

Çok Etmenli Sistemler için Olay Tetiklemeli İşbirlikçi Kontrol

Neslihan KARAŞ¹, Janset DAŞDEMİR^{2*},

^{1,2} Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü, Elektrik Elektronik Fakültesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye

¹ nkaras@yildiz.edu.tr, ^{2*} janset@yildiz.edu.tr

(Geliş/Received: 04/11/2022;

Kabul/Accepted: 28/03/2023)

Öz: Bu çalışmada, merkezi yapıdaki çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrol problemine yer verilmiştir. Buna göre, tek integratör ile ifade edilebilen çok etmenli sistemler için olay tetiklemeli işbirlikçi kontrol algoritması ele alınmıştır. Lyapunov fonksiyonu yardımıyla, durum fonksiyonunun normuna göre ölçüm hatasının oranına bağlı olan bir olay tetiklemeli kontrol kuralından faydalanılmıştır. Kontrol sinyalleri, yalnızca tetikleme koşulu gerçekleştiğinde uygulanmıştır. Böylelikle, ağ üzerindeki iletim yükü ve dolayısıyla iletişim maliyeti azaltılmıştır. Ayrıca, Zeno-davranış ele alınmış ve buna göre, olaylar arası sürelerde kesin pozitif bir alt sınırın varlığı incelenmiştir. Haberleşme gecikmesinin olduğu durum için farklı bir olay tetiklemeli mekanizma önerilmiştir. Son olarak, önerilen olay tetiklemeli işbirlikçi kontrol algoritmalarının etkinliği benzetim çalışmaları ile desteklenmiş, çok etmenli sistemin uzlaşma noktasına ulaştığı ve Zeno davranışın oluşmadığı gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Olay tetiklemeli kontrol, periyodik olay tetiklemeli kontrol, ağ bağlantılı çok etmenli sistemler, işbirlikçi kontrol, haberleşme gecikmesi.

Event-Triggered Cooperative Control for Multi-Agent Systems

Abstract: This paper investigates the cooperative control problem of centralized multi-agent systems (MASs). An event-triggered cooperative control algorithm for multi-agent systems with single integrator dynamics is discussed. With the help of a Lyapunov function, an event-triggered control rule is used, which depends on the ratio of the measurement error according to the norm of the state function. Control signals are applied only when the event-triggering condition is met. Thus, the transmission load on the network and therefore the communication cost is reduced. Zeno-behavior has also been investigated. Accordingly, the existence of a strictly positive lower bound on the inter-event times is shown. Another event-triggering mechanism is proposed for the case of communication delay. Finally, simulation results are presented to demonstrate the effectiveness of the event-triggered cooperative control algorithms. It has been provided that MASs reach an agreement point and Zeno-behavior does not occur.

Key words: Event-triggered control, periodic event-triggered control, networked multi-agent systems, cooperative control, communication delay.

1. Giriş

Karmaşık sistemlerin modellenmesinde, sistem çok sayıda alt bileşene ayrılabilir ve bu alt bileşenlerin birbirleriyle etkileşiminden yararlanılarak tüm sistemin davranışı modellenebilir [1]. Bu bakış açısıyla geliştirilen çok etmenli sistemler, son yıllarda birçok araştırmacının yoğun ilgisini çekmiştir [2]. Bu çalışmada çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrol problemi ele alınmıştır. Çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrol problemi tekil sistemlerin ortak bir amaç etrafında senkronize bir şekilde hareket edebilmesini sağlamak olarak tanımlanabilir. Çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrol problemi, çoklu-robot kontrolü, insansız araç kontrolü, uydu konum kontrolü benzeri birçok alanda kullanılmaktadır [3-6].

İnternet çağı sayesinde, fiziksel dünyayı dijital dünyaya bağlamak için akıllı cihazlar birbirleriyle haberleşerek etkileşime girebilir hale gelmiştir [7]. Algılama, iletişim, hesaplama ve kontrol kavramları farklı işlem ve bilgi seviyelerine entegre edilmiştir. Birden çok ajanı bağlamak için kablolu/kablosuz ağların geliştirilmesiyle, ağ bağlantılı çok etmenli sistemler ortaya çıkmıştır. Ağların varlığı, uygulamaların verimliliğini ve esnekliğini artırıp kurulum, bakım süresini ve maliyetini azaltmıştır [8]. Bu sistemlerde kontrol kuralının dijital platformlarda uygulanması için tasarım ve analiz kolaylığı nedeniyle genellikle zaman tetiklemeli kontrol yöntemi kullanılmaktadır. Bu yapıda kontrol algoritması örnekleme zamanına bağlı olarak periyodik şekilde güncellenmektedir [9]. Ancak zaman tetiklemeli kontrolün bazı sakıncaları vardır. Örneğin, istenen sistem performansını garanti etmek için örnekleme periyodu genellikle küçük ayarlanır. Bu durum fazladan örneklenmiş

* Sorumlu yazar: janset@yildiz.edu.tr. Yazarların ORCID Numarası: ¹ 0000-0001-6359-0624, ^{2*} 0000-0003-1886-5240

veri sebebiyle ağ tıkanıklığına yol açabilmektedir [10,11]. Ağ tıkanıklığı ise sistem performansını düşürerek bazı durumlarda kararsızlığa sebep olabilir [12].

Geleneksel kontrol yöntemlerinde çok etmenli sistemlerin sürekli ölçümlere ve/veya kontrol sinyallerine erişebildiği varsayılır. Böyle bir varsayım, çok etmenli sistemler için yüksek güçlü hesaplama ve ideal bir iletişim ortamını zorunlu kılar [6]. Kontrol görevlerinin periyodik olarak yürütülmesi ağ bant genişliği, hesaplama kaynakları gibi sistem kaynaklarının israfına yol açmaktadır ki bu tür sistemler sınırlı iletişim ve enerji kaynağına sahiptirler. Bu sebeple, sistem kaynaklarının gereksiz israfını azaltmak için alternatif bir kontrol yöntemi olan olay tetiklemeli kontrol önerilmiştir [13,14].

Olay tetiklemeli kontrolün arkasında yatan temel prensip, önceden belirlenen performans kriterleri ihlal edildiğinde kontrol eylemlerini tetiklemek, böylece performans ve genel iletişim yükü arasında periyodik muadillerine göre daha iyi bir denge sağlamaktır [15,16]. Genellikle, olay tetiklemeli kontrol yapısında sinyallerin ne zaman güncellenmesi gerektiğini belirleyen bir olay tetikleme mekanizması tasarlanır. Olay tetiklemeli mekanizma, sistem durumunun ne zaman kontrolöre iletileceğine ve kontrol sinyalinin ne zaman güncelleneceğine karar verir. Olay tetiklemeli mekanizma statik [13] veya dinamik [17] olabilir. Dinamik olay tetiklemeli mekanizma statikten farklı olarak ek iç dinamik değişkenler içerir [18].

