

# Güneş Benzeri Titreşim Yapan Evrimleşmiş Yıldızlarda Karma Modların İncelenmesi

Zeynep Çelik Orhan,<sup>1</sup>  

<sup>1</sup> Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri, 35100, Bornova, İzmir, Türkiye

Accepted: December 8, 2022. Revised: December 8, 2022. Received: November 3, 2022.

## Özet

Asteroseismoloji sayesinde yıldızların temel parametreleri oldukça hassas bir şekilde tespit edilmektedir. Örneğin, güneş benzeri titreşim yapan anakol yıldızlarının kütle ve yarıçapları, gözlem frekansları ve etkin sıcaklık kullanılarak oldukça duyarlı olarak belirlenmektedir. Bu parametrelerin elde edilmesi için geliştirilen ilişkilere "ölçeklendirme ilişkileri" denir. Anakol yıldızları için geliştirilen bu ilişkiler güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş yıldızlar için de kullanılmaktadır. Bu çalışma kapsamında güneş benzeri titreşimleri Kepler uzay aracı tarafından belirlenen dört tane evrimleşmiş yıldız detaylı olarak iç yapı modelleri yardımıyla incelenmiştir. MESA iç yapı modelleriyle yıldızların kütle ve yarıçap aralığı sırasıyla 1.16-1.75  $M_{\odot}$  ve 2.18-3.14  $R_{\odot}$  olarak belirlenmiştir (Çelik Orhan ve diğ. 2023). Bu çalışmada özellikle karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekansları detaylı olarak ilk kez incelenmiştir. Bu sayede yıldızların yaşları 1.57-7.78 Gyr aralığında oldukça hassas olarak elde edilmiştir.

## Abstract

Thanks to asteroseismology, the fundamental parameters of stars are determined very precisely. For example, the masses and radii of the solar-like oscillating main sequence (MS) stars are determined very precisely using the observation frequencies and the effective temperature. The relations developed to obtain these parameters are called "scaling relations". These relations developed for MS stars are also used for solar-like oscillating evolved stars. In this study, solar-like oscillating four subgiant (SG) stars are studied in detail using internal structure models. The mass and radius ranges of the stars were determined as 1.16-1.75  $M_{\odot}$  and 2.18-3.14  $R_{\odot}$ , respectively (Çelik Orhan ve diğ. 2023). The structure models are constructed using MESA code. In this study, the oscillation frequencies of  $l=1$ , which show mixed mode, were examined in detail for the first time. In this way, the ages of the stars were obtained very sensitively as 1.57-7.78 Gyr, in this study.

**Anahtar Kelimeler:** asteroseismology, evolved stars, mixed modes, stellar interiors and evolution

## 1 Giriş

Yıldızların iç yapılarının ve evrimsel süreçlerini anlamak için astrofizikçiler detaylı çalışmalar yapmaktadırlar. Bu konuda yapılan çalışmalarda genel olarak gözlemler ile modellerin uyumuna bakılmaktadır. Yıldızın yüzey koşullarını modellerle anlamak kolayken iç yapısına ait durumlar hakkında bilgi edinmek oldukça zordur, çünkü yıldızların özeğinde üretilen fotonlar yüzeye ulaşmaya kadar soğrulup salınarak ilerlemektedir. Dolayısıyla fotonlar en son yüzey katmaları tarafından soğrulup salındığı için sadece bu katmalar hakkında gözlemsel bilgiler sağlamaktadır. Günümüzde ise asteroseismoloji ile yıldızların özek bölgeleri hakkında gözlemsel bilgiler edinilebilmektedir.

CoRoT (Baglin ve diğ. 2009), Kepler (Borucki ve diğ. 2010) ve TESS (Sullivan ve diğ. 2015) uzay teleskopları sayesinde çok sayıda titreşim yapan yıldız tespit edilmiştir. Özellikle güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar, yıldız iç yapı ve evrimi çalışmalarında oldukça önemli yere sahiptir, çünkü bu tür titreşim yapan yıldızların kütle ve yarıçapları belirli duyarlılıklarla titreşim frekansları ve etkin sıcaklık kullanarak elde edilmektedir. Kütle ve yarıçapı belirlemede kullanılan gözlemsel frekanslar büyük ayrılma ( $\Delta\nu$ ) ve maksimum genlik frekansı ( $\nu_{\max}$ )'dır. Güneş'in gözlenen  $\nu_{\max}$ ,  $\Delta\nu$  ve etkin sıcaklık

değerlerine oranlanarak kütle ve yarıçapı hesaplamak için kullanılan bu yönteme "ölçeklendirme ilişkisi" denilmektedir (Kjeldsen & Bedding 1995).

$$\frac{M_{\text{sca}}}{M_{\odot}} = \left( \frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max,\odot}} \right)^3 \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-4} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{1.5} \quad (1)$$

ve

$$\frac{R_{\text{sca}}}{R_{\odot}} = \left( \frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max,\odot}} \right) \left( \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-2} \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{0.5} \quad (2)$$

burada  $\nu_{\max,\odot}$  ve  $\Delta\nu_{\odot}$  sırasıyla Güneş'in maksimum genlik frekans ve büyük ayrılma değerlerini temsil etmektedir. Bu değerler  $\nu_{\max,\odot}=3050 \mu\text{Hz}$  (Kjeldsen & Bedding 1995) ve  $\Delta\nu_{\odot}=135.1 \mu\text{Hz}$  (Huber ve diğ. 2017) olarak alınmıştır.

