



A new approach using probabilistic outputs of support vector machine for identification of mean shift in multivariate processes

Zümre Özdemir Güler^{1*}, Mehmet Akif Bakır², Filiz Kardiye²

¹Department of Economics, Faculty of Management, Adnan Menderes University, 09200, Aydın, Türkiye

²Department of Statistics, Faculty of Science, Gazi University, 06500, Ankara, Türkiye

Highlights:

- Monitoring statistical process with SVM
- Detection and identification of shift in the multivariate normal process
- Detection and identification of shift in multivariate non-normal process

Keywords:

- Multivariate statistical process control
- detection of shift
- identification of shift
- support vector machine

Article Info:

Research Article

Received: 20.10.2022

Accepted: 11.06.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1192354

Correspondence:

Author: Zümre Özdemir

Güler

e-mail: zoguler@adu.edu.tr

phone: +90 530 495 5678

Graphical/Tabular Abstract

In this paper a new approach is proposed to determine the shift and identify the source of the shift in the process. The flowchart of the proposed multivariate process monitoring procedure based on the SVM approach is shown in Figure A.

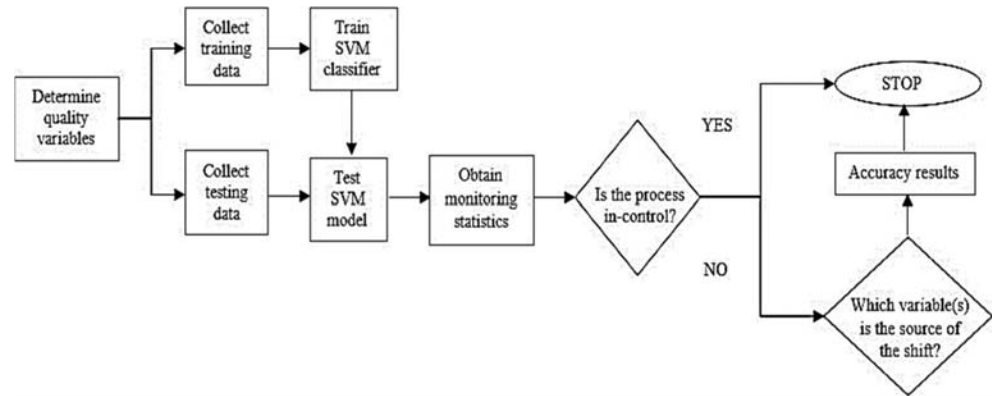


Figure A. A flowchart of the monitoring procedure with the proposed method

Purpose: Detecting shifts of a multivariate statistical process control is crucial, and equally important is identifying the source of such a signal. This study aimed to develop a new approach based on Support Vector Machines (SVM) to address the challenge of multivariate process monitoring. Simulation results validate the effectiveness of the SVM-PoC approach in both detecting and identifying shifts in multivariate control processes, whether they follow a normal or non-normal distribution. In addition, the results show the robustness of this method according to relationships between process variables, and different shift sizes, when compared to existing approaches in the literature.

Theory and Methods: It is important to develop multivariate statistical process control (MSPC) methods to monitor two or more correlated variables. The methods that have been developed for the detection and identification of shift(s) in the MSPC literature have some disadvantages such as requiring normality and independence assumptions, computational difficulties, being affected by the correlated variables, and being affected by the shift size. The motivation of the study is to develop a new method by taking advantage of the flexibility of SVM against the above disadvantages. Thus, a new method has been introduced to the MSPC literature, which overtakes conventional methods and makes significant contributions to the detection and identification of shift(s) in the process.

Results: In the context of a multivariate normal process scenario, the performance of the SVM-PoC control chart in detecting a shift in the process mean is superior to that of Hotelling's T^2 chart. For the non-normal processes, the SVM-PoC control chart performs well for all three levels of correlation even very small shifts. The proposed method also could accurately identify the source variable(s) of the shift(s) when the shift size is 0.5 or more for all scenarios, even when working with correlated variables. This is an important result that the proposed method is superior to many studies in the literature.

Conclusion: The simulation study demonstrates that the SVM-PoC method presents a flexible alternative for monitoring multivariate processes, alleviating the need for the normality assumption found in traditional MSPC charts and remaining unaffected by correlated variables and sample sizes. The present study plays a crucial role in the field of MSPC by addressing the detection and identification of shifts in both multivariate normal and non-normal processes.



Destek vektör makinesi ile elde edilen olasılık çıktılarına dayalı yeni bir istatistiksel süreç izleme yöntemi

Zümre Özdemir Güler^{1*}, Mehmet Akif Bakır², Filiz Kardiyen²

¹Adnan Menderes Üniversitesi, Söke İşletme Fakültesi, Ekonomi Bölümü, 09200, Söke, Aydın, Türkiye

²Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06680, Ankara, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Destek vektör makinesi yöntemi ile istatistiksel süreç izleme
- Çok değişkenli normal süreçlerde kaymanın belirlenmesi ve tanımlanması
- Çok değişkenli normal olmayan süreçlerde kaymanın belirlenmesi ve tanımlanması

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 20.10.2022

Kabul: 11.06.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1192354

Anahtar Kelimeler:

Çok değişkenli süreç

kontrolü,

kaymanın tespiti,

kaymanın tanımlanması,

destek vektör makineleri

ÖZ

Çok değişkenli istatistiksel süreç kontrolünde dağılım parametre vektöründeki anlamlı farklılaşmayı yakalamak kadar, bu kaymaya neden olan değişken(ler)in bilinmesi de önemlidir. Çok değişkenli süreçlerin ortak dağılım fonksiyonuna ilişkin ortalama parametresindeki kaymayı yakalamak için geliştirilmiş model bazlı yöntemlerin çoğunun önemli problemi süreç dağılımının normalliği ve gözlemlerin bağımsızlığı gibi varsayımları gerektirmesi ve bu nedenlerle esnek bir kullanımının olmamasıdır. Ortalama parametre vektöründeki kaymayı tespit etmenin yanı sıra bu kaymaya neden olan değişken(ler) kümesini belirlemek için önerilen mevcut yöntemler de söz konusu varsayımlardan gelen sınırlılıklarının yanı sıra, hesaplama yükü bakımından da önemli bir dezavantaja sahiptir. Bu çalışma destek vektör makinelerini kullanarak hem kaymayı hem de kaymanın kaynağını belirlemeye imkan veren ve varsayım kısıtlılıklarının olmadığı özgün veri tabanlı bir yöntem önerisinde bulunmaktadır. Çeşitli süreç koşulları için yapılan simülasyon çalışması, önerilen yöntemin geleneksel yöntemlere nazaran daha iyi performansa sahip olduğunu ve farklı süreç yapılarında esnek bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir.

A new approach using probabilistic outputs of support vector machine for identification of mean shift in multivariate processes

HIGHLIGHTS

- Statistical process monitoring with the support vector machine method
- Detection and identification of shift in the multivariate normal processes
- Detection and identification of shift in the multivariate non-normal processes

Article Info

Research Article

Received: 20.10.2022

Accepted: 11.06.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1192354

Keywords:

Multivariate statistical

process control,

detection of shift,

identification of shift,

support vector machines

ABSTRACT

In multivariate statistical process control, it is as important to identify the variable(s) that cause shift as it is to detect the significant shift in the distribution parameter vector. The important problem with most of the model-based methods developed to detect the shift in the mean parameter of the joint distribution function of multivariate processes is that they require assumptions such as the normality of process distribution and the independence of observations, and therefore do not have a flexible use. In addition to detecting the shift in the mean parameter vector, the current methods for determining the set of variable(s) causing this shift also have an important disadvantage in terms of computational burden, as well as limitations from those assumptions. This study proposes a new data-based method that allows to detect both the shift and the source of the shift using support vector machines and does not have assumption limitations. Simulation study for various process conditions has shown that the proposed method has better performance than traditional methods and can be used flexibly in different process structures.

1. Giriş (Introduction)

Bir süreçte izleme faaliyeti, özellikle endüstriyel süreçlerde kaliteli ürün elde etmek ve süreci kontrol altında tutmak için önemli bir rol oynar. Bir sürecin durağanlığını kaybetmesi anlamına gelen kontrol dışı durumun mümkün olduğu kadar erken yakalanması süreç kontrolünün önemli bir problem alanıdır. İzlenen kalite değişkeninin ortalaması etrafında rastgele davranışı sürecin “kontrol altında” olmasını ifade ederken, zaman içinde çıktıyı etkileyen kontrol edilebilen faktörlerdeki değişimin etkisiyle çıktı kalite değişkeninin dağılımının sistematik davranış göstermesi “kontrol dışı” durum olarak tanımlanır.

Üretim ve hizmet süreçlerinde çoğunlukla birden fazla kalite değişkeni izlenir. Genellikle, geleneksel yaklaşım takip edilerek söz konusu değişkenlerin her biri süreç kontrol araçlarıyla birbirinden bağımsız olarak takip edilir. Oysa ki, süreçlerin çoğunda çıktı kalite değişkenleri arasında az ya da çok bir korelasyon yapısı söz konusu olduğundan, bu değişkenleri bağımsız varsayarak süreç izlemesi yapmak doğru sonuçlar vermeyebilir. Bu nedenle, kalite değişkenleri arasında bir bağımlılık yapısının bulunduğu durumlarda, süreci kalite değişkenlerinin marjinal dağılımlarını kullanarak izlemek yerine, ortak olasılık dağılım fonksiyonlarını dikkate alarak izlemek gerekir. Süreci ortak olasılık dağılımıyla izlemek, çok sayıda kalite değişkeninin olduğu süreçlerde değişkenlerin her birini ayrı ayrı izlemenin getirdiği karmaşıklık ve zorluğu da giderdiğinden pratik açıdan da fayda sağlar. Ortak olasılık dağılımını dikkate alarak sürecin izlenmesi, izlenen parametre uzayını çok boyutlu tek bir parametrenin olduğu uzaya indirger.

