
DORTE	: Düzgün olmayan rasyonel temelli eğri
HAD	: Hesaplamalı akışkanlar dinamiği
LHÖ	: Latin hiperküp örnekleme
RONs	: Reynolds ortalama Navier-Stokes
RBF	: Radyal fonksiyon
SST	: Menter'in kayma gerilmesi taşınımı
TBA	: Temel bileşenler analizi
TDC	: Tekil ayrıklaştırma çözümü
TTAY	: Tümevarımsal tasarım araştırma yöntemi

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, bir sağlam optimizasyon yöntemi olan TTAY'nin yüksek sayıda değişkene sahip olan bir kanat optimizasyon çalışması için TBA yöntemi entegre edilerek verimli bir şekil optimizasyon yöntemi sunulmuştur. Çalışmada, TBA yönteminin iki farklı amaçla kullanılabileceği gösterilmiştir. İlk olarak TTAY kabiliyetlerini etkin bir şekilde kullanabilmek için geometri tasarım değişken sayısı, TBA ile indirgenmiştir. ONERA M6 kanat geometrisi üzerinden çalışılan örnek uygulamada, 20 adet tasarım değişkenine sahip parametrik model, TBA ile sistemin baskın modları çıkartılarak dört adet tasarım değişkenine indirgenmiştir. İkinci olarak tasarım uzayını zenginleştirmek için TBA kabiliyetleri kullanılarak RBF vekil modeli oluşturulmuştur. Bu sayede tasarım uzayında bilinmeyen 5000 ayrı tasarım noktasının sonuçları, TBA tabanlı RBF vekil modeli ile tahmin edilebilmiştir.

Hem uçuş koşulundaki belirsizlikleri hem de HAD analizlerinden meydana gelen belirsizlikleri hesaplamalara dahil etmek için uçuş koşulu olarak sabit taşıma katsayısında 0,8 ve 0,9 Mach sayısı aralığında özuzay sarsınım yöntemi kullanılarak belirsizlik hesaplamaları gerçekleştirilmiştir. Analizler neticesinde, sürüklenme katsayısı üzerinde oluşan belirsizlik limitleri hesaplanmıştır. Daha sonra TTAY hesaplamaları yardımıyla tasarım kistaslarını sağlayan sağlam tasarımlar elde edilmiştir. Daha sonra en düşük amaç fonksiyon değerine ve en yüksek sağlamlık seviyesine sahip sağlam tasarım alternatifleri başlangıç tasarımı ile kıyaslanmıştır. Değerlendirmeler neticesinde tasarımcı eğer yüksek sağlamlık seviyesine sahip tasarım alternatifi ile ilerlemek isterse bir miktar amaç fonksiyon değerinden feragat etmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde düşük amaç fonksiyon değerine sahip bir sağlam tasarım alternatifi ile ilerlemek istenirse de bir miktar sağlamlık seviyesinden feragat etmesi gerektiği ortaya çıkmıştır.

Önerilen yöntem ile elde edilen tasarımlar için HAD analizleri ile tahmin edilen sonuçlar karşılaştırılarak, sonuçlar arasında kabul edilebilir seviyede farklılıkların olduğu gözlemlenmiştir. Sonuç olarak TTAY algoritmasının aerodinamik alanda bir sağlam optimizasyon çalışması için TBA yardımıyla tasarım değişken sayısını azaltarak uygulanabileceği ve tasarım kistaslarını sağlayan sağlam tasarımların hesaplanabileceği gözlemlenmiştir. İlerleyen çalışmalarda ise bu yöntemin çok disiplinli aeroelastik bir problemde

uygulanabilirliğinin sorgulanması kanat tasarım çalışmaları için faydalı olacaktır.

Kaynaklar (References)

