

DENİZALTI MUKAVİM TEKNELERİNİN NİHAİ MUKAVEMETİNİN SAYISAL, ANALİTİK VE DENEYSSEL METOTLARLA BELİRLENMESİ

Bülent FIRAT*, Yalçın ÜNSAN*

**İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi*

ÖZET

Bu makalede denizaltı mukavim teknelerinde ana yapısal eleman olarak yaygın biçimde kullanılmakta olan takviyeli silindirik kabukların dış basınç altında burkulması incelenmiştir. Bu tip yapıların temel burkulma modları takviyeler arası kabuğun simetrik burkulması, asimetrik burkulması ve takviyeler ile silindir kabuğunun birlikte çöktüğü genel kararsızlık burkulma modu olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Bu çalışmada kullanılan modelin boyutları, yapının burkulma modu asimetrik burkulma modu olacak şekilde seçilmiştir. Kullanılan model küçük ölçekli model olup, küçük ölçekli modelden elde edilen sonuçların tam ölçekli denizaltı mukavim teknelerine uygulanması mümkündür. Bu çalışmada küçük ölçekli model üzerinde deney gerçekleştirilerek bu yapının nihai mukavemeti belirlenmiş ve elde edilen sonuç sayısal bir yöntem olan sonlu elemanlar yöntemi ile ve günümüzde klas kuruluşlarının da kullanmakta oldukları formülasyonların temelini oluşturan analitik çözümlerle karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Asimetrik burkulma; Nihai mukavemet; Takviyeli silindirik kabuklar; Nonlinear Burkulma.

ABSTRACT

In this paper, buckling of ring stiffened cylindrical shells subjected to uniform external pressure is investigated. Ring stiffened cylindrical shells are widely used as main structural components of submarine pressure hulls. The basic buckling modes of these types of structures are asymmetric buckling, symmetric buckling and general instability. First two modes correspond to shell instability between frames and third one, general instability, is described as instability of shell and frame combination. Dimensions of model used in this paper are chosen such that buckling mode of model is asymmetric buckling. Related model is small scale model and results of that model can be applied to full scale submarine pressure hulls. In this paper, small scale model is used in the experiment and ultimate strength of it is determined and results are compared with analytical and numerical solutions.

Key Words: Asymmetric buckling; Ultimate strength; Ring Stiffened cylindrical shells; Nonlinear Buckling

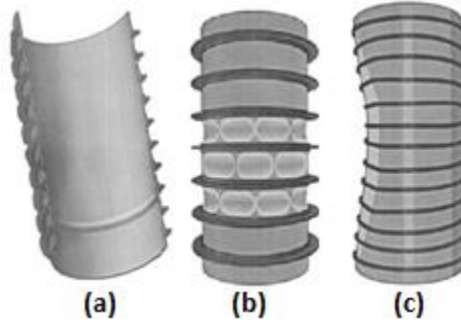
1. Giriş

Kabuk yapılar ağırlıklarına oranla oldukça etkin bir mukavemet elemanı olmaları sebebiyle mühendislik yapılarında sıkça tercih edilirler. Bu yapıların belirli aralıklarla takviyelerle desteklenmesi ile yapısal etkinlikleri çok daha fazla artırılabilir. Bu makalede ele alınan konu ise enine halka şeklinde takviyelerle desteklenmiş silindirik kabuk yapıların türdeş dış basınç altında yapısal stabilite problemi. Makalede seçilen bu takviyeli silindirik kabuk geometrisi ise denizaltı mukavim teknelerinin ana yapısal elemanı olarak yaygın biçimde kullanılmaktadır.

Dış basınç altındaki yapıların en önemli yapısal sorunlarının başında, yapıda oluşan basma gerilmelerinin etkisinden dolayı burkulma olayı yer almaktadır. Denizaltı mukavim tekneleri de dış basınca maruz kaldıklarında stabilitelerini kaybederek burkulabilirler. Bu makalede takviyeli silindirik kabukların asimetrik burkulması deneysel, sayısal ve analitik yöntemler ile incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2. Takviyeli Silindirlerin Burkulması

Dış basınca maruz takviyeli silindirlerde üç temel burkulma modu bulunmaktadır. Bunlar takviyeler arasındaki kabuğun simetrik burkulması, asimetrik burkulması ve takviyelerle sacın birlikte çöktüğü genel kararsızlık burkulma modudur [1]. Aşağıdaki şekilde bu üç burkulma moduna ait temsili resimler yer almaktadır.

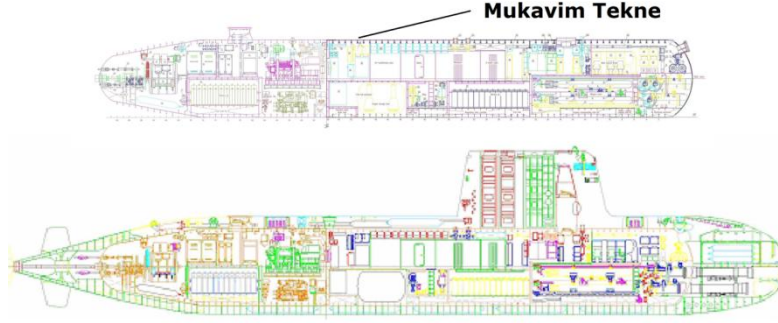


Şekil 1 : Takviyeli silindirik kabuk için burkulma modları
a) Simetrik burkulma b) Asimetrik burkulma c) Genel kararsızlık

Asimetrik burkulma ve simetrik burkulma takviyeler arasındaki sacın stabilite sorunu olarak karşımıza çıkmakta iken genel kararsızlık modu takviye ve sacın birlikte çökmesi şeklinde meydana gelmektedir [2]. Bu üç burkulma modundan hangisinin yapının karakteristiği olduğu seçilen sac kalınlığı, takviyelerin atalet momenti ve silindirin toplam uzunluğuna bağlıdır. Bu makalede deneyi yapılan ve sayısal yöntemle çözümü yapılan takviyeli silindirin burkulma modu asimetrik burkulmadır.