Çok değişkenli istatistiksel süreç kontrolü (ÇİSK) hakkında dikkate değer sayıda çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar genel olarak iki ana kategoride toplanabilir: Kontrol dışı durumu yakalamaya yönelik yöntemler ve sürecin kontrol dışına çıkmasına neden olan yöntemler. Bu yöntemlerin çoğu sadece süreç ortalama vektöründeki kaymayı yakalamaya yöneliktir. Çok değişkenli durumda varyans-kovaryans matrisindeki farklılaşmayı yakalamaya yönelik yöntemler ise çok daha sınırlı sayıdadır. Bu yöntemlerden en bilineni ve yaygın bir kullanıma sahip olanı Hotelling [1] tarafından önerilen Hotelling'in T^2 istatistiği ve bu istatistiği kullanan Shewart tipi çok değişkenli kontrol grafiğidir. Hotelling'in T^2 izleme istatistiği hesaplamalarda sadece son örnekleme dikkate alındığından süreç ortalama vektöründeki küçük kaymaları yakalamakta başarılı değildir [2]. Buna karşın, Crosier [3] tarafından geliştirilen MCUSUM (çok değişkenli kümülatif toplam) ve Lowry vd. [4] tarafından geliştirilen MEWMA (çok değişkenli üstel hareketli ortalama) kontrol grafikleri, son örneklemin yanı sıra önceki örneklem bilgilerini de dikkate alarak, sürecin ortak dağılımının ortalama vektöründeki küçük kaymaları yakalayabilme yeteneğine sahip olur. Bu iki yöntemi karşılaştıran Lowry ve Montgomery [2] MEWMA'nın MCUSUM'dan daha iyi performansa sahip olduğunu göstermiştir. ÇİSK grafikleri çok sayıda değişkeni eşanlı olarak izleyebilme avantajına sahip ise de, süreç kontrolü problemini değişkenler arası korelasyonu gözetenek ele alındığından, süreçteki değişkenliğin kaynağını belirleme konusunda sınırlılıklara sahiptir.

Hotelling'in T^2 'si gibi Shewart tipi kontrol grafikleri, izlenen sürecin ortak olasılık fonksiyonunun çok değişkenli normal dağılımlı olmasını gerektirir. Normal-olmayan süreçler için nispeten daha az sayıda çok değişkenli kontrol grafikleri mevcuttur. Liu [5]'da normal-olmayan süreç için önerilen yöntem, bir sürecin hem ortalama hem de varyansındaki farklılaşmayı eşanlı yakalama avantajına sahip olmakla birlikte, sürecin normal dağılımlı olduğu durumlarda kontrol dışılığı (sinyali) yakalamakta etkinliği düşüktür [6]. Chang ve Bai [7]'de

çarpık dağılımlı süreçler için Hotelling'in T^2 'sini yeniden düzenleyerek, ağırlıklı standart sapmalara dayalı birçok değişkenli uyarlanmış T^2 istatistiği önermiştir. Shewart tipi kontrol grafikleri, eşbütünlüğün söz konusu olduğu çok boyutlu sistemlerde uygun biçimde iş görmeyebilir. Böyle sistemler için, çok boyutlu değişken uzayını indirgemeye dayalı temel bileşenler analizi (TBA/PCA-Principle Component Analysis) ve kısmi en küçük kareler (KEKK/PLS-Partial Least Squares) yöntemlerine dayalı kontrol grafikleri [8-11] geliştirilmiştir. Bu yöntemlerde sadece ürün kalite değişkeni değil, aynı zamanda süreç girdi değişkenleri de dikkate alınmaktadır. MacGregor vd. [12] TBA gibi projeksiyon tabanlı yöntemlerin çok sayıda yüksek korelasyonlu değişkenli yani kovaryans matrisi Σ 'nın yaklaşık olarak tekil olduğu, kayıp gözlemlerin ve ölçme hatalarının olduğu proseslerde başarılı olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda ilk olarak Jackson [13] çok değişkenli bir süreci izlemek amacıyla temel bileşenler için T^2 kontrol grafiğini önermiştir. Daha sonra Jackson ve Mudholkar [14] ve Jackson [15] ÇİSK'de TBA'nın bir araç olarak kullanımını incelemişlerdir. Bunun yanı sıra, kesikli (batch) süreçleri izlemek için çok-yönlü TBA-KEKK [16]; çok büyük süreçleri izlemek için çok-katlı TBA-KEKK [12]; bir TBA modelindeki süreç dinamikleri için dinamik TBA, Ku vd. [17]'nde gibi ÇİSK'de TBA kullanımının çeşitli uzantıları geliştirilmiştir. Bakshi [18] tarafından geliştirilen dalga analizine dayalı çok ölçekli TBA yaklaşımı sinyali izlemeye dayalı ve Kano vd. [19]'nin önerdiği hareketli TBA prosedürü temel bileşenlerin yönündeki değişimi izleyen TBA bazlı yöntemlerdendir. TBA'ya dayalı yöntemler yüksek boyutlu ve zamana dayalı veriyi daha az boyutlu uzaya indirgediğinden boyut indirgeme avantajına sahiptir. Sürecin davranışını anlamak için TBA'yı kullanmak boyut indirgemede yaygın biçimde kullanılmakla birlikte, normallik varsayımını gerektirmesi doğrusal olmayan süreçlerde yanlış sonuçlara yol açabilmektedir [20].

Son yıllarda Chew [21]'de örneklem ortalamalarına dayalı geleneksel yaklaşımlardan farklı olarak, çok değişkenli süreçler için değişim katsayısını kullanan çok değişkenli bir kontrol grafiği önermiştir. Kontrol grafiğinin performansını değerlendirmek amacıyla kullanılan geleneksel ortalama işletim uzunluğu OİU (ARL) yerine medyana dayalı medyan işletim uzunluğu MİU (MRL) kriterini kullanmıştır. Çalışmada iki tek-yanlı Shewart tipi geliştirilmiş ve süreç kontrol aracının örneklem büyüklükleri, süreç kayma miktarları ve işletim uzunluğu dağılımındaki değişkenliğin önerilen süreç kontrol aracının performansı üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın sonucunda, işletim uzunluğu dağılımındaki değişkenliğin süreçteki kaymanın büyüklüğüyle ters orantılı olduğu görülmüştür.

ÇİSK'de, kontrol dışı durumun saptanmasının yanı sıra, kontrol dışı duruma sebep olan değişken(ler)in tespit edilmesi de önemli bir problemidir. Bir süreçte özellikle kalite değişkeni sayısı arttıkça, ortalama parametresindeki kaymaya neden olan değişkenin araştırılması da ciddi zaman ve işlem maliyetine yol açabilir. Bu nedenle, literatürde sinyalin kaynağını belirlemeye yönelik kullanılacak İSK araçlarıyla ilgili çeşitli öneriler ileri sürülmüştür. Ancak, kontrol dışı durumu yakalamaya yönelik çalışmalara nazaran, ortak olasılık dağılımındaki kaymanın hangi değişken(ler)in marjinal dağılım(lar)ının parametrelerinin kaymasından kaynaklandığını belirlemeye yönelik çalışmalar daha sınırlı sayıdadır.

Alt [22] tarafından Bonferroni sınırlarına dayalı olarak önerilen yöntem, sinyalin kaynağını belirlemeye yönelik geliştirilen ilk çalışmalardandır. Hayter ve Tsui [23], bir simülasyon çalışması ile değişkenlerin her biri için eş zamanlı kontrol aralıklarına ilişkin bir prosedür önererek Bonferroni tipi kontrol sınırlarının performansını daha da iyileştirmiştir. Ancak, bu yöntemin yalnızca iki kalite

değişkeninin olduğu durumlarda uygulanabilmesi ve iki boyutlu uzayda gözlem noktalarının (örneklem ortalamalarının) zaman boyutundaki sıra numarasının kolayca belirlenememesi gibi dezavantajları bulunmaktadır.

ÇİSK grafiklerinin çoğu, süreç izleme istatistiğinin karesel formunu kullanır. Önerilen yaklaşımlarda izleme prosedürü genellikle iki adımda gerçekleştirilir. Öncelikle süreç ortak dağılımının ortalama vektöründeki kayma belirlenir. İkinci adımda ise bu kaymaya kaynaklık eden vektör bileşen(ler)ini bulabilmek için ayrı bir prosedür yürütülür. Süreç kontrol prosedürünün ikinci adımı için önerilen yöntemler esas itibariyle T^2 istatistiğinin ayrıştırılmasına [24, 25, 26] ve Sullivan vd. [27]'de olduğu gibi adimsal prosedürlere dayanır.