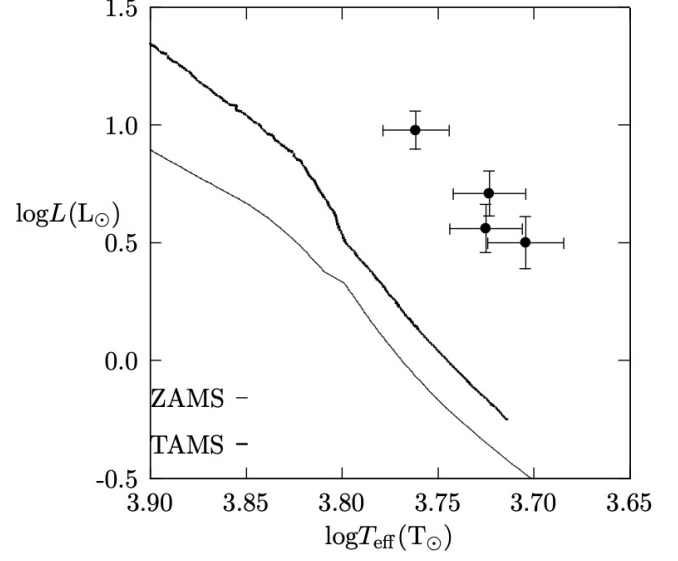
Ölçeklendirme ilişkilerinden güneş benzeri titreşim yapan yıldızların kütle ve yarıçapı sırasıyla %5-6 ve %2-4 hassasiyetle belirlenebilmektedir (Metcalfe ve diğ. 2014). Bu ilişkiler anakolda bulunan güneş benzeri titreşim yapan yıldızları esas alarak geliştirilmiştir. Ancak literatürde yer alan çoğu çalışmada anakol yıldızları için geliştirilen bu ilişkiler evrimleşmiş yıldızlar için de kullanılmaktadır. Evrimsel ve yapısal olarak anakol yıldızlarından oldukça farklı olan evrimleşmiş yıldızlar için bu ilişkilerin kullanılmasında hesaplanan kütle ve yarıçap üzerinde sistematik hataları da beraberinde getirmektedir. Evrimleşmiş yıldızların temel parametrelerinin hesaplanmasında ortaya çıkan

\* zeynep.celik@ege.edu.tr

bu sistematik hataların giderilmesi için literatürde çok sayıda çalışma yapılmıştır (Çelik Orhan 2021; White ve diğ. 2011; Sharma ve diğ. 2016). Genel olarak bu çalışmalarda anakol yıldızları için geliştirilen ölçeklendirme ilişkilerini evrimleşmiş yıldızlarda kullanabilmek için bu ilişkilere düzeltme terimleri tanımlanmıştır (White ve diğ. 2011; Yıldız, Çelik Orhan, & Kayhan 2019). Bunların yanı sıra ölçeklendirme ilişkilerinde gözlemsel olarak tespiti zor ve hatası fazla olan  $\nu_{\max}$  yerine büyük ayrılmaya karşı frekans grafiklerinde görülen düşmelerden faydalanarak yeni ölçeklendirme ilişkileri geliştirilmiştir. Bu tespit edilen düşmelere "minimum frekans" adı verilmiştir. Minimum frekanslar ve modellerin yardımıyla kütle ve yarıçap değerleri sırasıyla %2-3 ve %1-1.5 duyarlılıkla tespit edilmiştir. Ancak geliştirilen bu ilişkiler yine güneş benzeri titreşim yapan anakol yıldızları için geçerlidir. Bu yüzden de evrimleşmiş yıldızlar için bu ilişkilerle hesaplanan kütle ve yarıçapların, frekansları iyi şekilde fit edildiği iç yapı modelleriyle elde edilen kütle ve yarıçaplarla kıyaslanması gerekli ve önemlidir. Bu şekilde yıldızlara ait temel parametrelerin belirlenmesinde ortaya çıkan sistematik hatalar giderilebilir.

Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar, yıldızların özek bölgelerinin anlaşılmasında oldukça önemli role sahiptir, çünkü bu tür yıldızların özek bölgeleri karma modlar yardımıyla gözlenebilmektedir. Bu tür yıldızlarda gözlenen karma modlar, yıldız evriminin doğal bir sonucudur. Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar, sürdürücü kuvveti basınç olan p- modlu titreşimler yapmaktadır. Bu tür titreşimler yıldızların yüzey bölgelerinde tuzaklanmış olup bu bölgeler hakkında bilgi taşımaktadır. Bunun yanı sıra sürdürücü kuvveti kütle çekimi olan g-modlu titreşimler bu tür yıldızların özeklerinde tuzaklanmıştır. Dolayısıyla bu tür titreşim gösteren yıldızlarda g-modu maalesef gözlenmemektedir. Ancak evrimin doğal sonucu olarak karma modlar yardımıyla yıldızların özek ve özeğe yakın bölgeleri hakkında bilgi edinilebilmektedir. Yıldız anakolda ilerlerken merkezi bölgelerinde meydana gelen nükleer tepkimler parçacık sayısını azaltır ve parçacık sayısına doğrudan bağlı olan basınç kuvveti de azalır. Bu durumda kütle çekim kuvvetine karşı koyan basıncın azalması yıldızın merkezi bölgelere doğru çökmesine neden olur. Bu sayede merkezi bölgeler ısınır. Böylece yıldızın yüzey katmanları fazla enerji çıkışından kaynaklı olarak şişer. Bu durumda p-modlu titreşimlerin frekansları uzarken g-modlu titreşimlerin frekansları kısılır. Aynı azimutal moda sahip olan ( $l=0$  hariç) g- ve p- modlarının frekanslarının birbirine yaklaşmasıyla eşleşmeler oluşur. Bu tür frekanslar merkezi bölgelerde g- modlu, yüzey bölgelerinde ise p-modlu titreşimler gibi davranırlar. Bu sayede karma mod gösteren titreşimler yıldızların özek bölgeleri hakkında bilgi sağlar. Bu konuda yapılan en önemli çalışmalardan biri de karma mod gösteren  $l=1$  modlarının kırmızı dev ve alt dev yıldızlar için incelenmesi sonucunda bu yıldızların özeklerinin yüzeylerine göre yaklaşık olarak sırasıyla 10 ve 5 kat hızlı döndüğünü bulunmasıdır (Deheuvels ve diğ. 2012; Beck ve diğ. 2012).