2.1 Denizaltı mukavim tekneleri

Denizaltılarda hidrostatik basıncı karşılayan yapıya mukavim tekne ismi verilir. Aşağıdaki şekilde örnek bir denizaltıya ait mukavim tekne gösterilmektedir.



Şekil 2 : Mukavim tekne

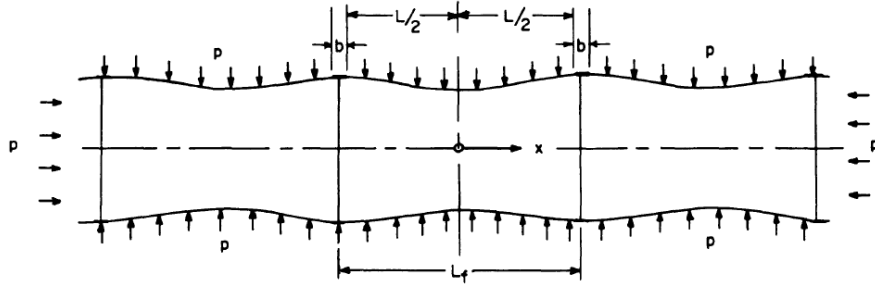
Denizaltı mukavim tekneleri takviyeli silindirik kabuk şeklinde tasarlanırlar. Bu takviyeler silindirik saca içten veya dıştan bağlanmış olabilir. Bu çalışmada kullanılan modellerde ise takviyeler silindire dıştan bağlanmıştır.

3. Analitik Çözüm

Bu bölümde takviyeli silindirik kabukların asimetrik burkulması problemine ilişkin analitik çözüme yer verilmiş ve çözümün dayandığı prensipler aktarılmıştır. Bu çözüm günümüzde de bir çok klas kuruluşunun denizaltı klaslaması konusunda sunduğu asimetrik burkulma formülasyonların temelini oluşturmaktadır. Bu çalışmada karşılaştırmada kullanılan formülasyon is Germanisher Lloyd kuruluşuna aittir. Asimetrik burkulma formülasyonunun elde edilmesinin öncesinde lineer elastik bölge için gerilme analizi yapılır ve asimetrik burkulma çözümünde bu analizden faydalanılır.

3.1 Takviyeli silindirlerde gerilme analizi

Dıştan etkiyen hidrostatik basınca maruz takviyeli silindirik kabuktaki gerilmelerin bulunmasına ilişkin çalışmalar tarihsel sıraya göre Von Sanden & Gunther, Viberto ve son olarak John & Pulos tarafından gerçekleştirilmiştir [3]. John & Pulos a ait çalışma günümüzde geçerliliğini sürdüren en etkin çalışmadır. Takviyeli silindirik kabuklarda gerilmelerin bulunması, aksenal simetrik burkulma ve asimetrik burkulma öncesi deformasyon ve gerilmelerin bilinmesi gerektiğinden gerekli ve temel bir problemdir.



Şekil 3 : Dış Basınca Maruz Takviyeli silindirik kabuk

Hidrostatik basınç altında sonlu uzunlukta ince cidarlı dairesel silindirik kabuğa ait diferansiyel denklem, silindirik kabuktan diferansiyel bir eleman çıkartılıp buna ait denge denklemlerinin yazılmasıyla oluşturulur. İlgili diferansiyel denklem şu şekildedir:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{pR}{2} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Eh}{R^2} w = -p(1 - \mu/2) \quad (3.1)$$

Denklemin çözümü :

$$w(x) = A \sinh \lambda_1 x + B \cosh \lambda_1 x + C \sinh \lambda_3 x + F \cosh \lambda_3 x - \frac{pR^2}{Eh} (1 - \mu/2) \quad (3.2)$$

$$\lambda_1; \lambda_3 = \sqrt{2} \frac{\theta}{L} \left\{ -\left(\frac{p}{p^*}\right) \pm \left[\left(\frac{p}{p^*}\right)^2 - 1 \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (3.3)$$

$$\theta = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \frac{L}{\sqrt{Rh}} \quad (3.4)$$

$$p^* = \frac{2E \left(\frac{h}{R}\right)^2}{\sqrt{3(1 - \mu^2)}} \quad (3.5)$$

p^* : uniform aksenal basınç altındaki takviyesiz silindirik kabuk için aksenal simetrik burkulma için kritik basınç.

Denklem belirli sınır koşulları altında çözümlenerek takviyeli silindirin belirli noktalarındaki yer değiştirmeler ($w(x)$) hesaplanarak bu noktalardaki gerilmeler elde edilebilir.

3.2 Takviyeli silindirlerde yapısal stabilite analizi

Dış basınca maruz takviyeli silindirlerde üç temel burkulma modu bulunmaktadır. Bunlar takviyeler arasındaki kabuğun simetrik burkulması, asimetric burkulması ve

takviyelerle sacın birlikte çöktüğü genel kararsızlık burkulma modudur. Burada yalnızca asimetrik burkulma moduna ait çözüme yer verilmiştir.