Süreç ortalama vektöründeki kaymanın kaynağının belirlenmesi amacıyla kullanılan en popüler yöntemlerden biri Mason, Tracy ve Young [24] tarafından önerilen MTY ayrıştırmasıdır. Bu yöntemde, T^2 istatistiği ortogonal bileşenlerine ayrıştırılarak, T^2 istatistiğine istatistiksel olarak anlamlı katkıda bulunan bileşen(ler) belirlenir. Mason vd. [6] bu yaklaşımı daha da iyileştirerek, hesaplama işlemlerinde önemli derecede azalma sağlamıştır. Ancak, MTY yaklaşımının normallik varsayımını gerektirmesi ve prosedürün p faktöriyel (p değişken sayısı olmak üzere $p!$) tane ayrışmayı dikkate alması, ortak dağılımın boyutu arttıkça yöntemin pratikte kullanımını güçleştirmesi önemli bir dezavantajdır. Sullivan vd. [27] algoritması ise veri setini C_k^p (k : alt küme sayısı) kombinasyonu kadar değişkenler alt kümesine ayırarak T^2 'yi hesaplar ve böylece kontrol-dışı durumun kaynağını belirler. Ancak, değişken sayısı p 'nin büyük olması durumunda bu algoritma ile yapılan hesaplamalar oldukça zorlaşır.

Temel bileşenler analiziyle elde edilen bileşenlerin ortogonal olmasından dolayı p değişkenden hangisinin kontrol dışı duruma neden olduğunun araştırılmasına imkan vermektedir. Tracy vd. [28], TBA'nın bu özelliğini dikkate alarak, temel bileşenlerin yorumlanmasını kolaylaştıracak biçimde ikili bir bileşen kümesi oluşturmuştur. Sinyalin kaynağını yorumlamaya yönelik TBA yaklaşımının çoğunun genel karakteri, en anlamlı temel bileşenleri kullanmaya dayanır.

Sürecin fiziksel ve olasılık yapısına dayalı olarak geliştirilen süreci izlemek ve süreçte kontrol dışı duruma sebep olan değişken(ler)in tespit edilmesi amacı ile uygulanan ve yukarıda değinilen model tabanlı ÇİSK yöntemleri, dinamik ve farklı işletim koşullarına sahip doğrusal olmayan süreçlerin izlenmesinde normallik varsayımı ve durağanlık koşullarını gerektirmesinden dolayı uygulamada bir sınırlılığa sahiptir ve Hotelling'in T^2 'si gibi geleneksel Shewhart tipi kontrol grafikleri süreç ortalama vektöründe meydana gelen kaymanın büyüklüğüne karşı duyarlıdır. Model tabanlı ÇİSK araçlarının sahip olduğu bu sınırlılıklardan ötürü, daha esnek kullanıma sahip veri tabanlı makine öğrenme algoritmalarına dayalı süreç kontrol araçları önerilmiştir. Daha ziyade sınıflandırma problemleri için geliştirilmiş olan makine öğrenme algoritmaları, denetimsiz sınıflandırma bağlamında kontrol altında ve kontrol dışındaki süreç verilerini sınıflandırma amacı ile kullanılmıştır. Destek Vektör Makinesi (DVM), denetimli öğrenme algoritmalarından biridir ve normal olmayan dağılımlardan yüksek boyutlu verileri etkin bir şekilde işleyebilme özelliğine sahiptir [29]. Literatürde, sınıflandırma problemleri için yaygın olarak kullanılan ve dağılım varsayımı gerektirmeyen DVM algoritmasının kullanıldığı birçok başarılı istatistiksel süreç kontrolü uygulaması mevcuttur. Örneğin, Sun ve Tsung [30] tarafından önerilen kernel uzaklığına dayalı çok değişkenli kontrol grafiği veri-tabanlı bir yöntem olup, söz konusu çalışmada kalite değişkenlerinin çok değişkenli normal

dağılımlı olmadığı durumda, kernel uzaklığının kullanıldığı DVM algoritmasının geleneksel izleme yöntemlerinden daha iyi performans sergilediğini göstermişlerdir.

DVM algoritmalarına dayalı olarak bir başka yaklaşım da He vd. [31] tarafından önerilmiştir. D-SVM grafiği olarak adlandırılan bu yaklaşımda, süreç izleme istatistikleri gözlemler ile destek vektörler arasındaki uzaklık olan DVM skorlarına dayanmaktadır. Çalışmanın bulguları, D-SVM yönteminin süreçlerde sadece ortalama kayma olma durumunda rasgele orman algoritmasına dayanan RTC-RF grafiği ile benzer performans sergilediğini, süreç ortalama ve varyansında kaymalar olduğunda RTC-RF grafiğinden daha avantajlı olduğunu göstermiştir [31].

Onel vd. [32], süreçler için doğrusal olmayan DVM'ye dayalı bir özellik seçimi algoritması ile çalışan süreç hatalarının eşanlı ve doğru olarak tespit ve teşhisini sağlayan bir yöntem önermişlerdir. Lee vd. [33]'nin SCSVM adını verdikleri yöntemleri ise, gamma dağılımına sahip süreçler için spektral kümeleme yöntemi ile DVM'yi birleştirmiştir. Yapılan karşılaştırmalı çalışmalara göre, önerilen yöntemin Shewart ve EWMA kontrol grafiklerinden daha iyi performans gösterdiği saptanmıştır [33]. Bisheh ve Amiri [34] çalışmalarında, çevresel etkilerin varlığında değişken mod ayrıştırma algoritması ile kernel TBA'nın avantajlarını birleştirerek yeni bir yapısal sinyal tespit yöntemi önermişlerdir. Çalışmada DVM, özellik seçimi için ve yöntemin etkinliğini göstermek amacıyla bir karar verme aracı olarak kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre söz konusu yöntemin değişen koşullar altında kaymayı doğru bir şekilde tanımlayabildiği gösterilmiştir.

Chongfuangprinya vd. [35], ÇİSK için DVM algoritması ile bootstrap yöntemini kombine edip, izleme istatistiği olarak, DVM sınıflandırma olasılıklarını kullanmıştır. DVM-PoC olarak adlandırılan bu grafiğin kontrol sınırları bootstrap yöntemi ile tahmin edilen PoC istatistiklerinin yüzdelikleri ile elde edilmektedir. Çalışmada, DVM-PoC grafiğinin, normal olmayan durumlarda diğer ÇİSK grafiklerine göre daha iyi performans sergilediği gösterilmiştir. Ayrıca küçük kaymalara olan hassasiyeti arttırmak için, DVM-PoC grafiğinin üstel ağırlıklı hareketli ortalama (EWMA) versiyonu geliştirilmiştir. Ancak bu çalışmada DVM'nin sınıflandırma özelliğinden faydalanarak sadece süreçteki değişkenliğin tespit edilmesi problemi ile ilgilenilmiş olup, sinyale kaynaklık eden değişkenlerin belirlenmesi ile ilgilenilmemiştir.

Bu çalışmada, çok değişkenli süreçlerin izlenmesinde sinyalin yakalanması ve bu sinyalin nedeni olan değişken(ler)in belirlenmesi amacıyla DVM algoritmasına dayalı veri tabanlı bir yöntem önerilmiştir. Yöntem, süreç izlemede değişkenler arasındaki korelasyon yapısını da dikkate alacak ve normal dağılım varsayımı gerektirmeksizin çalışacak biçimde yapılandırılmış olup, yalnızca sinyalin tespitini yapmakla kalmayıp sinyale neden olan kaynağın belirlenmesini de sağlaması yönüyle yalnızca sinyalin tespitini yapan Sun ve Tsung [30], Chongfuangprinya vd. [35], Onel vd. [32] ve Lee vd. [33] gibi benzerlerinden ayrılmaktadır. Ayrıca önerilen yöntemin değişkenler arasındaki korelasyon yapısından etkilenmemesi ve süreç parametresindeki kaymanın büyüklüğüne karşı duyarlı olmaması gibi özellikleri, literatürdeki alternatiflerine göre daha esnek ve işlevsel olduğunu gösteren diğer avantajlarıdır.

Çalışmanın geri kalanı şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2'de DVM hakkında genel bilgiler sunulmuştur. Ardından Bölüm 3'te DVM'ye dayalı önerilen yaklaşımın teorik çerçevesi detayları ile açıklanmıştır. 4. Bölümde yöntemin performans değerlendirilmesi için yapılan simülasyon çalışmasının ayrıntıları yer almaktadır. Bölüm 5, deneySEL bulguların tartışılmasını içermektedir. Son olarak, 6. Bölümde çalışmanın geneline ilişkin sonuçlara yer verilmiştir.

2. Destek Vektör Makinesine Genel Bakış (Review of the Support Vector Machine)

DVM orijinal olarak ikili sınıflandırma problemini ele almak üzere geliştirilmiş bir öğrenme algoritmasıdır. Karar verme, metin kategorizasyonu, dijital imaj analizi, karakter tanımlama ve biyoinformatik gibi pek çok uygulamada kullanılmaktadır. DVM, aynı anda genelleme hatasını en aza indiren ve geometrik marjı maksimuma çıkararak bir dışbükey optimizasyon problemini çözerek hiper düzlemi elde etmek için geometrik özellikleri kullanır [36].