Bu çalışmada Kepler uzay teleskobuyla gözlenmiş  $l=1$  modları karma mod gösteren dört alt dev yıldız detaylı olarak ilk kez incelenmiştir. Seçilen dört alt dev yıldızın temel parametreleri en güncel MESA evrim koduyla (v15140, Paxton ve diğ. 2011, 2013) hesaplanmıştır. Gözlemsel veriyle en uyumlu olan modelin güneş benzeri titreşim frekansları ADIPLS paketiyle (Christensen-Dalsgaard 2008) hesaplanmıştır. Asterosismik olan  $\Delta\nu$ ,  $\nu_{\max}$ , referans frekansları olan minimumlar ve diğer asterosismik olmayan gözlemsel parametreleri bu modellerin kalibrasyonunda kullanılmıştır.



Şekil 1. Seçilen dört alt dev yıldızın HR diyagramındaki konumu. İnce ve kalın çizgiler evrim yollarıyla elde edilen sırasıyla ZAMS ve TAMS'ı temsil etmektedir (Yıldız 2015). İçi dolu daireler ile seçilen dört yıldız işaretlenmiştir (Çelik Orhan ve diğ. 2023).

Bu çalışmada yer alan yıldızlarda özellikle karma modun etkisini incelemek için  $l=1$  titreşim modları detaylı olarak incelenmiştir. Bu yıldızlar için hesaplanan yaşlar literatürde var olan farklı kodlarla hesaplanan yaşlarla kıyaslanmıştır. Böylece asterosismik parametrelerden faydalanarak farklı evrim kodlarından hesaplanan yaşların kullanılan kodtan bağımsız olduğu ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmada §2'de seçilen dört alt dev yıldızın asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametrelerine yer verilmiştir. §3'te MESA model özelliklerine ve modelleme yöntemleri anlatılmıştır. §4'te yıldız modellerinin sonuçlarına ve asterosismik incelemelerine değinilmiştir. §5'te de bu çalışmaya ait sonuçlara yer verilmiştir.

## 2 Dört alt dev yıldızla ait gözlemsel parametreler

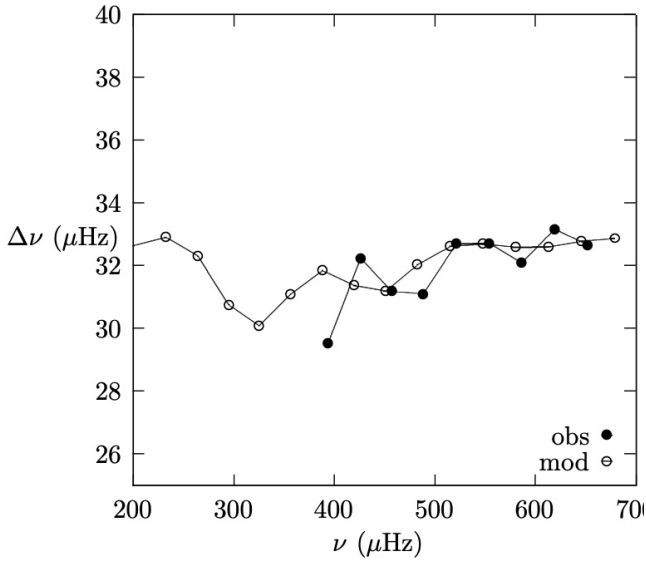
Şekil 1'de yer alan güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş dört yıldızın hepsi erken alt dev (sub giant, SG) evresindedir. Bu yıldızların gözlenen güneş benzeri titreşimleri Kepler uzay aracıyla elde edilmiştir. Bu çalışmada yer alan yıldızlara ait asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametreleri Çizelge 1'de yer almaktadır. Yıldızların gözlenen  $\Delta\nu$  ve  $\nu_{\max}$  parametreleri Appourchaux (2020) çalışmasından alınmıştır.

Referans frekansları olan minimum frekansları Yıldız ve diğ. (2014a) tarafından geliştirilen yöntemlerle belirlenmiştir. Minimumları belirlemek için Şekil 2'deki büyük ayrılmaya karşı frekans grafiğinden faydalanılmıştır. Bu minimumlar, yüksek frekanstan düşük frekansa göre sırasıyla  $\nu_{\min 0}$ ,  $\nu_{\min 1}$  ve  $\nu_{\min 2}$  olarak adlandırılmıştır. Bu çalışmada yer alan yıldızların hepsi evrimleşmiştir ve düşük sıcaklıktadır. Bu yüzden bu tür yıldızlarda gözlemsel titreşim frekanslarında  $\nu_{\min 2}$  gözlenmemektedir. Minimumların belirlenmesindeki hassasiyet gözlenen büyük ayrılmaya yarısı kadar olarak kabul edilmiştir (Yıldız ve diğ. 2014a; Yıldız, Çelik Orhan, & Kayhan 2015).

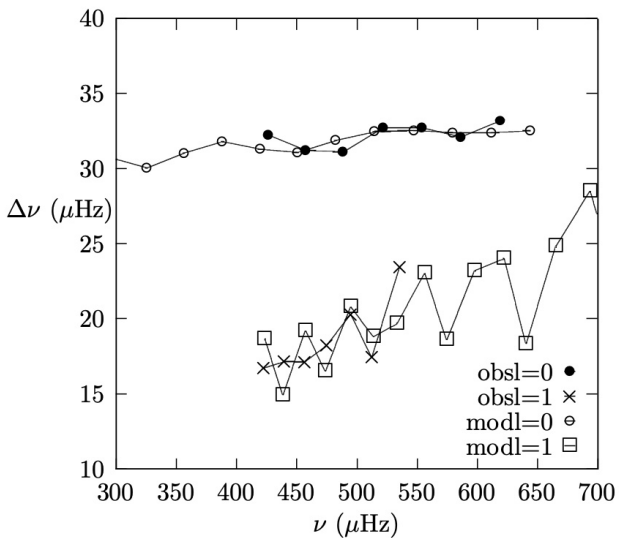
Şekil 1'de seçilen yıldızların etkin sıcaklıkları tayfan elde edilen sıcaklıklardır. Işınım gücü ( $L$ ) ise asterosismik  $R$  ve etkin sıcaklık kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 1'deki içi dolu daireler

**Çizelge 1.** Güneş benzeri titreşim yapan dört yıldızın parametreleri. Asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametreleri sırasıyla paralaks ( $\pi$ ) ve parlaklık (G) *Gaia* veri tabanından alınmıştır. Etkin sıcaklık ( $T_{\text{eff}}$ ), logaritmik yüzey çekim ivmesi ( $\log g$ ),  $[Fe/H]$ ,  $\Delta\nu$ , küçük ayrılma ( $\delta\nu_{02}$ ),  $\nu_{\text{max}}$ ,  $\nu_{\text{min}0}$ , ve  $\nu_{\text{min}1}$  çizelgede yer almaktadır (Çelik Orhan ve diğ. 2023).