Hidrostatik basınç yükü altında bütünüyle plastik malzeme için burkulma denklemi (3.6) denklemi şeklinde verilmiştir [4].

$$D \left\{ \frac{E_t}{E_s} \nabla^8 w + \left(1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \left[\nabla^4 \left(\frac{3}{2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial s^2} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \left(\frac{3}{4} \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial s^2} \right) \right] \right\} + \frac{E_s h}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N_x \left[\nabla^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} \right] + N_s \left[\nabla^4 \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial s^2} \right] = 0 \quad (3.6)$$

Burada ;

x ve s = aksel ve çevresel koordinatlar

u, v ve w = aksel, çevresel ve radyal yer değiştirmeler,

E_t ve E_s = sekant ve tanjant esneklik katsayıları,

R, h, μ = silindir yarıçapı, kabuk kalınlığı, poisson oranı,

$D = \text{Eğilme rijitliği} = \frac{E_s h^3}{12(1 - \mu^2)}$,

N_x ve N_s = aksel ve çevresel yönde birim uzunluk için kuvvetler,

p = hidrostatik basınçtır.

Burada $\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right)^2$ dir.

Bu denkleme ait çözüm önerisi şu formdadır:

$$w = A \sin ks \sin \lambda z \quad (3.7)$$

$$k = \frac{n}{R} \quad (3.8)$$

$$\lambda = \frac{m\pi}{L} \quad (3.9)$$

m ve n sırasıyla aksel yönde ve çevresel yönde burkulma dalgası sayısı ve L silindirik kabuk boyudur.

Önerilen çözüm (3.6) diferansiyel denklemine yazılırsa şu eşitlik elde edilir:

$$D \left\{ \frac{E_t}{E_s} (k^2 + \lambda^2)^4 + \left(1 - \frac{E_t}{E_s} \right) \lambda^2 \left[(k^2 + \lambda^2)^4 \left(\frac{3\lambda^2}{2} + k^2 \right) + \frac{3\lambda^2}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \left(\frac{3\lambda^2}{4} + k^2 \right) \right] \right\} + \frac{E_s h}{R^2} \lambda^4 - \frac{pR}{2} \left\{ (k^2 + \lambda^2)^2 \lambda^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \lambda^6 + \frac{2N_s}{pR} k^2 \left[(k^2 + \lambda^2)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{E_t} - 1 \right) \lambda^4 \right] \right\} = 0 \quad (3.10)$$

İfadeyi sadeleştirmek için ϕ , f_p ve C parametreleri tanımlanır ve plastik burkulma basıncı elde edilecek şekilde düzenlenirse ifade şu hale gelir;

$$p_p = \frac{2f_p D \lambda^2 \frac{E_s}{E_t} \left\{ 1 + C \phi \left[1 + \frac{\phi}{2} + 3 \frac{C \phi^2}{4} \left(1 - \frac{\phi}{4} \right) \right] \right\} + 2 \frac{E_s h f_p D \phi^4}{R^2 \lambda^2}}{R \phi \left[1 - \phi (1 - f_p) \right] \left[1 + 3 \frac{C \phi^2}{4} \right]} \quad (3.11)$$

$$\phi = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + k^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{n^2 L^2}{m^2 \pi^2 R^2} \right)} \quad (3.12)$$

$$f_p = \frac{pR}{N_s} = \frac{\sigma_x}{\sigma_s} \quad (3.13)$$

$$C = \left(\frac{E_s}{E_t} \right) - 1 \quad (3.14)$$

$$p_p = \frac{8\pi^2 E_t f_p}{9\phi} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{Rh}}{L} \right)^2 \left[\frac{1 + \frac{3C\phi}{4}}{3 - 2\phi(1 - f_p)} \right] \quad (3.15)$$

$$\mu = \frac{1}{2} - \frac{E_s}{E} \left(\frac{1}{2} - \mu_e \right) \quad (3.16)$$

Bu formüle göre μ , $\frac{E_s}{E} = 0$ olduğunda 0.5 ve $\frac{E_s}{E} = 1$ olduğunda μ_e 'ye eşit olmaktadır.

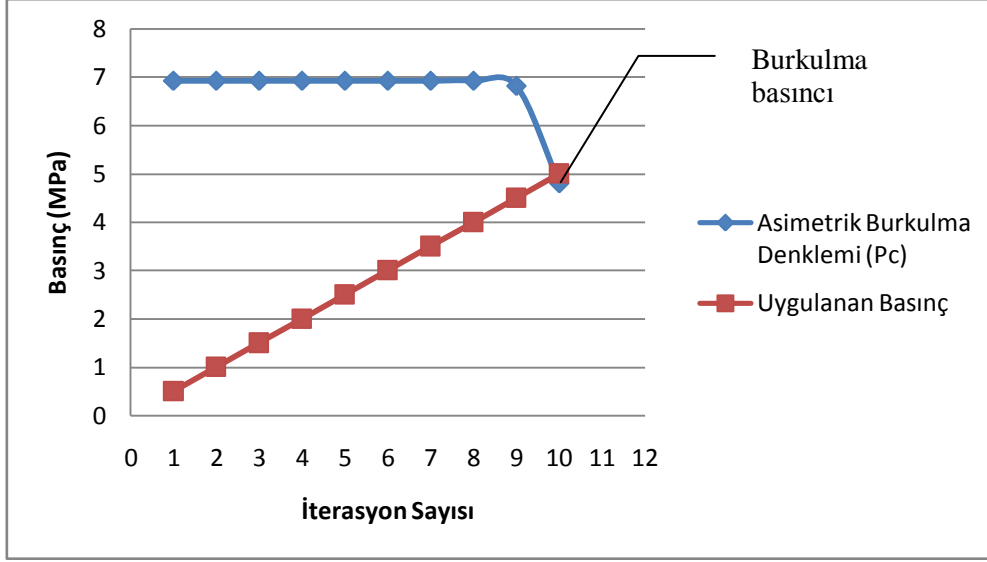
(3.15) numaralı formül poisson oranının 0.5 alınmasıyla elde edilmiştir, açık hali şu şekildedir:

$$p_p = \frac{2\pi^2 E_t f_p}{3\phi(1 - 0.5^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{Rh}}{L} \right)^2 \left[\frac{1 + \frac{3C\phi}{4}}{3 - 2\phi(1 - f_p)} \right] \quad (3.17)$$

İnelastik burkulma basıncı denklemi (3.17) numaralı formülde 0.5 ifadesi yerine (3.16) numaralı formülle belirtilmiş olan değişken poisson oranı yazılarak elde edilir. Aynı zamanda f_p terimi de poisson oranına bağlı olduğu için f terimiyle değiştirilmelidir. İnelastik burkulma basıncı :

$$p_c = \frac{2\pi^2 E_t f}{3\phi(1 - \mu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{Rh}}{L} \right)^2 \left[\frac{1 + \frac{3C\phi}{4} \left(\frac{E_s}{E} - 1 \right)}{3 - 2\phi(1 - f)} \right] \quad (3.18)$$

(3.18) numaralı denklemde P_c iteratif bir süreç sonunda elde edilebilmektedir. Bunu yapabilmek için küçük bir değerden başlanarak basınç artırılır ve her adımda yeni bir P_c değeri elde edilir. Elde edilen P_c değeri giderek uygulanan basınca yaklaşacaktır. Bu iki değer eşitlendiğinde sonuca ulaşılmış bir başka ifadeyle denklemi sağlayan P_c basıncı tespit edilmiş olur. Bu durumu grafiksel olarak Şekil-5'te görmek mümkündür.



Şekil 4 : Asimetrik Burkulma Çözümünün Grafiksel Gösterimi

Bu yöntemde daha hassas bir sonuç bulabilmek için iterasyon adımının yeteri kadar küçük seçilmesi gerekmektedir. Germanisher Lloyd bu formülasyonu kullanırken en son elde edilen P_c değerini yaklaşık %75 mertebesinde olan bir azaltma faktörüyle çarparak kullanmaktadır.

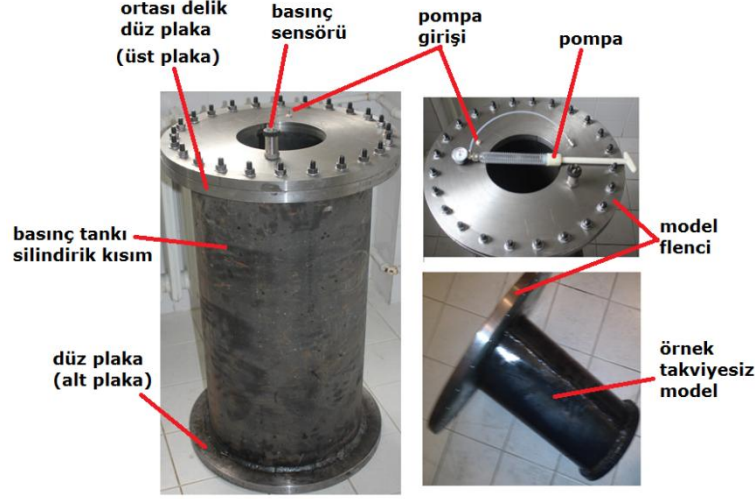
4. Deneysel Çalışma

Bu bölümde takviyeli silindirik model için yapılan deney sunulmaktadır.

4.1 Kurulan deney sistemi

Takviyeli silindirik kabuk olarak tasarlanan ölçekli denizaltı mukavim teknesi modellerinin dış basınç altında test edilmesi için bir basınç tankı tasarlanmıştır. Bu basınç tankının en önemli özelliği içinde testi yapılacak olan modellerin çökme basıncını karşılayacak mukavemete sahip olmasıdır. Basınç tankının boyutlandırılması sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. İç basınca maruz kalacak bu basınç tankı takviyesiz silindirik kısım ve bu silindirin uçlarına kaynatılmış düz plaklardan oluşmaktadır. Basıncı kap tasarımı silindir gövdenin uçlarının bombelerle kapatılması, düz saclarla kapatılmasından daha avantajlı olmasına rağmen bu tasarımda bombe kullanılmamıştır. Bu sebeple düz sac kısımların et

kalınlığı silindirik gövdenin et kalınlığından bir hayli fazla olması gerekmiştir. Şekil 3'te üretilen bu deney düzeneği bileşenleriyle birlikte tanıtılmıştır.