$y_i \in \{-1, 1\}$ olduğu bir (\mathbf{x}_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, N$ eğitim veri seti ile

birlikte bir test veri seti olan \mathbf{z} verildiğinde, karar fonksiyonu Eş. 1'den elde edilir.

$$f(\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}) + b \quad (1)$$

Burada α_i , maliyet kısıtlaması altında kuadratik programlamayla çözülebilen bir Lagrange çarpanı, b ise Eş. 2'den elde edilebilen modeldeki parametredir.

$$\alpha_i \left\{ y_i \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j y_j K(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i) + b \right) - 1 \right\} = 0 \quad (2)$$

Eş. 2'de, K radyal tabanlı kernel fonksiyonudur ve aşağıdaki şekilde tanımlanır (Eş. 3), burada γ bir kernel parametresidir [37].

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2\right) \quad (3)$$

DVM modelinden sınıflandırma olasılıklarını elde etmek için, sadece DVM modeli değil, aynı zamanda $f(\mathbf{z})$ 'nin olasılık formlarına dönüşümü için ekstra bir sigmoid fonksiyonunun eğitilmesi gerekir. Platt [38], olasılıklar için A ve B gibi iki parametrelilik, parametrik bir sigmoid fonksiyon modelini kullanmıştır. I kontrol altındaki gözlem sayısını ve O kontrol dışındaki gözlem sayısını göstermek üzere, eğitim verileri kullanılarak, A ve B aşağıdaki optimizasyon problemiyle çözülebilir (Eş. 4).

$$\text{Min} \left\{ -\sum_{i=1}^n (q_i \log(p_i) + (1 - q_i) \log(1 - p_i)) \right\} \quad (4)$$

Burada q_i olasılığı Eş. 5'te olduğu şekilde tanımlanır.

$$q_i = \begin{cases} \frac{I+1}{I+2}, & y_i = +1 \\ \frac{1}{O+2}, & y_i = -1 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

p_i ise aşağıdaki eşitlikte tanımlandığı gibidir (Eş. 6).

$$p_i = \frac{1}{1 + \exp(Af(\mathbf{x}_i) + B)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Eş. 6'yı en aza indirgeyen A ve B parametreleri belirlendikten sonra, bir test veri seti olan \mathbf{z}_i 'nin olasılık tahmini (PoC) Eş. 7'den elde edilebilir.

$$\text{PoC}_i = \frac{1}{1 + \exp(Af(\mathbf{z}_i) + B)} \quad (7)$$

DVM'nin PoC hesaplamasına ilişkin ayrıntılar Platt'ın [38] çalışmasında bulunabilir. Chongfuangprinya vd. [35] çalışmalarında, 0,50 değerini eşik değeri olarak belirleyerek, SVM-PoC değerleri ile sınıflamanın hem normal hem de normal olmayan durumlarda başarılı bir şekilde yapıldığını göstermişlerdir [35].

3. Önerilen Yöntem (The Proposed Method)

Bu çalışmada, çok değişkenli bir süreçteki kaymayı tespit etmek ve tanımlamak için Chongfuangprinya vd. [35]'den esinlenilerek PoC kontrol grafikleri oluşturulmuştur. Ancak burada söz konusu çalışmadan farklı olarak hesaplama kolaylığı sağlamak amacıyla yanlış sınıflandırma olasılıkları süreç izleme istatistiği olarak kullanılmıştır. Normalde izleme istatistiğinin olasılık dağılımı bilindiğinde, kontrol grafiğinde yer alan kontrol sınırları genel olarak kullanıcı tarafından belirlenen bir değer (örneğin 1. Tip hata) ile belli bir olasılık dağılımına dayanarak elde edilebilir. PoC kontrol grafiğinde izleme istatistiklerinin dağılımı bilinmediğinden kontrol sınırı bootstrap yöntemi ile belirlenmiştir. Bootstrap yaygın kullanılan, ana kütle dağılımı bilinmediğinde istatistiksel tahmin yürütmeye dayalı bir yeniden örnekleme yöntemidir [39].

PoC kontrol grafiğinde süreç izleme istatistikleri elde edilen bu kontrol sınırı ile izlenir. Süreç izleme istatistiklerinin kontrol sınırını aşması durumunda sürecin kontrol dışında olduğuna, aksi halde sürecin kontrol altında olduğuna karar verilir ve böylelikle süreçte kayma olup olmadığı tespit edilmiş olur. Eğer izlenen süreçte bir kayma söz konusuysa, bu kaymanın sebepleri araştırılır ve süreçteki kaymanın tanımlanması problemine geçilir.

Önerilen yöntemde süreçteki kaymanın tanımlanması için "-1" veya "+1" etiketlerine karşılık gelen sınıflandırma olasılıkları ile sürecin kontrol altındaki (+1) ve kontrol dışındaki (-1) durumları temsil edilmiştir. İzleme istatistiği olarak sınıflandırma olasılıkları matrisinde "+1"e karşılık gelen yanlış sınıflandırma olasılıklarının ortalamaları kullanılmıştır. Bir başka deyişle, kontrol altında olan bir sürecin kontrol dışında olması olasılığının ortalamaları kontrol grafiğinde kullanılacak izleme istatistiği olarak belirlenmiştir. Süreçteki kaymanın izlenmesi için sınıflandırma olasılıklarının ortalama değerlerinin kullanılmasının nedeni, ortalama değerlerin süreçteki genel değişimleri yansıtması ve kontrol sınırlarıyla karşılaştırılarak sürecin kontrol altında olup olmadığını belirlemeye yardımcı olmasıdır. Çalışmada sürecin kontrol dışında olduğu tespit edildikten sonra, en büyük ortalama değere karşılık gelen değişim kombinasyonuna bakılarak hangi değişken(ler)in kaymaya sebep olduğu da belirlenmiştir.

Bu çalışmada yürütülen DVM'ye dayalı çok değişkenli süreç izleme prosedürünün algoritmik adımları aşağıdaki gibidir:

Adım 1 : İlk n_1 gözlemi kontrol altında, sonraki n_2 gözlemi kontrol dışında olacak şekilde örnek büyüklüğü $N(N = n_1 + n_2)$ olan \mathbf{X}_{train} veri seti üretilir.

Adım 2 : \mathbf{X}_{train} veri setine uygun olacak şekilde kontrol altındaki veriye "+1", kontrol dışındaki veriye "-1" değerini atayan \mathbf{y}_{train} etiket vektörü oluşturulur.

Adım 3 : $(\mathbf{X}_{train}, \mathbf{y}_{train})$ eğitim veri seti olmak üzere DVM modeli eğitilir.

- Adım 4* : Adım 1'deki X_{train} 'e benzer şekilde yeni bir veri seti olarak X_{test} verisi üretilir.
- Adım 5* : Adım 2'de olduğu gibi X_{test} verisine uygun olacak şekilde y_{test} etiket değişkeni oluşturulur.
- Adım 6* : (X_{test}, y_{test}) test veri seti adım 3'te eğitilen DVM modeli ile test edilir ve sınıflandırma olasılıkları (Sonsal Olasılıklar) elde edilir.
- Adım 7* : Sınıflandırma olasılıkları matrisinde "+1"e karşılık gelen yanlış sınıflandırma olasılıkları süreç izleme istatistiği (PoC) olarak seçilir.
- Adım 8* : (PoC) değerlerinin kontrol altında üretilen kısımdan bootstrap yöntemi ile elde edilen örneklerin ortalamalarının %99'luk çeyrekliğine karşılık gelen değeri kontrol sınırı olarak belirlenir.
- Adım 9* : (PoC) süreç izleme istatistiği değeri kontrol sınırını aşılırsa sürecin kontrol dışında olduğu kararı verilir.

değişken/değişkenleri tespit etmek için algoritmaya aşağıdaki şekilde devam edilir:

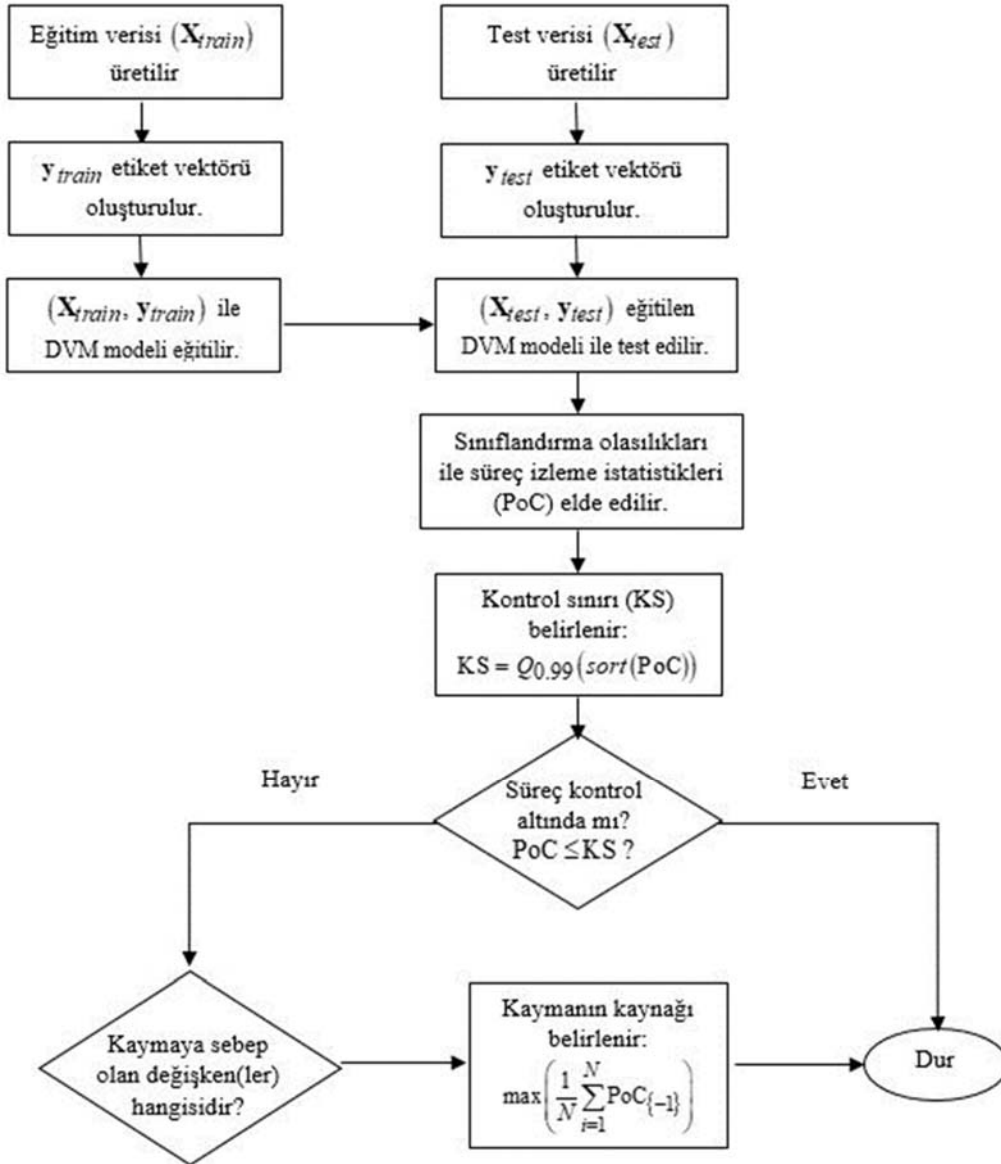
- Adım 10* : Adım 1'den adım 6'ya kadar olan işlemler süreçteki kaymanın yaratıldığı farklı kombinasyonlar için tekrarlanır.
- Adım 11* : Adım 6'da farklı değişim kombinasyonlarıyla oluşturulan Sonsal Olasılıklar matrisinin kontrol dışında olma olasılıklarının ortalamaları elde edilir.
- Adım 12* : En büyük ortalama değerine karşılık gelen değişim kombinasyonu süreçteki kaymanın kaynağını tanımlar.

Yukarıda algoritmik olarak izleme adımları açıklanan DVM'ye dayalı çok değişkenli süreç izleme prosedürünün akış şeması ise Şekil 1'deki gibi gösterilebilir:

4. Simülasyon Çalışması (Simulation Study)

Çalışmada veri üretme süreci çok değişkenli normal dağılıma uyan ve normal dağılıma uymayan süreçler için iki çeşit senaryo üzerine kurgulanmıştır. Her iki senaryoda da kayma miktarı

Sürecin kontrol altında olduğu kararı verilirse algoritma sonlandırılır. Ancak süreç kontrol altında değilse süreçteki kaymaya sebep olan



Şekil 1. DVM'ye dayalı önerilen yöntemin akış şeması (Flow chart of DVM-based proposed method)

$\delta = \{0,0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0\}$ olmak üzere 7 farklı düzeyde ele alınmıştır. Simülasyon çalışmalarında 3 değişkenli ($p = 3$) süreç dikkate alınmıştır. Süreçteki kaymalar, sinyale sebep olan değişkenlerin $2^p - 1 = 7$ farklı olası kombinasyon kümesine göre veriyeye adapte edilmesiyle gerçekleştirilmiştir. $(1,1,1), (1,1,0), (1,0,1), (1,0,0), (0,1,1), (0,1,0), (0,0,1)$ notasyonları veri setlerine uygulanan 7 olası değişim kombinasyonunu simgelemek üzere kullanılmıştır. Burada, “0” sürecin kontrol altında olduğunu (kayma yaratılmayan değişken/değişkenleri), “1” sürecin kontrol dışında olduğunu (kayma yaratılan değişken/değişkenleri) temsil etmektedir. Örneğin, $(1,1,0)$, birinci (x_1) ve ikinci (x_2) değişkenlerin ortalamasında kayma gerçekleştiği ancak üçüncü (x_3) değişkende gerçekleşmediği anlamına gelmektedir.

Bu çalışmada, her bir kayma kombinasyonu için, örnek büyüklüğü (N) 1 olmak üzere, 700’ü kontrol altında (n_1), 300’ü kontrol dışında (n_2) olan toplam ($N = n_1 + n_2$) 1000’er veri üretilmiştir. $p = 3$ değişkenli süreç için $2^p - 1 = 7$ mümkün kayma kombinasyonu olduğundan, simülasyon çalışmasında 7000 veri dikkate alınmıştır. Bu 7000 veri başlangıçta eğitim veri seti olarak üretildikten sonra, test veri seti için 7000 veri daha üretilmiştir.

Çok değişkenli normal dağılıma uyan süreç ortalamasındaki kayma $\mu_0 + \delta\sigma_0$ olarak üretilmiştir. Burada değişkenlerin varyansı birbirine eşit ve 1 olarak kabul edilmiştir. Varyansların sabit ve “1” olarak alınmasının nedeni, kayma miktarının (δ), ortalama vektöründeki kaymanın ($\mu_0 + \delta\sigma_0$) tespit edilmesi üzerindeki etkisini görebilmek ve hesaplama kolaylığı sağlamaktır. Değişkenler arasındaki ilişki durumunu incelemek amacıyla, değişkenler arasındaki korelasyon katsayıları düşük ($\rho_1 = 0,3$), orta ($\rho_2 = 0,5$) ve yüksek ($\rho_3 = 0,8$) olmak üzere 3 farklı düzeyde ele alınmıştır.

Çok değişkenli normal dağılıma uymayan süreçlere örnek olması için, süreç verileri süreçteki değişkenlerin marjinal dağılımları gamma dağılımına uyacak şekilde belirlenerek t-Capula yöntemi ile üretilmiştir. Bu bağlamda süreçte dikkate alınan 3 değişkenin marjinal dağılımları $X_i \sim \text{Gamma}(\theta_1, \theta_2)$, $i = 1,2,3$ olarak belirlenmiştir.

Kalite değişkenlerinin dağılım özellikleri belirlenirken, çok değişkenli ve normal dağılıma uygun olmayan süreçleri temsil etmesi amacıyla marjinal dağılımların çarpık özellik göstermesine dikkat edilmiştir. Gamma dağılımı parametrelerinden θ_1 , şekil parametresi; θ_2 ise ölçek parametresidir. Gamma dağılımının çarpıklık değeri $\left(\frac{2}{\sqrt{\theta_1}}\right)$, θ_1 parametresine bağlıdır. Bu nedenle, θ_1 arttıkça dağılım özelliklerinin normal dağılıma yaklaştığı söylenebilir. Ayrıca, Gamma dağılımının $[0, \infty]$ aralığında tanımlı olması nedeniyle senaryo verilerinin hedef vektörü ve kontrol bölgesi açısından birbirine yakın ve mantıklı sonuçlar vermesi amacıyla kontrol altındaki süreç için gamma dağılım parametreleri her senaryo için birbirine eşit alınmıştır ($\theta_1 = 0,5; \theta_2 = 0,5$). Normal dağılıma uymayan veri üretilirken gamma dağılımının parametrelerindeki kayma durumlarına göre üç farklı simülasyon senaryosu oluşturulmuştur (Gamma_1, Gamma_2, Gamma_3). Senaryoların ilkinde sadece θ_1 ($\theta_1 + \delta$), ikincisinde sadece θ_2 ($\theta_2 + \delta$), üçüncüsünde ise hem θ_1 de θ_2 parametrelerinde ($\theta_1 + \delta, \theta_2 + \delta$) kayma yaratılacak biçimde veriler üretilmiştir.

Kontrol grafiklerinin performansının olabildiğince doğru şekilde ölçülmesi, kalite süreçlerinin istatistiksel olarak izlenmesi açısından önemlidir. Çalışmada önerilen yöntemin kaymanın tespitine ilişkin performansı OIU değeri ile incelenmiştir. OIU, süreçte kayma meydana gelinceye kadar çekilmesi beklenen ortalama örnek sayısı olarak tanımlanabilir. Bir kontrol grafiğinde iki farklı sinyal meydana gelir: süreç kontrol altında olduğu halde rastgele bir noktanın kontrol sınırının dışına düşmesi ile gerçekleşen yanlış sinyal ve sürecin gerçekten kontrol dışında olması halinde meydana gelen doğru sinyal. Dolayısıyla OIU, kontrol grafiğinde yanlış sinyal (OIU_0) ve doğru sinyal (OIU_1) alma durumlarına göre iki farklı şekilde hesaplanır. Hipotez testi bağlamında yanlış sinyal alma olasılığı I. Tip hata (α), doğru sinyal alma olasılığı ise testin gücü ($1 - \beta$) kavramlarına karşılık gelir. Süreç kontrol altındayken, OIU_0 defada bir kontrol dışında bir sinyalle karşılaşma olasılığı α ’dır ($OIU_0 = 1/\alpha$). Süreç kontrol dışında iken, OIU_1 defada bir kontrol dışında bir sinyal alma olasılığı ise $1 - \beta$ kadardır ($OIU_1 = 1/1 - \beta$).