Olay tetiklemeli kontrol genel olarak reaktiftir. Yani, olay tetiklemeli mekanizmayı oluşturan performans kriterini belirlemek için sistem durumu sürekli izlenir [19]. Performans kriteri olarak Lyapunov benzeri fonksiyonların kullanılması literatürde en yaygın yöntemdir [20]. Lyapunov fonksiyonu LMI tabanlı koşullar ya da integral tabanlı yaklaşımlar içerecek şekilde geliştirilebilmektedir [21,22].

Olay tetiklemeli kontrol, son on yılda geniş çapta araştırılmıştır ve çeşitli kontrol konularını ele almak için teorik yöntemler geliştirilmiştir. Kayan kipli kontrol [23], model öngörülü kontrol [24-26], uyarlamalı kontrol [27, 28] gibi kontrol yapılarıyla birleştirilerek kontrol performansı artırılmıştır. Kontrol yapısı olarak model öngörülü kontrol yönteminin kullanıldığı diğer bir çalışmada tüm ajanların tetikleme koşullarının ne zaman kontrol edileceği uyarlamalı olarak belirlenmiştir [29].

Olay tetiklemeli kontrol sürekli zamanlı [30], ayrık zamanlı [31], hibrit [32], anahtarlamalı [33,34] gibi farklı sistem yapılarına uygulanabilir. Olay tetiklemeli kontrolün uygulama alanları oldukça geniştir [35-36]. Olay tetiklemeli iletişim ve kontrol, çok etmenli sistemlerde için de bir araştırma konusudur [37]. Olay tetiklemeli kontrol stratejileri, iletişim, hesaplama ve depolama kaynakları sınırlı olduğunda çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrolü için de uygun bir yöntem olarak değerlendirilmektedir [38]. Buna bağlı olarak ajan dinamiğinin tek integratör [39], ayrık zamanlı tek integratör [40], çift integratör [41], ayrık zamanlı çift integratör [42], doğrusal dinamiğe sahip [43], yüksek mertebeli [44], hibrit [45] yapıda olduğu çok etmenli sistemler için ele alınmıştır. Ancak yukarıda yer alan olay tetiklemeli kontrol yöntemine yönelik yapılan çalışmalarda zaman gecikmesi ve etkileri ele alınmamıştır.

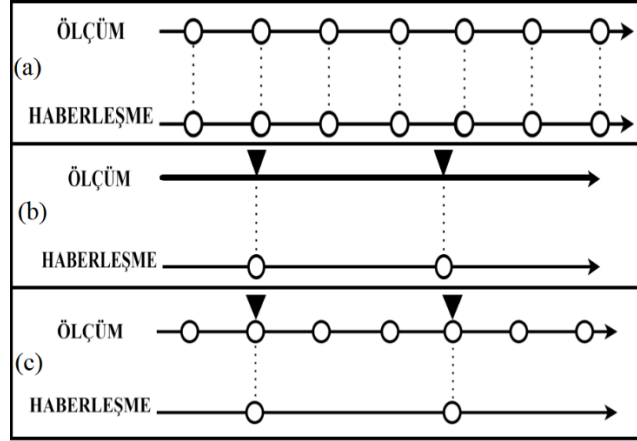
Dinamik sistemlerde sinyal işleme ve yayılım nedeniyle zaman gecikmesi kaçınılmaz olarak ortaya çıkar. Bu nedenle, olay tetiklemeli kontrol protokolünü tasarlarken zaman gecikmesini dikkate almak önemlidir [46]. Olay tetiklemeli kontrol ile ilgili literatürdeki çoğu çalışma, zaman gecikmesinin sistem performansı üzerindeki etkisini dikkate almaya da konunun son dönemde ilgi çektiği gözlenmiştir. [46]'da genel doğrusal dinamiğe sahip çok etmenli sistemler için haberleşme gecikmesi ele alınmıştır. [47]'de genel doğrusal dinamiğe sahip ağ bağlantılı sistemler için sınırlı, küçük değerli bir zaman gecikmesi kabulü yapılmıştır. [48]'de stokastik doğrusal olmayan dinamiğe sahip ağ bağlantılı sistemler için dinamik ve statik olay tetiklemeli kontrol yöntemi incelenmiştir. [49]'da ajanları Euler-lagrange sistem dinamiğine sahip çok etmenli sistem için [50]'deki olay tetiklemeli kontrol mekanizması kullanılarak sabit haberleşme gecikmesi ele alınmıştır. [51]'de ise ajanları tek integratör dinamiğe sahip çok etmenli sistemler için haberleşme gecikmesi söz konusudur. [52]'de zaman gecikmesi güçlü bağlantı kabulü altında tek integratör dinamik modeline sahip çok etmenli sistemler için irdelenmiştir. [53]'te ise genel doğrusal modele sahip çok etmeli sistemler için haberleşme gecikmesi problemi ele alınmış olsa da anlaşma noktasına tam olarak ulaşılamamıştır. Söz konusu çalışmalar incelendiğinde genel olarak etkin bir zaman gecikmesinin ele alınmadığı gözlemlenmiştir.

Olay tetiklemeli kontrolde önemli başka bir sorun Zeno davranış olarak tanımlanan sonlu bir zaman aralığında sonsuz sayıda olay gerçekleşmesi durumudur. Bu davranıştan kaçınmak için iletim süreleri arasındaki zaman kesin pozitif olmalıdır [54]. Problemin çözümüne yönelik periyodik olay tetiklemeli kontrol adı verilen bir teknik önerilmiştir [55]. Bu yapıda tetikleme anları, periyodik olarak değerlendirilen bir tetikleme mekanizması tarafından üretilir. Sürekli olay tetiklemeli kontrolde ihtiyaç duyulan sürekli durum ölçümü, önerilen bu stratejide artık geçerli değildir. Bu tetikleme mekanizmasının en önemli avantajları: olaylar arası süre için tekdüze bir pozitif alt sınır garanti edebilmesi ve sürekli ölçüm gereksinimini gidermesi nedeniyle olay tetiklemeli kontrol yöntemine nazaran daha ekonomik ve gerçekçi olmasıdır [56,57].