Yıldız	$\pi$ (mas)	G (mag)	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	$[Fe/H]$ (dex)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{max}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{min}0}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{min}1}$ ( $\mu\text{Hz}$ )
KIC 5689820	$2.92 \pm 0.01$	$11.28 \pm 0.03$	$5063 \pm 100$	$3.40 \pm 0.20$	$0.070 \pm 0.100$	$41.00 \pm 0.50$	$695.00 \pm 15.00$	$704.65 \pm 0.01$	$556.42 \pm 0.01$
KIC 8751420	$17.28 \pm 0.02$	$6.81 \pm 0.03$	$598.02 \pm 100$	$3.61 \pm 0.20$	$-0.170 \pm 0.100$	$34.65 \pm 0.08$	$566.90 \pm 2.30$	$598.02 \pm 0.02$	$451.84 \pm 0.02$
KIC 11771760	$1.49 \pm 0.01$	$11.34 \pm 0.03$	$5775 \pm 100$	$3.75 \pm 0.20$	$-0.006 \pm 0.100$	$32.20 \pm 0.70$	$32.20 \pm 0.70$	$473.78 \pm 0.01$	$584.62 \pm 0.01$
KIC 12508433	$5.36 \pm 0.10$	$9.52 \pm 0.03$	$5309 \pm 100$	$3.78 \pm 0.20$	$0.220 \pm 0.100$	$44.90 \pm 0.70$	$795.00 \pm 26.00$	$650.57 \pm 0.01$	$812.50 \pm 0.01$



**Şekil 2.** KIC 1177160 yıldızının MESA modelleri (içi boş daireler) ve gözlemlerden belirlenen (içi dolu daireler)  $l=0$  frekanslarının  $\Delta\nu$ - $\nu$  grafiği.



**Şekil 3.** KIC 1177160 yıldızının MESA modelleri (içi boş daireler) ve gözlemlerden belirlenen (içi dolu daireler)  $l=0$  ve  $l=1$  frekanslarının fit edildiği  $\Delta\nu$ - $\nu$  grafiği (Çelik Orhan ve diğ. 2023).

ile bu çalışmada incelenen güneş benzeri titreşim yapan alt dev yıldızlar temsil edilmiştir. Bu yıldızların tayf gözlemlerinden belirlenen parametreleri ( $\log g$ ,  $[Fe/H]$ , ve  $T_{\text{eff}}$ ) Furlan ve diğ. (2018) tarafından hazırlanan çalışmadan alınmıştır.

### 3 MESA evrim kodunun özellikleri

Modellenen güneş benzeri titreşim yapan dört alt dev yıldız incelenmiştir. Bu yıldızların iç yapı modelleri MESA evrim kodunun en güncel sürümü kullanılarak yapılmıştır (v15140, Paxton ve diğ. 2011, 2013). Bu MESA sürümü için Güneş modelini en iyi kalibre eden helyum bolluğu ( $Y$ ), metal bolluğu ( $Z$ ) ve konvektif parametre ( $\alpha$ ) değerleri sırasıyla 0.2745, 0.0172 ve 1.8137'dir (Çelik Orhan 2021).

Yapılan modellerde konveksiyon için Böhm-Vitense (1958) tarafından geliştirilen standart ölçek uzunluğu kullanılmıştır. Bu iç yapı modellerine konvektif sınır aşımı (overshooting) ve difüzyon etkisi dahil edilmemiştir. Yüksek sıcaklıkta OPAL saydamsızlık tabloları ve düşük sıcaklıklarda Ferguson ve diğ. (2005) tabloları MESA iç yapı modelleri için önerilmektedir.

Bu çalışmada yer alan her bir yıldız için anakol öncesine ait modeller yapılmıştır. Ayrıca yapılan iç yapı modellerinin *fgong* dosyaları kullanılarak seçilen yıldızların güneş benzeri titreşimleri incelenmiştir. Bunun için yapılan iç yapı modellerine ince de olsa bir atmosfer eklenmiştir. Bu amaçla tüm modellerde *simple\_photosphere* opsiyonu tercih edilmiştir. Nükleer reaksiyon hızı olarak Angulo ve diğ. (1999) ve Caughlan (1988) çalışmalarındaki durumlar alınmıştır.

Son olarak yıldızları en iyi temsil eden modeller elde edildikten sonra titreşim frekansları ADIPLS paketi (Christensen-Dalsgaard 2008) kullanılarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada ADIPLS paketiyle yıldızların  $l=1$  titreşim frekanslarındaki karma modlar da belirlenmiştir. Ayrıca  $l=1$  titreşim frekanslarının da iyi bir şekilde fit edilmesine bu çalışmada ilk kez dikkat edilmiştir (Şekil 3).

#### 3.1 Yapılan MESA modellerinin özellikleri ve sonuçları

Yapılan MESA iç yapı modellerinde girdi parametreleri  $M$ ,  $Y$ ,  $Z$  ve  $\alpha$ 'dır. Seçilen yıldızların iç yapı modelleri için Çizelge 1'de yer alan tüm asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametreleri kullanılmıştır.