Süreçte bir değişkenlik söz konusu olduğunda, tasarlanan kontrol grafiğinin bu farklılaşmayı ortalama olarak OIU_1 örneklem sonra yakalaması beklenir. İyi performans gösteren bir kontrol grafiği için OIU_0 değerinin büyük, OIU_1 değerinin ise küçük olması gerekir.

Bunun aynı anda gerçekleşmesi zordur. OIU_0 değeri büyükse OIU_1 değeri de büyük olur ya da bunun aksi de doğrudur. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için kontrol grafiğinin performansı değerlendirilirken OIU_0 belirli bir değere sabitlenirken, OIU_1 değeri küçültülmeye çalışılır.

Önerilen DVM’ye dayalı yöntemin (PoC kontrol grafiği) çok değişkenli normal dağılıma uyan süreç ortalamasındaki kaymanın tespitine ilişkin performansı, Hotelling T^2 kontrol grafiği yönteminin performansı ile karşılaştırılmıştır. Hotelling T^2 kontrol grafiği normallik varsayımı gerektirdiğinden, çok değişkenli normal olmayan süreç için PoC kontrol grafiğinin performansı modeldeki değişkenler arasındaki ilişki düzeyi (korelasyon) ve ortalama vektöründe yaratılan kayma miktarı faktörleri bakımından kendi içinde değerlendirilmiştir.

PoC kontrol grafiğinin süreç ortalamasındaki kaymaya sebep olan değişken(ler)in tespit edilmesine yönelik performansı değerlendirilirken gözlemlerin kontrol dışında olma olasılıklarının ortalamalarından faydalanılmıştır. Yöntemde ilk olarak sonsal olasılıklardan OIU_0 hesaplanarak bir referans değeri elde edilir. Daha sonra, her bir kayma kombinasyonuna göre hesaplanan sonsal olasılıklardan OIU_1 elde edilir. OIU_0 değerinden farklılaşan OIU_1 değerine karşılık gelen kombinasyon kaymaya sebep olan değişken(ler)i belirler.

Bütün analitik yaklaşımlar MATLAB (2021a) programı yardımı ile gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemlerin performans karşılaştırmaları için hesaplanan OIU değerleri için 10000; süreçteki kontrol dışı durumun kaynağını belirlemek için ise 2000 tekrarlı simülasyon çalışması yapılmıştır.

5. Bulgular (Findings)

Bu bölümde, simülasyon sonucunda elde edilen bulgular; öncelikle çok değişkenli normal dağılım sürecine göre, daha sonra çok

değişkenli normal olmayan dağılım sürecine göre gruplandırılarak sunulmuştur.

5.1. Çok değişkenli normal dağılım sürecine ilişkin bulgular (Findings regarding the multivariate normal distribution process)

Tablo 1’de çok değişkenli normal dağılım süreci için $O\dot{I}U_0 = 100$ olmak üzere çeşitli korelasyon değerleri ve süreç ortalama vektöründen farklı ($\delta\sigma$ kadar) kayma miktarlarına göre DVM yaklaşımı ile elde edilen PoC kontrol grafiklerine ilişkin $O\dot{I}U_1$ değerleri verilmiştir. Tabloda yer alan $\rho_1 = 0,3$, $\rho_2 = 0,5$ ve $\rho_3 = 0,8$ değerleri sırasıyla, değişkenler arasındaki düşük, orta ve yüksek ilişkiyi temsil etmektedir. Tabloya bakıldığında, çok değişkenli normal bir sürecin ortalama vektöründe $\delta = 0,75\sigma$ ve üzerinde meydana gelen kaymalarda PoC kontrol grafiğinin iyi performans sergilediği görülmektedir. Örneğin, değişkenler arasındaki korelasyon $\rho_1 = 0,3$ olduğunda süreç ortalama vektöründe $\delta = 1,5\sigma$ kadar bir kayma olduğunda, PoC kontrol grafiğinin bu kaymayı 2 örneklemden sonra yakalayabileceği söylenebilir.

Tablo 2’de çok değişkenli normal dağılıma ilişkin süreç ortalama vektöründeki kaymaya sebep olan değişken/değişkenlerin belirlenmesi amacıyla DVM yaklaşımı ile elde edilen SVM-PoC istatistiklerinin ortalamaları yer almaktadır. Burada süreçteki kaymaya sebep olan değişken/değişkenler tespit edilirken, süreç izleme istatistiğinin ortalama değerleri değişim kombinasyonları temel alınarak incelenir. Tablodaki ortalama değerlerin karşılık geldiği duruma bakılarak süreçteki kaymanın kaynağı belirlenir. Buna göre, sütun bazında bakıldığında en büyük ortalama değere karşılık gelen kombinasyon türünde 1 değerini alan değişken/değişkenlerin kaymaya sebep olan değişken/değişkenleri tanımladığı söylenebilir. Tabloda köşegen elemanların ilgili satır ve sütunda en büyük olması, farklılaşmanın kaynağının doğru bir şekilde tespit edildiğinin göstergesidir. Elde edilen bulgulara bakıldığında çok değişkenli normal dağılım koşulları altında üretilen veri sürecinde DVM yaklaşımının $0,5\sigma$ ve ötesindeki kayma miktarlarından itibaren süreç ortalama vektöründeki değişime sebep olan değişken/değişkenleri belirleyebildiği görülmektedir. Örneğin, $\delta = 0,5\sigma$ ve $\rho_1 = 0,3$ olduğu durumda (1,0,0) kombinasyonuna ilişkin sütundaki en yüksek değerin 2,016 olduğu belirlenmiştir. Bu değer $O\dot{I}U_0$ durumunda (yani kayma olmayan bir süreçten) hesaplanan 2,000 değerini aştığı ve karşılık geldiği satırda da (1,0,0) durumuna denk geldiği görülmektedir. Buradan, süreç ortalamasında gerçekleşen kaymanın sadece x_1 değişkeninden kaynaklandığı

söylenebilir. Bir başka örnek vermek gerekirse, $\delta = 1,5\sigma$ ve $\rho_2 = 0,5$ olması durumunda, (1,0,1) kombinasyonu için hesaplanan en büyük ortalama değer 5,009 olduğu gözlemlenmektedir. Bu değer $O\dot{I}U_0$ durumunda hesaplanan ortalama değerden oldukça farklılaştığı ve karşılık geldiği satırda da üçüncü değişim kombinasyonu olan (1,0,1)’e denk geldiği görülmektedir. Dolayısıyla, süreçteki kaymada x_1 ve x_3 değişkenlerinin etkili olduğu belirtilebilir. Tablodaki diğer değerler de benzer şekilde yorumlanabilir.

Tablo 3’te süreç dağılımının ortalama parametresinden uzaklaşma miktarını temsil eden $\delta\sigma$ ’nın farklı değerleri için $O\dot{I}U_0 = 100$ olmak üzere çok değişkenli normal dağılıma uyan sürece ilişkin elde edilen T^2 ve PoC kontrol grafiklerinden hesaplanan $O\dot{I}U_1$ değerleri gösterilmektedir. Bir tür Shewhart tipi kontrol grafiği olan Hotelling T^2 kontrol grafiğinin süreçteki nispeten büyük kaymaları yakalayabilme performansının iyi olmasının yanı sıra küçük kaymaları yakalayabilme yeteneği iyi değildir. Tablo 3’te de görüleceği üzere T^2 kontrol grafiği küçük kayma miktarlarında büyük $O\dot{I}U_1$ değerlerine sahiptir. Bunun temel nedeni, Shewhart tipi kontrol grafiklerinin hafızasız olması başka bir deyişle son örneklem bilgisinin kullanmasıdır. Tablo 3’e bakıldığında T^2 kontrol grafiğine alternatif olarak önerilen PoC kontrol grafiğinden $O\dot{I}U_0 = 100$ olması koşulu ile elde edilen $O\dot{I}U_1$ değerlerinin T^2 kontrol grafiğinden elde edilen $O\dot{I}U_1$ değerlerinden daha küçük olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, önerilen yöntemin süreç ortalamasında meydana gelen bir kaymayı geleneksel yöntemle göre daha erken yakalayabilmektedir.

Değişkenler arasındaki korelasyon yapısı bağlamında değerlendirildiğinde, korelasyon katsayısı büyüdükçe T^2 kontrol grafiklerinin performanslarında nispeten bir kötüleşme gözlemlenirken, PoC kontrol grafiklerinin performanslarının değişkenler arasındaki korelasyon yapısından etkilenmediği görülmektedir. Dolayısıyla, PoC kontrol grafiklerinin çok değişkenli normal dağılım sürecinin ortalama vektöründe bir kayma gerçekleştiğinde değişkenler arasındaki tüm korelasyon yapılarında iyi çalıştığı söylenebilir.