Periyodik olay tetiklemeli kontrol çok etmenli sistemlerde de oldukça etkindir [58-60]. [58]'de ajanları tek integratör dinamiğine sahip çok etmenli sistem problemi ele alınmıştır. Genel doğrusal dinamiğe sahip ajanlar içeren çok etmenli sistemler için periyodik olay tetiklemeli kontrol [59]'da verilmiştir. [60]'da haberleşme gecikmesinin sınırlı ve küçük değerli olduğu kabul edilmiştir.

[61]'de önce gecikmesiz durum için periyodik olay tetiklemeli kontrolün tetikleme mekanizması statik olarak [62]'deki gibi türetilmiştir. Daha sonra gecikmesiz ve gecikmeli durum için iki ayrı tetikleme mekanizması geliştirilmiştir.

Şekil 1'de bahsedilen zaman tetiklemeli kontrol, olay tetiklemeli kontrol ve periyodik olay tetiklemeli kontrol yöntemleri görselleştirilmiştir.



Şekil 1. (a) Zaman tetiklemeli kontrol, (b) olay tetiklemeli kontrol, (c) periyodik olay tetiklemeli kontrol.

Bu çalışmada, olay tetiklemeli kontrol metodunun sürekli durum ölçüm gereksinimini ve Zeno davranışı elimine eden periyodik olay tetiklemeli kontrol yöntemi, haberleşme gecikmesi altında çok etmenli sistemlerin işbirlikçi kontrol probleminin çözümüne yönelik önerilmiştir. Zaman tetiklemeli kontrol, olay tetiklemeli kontrol ve periyodik olay tetiklemeli kontrol haberleşme gecikmesi altında dört ajan içeren ağ yapılı bir sistem için tasarlanmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur.

Çalışmanın geri kalan kısımları şu şekilde düzenlenmiştir: problem tanımı Bölüm 2'de yapılmıştır. Olay tetiklemeli işbirlikçi kontrol yapısı Bölüm 3'te verilmiştir. Bölüm 4'te haberleşme gecikmesinin olduğu durum için farklı bir tetikleme mekanizması önerilmiştir. Bölüm 5'te benzetim çalışmalarına yer verilmiştir. Bölüm 6'da ise elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

2. Problem Tanımı

Bu bölümde ilk olarak, çalışmanın genelinde yararlanılan cebirsel çizge teorisine yer verilmiştir [63,64]. Sonrasında ise sistem modeli tanımlanmıştır. Her bir etmeni tek integratör ile modellenen, N adet ajandan oluşan ağ yapılı bir sistem ele alınmıştır.

1.1. Cebirsel çizge teorisi

Çizge kuramı geniş kapsamlı bir konudur. Çok etmenli yapılar için sıklıkla kullanılır. Bu bölümde yalnızca çok etmenli sistemler ve kontrolü için gerekli olan tanımlar ve kavramlar verilmiştir.

Ajanlar düğümler ile gösterilir. Ajanlar arası bilgi akışı kenarlar ile temsil edilir. Düğüm kümesi V , kenar kümesi E ile gösterilir. Bir kenar ilişki kurduğu düğümler ile temsil edilir. Çizge $G = \{V, E\}$ ile verilir.

Eğer, çizgedeki tüm kenarlar için veri alışverişi iki yönlü ise yönsüz çizge denir. Eğer bu durumu bozan en az bir kenar varsa yönlü çizge olarak adlandırılır. Bir yönsüz çizgede farklı tüm düğümler arasında bu düğümleri bağlayan bir yol bulunabiliyorsa bağlı çizgedir. Başka bir deyişle herhangi bir düğüm çifti arasında bir yol bulunan yönsüz çizgeler bağlıdır.

N düğümlü yönsüz bir G çizgesi için komşuluk matrisi Denklem 1 ile verilen $N \times N$ matrisidir. Eğer $(i, j) \in E$ ise $a_{ij} = 1$ aksi halde $a_{ij} = 0$ 'dır.

$$A = A(G) = (a_{ij}) \quad (1)$$

i . düğümün derecesi d_i , Denklem 2’de verildiği gibi tanımlanır.

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (2)$$

G ’nin derece matrisi D ile gösterilir ve Denklem 2’de verilen d_i ’lerin $N \times N$ köşegen matrisidir. G ’nin Laplace matrisi simetrik, pozitif yarı tanımlı bir matris olup Denklem 3’te verilmiştir.

$$L = D - A \quad (3)$$

Bağlı bir çizge için, Laplace matrisinin tek bir sıfır öz değeri vardır ve karşılık gelen öz vektör, birler vektörüdür. L ’nin öz değerleri $0 = \lambda_1(G) \leq \lambda_2(G) \dots \leq \lambda_N(G)$ ile gösterilir. Eğer G bağlıysa, o zaman $\lambda_2(G) > 0$ ’dır.

Bu çalışmada ajanlar arasındaki iletişim topolojisi, yönsüz ve bağlı bir çizge ile karakterize edilmiştir.

1.2. Sistem modeli

Her bir etmeni Denklem 4’te verildiği gibi tek integratör ile modellenen, N adet ajandan oluşan bir sistem ele alınmıştır. Burada $x_i \in \mathbb{R}$ ajan i ’nin durumunu temsil eder. Vektör olarak $x = [x_1 \dots x_N]^T$ şeklinde yazılır.

$$\dot{x}_i = u_i, \quad i \in \{1, \dots, N\} \quad (4)$$

Uzlaşma kontrol kuralı Denklem 5’te verilmiştir [65]. Burada u_i her bir ajanın kontrol sinyalini ifade eder. Herhangi bir ajanın haberleştiği diğer ajanları içeren küme ise o ajanın haberleşme kümesidir ve $N_i \subseteq \{1, \dots, N\}$ şeklinde gösterilmiştir.

$$u_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j - x_i) \quad (5)$$

Denklem 5’teki kontrol kuralı Denklem 4’te yerine yazılırsa sistem Denklem 6’daki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{x}_i = -x_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} x_j = -d_i x_i + [a_{i1} \dots a_{iN}]^T [x_1 \dots x_N] \rightarrow \dot{x} = -Dx + Ax = -Lx \quad (6)$$

Bağlı bir çizge için, tüm ajanların durumları, başlangıç durumlarının ortalaması ile elde edilen ve anlaşma noktası adı verilen bir noktaya yakınsar. Bu nokta Denklem 7’de verilmiştir.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i(0) \quad (7)$$