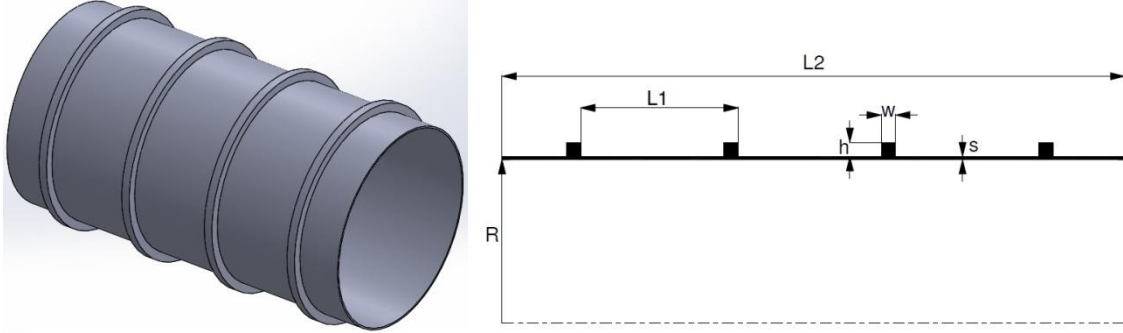
Şekil 5 : Deney düzeneği ve bileşenleri

4.2 Deneyi yapılan model

Tam ölçekli takviyeli silindirik kabuk ölçeklenerek küçük ölçekli modellerin deneyi gerçekleştirilebilir. Küçük ölçekli ölçekli modelin çökme basıncı ile tam ölçekli modelin çökme basıncı modeller arasında benzerlik sağlandığı zaman aynı olmaktadır. Bu benzerliğin tam olarak sağlanabilmesi için tam ölçek ve küçük ölçekli modelin geometrik olarak benzer olması başka deyişle küçük ölçekli modelin tüm ölçülerinin tam ölçekli modelde aynı oranda olması gerekmektedir. Bunun yanı sıra üretim sırasında oluşacak bütün hataların da benzerliğinin sağlanması gerekmektedir. Bu hatalar silindirik kabukta üretim kaynaklı oluşan dairesel ovalik ve kaynak işlemi sırasında oluşacak artık gerilmeler gibi hatalardır. Ayrıca küçük ölçekli model ve tam ölçekli model üretimi sırasında kullanılan malzemenin de aynı olması gerekmektedir [5].

Basınç tankında basınç kademeli olarak modelin çökme basıncına ulaşılan kadar artırılır ve buna paralel olarak yapıda oluşan deformasyonlar ölçülür. Büyük veya tam ölçekli modeller üretim toleranslarını dikkate alarak sacın bükülüp takviyelere kaynaklanması şeklinde oluşturulurken küçük ölçekli modeller torna tezgâhlarında üretilir. Bu çalışmada kullanılan model de kalın silindirik borunun dıştan torna edilmesiyle üzerinde takviyeler bırakacak şekilde oluşturulmuştur.

Deneyde kullanılan modellerin boyutları Tablo 1'de gösterilmiştir. Ölçek oranı 1/15 tir.



Şekil 6 : Model boyutları

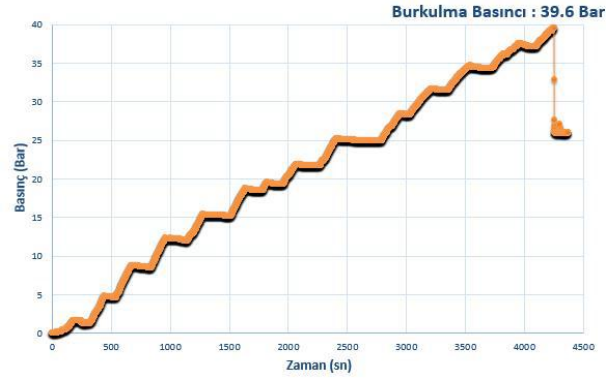
Tablo 1. Model boyutları

Model Numarası	R (mm)	s (mm)	L1 (mm)	h (mm)	w (mm)	Malzeme
Tam ölçek	1695	26	1500	105	45	St 42
Küçük ölçek	113	1.73	100	7	3	St 42

Tam ölçekli model de gerçekte var olan bir yapı olmayıp boyutları temsili olarak seçilmiştir. Model imalatında kullanılan malzeme St 42 olarak seçilmiştir. Analizlerde kullanılmak üzere malzemenin özelliklerinin belirlenmesi amacıyla çekme testi gerçekleştirilmiştir.

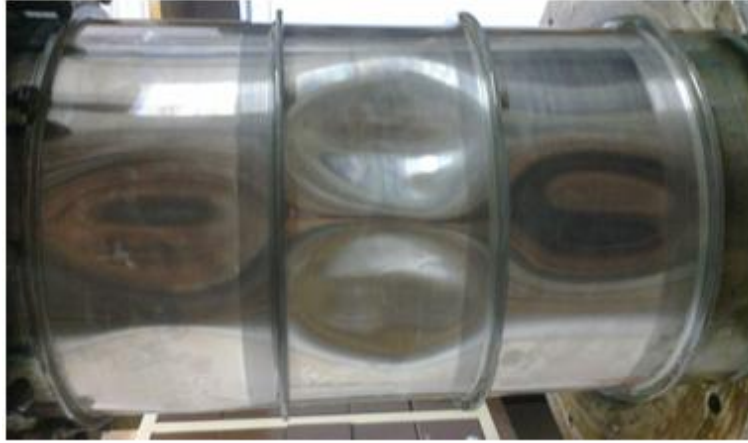
4.3 Deney sonucu

Yapılan deneyde düzeneğin basıncını artırmak için bir el pompası kullanılmaktadır. Fakat bu pompanın tek seferde basabileceği su miktarı kısıtlı olduğu için modelin burkulma basıncına tek seferde ulaşamamaktadır. Bu sebeple tanktaki basınç deney süresince pompanın tekrar doldurulduğu zamanlarda sabit kalmaktadır. Şekil 5'te deney esnasında tanktaki basıncın değişimini zamana bağlı olarak gösteren bir grafik yer almaktadır. 39.6 bar basınca ulaşıldığında silindirik kabuk stabilitesini kaybetmekte ve silindir çevresi boyunca çöküntüler oluşturacak şekilde burkulmaktadır.