Yıldızların yapı ve evriminde en önemli role sahip olan parametre kütedir. Dolayısıyla iç yapı modellerinde girdi parametresi olan kütlein hassas bir şekilde belirlenmesi oldukça önemlidir. Tek yıldızların kütleinin gözlemsel yöntemlerle belirlenmesi oldukça zordur. Bu yüzden gözlem verilerinden belirlenen asterosismik kütleiy veren ölçeklendirme ilişkileri oldukça kıymetlidir. Bu çalışmada seçilen yıldızların hepsi alt dev olmasına rağmen anakol yıldızları için geliştirilen farklı asterosismik yöntemler kullanarak yıldızların kütlelerinin

**Çizelge 2.** Güneş benzeri titreşim yapan dört alt dev yıldızın model sonuçları.  $M_{\text{mod}}$ ,  $R_{\text{mod}}$ ,  $T_{\text{mod}}$ ,  $L_{\text{mod}}$ ,  $\log g_{\text{mod}}$ ,  $Z_{\text{mod}}$ ,  $\alpha$ ,  $t_{\text{mod}}$ , ve  $\chi^2_{\text{spec}}$  sırasıyla Güneş biriminde yıldız kütlesi ( $M_{\odot}$ ), yıldız yarıçapı ( $R_{\odot}$ ), etkin sıcaklık (K),  $L_{\odot}$  biriminde ışıma, modelin logaritmik yüzey kütle çekim ivmesi, modelin ağır element bolluğu, konvektif parametre, Gyr biriminde yıldız yaşı ve gözlem ile model uyumunu gösteren  $\chi^2_{\text{spec}}$  çizelgede verilmiştir (Çelik Orhan ve diğ. 2023).

Yıldız	$M_{\text{mod}}$ ( $M_{\odot}$ )	$R_{\text{mod}}$ ( $R_{\odot}$ )	$T_{\text{mod}}$ (K)	$L_{\text{mod}}$ ( $L_{\odot}$ )	$\log g_{\text{mod}}$	$Z_{\text{mod}}$	$\alpha$	$t_{\text{mod}}$ (Gyr)	$\chi^2_{\text{spec}}$
KIC 5689820	1.16±0.06	2.33±0.02	5063±100	3.22±0.06	3.77±0.02	0.02328±0.00360	2.10	7.78±1.60	0.04
KIC 8751420	1.34±0.06	2.74±0.03	5287±100	4.66±0.09	3.66±0.02	0.00900±0.00147	2.04	3.15±1.17	0.84
KIC 11771760	1.75±0.07	3.17±0.03	5767±100	10.48±0.18	3.68±0.02	0.01167±0.00174	1.65	1.57±0.55	0.19
KIC 12508433	1.26±0.06	2.28±0.02	5304±100	3.69±0.07	3.82±0.02	0.02220±0.00317	2.22	5.58±1.14	0.60

**Çizelge 3.** MESA modellerinden elde edilen asterosismik parametreler. Frekanslar arasında görülen büyük ayrılma, maksimum frekans genliği, minimum frekanslar sırasıyla  $\Delta\nu_{\text{mod}}$ ,  $\nu_{\text{max,mod}}$ ,  $\nu_{\text{min0,mod}}$ ,  $\nu_{\text{min1,mod}}$  ve  $\nu_{\text{min2,mod}}$  olarak verilmiştir. Tüm frekanslar  $\mu\text{Hz}$  birimindedir.  $\nu_{\text{max,mod}}$ ,  $T_{\text{eff,mod}}$  ve  $\log g_{\text{mod}}$  arasındaki ölçeklendirme ilişkisinden hesaplanmıştır.  $\chi^2_{\text{seis}}$  asterosismik parametreler için hesaplanmıştır. Referans frekanslarının belirsizliği yaklaşık olarak  $\Delta\nu_M/2$ 'dir (Çelik Orhan ve diğ. 2023).

Yıldız	$\Delta\nu_{\text{mod}}$	$\nu_{\text{max,mod}}$	$\nu_{\text{min0,mod}}$	$\nu_{\text{min1,mod}}$	$\nu_{\text{min2,mod}}$	$\chi^2_{\text{seis}}$
KIC 5689820	41.21	696.13	715.12	552.24	428.95	0.69
KIC 8751420	34.66	530.97	555.09	429.21	326.89	0.45
KIC 11771760	32.14	484.69	451.28	395.29	321.13	0.47
KIC 12508433	44.75	771.53	865.25	642.25	467.23	0.32

hesabı yapılmıştır. Ölçeklendirme ilişkilerinden belirlenen kütle, modellerin başlangıç kütlesi olarak alınmıştır.

Yıldızların yapı ve evriminde kütleden sonra en etkili olan diğer parametre kimyasal kompozisyonudur ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ). Ancak Güneş de dahil olmak üzere  $Z$ 'nin gözlemlerle belirlenmesi oldukça zordur. Literatürde yaygın olarak  $Z$ 'nin belirlenmesinde tayftan elde edilen  $[\text{Fe}/\text{H}]$  değeri kullanılmaktadır. Böylece yıldızın tüm metal kaynağının  $[\text{Fe}/\text{H}]$  olduğu kabul edilmektedir. Yıldızlarda Fe elementinin oksijen (O), karbon (C) ve azottan (N) sonra en fazla bulunduğu bilinmektedir. Ancak Fe elementinin yanında yıldızlarda diğer elementlerin çizgilerinin gözlenmesi oldukça zordur. Bunun için bu çalışmada literatürde yaygın olarak kabul edilen  $[\text{Fe}/\text{H}]$ 'ten  $Z$ 'nin elde edilmesi yöntemine başvurulmuştur. Yapılan iç yapı modellerinde yıldızların kimyasal kompozisyonu  $Y=0.2745$  (güneş değeri) ve bu yöntemden faydalanılarak  $Z$  değeri de Çizelge 2'de yer alan değerler alınmıştır.