3. Olay Tetiklemeli İşbirlikçi Kontrol

Her $i \in N$ ve $t \geq 0$ için durum ölçüm hatası $e_i(t)$ ile ifade edilsin. Vektör olarak $e(t) = [e_1(t), \dots, e_N(t)]^T$ şeklinde yazılır. Olayların tetiklendiği ayırık zaman anları, $f(e(t), x(t)) = 0$ koşulu geçerli olduğunda tanımlanır. Olay tetiklemeli yürütmelerin sırası şu şekilde gösterilir: $t_0, t_1 \dots \forall t_k, k = 0, 1, \dots$ için $f(e(t_k), x(t_k)) = 0$ ile tanımlanır. $t_0, t_1 \dots$ olay dizisi $u(t_0), u(t_1) \dots$, kontrol güncellemeleri dizisine karşılık gelir. Kontrol kuralı olay süreleri $t_0, t_1 \dots$ arasında Denklem 8’de ifade edildiği gibi parçalı sabittir.

$$u(t) = u(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (8)$$

Kontrol kuralı sürekli olmaksızın yalnızca ayırık anlarda hesaplanacaktır. Durum değişkeni ölçüm hatası belirli bir eşiğe ulaştığında tetikleme gerçekleşir. Durum ölçüm hatası Denklem 9’daki gibi tanımlanır.

$$e(t) = x(t_k) - x(t) \quad k = 0,1, \dots \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (9)$$

Yayılan durum $\hat{x}(t)$ ile gösterilir ve Denklem 10'da verilmiştir.

$$\hat{x}(t) = x(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (10)$$

Buradaki t_k seçimi f fonksiyonu tarafından belirlenir. Önerilen kontrol kuralı $u(t) = u(t_k), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ şeklindedir ve $u(t) = -L\hat{x}(t), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ ideal kontrol kuralının olayla tetiklenen analogisi olarak tanımlanır. Buna göre dinamik sistem Denklem 11'deki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{x}_i = u_i = -L\hat{x}(t) = -L(x(t) + e(t)) \quad (11)$$

Lyapunov aday fonksiyonu $f(e(t), x(t))$ koşulu için kullanılır. Sistem için aday Giriş-Durum-Kararlı (ISS) Lyapunov aday fonksiyonu Denklem 12'deki gibi seçilmiştir [39].

$$V = \frac{1}{2} x^T L x \quad (12)$$

Denklem 12'nin zamana bağlı türevi Denklem 13'te verilmiştir.

$$\dot{V} = x^T L \dot{x} = -x^T L L (x + e) = -\|Lx\|^2 - x^T L L e \quad (13)$$

Denklem 13'teki ifade Denklem 14'teki gibi üstten sınırlandırılabilir.

$$\dot{V} \leq -\|Lx\|^2 + \|Lx\| \|L\| \|e\| \quad (14)$$

Hata sinyalinin Denklem 15'teki şartı sağlaması durumunda

$$\|e\| \leq \sigma \frac{\|Lx\|}{\|L\|}, \quad \sigma > 0 \quad (15)$$

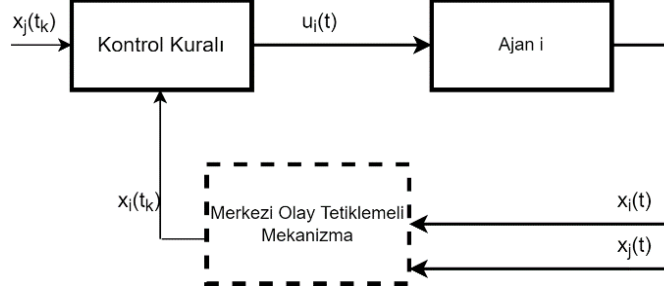
$\|Lx\| \neq 0$ ve $\sigma < 1$ için negatif olan Denklem 16'daki denklem elde edilir.

$$\dot{V} \leq (\sigma - 1) \|Lx\|^2 \quad (16)$$

Böylece olaylar Denklem 17 sağlandığı anda tetiklenir.

$$f(e, x) = \|e\| - \sigma \frac{\|Lx\|}{\|L\|} = 0 \quad (17)$$

Olay tetiklemeli kontrolün blok diyagramı Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Sistem blok diyagramı.

Her t_k anı için kontrol kuralı $u(t_k) = -L\hat{x}(t)$ şeklindedir ve bir sonraki tetikleme anına kadar sabittir; $u(t) = -L\hat{x}(t), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$.

Kontrol görevi bir kere yürütüldüğünde hata sıfırlanır, çünkü o noktada belirli bir olay zamanı için $e(t_k) = \hat{x}(t) - \hat{x}(t) = 0$ olur ve Denklem 15 sağlanır.

İletim süreleri arasında kesin pozitif bir alt sınır bulmak için $\frac{\|e\|}{\|Lx\|}$ teriminin türevinden yararlanılır. Denklem 18'de bu terimin türevi verilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|Lx\|} = \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{e^T e}}{\sqrt{(Lx)^T Lx}} = \frac{(e^T e)^{-1/2} e^T \dot{e} ((Lx)^T Lx)^{-1/2} - \frac{d}{dt} \sqrt{(Lx)^T Lx} (e^T e)^{1/2}}{(Lx)^T Lx} = \frac{1}{2} ((Lx)^T Lx)^{-1/2} \frac{(\dot{x}^T L^T Lx + x^T L^T L\dot{x})}{2x^T L^T L\dot{x}} \quad (18)$$

Denklem 9'a göre hatanın türevi Denklem 19'daki gibi ifade edilir.

$$\dot{e}(t) = -\dot{x}(t) \quad (19)$$

Denklem 19, Denklem 18'de yerine yazılırsa Denklem 20 elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|Lx\|} = -\frac{e^T x \|Lx\|}{\|e\| \|Lx\| \|Lx\|} - \frac{(Lx)^T L\dot{x} \|e\|}{\|Lx\|^2} \quad (20)$$

Denklem 20, Denklem 21'deki gibi yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|Lx\|} \leq \frac{\|\dot{x}\|}{\|Lx\|} \left(1 + \frac{\|L\| \|e\|}{\|Lx\|}\right) \quad (21)$$

Denklem 11, Denklem 22'deki gibi yazılabilir.

$$\|\dot{x}\| \leq \|Lx + Le\| \leq \|Lx\| + \|Le\| \quad (22)$$

Denklem 22, Denklem 21'de yerine yazılırsa Denklem 23 elde edilir.

$$\frac{\|\dot{x}\|}{\|Lx\|} \left(1 + \frac{\|L\| \|e\|}{\|Lx\|}\right) \leq \left(1 + \frac{\|L\| \|e\|}{\|Lx\|}\right) \frac{\|Lx\| + \|Le\|}{1 + \frac{\|Le\|}{\|Lx\|}} \quad (23)$$