Şekil 7 : Deney sonucu

Şekil 8 ve 9'da küçük ölçekli modelin deney sonrası burkulmuş resmi yer almaktadır.



Şekil 8 : Deney sonrası modelin dıştan görünümü



Şekil 9 : Deney sonrası modelin içten görünümü

5. Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözüm

Çalışmanın bu bölümünde çalışmada kullanılan sonlu elemanlar analiz tiplerine ait teorik altyapı sunulduktan sonra çalışmada kullanılan modele ait sonlu elemanlar modelinin özellikleri aktarılmıştır. Modele ait lineer burkulma, nonlinear burkulma analizlerine ait görseller ve nonlinear burkulma analizi sonucu modelin nihai mukavemetini gösteren grafik yer almaktadır

5.1 Lineer burkulma analizi

Lineer elastik burkulma analizi ile ideal lineer elastik bir yapının teorik elastik burkulma yükü belirlenebilir. Lineer elastik burkulma analizi iki aşamadan oluşur. Birinci aşamada yapıya yük uygulanarak lineer statik analiz gerçekleştirilir. İkinci aşamada ise özdeğer problemi çözülerek yapının lineer elastik burkulma yükü tespit edilir. Lineer burkulma analizine için özdeğer problemine ait denklem aşağıdaki şekildedir [6].

$$[K]\{\phi_i\} + \lambda_i [S]\{\phi_i\} = 0 \quad (5.1)$$

Denklemden $[K]$ yapısal katılık matrisini, $[S]$ gerilme katılık matrisini, $\{\phi_i\}$ özvektörleri ve λ_i özdeğerleri göstermektedir. i indisi kadar özdeğer ve özvektör hesaplanabilir. Bulunan özdeğerler yapının kritik burkulma yüklerini ve bulunan özvektörler yapının burkulma modunu göstermektedir. hesaplanan en küçük burkulma yükü yapıya ait teorik elastik burkulma yüküdür.

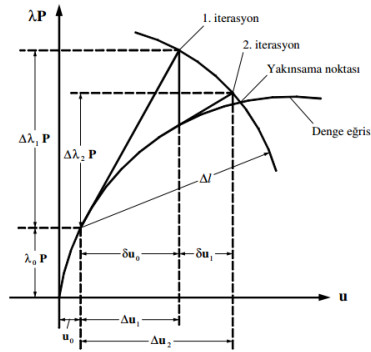
Burkulma analizi sonucu elde edilen yer değiştirme değerleri gerçek değerler değil normalize edilmiş değerlerdir. Yer değiştirme değerleri, en büyük yer değiştirme değeri kullanılan birime göre 1.0 olacak şekilde normalize edilir.

Lineer burkulma analizinde imalat kusurları ve lineer olmayan etkiler çözüme dahil edilmez.

Abaqus programında lineer burkulma analizi yapılırken hangi çözücünün kullanılacağı ve kaç burkulma modunun bulunacağı seçilir. Lineer burkulma analizi nonlinear analize göre çok hızlı çözülebildiği için oluşturulan ağ yapısının yakınsama çalışmasının lineer burkulma analiziyle yapılması uygundur. Bu çalışmada da yakınsama analizi lineer burkulma analizi ile yapılmış ve sonlu eleman modelinin eleman büyüklüğü bu şekilde tespit edilmiştir.

5.2 Nonlinear burkulma analizi

Lineer burkulma analizi ile ideal bir yapının elastik kritik burkulma yükü tespit edilir. Gerçek yapıların burkulma yükü ise genellikle bu değerin altında kalır. Bu sebeple hesaplamaların daha gerçekçi olabilmesi için burkulma analizinin, malzeme plastisitesini ve yapıda imalat sonrası oluşmuş geometrik kusurları da içerecek şekilde genişletilmesi gerekir. Bu makalede kullanılan nonlinear çözüm yöntemi olarak iteratif bir yöntem olan modifiye edilmiş Riks yöntemi (Arc-length method) kullanılmıştır [7]. Şekil 8’de Arc-length methodunun grafiksel gösterimi mevcuttur.



Şekil 10 : Arc-Length yönteminin grafiksel gösterimi

Bu metotta yük seviyesi parametresi λ , denge denklemlerine ilave bir değişken olarak girer.