Tablo 4’te çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler için oluşturulan üç senaryo (Gamma_1, Gamma_2, Gamma_3) için DVM yaklaşımı ile elde edilen PoC kontrol grafiklerine ilişkin $O\dot{I}U$ değerleri verilmiştir. Burada da $O\dot{I}U_0$ değeri 100 olarak belirlenmiş,

Tablo 1. Çok değişkenli normal dağılıma uyan süreçte PoC kontrol grafiği ile elde edilen $O\dot{I}U$ değerleri
($O\dot{I}U$ values obtained with the PoC control chart in multivariate normal process)

Normal Dağılım ($\mu_0 + \delta\sigma; \Sigma_0$)			
$\delta\sigma$	$\rho_1 = 0,3$	$\rho_2 = 0,5$	$\rho_3 = 0,8$
0,00	98,48	97,85	97,77
0,25	5,47	5,57	5,88
0,50	4,22	5,35	5,59
0,75	3,81	4,43	4,71
1,00	3,28	3,97	4,25
1,50	2,04	2,41	2,91
2,00	1,26	1,55	1,79
2,50	1,06	1,15	1,34
3,00	1,01	1,03	1,10

Tablo 7. Gamma_3'te SVM-PoC değerlerinin farklı değişim kombinasyonlarından elde edilen ortalamaları
(The averages of SVM-PoC values for Gamma_3 scenario obtained from different combinations of variations)

Gamma_3 ($\theta_1 + \delta; \theta_2 + \delta$)																						
$\rho_1 = 0,3$							$\rho_2 = 0,5$							$\rho_3 = 0,8$								
δ	0	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,5	1	0,394	0,326	0,323	0,246	0,324	0,247	0,243	0,337	0,301	0,297	0,241	0,297	0,239	0,239	0,298	0,293	0,295	0,252	0,297	0,253	0,257
1,0	1	0,769	0,664	0,661	0,449	0,662	0,441	0,444	0,676	0,620	0,619	0,454	0,615	0,452	0,454	0,626	0,614	0,614	0,550	0,617	0,549	0,555
1,5	1	0,933	0,865	0,860	0,654	0,867	0,658	0,657	0,887	0,848	0,848	0,703	0,846	0,690	0,702	0,833	0,843	0,841	0,811	0,844	0,814	0,813
2,0	1	0,996	0,985	0,984	0,912	0,984	0,908	0,906	0,989	0,979	0,978	0,935	0,979	0,929	0,936	0,971	0,975	0,976	0,969	0,974	0,969	0,967
2,5	1	0,999	0,994	0,995	0,962	0,994	0,959	0,959	0,997	0,993	0,992	0,974	0,993	0,972	0,974	0,989	0,989	0,987	0,987	0,990	0,985	0,987
3,0	1	0,998	0,993	0,996	0,967	0,994	0,958	0,969	0,994	0,992	0,995	0,977	0,992	0,968	0,963	0,986	0,987	0,990	0,989	0,988	0,987	0,990
0	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

*0=(0,0,0), 1=(1,1,1), 2=(1,1,0), 3=(1,0,1), 4=(1,0,0), 5=(0,1,1), 6=(0,1,0), 7=(0,0,1)

itibaren tüm kayma büyüklüklerinde değişime sebep olan değişken/değişkenlere ilişkin doğru tespitlerde bulunduğu anlaşılmaktadır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında, $\delta = 1,0$ ve $\rho_2 = 0,5$ olduğu durumda (1,0,1) kombinasyonuna ilişkin sütundaki en yüksek değer 0,669 olduğu ve bu değer karşılık geldiği satırda da (1,0,1) kombinasyonuna denk geldiği ve dolayısıyla süreçteki kaymaya birinci (x_1) ve üçüncü (x_3) değişkenlerin sebep olduğu söylenebilir. Bir başka örnek vermek gerekirse, $\delta = 2,0$ ve $\rho_3 = 0,8$ olması durumunda, (0,0,1) değişim kombinasyonu için hesaplanan en büyük PoC ortalamasının 0,968 olduğu görülmektedir. Bu değer karşılık geldiği satırda da (0,0,1) değişim kombinasyonuna denk geldiği ve dolayısıyla süreçteki kaymada sadece x_3 değişkeninin sebep olduğu belirtilebilir.

6. Sonuçlar (Conclusions)

Çok değişkenli bir süreçte verimliliği arttırmak ve kaliteyi korumak amacıyla operatörlere sürecin durumu hakkında doğru bilgiyi

sağlamak önemlidir. Bu amaçla ÇİSK grafiklerinin kullanılmasının sürecin izlenmesinde önemli bir rolü vardır. Süreçte bir kayma gerçekleştiğinde, grafikler ile kontrol dışı sinyal üretilir. Bu sinyalin ulaştığı operatör daha sonra süreçteki kaymanın etkilerini telafi etmek için önlemler almak amacıyla kaymanın temel nedenlerini araştırmaya başlar. Bununla birlikte, ÇİSK grafikleri pratikte bir güçlük karşılamaktadır. Bu güçlük, kontrol dışı sinyalin üretilmesinden hangi kalite değişkeninin veya değişkenlerinin sorumlu olduğunun belirlenmesidir. Bu çalışmada, çok değişkenli normal dağılıma uyan ve uymayan süreçlerde, değişkenler arasındaki korelasyonlar dikkate alınarak, süreç ortalamasında gerçekleşen kaymanın tespit edilmesi ve kaymaya sebep olan değişken/değişkenlerin tespit edilmesinde literatürde bilinen yöntemlere alternatif olabilecek bir yöntemin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Belirtilen amaca uygun olarak, çok değişkenli normal dağılıma uyan süreçte, sürecin hedef ortalama vektöründe bir farklılaşma yaratılmıştır. Ayrıca değişkenler arasındaki korelasyon yapısının önerilen yöntem üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla değişkenler arasındaki düşük, orta ve yüksek ilişkiyi temsil eden farklı korelasyon düzeyleri dikkate alınmıştır.

Çok değişkenli normal dağılıma uygun olarak tasarlanan senaryoya göre önerilen yöntemin süreç ortalamasında meydana gelen bir kaymayı geleneksel T^2 yöntemine göre daha erken yakaladığı dolayısıyla daha iyi performans sergilediği söylenebilir. Shewhart tipi kontrol grafikleri belleksiz olma özellikleri nedeniyle süreçteki küçük kaymaları yakalamada başarılı değillerdir. Tablo 3'e bakıldığında bir tür Shewhart tipi kontrol grafiği olan Hotelling T^2 kontrol grafiğinin tüm kayma miktarlarında önerilen PoC kontrol grafiğinin gerisinde kaldığı görülmektedir. PoC kontrol grafiği tüm kayma büyüklüklerinde iyi performans göstermiştir.

Çalışma kapsamında ayrıca dağılımın normal olmadığı durumlarda süreç izleme ve süreçteki sinyalin kaynağını belirleme konusuna da yer verilmiştir. Bu bağlamda, çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler dikkate alınmıştır. Çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler tasarlanırken, süreçteki kayma dağılımın sadece şekil (Gamma_1), sadece ölçek (Gamma_2) ve hem şekil hem de ölçek (Gamma_3) parametrelerinde gerçekleştirilmiştir. Çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçlere ilişkin sonuçların değişkenler arasındaki ilişki yapısına göre değerlendirilebilmesi için veriler üretilirken düşük, orta ve yüksek olmak üzere 3 farklı korelasyon düzeyi dikkate alınmıştır.

Çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler için düzenlenen ilk senaryoda (Gamma_1: $\theta_1 + \delta; \theta_2$), PoC kontrol grafiğinin süreç dağılımının θ_1 parametresinde gerçekleşen kaymayı $\delta = 0,25$ 'dan itibaren yakalayabildiği söylenebilir. Değişkenler arasındaki ilişki baz alınarak incelendiğinde, PoC kontrol grafiğinin performansının değişkenler arasındaki korelasyon yapısından etkilenmediği görülmüştür. Buradan, PoC kontrol grafiğinin çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçlerin θ_1 parametresinde bir kayma gerçekleştiğinde değişkenler arasındaki tüm korelasyon yapılarında iyi çalıştığı söylenebilir.

Çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler için düzenlenen ikinci senaryo (Gamma_2: $\theta_1; \theta_2 + \delta$) koşulları altında, PoC kontrol grafiği süreçteki kaymayı $\delta = 0,25$ birim uzaklıktan itibaren yakalayabildiği görülmektedir. Değişkenler arasındaki korelasyon yapısı bağlamında, PoC kontrol grafiğinin performansının değişkenler arasındaki korelasyon yapısından etkilenmediği görülmektedir. Dolayısıyla, PoC kontrol grafiğinin çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçlerin ölçek parametresinde bir kayma gerçekleştiğinde değişkenler arasındaki tüm korelasyon yapılarında iyi çalıştığı söylenebilir.

Çok değişkenli gamma dağılımına uyan süreçler için düzenlenen üçüncü senaryoda (Gamma_3: $\theta_1 + \delta; \theta_2 + \delta$), değişkenler arasındaki ilişkinin her üç düzeyi için de süreçteki kaymayı yakalamada PoC kontrol grafiğinin süreçteki kayma miktarının çok küçük değerlerinde dahi süreçteki kaymayı hızlıca yakalayabildiği ve tüm kayma miktarlarında değişkenler arasındaki korelasyon yapısından etkilenmediği söylenmelidir.