Son olarak $\|Le\| \leq \|L\| \|e\|$, Denklem 23'te kullanılırsa Denklem 24 elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e\|}{\|Lx\|} \leq \left(1 + \frac{\|L\|\|e\|}{\|Lx\|}\right)^2 \quad (24)$$

Alt sınır için $\frac{\|e\|}{\|Lx\|} = \phi$ şeklinde ifade edildiğinde Denklem 25 yazılabilir.

$$\dot{\phi} = (1 + \|L\|\phi)^2 \quad (25)$$

Denklem 15'ten ve diferansiyel Denklem 25'in çözümünden yararlanılarak olaylar arası süre T^* için kesin pozitif alt sınır Denklem 26'daki gibi elde edilir.

$$t_{k+1} - t_k \geq T^* = \frac{\sigma}{\|L\|(1+\sigma)} \quad (26)$$

Bu yöntem Zeno davranış sorununu başarıyla ele almasına karşın haberleşme gecikmesi probleminde yeterli olmamıştır. Bu nedenle Bölüm 4'te daha etkili bir mekanizma önerilmiştir.

4. Haberleşme Gecikmesi ile Periyodik Olay Tetiklemeli İşbirlikçi Kontrol

Haberleşme gecikmesi için Denklem 17'deki koşulun yetersiz kaldığı benzetim çalışmalarında gösterilmiştir. Bunun için [66] incelenmiştir; güç tüketimini azaltmak için periyodik olay tetiklemeli kontrol kullanılmıştır. Olay tetiklemeli kontrol için incelenen önceki yöntemde tetikleme koşulu sürekli kontrol edilirken, bu yöntemde yalnızca örnekleme anlarında, periyodik olarak bakılması yeterli olmaktadır. Bu anlara olay-kontrol anı adı verilir ve olası tetikleme anları $t_k \in \{0, h, 2h, 3h \dots\}$ 'dir. Böylece, olaylar arası süre h ile sınırlanır [67].

Uygulanacak yöntemde tetikleme kontrolünün periyodik olması ve yalnızca tetikleme anlarında kontrol işaretinin yenilenmesi nedeniyle, ayırık zamanlı kontrolün ve olay tetiklemeli kontrolün uygun biçimde yorumlanması gibi düşünülebilir.

Kontrol kuralı Denklem 27'de verilmiştir [68].

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_j(t - \tau) - \hat{x}_i(t - \tau)) \quad (27)$$

Denklem 27'deki kontrol kuralı Denklem 4'te yerine yazılırsa sistem Denklem 28'deki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_j(t - \tau) - \hat{x}_i(t - \tau)) \rightarrow \dot{x} = -L\hat{x}(t - \tau) \quad (28)$$

Olay tetiklemeli mekanizma Denklem 29'da verilmiştir [66]. İlk olay $t_0 = 0$ 'da gerçekleşir. Denklem 29'un sağlandığı q değerleri için $t_{k+1} = t_k + qh$ olarak ayarlanır. q pozitif bir tam sayıdır.

$$|x_i(t_k + qh) - x_i(t_k)| > \rho \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_i(t_k + (q-1)h) - \hat{x}_j(t_k + (q-1)h)) \right| \quad (29)$$

Denklem 29 sağlandığında ilgili ajan veri örneklemesini gerçekleştirir ve örneklenmiş durumu yayar. Örneklenmiş durum komşulara yayılırken τ zaman gecikmesi olduğu ve $0 \leq \tau < h$ varsayılmıştır. Bu varsayıma göre bir sonraki olay-kontrol anından önce ajan i 'nin örneklenmiş durumu alması gerekir. Böylece örneklenmiş durumu olay-kontrol anlarında tüm ajanlar kullanabilir.

Periyodik olay tetiklemeli mekanizma Denklem 29 ile kontrol kuralı Denklem 27 altındaki çok ajanlı sistemde, eğer Denklem 30-32'deki kısıtlamalar sağlanırsa, Denklem 4'deki dinamiğe sahip ajanların durumları asimptotik olarak başlangıç durumlarının ortalaması \bar{x} 'ye yakınsar [66].

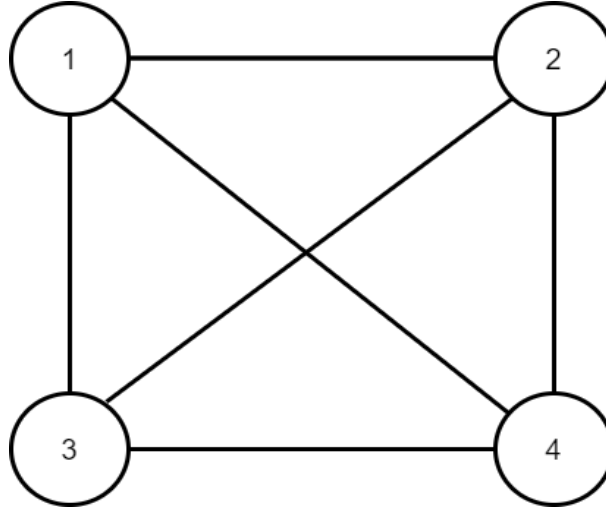
$$0 < \rho < \frac{1}{\lambda_N(G)} \quad (30)$$

$$0 < h < \frac{2(1-\lambda_N(G)\rho)}{\lambda_N(G)} \quad (31)$$

$$0 < \tau < \frac{1}{\lambda_N(G)} \left(1 - \lambda_N(G)\rho \frac{\lambda_N(G)h}{2}\right) \quad (32)$$

5. Benzetim Çalışması

Şekil 3'te çizge diyagramı verilen dört ajanlı çok etmenli sistem düşünülmüştür. Sisteme ait benzetim çalışması Matlab/Simulink üzerinden gerçekleştirilmiştir.



Şekil 3. Çizge diyagramı.

Şekil 3'ten yararlanılarak Laplace matrisi (33)'teki gibi bulunur.

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Laplace matrisinde verilen iletişim ağı ile 4 adet tek integratör sistemin kontrolü için sürekli zaman kontrolü ve olay tetiklemeli kontrol olmak üzere iki farklı paradigmada algoritma uygulanmaktadır.

İlk koşullar $x_0 = [-0.5 \ 1 \ 1.75 \ 3.5]^T$ şeklindedir.

İlk olarak zaman gecikmesinin olmadığı durum için Denklem 17'deki olay tetiklemeli mekanizma değerlendirilmiştir. $\sigma = 0.65$ seçilmiştir. İlgili sonuçlar Şekil 4-6'da verilmiştir.