1. Yu Y., Lyu Z., Xu Z., Martins J.R.R.A., On the influence of optimization algorithm and initial design on wing aerodynamic shape optimization, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 75, 183-199, 2018.
2. Kenway G.K.W., Mader C.A., He P., Martins J.R.R.A., Effective adjoint approaches for computational fluid Dynamics, *Prog. Aerosp. Sci.* 110, 2019.
3. Bird G.D., Gorrell S.E., Salmon J.L., Dimensionality-reduction-based surrogate models for real-time design space exploration of a jet engine compressor blade, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 118, 2021.
4. Amrit, A. and Leifsson L., Koziel S., Multi-fidelity aerodynamic design trade-off exploration using point-by-point Pareto set identification, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 79, 399-412, 2018.
5. Li J., Zhang M., Data-based approach for wing shape design optimization, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 112, 2021.
6. Sripawadkul V., Padulo M., Guenov M., A Comparison of airfoil shape parametrization techniques for early design optimization, *AIAA/ISSMO Multidisc. Anal. Optim. Conf.*, 13-15 Eylül, 2010.
7. Du X., He P., Martins J.R.R.A., Rapid airfoil design optimization via neural networks-based parametrization and surrogate modeling, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 113, 2021.
8. Ye Y., Wang X., Zhang X., Cascade ensemble-RBF-based optimization algorithm for aero-engine transient control schedule design optimization, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 115, 2021
9. Zhu Y., Ju Y., Zhang C., Proper orthogonal decomposition assisted inverse design optimisation method for the compressor cascade airfoil, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 105, 2020.
10. Lim H.D., Wei X.F., Zang B., Vevek U.S., Mariani R., New T.H., Cui Y.D., Short time proper orthogonal decomposition of time-resolved schlieren images for transient jet screech characterization, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 107, 2020.
11. Zhou L.L., Jiu L.J., Jun Z., Kuan L., Ni Y.M., Aerodynamic shape optimization by continually moving ROM, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 99, 2020.
12. Raul V., Leifsson L., Surrogate-based aerodynamic shape optimization for delaying airfoil dynamic stall using Kriging regression and infill criteria, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 111, 2021.
13. Iuliano E., Global Optimization of benchmark aerodynamic cases using physics-based surrogate models, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 67, 273-286, 2017.
14. Benaissa B., Köppen M., Wahab M.A., Khatir S., Application of proper orthogonal decomposition and radial basis functions for crack size estimation using particle swarm optimization, *J. Phys. Conf. Ser.*, 842, 2017.
15. Cinquegrana D., Iuliano E., Efficient global optimization of a transonic wing with geometric data reduction, *35th AIAA App. Aero. Conf.*, 5-9 Haziran, 2017.
16. Fusi F., Quaranta G., Assessment of robust optimization for design of rotorcraft airfoils in forward flight, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 107, 2020.
17. Zhang J., Tang H., Chen M., Robust design of an adaptive cycle engine performance under component performance uncertainty, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 113, 2021.
18. Choi H.J., Allen J.K., Rosen D., McDowell D.L., Mistree F., An Inductive design exploration method for robust multiscale materials design, *J. of Mech. Des.*, 130, 2005.
19. Jang S., Choi H.J., Choi S.K., Oh J.S., Inductive Design Exploration Method with Active Learning for Complex Design Problems, *Appl. Sci.*, 8, 2018.
20. Kumar Y., Srivastava S.K., Bajpai S.K., Kumar N., Development of CAD algorithms for Bezier Curves/Surfaces Independent of Operating System, *WSEAS Trans. on Computers*, 11, 2012.

21. Viswanath, A., Forrester, A.I., Keane, A.J., 2011. Dimension reduction for aerodynamic design optimization. *AIAA J.*, 49 (6), 1256-1266, 2011.
22. Chatterjee, A., An introduction to the proper orthogonal decomposition, *Curr. Sci.*, 78 (7), 808-817, 2000.
23. Sirovich L., Chaotic Dynamics of coherent structures, *Physica*, 37, 126-145, 1997.
24. Deane A.E., Kevrekidis I.G., Karniadakis G.E., Orszag S.A., Low-dimensional models for complex geometry flows: Application to grooved channels and circular cylinders, *Phys. Of Fluids A: Fluid Dyn.*, 3, 1991.
25. Wu X., Zhang W., Peng X., Wang Z., Benchmark aerodynamic shape optimization with the POD-based CST airfoil parametric method, *Aerosp. Sci. and Technol.*, 84, 632-640, 2018.
26. Kutkan H., Aerothermodynamic shape optimization using DSMC and POD-RBF methods, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2018.
27. Rogers C.A., Kassab A.J., Divo A., Ostrowski Z., Bialecki A., An inverse POD-RBF network approach to parameter estimation in mechanics, *Inverse Probl. Sci. Eng.*, 20, 749-767, 2012.
28. Romani L., Rossini M., Schenone D., Edge detection methods based on RBF interpolation, *J. of Comput. and Appl. Math.*, 349, 532-547, 2019.
29. Wendland H. (1995) Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Adv. in Comput. Math.*, 4, 389-396, 1995.
30. Caboni M., Minisci E., Riccardi A., Aerodynamic design optimization of wind turbine airfoils under aleatory and epistemic uncertainty, *J. of Phys.*, 1037, 2018.
31. Emory M., Pecnik R., Iaccarino G., Modeling structural uncertainties in reynolds-averaged computations of shock/boundary layer interactions, 49th AIAA Aerosp. Sci. Meet. Incl. the New Horiz. Forum and Aerosp. Expos., 4-7 Ocak, 2011.
32. Mishra A.A., Mukhopadhaya J., Iaccarino G., Alonso J., An uncertainty estimation module for turbulence model predictions in SU2, *AIAA J.*, 57, 2018.
33. Kern P.C., Priddy M.W., Ellis B.D., McDowell D.L., pyDEM: A generalized implementation of the inductive design exploration method, *Mater. and Des.*, 134, 293-300, 2017.
34. Afzal A., Kim K.Y. and Seo J.W., Effects of Latin hypercube sampling on surrogate modeling and optimization, *Intern. J. of Fluid Mach. and Syst.*, 10, 240-253, 2017.
35. Raymer design a conceptual approach, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2018.
36. Kaygan E., Ulusoy C., Effectiveness of twist morphing wing on aerodynamic performance and control of an aircraft, *J. of Avi.*, 2, 77-86, 2018.
37. Lyu Z., Martins J.R.R.A., Aerodynamic design optimization studies of a blended-wing-body aircraft, *J. of Aircr.*, 51, 2014.
38. Liang Y., Cheng X., Li Z., Xiang J., Robust multi-objective wing design optimization via CFD approximation model, *Eng. Appl. of Comp. Fluid Mech.*, 5, 286-300, 2011.
39. Roache P.J., Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies, *ASME J. Fluids Eng.*, 116 (3), 405-13, 1994.
40. Çanlıoğlu İ.E., Kara E., Computational fluid dynamics study of lift enhancement on a NACA0012 airfoil using a synthetic jet actuator, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38 (3), 1821-1838, 2023.