$M$ ,  $Y$ ,  $\alpha$  ve  $Z$  girdi parametreleriyle elde edilen modeller gözlemsel değerlerle kıyaslanmıştır. En uygun modeli belirlerken  $\chi^2$  değerinin 1'den olabildiğince küçük olmasına özen gösterilmiştir. Bu  $\chi^2$  değerleri hem asterosismik hem de asterosismik olmayan gözlem parametreleri için göz önünde bulundurulmuştur. Tayftan ve asterosismik gözlemlerden elde edilen  $\chi^2$  değerleri Çizelge 2 ve 3'ün en son sütununda verilmiştir.

$$\chi^2_{\text{seis}} = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\nu_{i,\text{obs}} - \nu_{i,\text{mod}}}{\sigma_{i,\text{obs}}} \right)^2 \quad (3)$$

ve

$$\chi^2_{\text{spec}} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_{i,\text{obs}} - P_{i,\text{mod}}}{\sigma_{i,\text{obs}}} \right)^2 \quad (4)$$

Denklem 3 ve 4 ile hesaplanan  $\chi^2$  değerleri sırasıyla tayfsal ve asterosismik gözlemsel verilerin model değerleriyle kıyaslanmasını sağlamaktadır.  $\nu_{i,\text{obs}}$  ve  $\nu_{i,\text{mod}}$  sırasıyla gözlemden ve modelden belirlenen titreşim frekanslarıdır.  $N_f$  gözlem sayısını temsil etmektedir.  $\sigma_{i,\text{obs}}$  gözlem verilerinin hatalardır. Aynı şekilde Denklem 4'te tayftan elde edilen gözlemsel parametreler ( $\log g$ ,  $T_{\text{eff}}$  ve  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) modellerle kıyaslanmaktadır.

Modellerden elde edilen  $M$ ,  $R$ ,  $\log g$ ,  $L$ , ve  $t$  değerlerinin hatalarının hesaplanmasında Monte-Carlo simülasyonlarına başvurulmuştur. Hesaplanan tüm hatalar Çizelge 2'de yer almaktadır. Modellerin etkin sıcaklık hatası gözlemsel etkin sıcaklığın hata değeri olarak alınmıştır.  $Z$  ve  $Y$  değerindeki belirsizlik gözlemlerden yola çıkılarak hesaplanmıştır ve bu değerler Çizelge 2'de verilmiştir.

#### 4 Yıldızların asterosismik parametrelerinin modellerle incelenmesi

Seçilen yıldızların asterosismik olmayan gözlemsel parametrelerini en iyi temsil eden modeller yapılmıştır (Çelik Orhan ve diğ. 2023). Daha sonra bu iç yapı modellerine ait *fgong* dosyaları kullanılarak ADIPLS paketiyle modellerin adyabatik titreşim frekansları hesaplanmıştır. Hesaplanan bu frekanslar gözlenen frekanslar ile kıyaslanmıştır. Özellikle gözlemlerle oldukça hassas olarak belirlenen  $\Delta\nu$  değerinin modellerle çok iyi bir şekilde temsil edilmesine özen gösterilmiştir. Daha sonra frekanslarda görülen minimumların model ve gözlem verileriyle uyumuna bakılmıştır. Bunun için her bir yıldızın  $\Delta\nu-\nu$  grafiği çizilmiştir. Bu grafiklerde gözlemsel ve model frekanslarından belirlenen minimumların ve desenlerin uyumuna özen gösterilmiştir. İlk başta tüm modellerde karma mod göstermeyen  $l=0$  frekansları için minimum titreşim frekansları incelenmiştir. Daha sonra ise modellerin karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekanslarının uyumuna ilk kez bu çalışmada bakılmıştır. Bu sayede  $l=0$  frekanslarının yanı sıra karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekanslarının model ve gözlem verileriyle uyumuna bakılmıştır. Böylece yapılan iç yapı modellerinde hem asterosismik hem de asterosismik olmayan gözlem parametreleri çok iyi bir şekilde temsil edilmiştir.

Gözlem ve model frekanslarından hesaplanan  $\chi^2$  değerlerinden faydalanılarak yıldızın en iyi temsil eden model tespit edilmiştir. Elde edilen model sonuçları Çizelge 3'de verilmektedir.

##### 4.1 Yıldızların karma mod gösteren $l=1$ titreşim frekanslarının incelenmesi

Yapılan iç yapı modellerinde yıldızların tayftan elde edilen gözlemsel parametreleri  $T_{\text{eff}}$  ve  $\log g$  ile ölçeklendirme

ilişkisinden belirlenen  $R$  değerinin iyi bir şekilde temsil edilmesi esastır. Ölçeklendirme ilişkilerinden belirlenen  $R$ 'nin hatası çok düşük olduğu için yapılan modellerde asterosismik  $R$ 'nin modellerde fit edilmesinde herhangi bir sakınca yoktur. En iyi temsil eden modelin *fgong* dosyasındaki parametreler kullanılarak seçilen yıldızların titreşim frekansları ADIPLS paketiyle bu çalışma için hesaplanmıştır. Bu yıldızların model ve gözlemsel titreşim frekanslarından belirlenen  $\Delta\nu$ ,  $\nu_{\max}$ , minimumlar ve küçük ayrılma değerlerinin birbiriyle olan uyumuna bakılmıştır.