Şekil 4'te, haberleşme gecikmesi olmadan her iki durum için durum değişkenlerinin zaman değişimi verilmektedir. Zaman tetiklemeli ve olay tetiklemeli algoritmanın uygulanması sonucunda hemen hemen aynı sonuçlar elde edilir. Zaman tetiklemeli kontrol için örnekleme süresi 0.0001 olarak seçilmiştir.

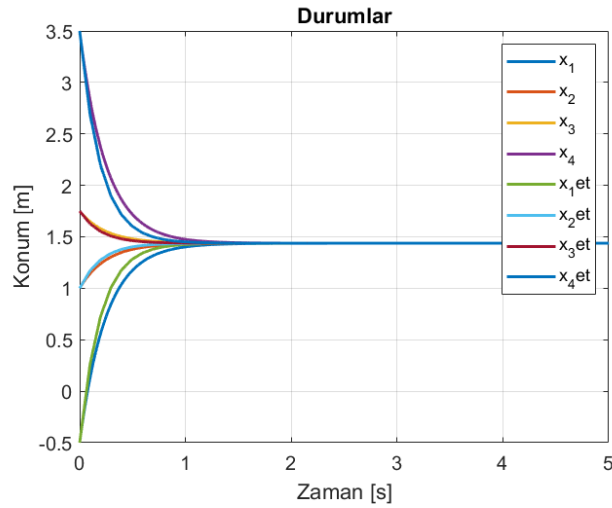
Şekil 5'te, kontrol sinyali normu verilmiştir. Sistem durumları anlaşılabilir istenen noktaya yaklaştıktan sonra, kontrol sinyali ve kontrol sinyalinin normu beklendiği gibi sifira gider, böylece durum değişkeninin değişiminin sifir olması garanti edilebilir.

Şekil 6'da, düz çizgi hata normunun değişimi, kesikli çizgi maksimum hata olan $\|e\|_{max} = \sigma \frac{\|Lx\|}{\|L\|}$ 'yi temsil etmektedir. Olay tetiklemeli kontrolde tetikleme anları, hatanın maksimum değeri ile belirlenir. Hata, maksimum değere ulaştığında, kontrol sinyali yeniden hesaplanır ve bir sonraki tetikleme zamanına kadar sabit tutulur. Tetikleme sırasında hata değeri sifir olur.

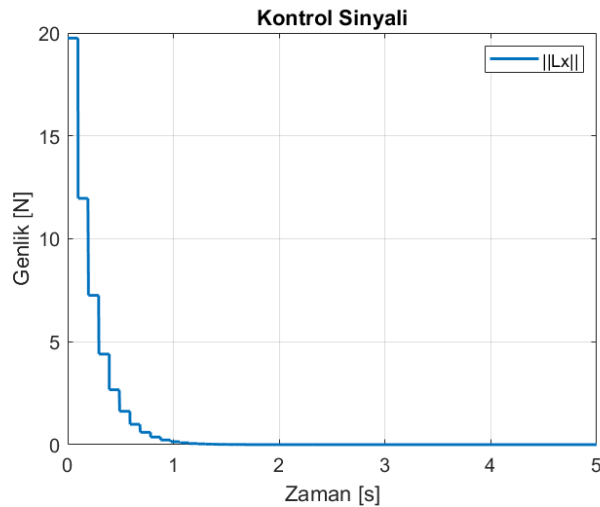
$\tau = 0.155$ seçilerek Denklem 17'deki olay tetiklemeli mekanizma altında elde edilen durum değişkenlerinin değişimi, kontrol sinyali normu, hata normunun değişimi grafikleri sırasıyla Şekil 7- 9'da verilmiştir. Şekil 7'de, olay tetiklemeli kontrolde ajanların ortak bir noktaya varamadığı açıkça görülmektedir. Şekil 9'da maksimum hata sınırının aşıldığı görülmüştür.

Şekil 10'da, Denklem 29'daki olay tetiklemeli mekanizma kullanıldığında durum değişkenlerinin değişimi verilmiştir. Denklem 30-32'deki kısıtlamalar baz alınarak $\rho = 0.0005, h = 0.17$ seçilmiştir. Haberleşme gecikmesi yine $\tau = 0.155$ 'dir.

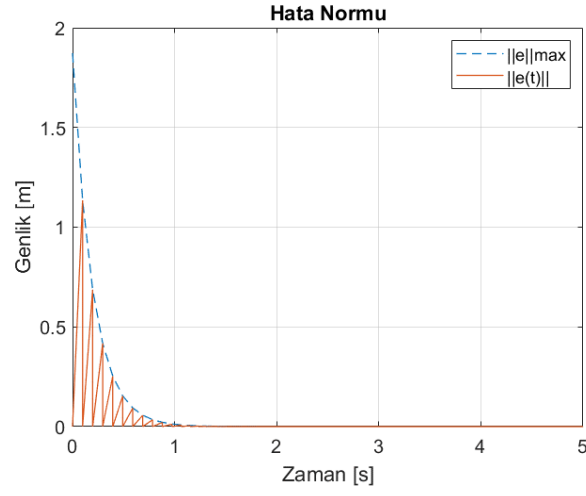
Şekil 10'da, bir miktar aşım ve yerleşme zamanının uzamasıyla anlaşma noktasına varıldığı görülmüştür. Şekil 11'de kontrol sinyali normu verilmiştir.



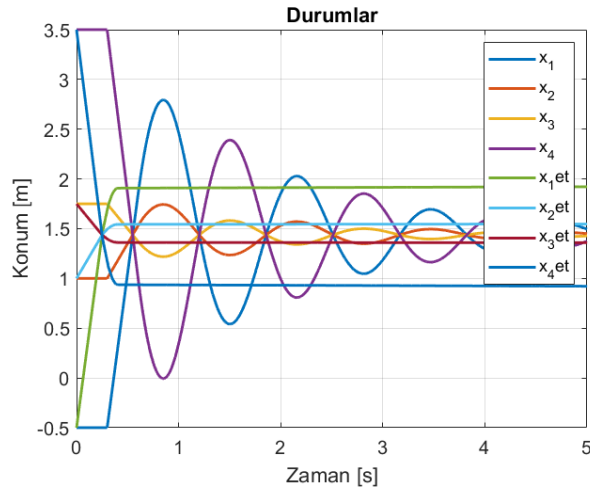
Şekil 4. Zaman ve olay tetiklemeli kontrol sistemlerine ait durum değişkenleri.