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{F}(\mathbf{u}) - \lambda \mathbf{P} = 0 \quad (4.2)$$

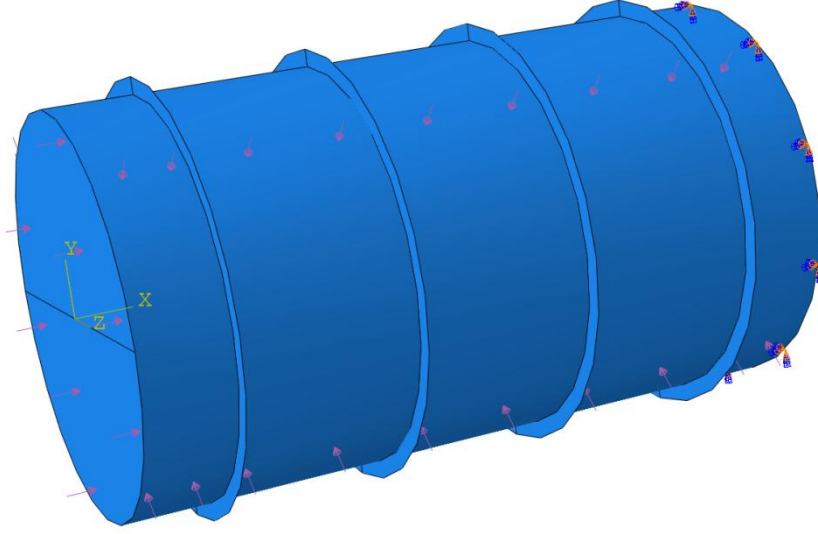
Arc-length metodunun amacı (4.2) denklemi ile l sabit yay boyu arasındaki kesişimi bulmaktır. Ψ yük ölçeklendirme parametresini göstermek üzere, l sabit yay boyu diferansiyel olarak şu şekildedir [8]:

$$l = \int \sqrt{d\mathbf{u}^T d\mathbf{u} + d\lambda^2 \Psi^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P}} \quad (4.3)$$

Bu çalışmada nonlinear burkulma analizi gerçekleştirilirken model için geometrik kusur tanımlaması kullanılmış ve malzeme özellikleri de çekme testinden elde edilen değerlerden girilmiştir.

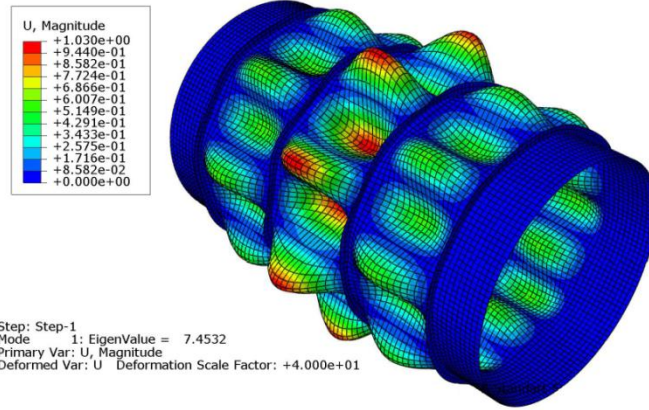
5.3 Sınır şartları, yükleme koşulu ve analiz sonuçları

Sonlu elemanlar analizinde kullanılan takviyeli silindirlerin boyutları 2. bölümde verildiği gibidir. Silindirlerin bir ucundaki yer değiştirmeler ve dönmeler Şekil 9’da görüldüğü gibi sıfır kabul edilmiştir. Diğer ucu ise deneyde de kullanıldığı gibi 20 mm sac ile kapatılmıştır. Daha sonra ise basınç yükü modelin bütün dış yüzeylerine uygulanmıştır.

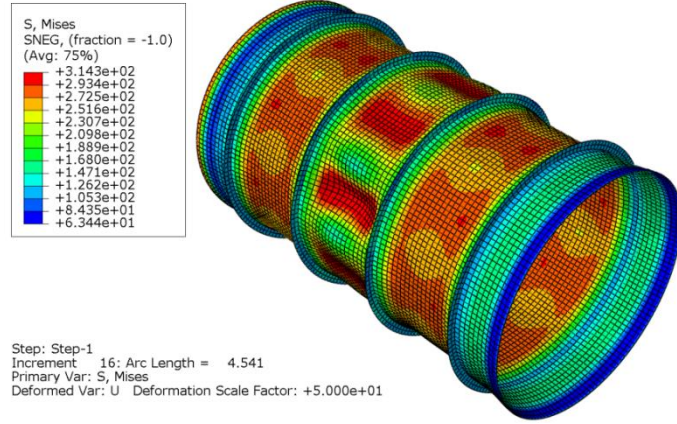


Şekil 11 : Sonlu elemanlar modeli sınır koşulları ve yükleme durumu

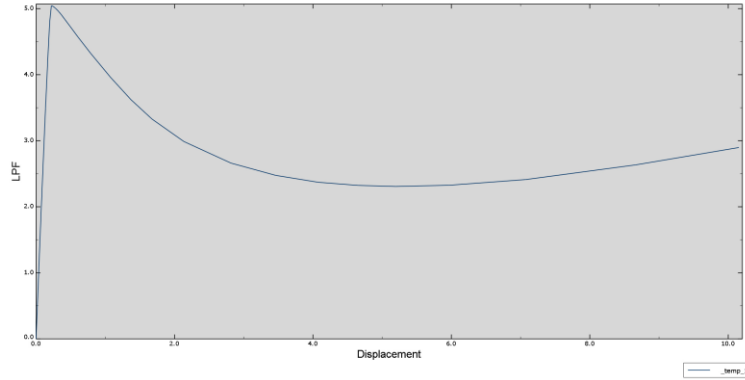
Modeldeki bütün yapılar kabuk elemanlar ile modellenmiştir. Sonlu elemanlar analizlerinde elde edilen basınç değerlerinin birimi MPa'dır. Deney sonucunun verildiği grafikte ise birim bar olarak verilmiştir. Bu farklılığı gidermek için sonuçların karşılaştırıldığı bölümde basınç birimi olarak bar kullanılmıştır.