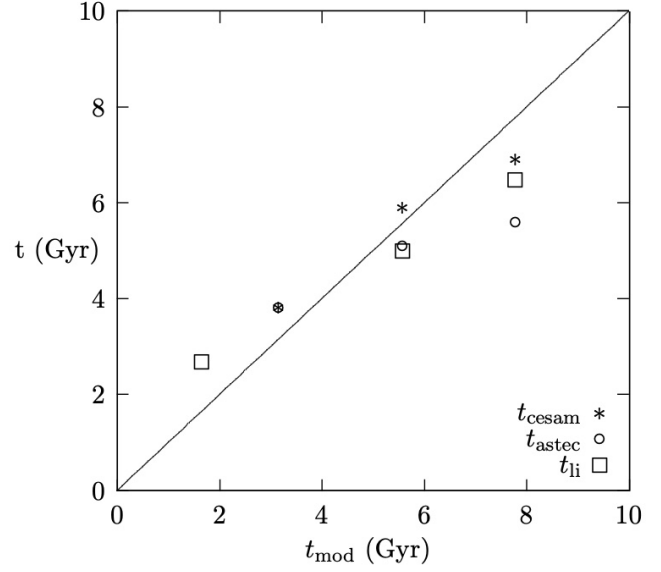
Gözlemlerle oldukça hassas olarak belirlenen  $\Delta\nu$  modellerle en iyi şekilde tespit edilmesine ayrıca özen gösterilmiştir. Bunun için de frekans hesabı yapıldıktan sonra ilk olarak  $\Delta\nu$  uyumuna bakılmıştır. Model  $\Delta\nu$  değeri her bir yıldız için  $\Delta\nu-\nu$  grafiği çizilerek belirlenmiştir (Şekil 2). Bu grafiklerdeki dağılımlar lineer olarak temsil edilmiştir. Böylece modellerin ortalama  $\Delta\nu$  frekans değerleri belirlenmiştir. Modellerden belirlenen  $\Delta\nu$  değeri gözlemin hata aralığından daha büyükse yeni bir başlangıç model kütlesi belirlenerek iç yapı modelleri yeniden yapılmıştır. Yeniden model başlangıç kütlesi belirlenirken büyük ayrılma ve yoğunluk arasındaki ilişki kullanılmıştır. Böylece asterosismik  $R$  değeri aynı kalacak şekilde belirlenen  $M$  değerleriyle tekrardan modeller yapılmıştır. Bu modeller için de yeniden titreşim frekansları hesaplanmıştır. Bu süreç model ile gözlemsel  $\Delta\nu$  arasındaki fark gözlemsel  $\Delta\nu$  değerinin hatasından küçük oluncaya kadar tekrarlanmıştır.

Daha sonra bu modellere ait karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekansları ADIPLS paketi kullanılarak yeniden hesaplanmıştır. Bu kez  $l=0$  titreşim frekanslarını ve  $\Delta\nu$  değerini en iyi fit eden iç yapı modellerinin karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekanslarını fit edip etmediğine bakılmıştır. Bunun sonucunda modellerin  $l=1$  titreşim frekanslarını iyi fit etmediği ortaya çıkmıştır. Bu yüzden tüm yıldızlara ait modeller,  $l=0$  ve  $l=1$  ve  $\Delta\nu$  değerleri en iyi şekilde fit edinceye kadar yeniden yapılmıştır. Bir örnek olarak KIC 1177160 yıldızı için Şekil 3'te  $l=0$  ve  $l=1$  frekansları için  $\Delta\nu$  en iyi temsil eden modellere yer verilmiştir. Bu çalışmada ilk kez model ve gözlemsel frekanslarında karma mod gösteren  $l=1$  modları detaylı olarak incelenmiştir.

#### 4.2 Yıldızların yaşlarının kıyaslanması

Güneş benzeri titreşim yapan anakol yıldızlarında tespit edilen evrime oldukça duyarlı olan küçük ayrılma ( $\delta\nu_{02}$ ) önemli bir yaş belirteçidir, çünkü merkezi bölgelerde molekül ağırlığı nükleer tepkimeler sonucunda zamanla artar. Ses hızı molekül yoğunluğuyla ters orantılıdır ve dolayısıyla molekül yoğunluğu azalırken ses hızı hızla artar. Doğrudan ses hızıyla ilişkili olan küçük ayrılma da bu yüzden evrimle azalır. Bu sayede güneş benzeri titreşim yapan bir yıldızın anakol yaşı  $\delta\nu_{02}$  kullanılarak belirlenebilir. Ancak evrimin doğal bir sonucu olarak  $l=1$  ve  $l=2$  titreşim frekanslarında karma modlar gözlenmektedir. Bu yüzden  $l=0$  ve  $l=2$  titreşim frekanslarından belirlenen küçük ayrılmanın evrimleşmiş yıldızlar için tespiti zorlaşır. Ayrıca  $l=2$  modlarında karma mod gösteren dört alt dev yıldız için yaş belirlemede küçük ayrılma kullanılamaz.

Bu yüzden bu çalışmada yer alan yıldızların yaşları modeller yardımıyla hesaplanmıştır. Modellerden hesaplanan yaş aralığı 1.57-7.78 milyar yıldır. Yıldızların farklı çalışmalarda farklı evrim kodlarıyla elde edilen yaşları Şekil 4'te kıyaslanmıştır. Burada ASTEC, CESAM ve Li ve diğ. (2020) çalışmalarında belirledikleri yaşlar bu çalışmada MESA evrim koduyla belirlenen yaş ile kıyaslanmıştır. Farklı fiziksel koşulların geçerli



Şekil 4. Güneş benzeri titreşim yapan dört alt dev yıldızın farklı evrim kodlarıyla elde edilen yaşlarının kıyaslanması.

olduğu farklı evrim kodları ile hesaplanan yaşların birbiriyle uyumu Şekil 4'te görülmektedir. Sonuç olarak gözlemsel frekanslar modellerle ne kadar iyi bir şekilde temsil edilirse yıldızın tahmini yaşı iç yapı modellerinden bağımsız olarak belirlenebilir.

#### 5 Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada Kepler uzay teleskobu tarafından gözlenen güneş benzeri titreşim yapan dört yıldızın iç yapı modelleri asterosismik yöntemlere başvurulmuş yapılmıştır. Seçilen bu alt dev yıldızlar MESA evrim koduyla modellenmiştir (Çelik Orhan ve diğ. 2023). Bu yıldızların hepsi alt dev olup  $l=1$  titreşim frekanslarında karma mod göstermektedirler. Seçilen yıldızların gözlemsel ve model asterosismik parametrelerinin kıyaslanabilmesi için model titreşim frekansları,  $\Delta\nu$ ,  $\nu_{\max}$  ve referans frekansları hesaplanmıştır.

Modellerden elde edilen temel yıldız parametreleri asterosismik parametreler de kullanıldığı için oldukça hassastır. Bu yıldızların modellerden hesaplanan kütle ve yarıçap aralığı sırasıyla 1.16-1.75  $M_{\odot}$  ve 2.28-3.17  $R_{\odot}$ 'dir. Kütle ve yarıçaptaki belirsizlik sırasıyla %7 ve %3 civarındadır.