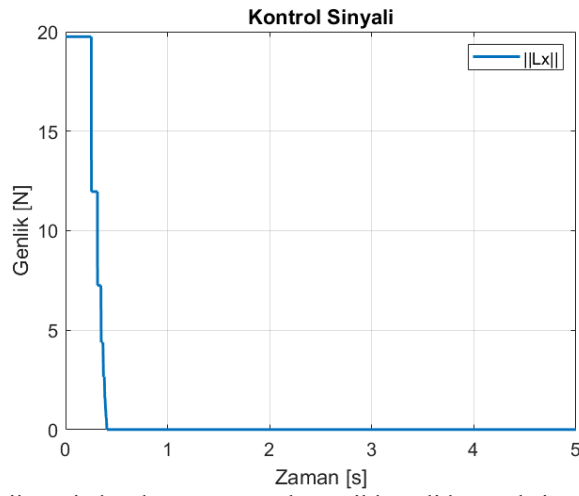
Şekil 5. Olay tetiklemeli kontrol sinyali normunun değişimi.



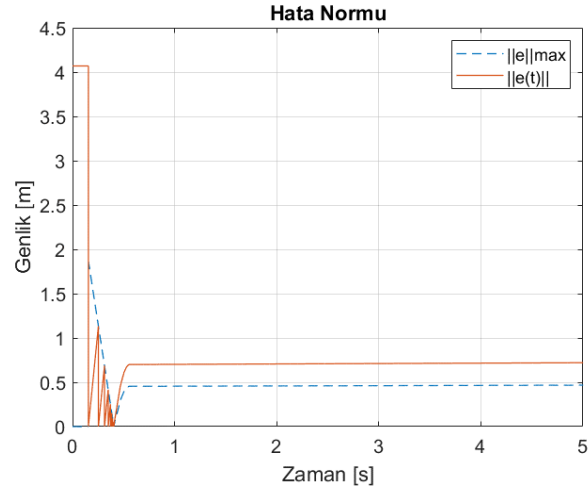
Şekil 6. Hata normunun değişimi.



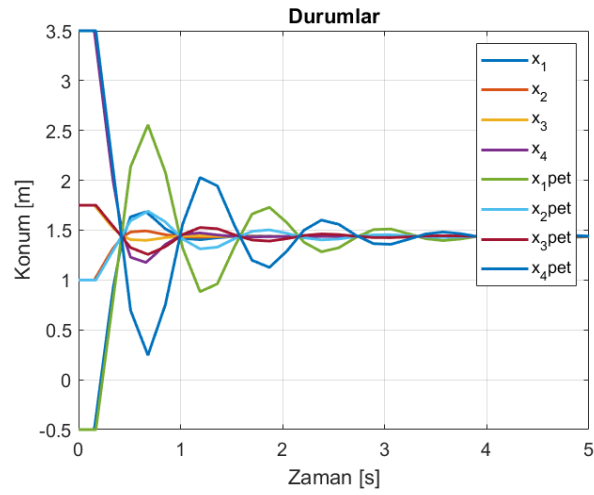
Şekil 7. İletişim gecikmesi altında zaman ve olay tetiklemeli kontrol sistemlerine ait durum değişkenleri.



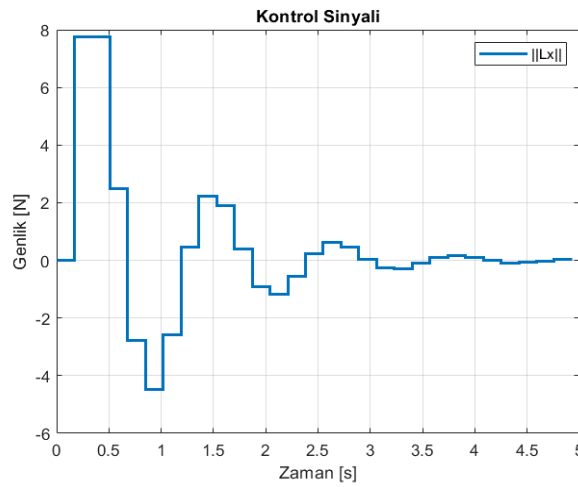
Şekil 8. İletişim gecikmesi altında zaman ve olay tetiklemeli kontrol sinyali normunun değişimi.



Şekil 9. İletişim gecikmesi altında hata normunun değişimi.



Şekil 10. İletişim gecikmesi altında zaman ve periyodik olay tetiklemeli kontrol sistemlerine ait durum değişkenleri.



Şekil 11. İletişim gecikmesi altında periyodik olay tetiklemeli kontrol sinyali normunun değişimi.

Tablo 1’de tetikleme sayıları verilmiştir. İletişim gecikmesi altında hata değeri maksimum hata değerini aştığından dolayı olay tetiklemeli mekanizma bozulmuştur. Tabloda görüldüğü gibi zaman tetiklemeli kontrol açık ara çok daha fazla tetiklenmektedir. Bu sayı zaman tetiklemeli kontrolün iletişim gecikmeli durum için de aynıdır. Olay tetiklemeli kontrol, periyodik olay tetiklemeli kontrol mekanizmasından daha az tetiklenmiştir. Ancak iletişim gecikmesiyle baş etmek için tetikleme sayısının artması beklenen bir durumdur.

Tablo 1’de anlaşma noktasına varış süreleri de verilmiştir. Zaman tetiklemeli kontrol ile olay tetiklemeli kontrol neredeyse birebir aynı zamanlarda anlaşma noktasına varmıştır. Bu durum iletişim gecikmesi altında zaman tetiklemeli kontrol için değişmezken olay tetiklemeli mekanizma ile anlaşma noktasına ulaşılmamıştır. Öte yandan, periyodik olay tetiklemeli mekanizma ile iletişim gecikmesi altında daha geç sürede de olsa anlaşma noktasına ulaşılabilmiştir.

Tablo 1’de uygulanan kontrol sinyallerinin mutlak değerlerinin integrali de verilmiştir. Beklendiği üzere bu değer iletişim gecikmesinin etkisiyle artmıştır.

Tablo 1. Tetikleme Sayısı, Anlaşma Noktasına Varış Süresi, Kontrol Sinyalinin Mutlak Değerinin İntegrali.

	Tetikleme Sayısı	Anlaşma Noktasına Varış Süresi	Kontrol Sinyalinin Mutlak Değerinin İntegrali
Zaman Tetiklemeli Mekanizma	5×10^4	1.6 saniye	2.88
Olay Tetiklemeli Mekanizma	16	1.7 saniye	4.937
İletişim Gecikmesi Altında Periyodik Olay Tetiklemeli Mekanizma	117	3.91 saniye	6.468

6. Sonuçlar

Bu çalışmada merkezi yapıdaki çok etmenli sistemler için olay tetiklemeli işbirlikçi kontrol problemi ele alınmıştır.