Önerilen yöntem çok değişkenli normal dağılıma ve gamma dağılımına uyan süreçlerde karşılaşılan kontrol dışı durumun tespit edilmesinin yanı sıra bu farklılaşmaya neden olan değişken/değişkenlerin belirlenmesi konusunda da çözüm sunmaktadır. Bu çerçevede çok değişkenli normal ve gamma dağılımlarına uyan süreçlerde farklı kayma miktarları ve çeşitli korelasyon katsayılarına göre önerilen DVM yaklaşımı ile değişimin kaynağını belirlenmesi problemi de incelenmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda önerilen yöntemin tüm senaryolarda $\delta = 0,5$ birim ve ötesinde meydana gelen kaymaya sebep olan

değişken/değişkenleri doğru bir şekilde belirleyebildiği görülmüştür. Ayrıca, süreçte meydana gelen kontrol dışı sinyalin kaynağının belirlenmesi değişkenler arasındaki korelasyon yapısından da etkilenmemektedir. Bu da önerilen yöntemin, aralarında bağımlılık bulunan değişkenlerle çalışıldığında bile süreçteki kaymaya sebep olan değişken/değişkenleri belirleyebildiğini ve literatürde yer alan birçok çalışmaya bu konuda üstünlük sağladığını gösteren önemli bir sonuçtur.

Çok değişkenli süreç izleme hakkında yapılan çalışmalar, kontrol dışı durumu yakalamaya yönelik yöntemler ve sürecin kontrol dışına çıkmasına neden olan yöntemler olmak üzere genel olarak iki ana kategoride toplanabilir. Bu yöntemlerin çoğu sadece süreç ortalam vektöründeki kaymayı yakalamaya yöneliktir. Çok değişkenli durumda varyans-kovaryans matrisindeki farklılaşmayı yakalamaya yönelik yöntemler ise çok daha sınırlı sayıdadır. Önerilen yöntemin geliştirilmeye açık yönlerinden biri budur. Örneğin, çok değişkenli bir süreçte kontrol dışı durum süreç dağılımında olabileceği gibi dağılım parametrelerinde de gerçekleşebilir. Bu çalışmada, normal dağılıma uygun süreç için dağılımın ortalama vektöründe meydana gelen kayma dikkate alınmıştır. Buna ek olarak, ileriki çalışmalarda önerilen yöntem çok değişkenli süreçlerin sadece varyans-kovaryans matrisindeki kaymayı ya da hem ortalama vektöründe hem de varyans-kovaryans matrisinde farklılaşma olması halinde kaymaları eşanlı olarak tespit etmeye yönelik geliştirilebilir.

Kaynaklar (References)

1. Hotelling, H. Multivariate Quality Control. Techniques of Statistical Analysis, C. Eisenhart, M. W. Hastay, and W. A. Wallis, ed., New York: McGraw-Hill, 1947.
2. Lowry, C. A ve Montgomery, D. C. A Review of Multivariate Control Charts. IIE Transactions, 27 (6), 800–810, 1995.
3. Crosier, R. B. Multivariate generalizations of cumulative sum quality-control schemes. Technometrics, 30 (3), 291–303, 1988.
4. Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C.W. ve Rigdon, S. E. A multivariate exponentially weighted moving average control chart. Technometrics, 34 (1), 46, 1992.
5. Liu, R.Y. Control charts for multivariate processes. Journal of the American Statistical Association, 90, 1380–1387, 1995.
6. Mason, R. L., Tracy, N. D. ve Yong, J. C. A practical approach for interpreting multivariate T2 control chart signals. J Qual Technol, 29 (4), 396–406, 1997.
7. Chang, Y.S. ve Bai, D.S. A multivariate T2 control chart for skewed populations using weighted standard deviations. Quality and Reliability Engineering International, 20, 31–46, 2004.
8. Kresta, J. V., MacGregor, J. F. ve Marlin, T. E. Multivariate statistical monitoring of process operating performance. Can. J. Chem. Eng., 69 (1), 35–47, 1991.
9. Jiang, Q. , Yan, X. ve Huang, B. Performance-driven distributed PCA process monitoring based on fault-relevant variable selection and Bayesian inference. IEEE Trans. Ind. Electron., 63 (1), 377–386, 2016.
10. Choi, S. W. , Lee, C., Lee, J.-M., Park, J. H. ve Lee, I.-B. Fault detection and identification of nonlinear processes based on kernel PCA. Chemometrics Intell. Lab. Syst., 75 (1), 55–67, 2005.
11. Ge, Z., Song, Z. ve Gao, F. Review of recent research on data-based process monitoring. Ind. Eng. Chem. Res., 52 (10), 3543–3562, 2013.
12. MacGregor, J. F., Jaeckle, C., Kiparissides, C. ve Koutoudi, M. Process monitoring and diagnosis by multiblock PLS methods. American Institute Chemical Engineers Journal, 40 (5), 826–838, 1994.
13. Jackson, J. E. , Quality Control Methods for Several Related Variables. Technometrics, 1, 359, 1959.
14. Jackson, J. E. ve Mudholkar, G. S., Control Procedures for Residuals Associated with Principal Component Analysis, Technometrics, 21, 341–349, 1979.
15. Jackson, J. E., Principal Components and Factor Analysis: Part I- Principal Components. Journal of Quality Technology, 12 (4), 201–213, 1980.
16. Wold, S., Geladi, P., Esbensen, K. ve Ohman, J. Multi-Way Principal Components and PLS Analysis. Journal of Chemometrics, 1, 41–56, 1987.

17. Ku, W., Storer, R. H., ve Georgakis, C. Disturbance detection and isolation by dynamic principal component analysis, *Chemometrics Intell. Lab. Syst.*, 30 (1), 179–196, 1995.
18. Bakshi, B. R. Multiscale PCA with Application to Multivariate Statistical Process Monitoring. *American Institute Chemical Engineers Journal*, 44, 1596, 1998.
19. Kano, M., Ohno, H., Hasebe, S. ve Hashimoto, I. A New Statistical Process Monitoring Method Using Principal Component Analysis. *Computer Chemical Engineering*, 25, 1103, 2001.
20. Martin, E.B. ve Morris, A.J. An overview of multivariate statistical process control in continuous and batch process performance monitoring, *Trans. Inst. Meas. Control.*, 18 (1), 51-60, 1996.
21. Chew, X. Y., Alternative Design of One-Sided Shewhart Control Charts for the Multivariate Coefficient of Variation, *Pertanika J. Sci. & Technol.* 31 (1), 615-632, 2023.
22. Alt, F. B., *Multivariate Quality Control. Encyclopedia of Statistical Sciences*, 6, N. L. Johnson ve S. Kotz, (eds.) Wiley, New York, 1985.
23. Hayter, A. J. ve Tsui, K.-L. Identification and Quantification in Multivariate Quality Control Problems. *J Qual Technol*, 26 (3), 197–208, 1994.
24. Mason, R. L., Tracy, N. D. ve Young, J. C., Decomposition of T2 for Multivariate Control Chart Interpretation, *J Qual Technol*, 27 (2), 109–119, 1995.
25. Hawkin, D. Regression Adjustment for Variables in Multivariate Quality Control, *J. Qual. Technol.*, 25, 170-182, 1993.
26. Mason, R. L. ve Young, J. C. *Multivariate Statistical Process Control With Industrial Application*, Philadelphia: SIAM, 2002.
27. Sullivan, J. H., Stoumbos, Z. G., Mason, R. L., ve Young, J. C. Step-Down Analysis for Changes in the Covariance Matrix and Other Parameters, *Journal of Quality Technology*, 39, 66–84, 2007.
28. [28] Tracy N.D., Young J.C. ve Mason R.L. Multivariate control charts for individual observations. *Journal of Quality Technology*, 24, 88-95, 1992.
29. [29] Hastie, T. ve Tibshirani, R., Classification by Pairwise Coupling. *The Annals of Statistics*, 26 (2), 451–471, 1998.
30. Sun, R. ve Tsung, F., A Kernel-distance-based multivariate control chart using support vector methods. *International Journal Production Research*, 41 (13), 2975–2989, 2003.
31. He, S., Jiang, W. ve Deng, H., A distance-based control chart for monitoring multivariate processes using support vector machines, *Ann Oper Res* 263, 191-207, 2018.
32. Onel, M., Kieslich, C.A., Guzman, Y. A., Floudas, C. A. ve Pistikopoulos E. N., Big data approach to batch process monitoring: Simultaneous fault detection and diagnosis using nonlinear support vector machine-based feature selection, *Computers & Chemical Engineering*, 115, 46-63, 2018.
33. Lee, P.-H., Torng, C.-C., Lin, C.-H. Ve Chou, C.-Y., Control chart pattern recognition using spectral clustering technique and support vector machine under gamma distribution, *Comp Ind Eng*, 171, 108437, 2022.
34. Bisheh, H. B. ve Amiri, G. G., Structural damage detection based on variational mode decomposition and kernel PCA-based support vector machine, *Engineering Structures*, 278, 1-12, 2023.
35. Chongfuangprinya, P., Kim, S. B., Park, S.-K. ve Sukchotrat, T., Integration of support vector machines and control charts for multivariate process monitoring. *J Stat Comput Simul*, 81 (9), 1157-1173, 2011.
36. Burges, C.J.C., A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition, *Data Min Knowl Discovery*, 2, 121–167, 1998.
37. Shawe-Taylor, J. ve Cristianini, N., *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods*, Cambridge University Press, New York, 2000.
38. Platt, J., Probabilistic outputs for support vector machines and comparison to regularized likelihood methods. *Advances in Large Margin Classifiers*, Editörler: Smola, A. , Bartlett, P., Scholkopf, B. ve Schuurmans, D., Cambridge, MA, 61–74, 2000.
39. Efron, B. ve Tibshirani, R., *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 1994.