Bu çalışmada yer alan yıldızların özellikle karma mod gösteren  $l=1$  titreşim frekanslarının gözlem ve modellerle uyumlu olmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca modellerde, gözlemsel verilerden oldukça hassas bir şekilde belirlenen  $\Delta\nu$  değerinin uyumlu olmasına dikkat edilmiştir. Karma mod gösteren bu tür yıldızların  $l=1$  titreşim frekansları bu çalışmada ilk kez modellenmiştir.

Son olarak yıldızlarda belirlenmesi oldukça zor olan yaş bu çalışmada hassas olarak elde edilmiştir. Modellerden hesaplanan yaş aralığı 1.57-7.78 milyar yıldır. MESA modelleriyle belirlenen yaşlar farklı evrim kodları ile elde edilen yaşlarla kıyaslanmıştır. Yaşların birbiriyle oldukça uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Bu da asterosismik yöntemlere başvurulmuş yapılmış modellerden belirlenen yaşların kullanılan kodun özelliklerinden bağımsız olduğunu göstermektedir.

**Teşekkür**

Bu çalışma 122F245 nolu TÜBİTAK projesi tarafından desteklenmektedir. Her alanda desteğini esirgemeyen Prof. Dr. Mutlu YILDIZ'a ve bu çalışmaya katkılarından dolayı Sibel Örtel'e teşekkür ederim. Ayrıca varlığı ile motivasyonumu artıran oğlum Emirhan Sami Orhan'a çok teşekkür ederim.

**Kaynaklar**

- Angulo C. ve diğ., 1999, Nucl. Phys. A, 656, 3
- Arentoft T., Brogaard K., Jessen-Hansen J., Silva Aguirre V., Kjeldsen H., Mosumgaard J. R., Sandquist E. L., 2017, ApJ, 838, 115. doi:10.3847/1538-4357/aa63f7
- Appourchaux T., 2020, A&A, 642, A226. doi:10.1051/0004-6361/202038834
- Baglin A., Auvergne M., Barge P., Deleuil M., Michel E., CoRoT Exoplanet Science Team, 2009, IAUS, 253, 71. doi:10.1017/S1743921308026252
- Beck P. G., Montalbán J., Kallinger T., De Ridder J., Aerts C., García R. A., Hekker S., ve diğ., 2012, Natur, 481, 55. doi:10.1038/nature10612
- Borucki W. J., Koch D., Basri G., Batalha N., Brown T., Caldwell D., Caldwell J., ve diğ., 2010, Sci, 327, 977. doi:10.1126/science.1185402
- Böhm-Vitense E., 1958, Z. Astrophys., 46, 108
- Deheuvels S., García R. A., Chaplin W. J., Basu S., Antia H. M., Appourchaux T., Benomar O., ve diğ., 2012, ApJ, 756, 19. doi:10.1088/0004-637X/756/1/19
- Caughlan G. R., Fowler W. A., 1988, At. Data Nucl. Data Tables, 40, 283
- Çelik Orhan Z., 2021, MNRAS, 506, 4413. doi:10.1093/mnras/stab2031
- Çelik Orhan Z., Yıldız M., Örtel S., hazırlanıyor
- Christensen-Dalsgaard J., 2008, Ap&SS, 316, 113
- Ferguson J. W., Alexander D. R., Allard F., Barman T., Bodnarik J. G., Hauschildt P. h., Heffner- Wong A., Tammanai A., 2005, ApJ, 623, 585
- Furlan E., Ciardi D. R., Cochran W. D., Everett M. E., Latham D. W., Marcy G. W., Buchhave L. A., ve diğ., 2018, ApJ, 861, 149. doi:10.3847/1538-4357/aaca34
- Huber D., Zinn J., Bojsen-Hansen M., Pinsonneault M., Sahlholdt C., Serenelli A., Silva Aguirre V., ve diğ., 2017, ApJ, 844, 102. doi:10.3847/1538-4357/aa75ca
- Kjeldsen H., Bedding T. R., 1995, A&A, 293, 87
- Li T., Bedding T. R., Christensen-Dalsgaard J., Stello D., Li Y., Keen M. A., 2020, MNRAS, 495, 3431. doi:10.1093/mnras/staa1350
- Mathur S., Metcalfe T. S., Woitaszek M., Bruntt H., Verner G. A., Christensen-Dalsgaard J., Creevey O. L., ve diğ., 2012, ApJ, 749, 152. doi:10.1088/0004-637X/749/2/152
- Metcalfe T. S., Creevey O. L., Doğan G., Mathur S., Xu H., Bedding T. R., Chaplin W. J., ve diğ., 2014, ApJS, 214, 27. doi:10.1088/0067-0049/214/2/27
- Paxton B., Bilsten L., Dotter A., Herwing F., Lesaffre P., Timmes F., 2011, ApJS, 2011, 192
- Paxton B., Cantiello M., Arras P., Bildsten L., Brown E. F., Dotter A., Mankovich C., ve diğ., 2013, ApJS, 208, 4. doi:10.1088/0067-0049/208/1/4
- Rodríguez E., Balona L. A., López-González M. J., Ocando S., Martín-Ruiz S., Rodríguez-López C., 2020, MNRAS, 491, 4345. doi:10.1093/mnras/stz3143
- Sharma S., Stello D., Bland-Hawthorn J., Huber D., Bedding T. R., 2016, ApJ, 822, 15
- Sullivan P. W., Winn J. N., Berta-Thompson Z. K., Charbonneau D., Deming D., Dressing C. D., Latham D. W., ve diğ., 2015, ApJ, 809, 77. doi:10.1088/0004-637X/809/1/77
- White T. R. ve diğ., 2011, ApJ, 742, L3

- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Aksoy C., Ok S., 2014a, MNRAS, 441, 2148
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., Turkoglu G. E., 2014b, MNRAS, 445, 4395
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2015, MNRAS, 448, 3689
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016, MNRAS, 462, 1577
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2019, MNRAS, 489, 1753. doi:10.1093/mnras/stz2223

**Access:**

M23-0310: [Turkish J.A&A](#) — Vol.4, Issue 3.