Şekil 12 : Lineer burkulma analizi



Şekil 13 : Nonlineer burkulma analizi



Şekil 14 : Nonlineer burkulma analizi sonucu elde edilen LPF-deplasman grafiği

LPF yük orantılık sabitini göstermekte olup aldığı en büyük değer yapının burkulma basıncıdır. Analiz neticesinde yapının burkulma basıncı 50.44 bar olarak tespit edilmiştir.

6. Karşılaştırma

Bu bölümde önceki bölümlerde yapılmış olan çözümlerin sonuçları karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Tablo 2 : Analitik, sayısal ve deneysel sonuçlar

Analitik Sonuç (Bar)	Azaltma Faktörü (Germanisher Lloyd)	Analitik Sonuç (Bar) (Germanisher Lloyd)	Sayısal Sonuç (Bar)	Deney Sonucu (Bar)
49.74	0,79	39,52	50,44	39,60

Çizelge 6.1 incelendiğinde analitik ve sayısal sonuçlar çok yakın olarak bulunmuştur. Deney sonucu ise hesaplanan analitik ve sayısal sonuçların altında kalmıştır. Bunun

nedeni olarak imalat kusurlarının bu modelde yüksek olduğu sonucuna varılmaktadır. Ayrıca deney sonucu Germanisher Lloyd kuruluşunun verdiği sonucun üzerinde kalmıştır. Bu sebeple imal edilen modelin bu kuruluşun kriterlerine güvenli bir boyutlandırmaya sahip olduğu sonucuna ulaşılır.

7. Sonuçlar

Bu çalışmada dış basınca maruz takviyeli silindirik kabukların yapısal stabilitesi deneysel, analitik ve sayısal yöntemler kullanılarak incelenmiş ve sonuçlar sunulmuştur. Dış basınca maruz takviyeli silindirik kabuklar üzerindeki basınç belli bir değere ulaştığında yapı stabilitesini kaybederek burkulur. İlgili yapı denizaltıların mukavim teknesi olarak yaygın biçimde kullanılır. Denizaltıların nominal dalma derinliğinin çok üstünde gerçekleşen bu hadisenin ne zaman ortaya çıkacağına öngörülmesi önemli bir mühendislik problemidir. Bu problemi çözmek için farklı analiz yöntemleri mevcuttur. Çalışmada ele alınan problem nihai mukavemet problemi olduğu için kullanılan malzemenin çeşitli kaynaklarda sunulan minimum özellikleriyle yetinilmemiş ve kullanılan malzeme çekme testine tabi tutulmuştur. Sayısal ve analitik çözümlerde bu testin çıktıları kullanılmıştır.

Tam ölçekli model ile küçük ölçekli modelin sonlu elemanlar sonuçları olması gerektiği gibi birebir aynı bulunmuş ve aynı görseller elde edildiği için yalnızca küçük ölçekli modelin görselleri sunulmuştur.

Deney sonucu, sayısal çözüm ve analitik sonuç karşılaştırıldığında, sonlu elemanlar yönteminin sonucunun analitik çözümle çok yakın olduğu ve bu sonuçların deney sonucundan daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni olarak imalat kusurlarının modelde yüksek olduğu sonucuna varılmaktadır. İmalat kusurlarının yüksek olmasının sebebi modelde çok küçük kalınlıklarla çalışıldığından imalatta kullanılan torna makinesinin hassasiyetinin yeterli olmayışıdır. Ayrıca makinenin hassasiyeti yeterli olsa bile üretilirken modelin yatay durması sebebiyle kendi ağırlığı da imalat sırasında kusurlar oluşmasına katkıda bulunmaktadır. Diğer taraftan nihai mukavemet gibi bir konuda sayısal yöntemler ile deneysel yöntemlerin bire bir aynı sonuç vermesi neredeyse imkansızdır. Sonlu elemanlar yöntemini bu problemde etkin biçimde kullanabilmek için benzer deneylerden daha fazla sayıda seri halinde gerçekleştirmek ve çıkan sonuçlara göre uygun bir güvenlik faktörü kullanmak yerinde olacaktır.

Kaynaklar:

- [1] Nash, W.A., Hydrostatically Loaded Structures, Pergamon Press, Oxford, England, 1995.
- [2] Fırat, B., Dış Basınca Maruz Takviyeli Silindirik Kabukların Yapısal Stabilitesinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Ocak 2015.
- [3] Pulos J.C. and Salerno V.L.(1961). Axisymmetric Elastic Deformations and Stresses in a Ring-Stiffened, Perfectly Circular Cylindrical Shell under External Hydrostatic Pressure.
- [4] Reynolds T.E. (1962).Inelastic Lobar Buckling of Cylindrical Shells Under External Hydrostatic Pressure, DTMB-Report No. 1392.
- [5] Arentzen, E.S., Mandel, P. Naval Architecture Aspects of Submarine Design. SNAME. 1960.
- [6] MacKay J.R., Structural Analysis and Design of Pressure Hulls: the State of the Art and Future Trends.Technical Memorandum DRDC Atlantic TM 2007-188. Kanada. 2007.
- [7] Dassault Systemes Simulia Corp. Abaqus 6.10, Theory Manual. USA. 2010.
- [8] Polat C. ve Calayır Y., Lineer Olmayan Yapı Sistemlerinin Analizi İçin Yay-Boyu Metodu. Fırat Üniv. Fen ve Müh. Bil. Dergisi. Elazığ. 2007.