Olay tetiklemeli mekanizmanın tasarımında Lyapunov fonksiyonundan yararlanılmıştır. Kontrol kuralı, durum fonksiyonunun normuna göre belirli bir ölçüm hatasının oranına bağlı olarak güncellenmiştir. Önerilen algoritmada Zeno davranışın gerçekleşmeyeceği, olaylar arası zamanlar için bir alt sınırın varlığı ile gösterilmiştir. Benzetim çalışmaları ajanların ortak bir noktaya Zeno davranış olmadan ulaştığını kanıtlamaktadır. Ancak haberleşme gecikmesi ele alındığında bu yöntemin yetersiz kaldığı görülmüş olup, farklı bir olay tetiklemeli mekanizma önerilmiştir. Periyodik olay tetiklemeli adlı bu mekanizma belli bir sınıra sahip haberleşme gecikmeleri ile baş edebilmiştir. Gerek olay tetiklemeli gerekse periyodik olay tetiklemeli mekanizmanın kaynak kullanımını ciddi anlamda azalttığı gözlemlenmiştir.

Gelecek çalışmalarda haberleşme gecikmesi üzerindeki sınırın arttırılacağı, aşım ve yerleşme sürelerinin iyileştirileceği bir olay tetiklemeli mekanizmanın geliştirilmesi hedeflenmektedir.

Kaynaklar

- [1] Lewis FL, Zhang H, Hengster-Movric K, Das A. Cooperative Control of Multi-Agent Systems: Optimal and Adaptive Design Approaches. 1st ed. London: Springer Hall, 2014.
- [2] Cao Y, Yu W, Ren W, Chen G. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination. IEEE Trans. Ind. Informat. 2013; 9(1): 427–438.
- [3] Ge X, Han QL, Zhang XM. Achieving Cluster Formation of Multi-Agent Systems Under Aperiodic Sampling and Communication Delays. IEEE Transactions on Industrial Electronics 2018; 65(4): 3417-3426.
- [4] Schwung M, Lunze J. Cooperative Control of UAVs Over an Unreliable Communication Network. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine 2022; 37(8): 20-34.
- [5] Ren W. Formation keeping and attitude alignment for multiple space-craft through local interactions. J. Guid. Control Dyn. 2007; 30(2): 633–638.
- [6] Ding L, Han QL, Ge X, Zhang XM. An Overview of Recent Advances in Event-Triggered Consensus of Multiagent Systems. IEEE Transactions on Cybernetics 2018;48(4): 1110-1123.
- [7] Al-Fuqaha A, Guizani M, Mohammadi M, Aledhari M, Ayyash M. Internet of things: A survey on enabling technologies, protocols, and applications. IEEE Commun. Surv. Tutor 2015; 17(4): 2347–2376.

- [8] Gupta RA, Chow MY. Networked control system: Overview and research trends. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 2010; 57(7): 2527–2535.
- [9] Wu Y, Wang L. Sampled-data consensus for multi-agent systems with quantised communication. *Int. J. Control* 2015; 88(2): 413–428.
- [10] Li W, Liu Y, Sun H. A survey of event-based consensus for multi-agent systems. 2017 Chinese Automation Congress (CAC); 20-22 October 2017; Jinan, China. 6606-6611.
- [11] Bai Y., Jing Y. Event-triggered network congestion control of TCP/AWM systems. *Neural Comput & Applic* 2021; 33: 15877–15886.
- [12] Zhang XM, Han QL, Yu X. Survey on recent advances in networked control systems. *IEEE Trans. Ind. Informat.* 2016; 12(5): 1740–1752.
- [13] Tabuada P. Event-Triggered Real-Time Scheduling of Stabilizing Control Tasks. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2007; 52(9): 1680-1685.
- [14] Heemels WPMH, Johansson KH, Tabuada P. An introduction to event-triggered and self-triggered control. 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC); 10-13 December 2012; Maui, HI, USA. 3270–3285.
- [15] Åström KJ, Bernhardsson B. Comparison of periodic and event based sampling for first-order stochastic systems. *IFAC Proceedings Volumes* 1999; 32(2): 5006-5011.
- [16] Zhang XM, Han QL, Ge X, Ding D, Ding L, Yue D, Peng C. Networked control systems: a survey of trends and techniques. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica* 2020; 7(1): 1-17.
- [17] Nowzari C, Garcia E, Cortés J. Event-triggered communication and control of networked systems for multi-agent consensus *Automatica* 2019; 105: 1-27.
- [18] Ge X, Han QL, Zhang XM, Ding D. Dynamic Event-triggered Control and Estimation: A Survey. *Int. J. Autom. Comput.* 2021; 18: 857–886.
- [19] Brunner FD, Heemels WPMH, Allgöwer F, Event-triggered and self-triggered control for linear systems based on reachable sets. *Automatica* 2019; 101: 15-26.
- [20] Dimarogonas DV, Frazzoli E, Johansson KH. Distributed Event-Triggered Control for Multi-Agent Systems. *IEEE Tran. on Automatic Control* 2012, 57(5): 1291-1297.
- [21] Sbarbaro D, Gomes da Silva Jr. JM, Moreira LG. Event-Triggered Tracking Control: a Discrete-Time Approach. *IFAC-PapersOnLine* 2020; 53(2): 4565-4570.
- [22] Zhang Z, Lu Z, Sun Y, Two Event-Triggered Control Mechanisms for Multi-Agent Systems and Their Comparisons. 2020 39th Chinese Control Conference (CCC); 27-29 July 2020; Shenyang, China. 4989-4994.
- [23] Kumar N, Porwal A, Singh AR, Naskar R, Purwar S. Event Triggered Control of Robot Manipulator. 2019 6th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN); 07-08 March 2019; Noida, India. 362-366.
- [24] Jang D, Son CY, Yoo J, Kim HJ, Johansson KH. Efficient networked UAV control using event-triggered predictive control. *IFAC-PapersOnLine* 2019; 52(15): 412-417.
- [25] Morabito B, Kögel M, Blasi S, Klemme V, Hansen C, Höhn O, Findeisen R. Multi-stage Event-triggered Model Predictive Control for Automated Trajectory Drilling. *IFAC-PapersOnLine* 2020; 53(2):9478-948.
- [26] Jang D, Son C, Yoo J, Johansson K. Efficient networked UAV control using event-triggered predictive control. *IFAC-PapersOnLine* 2019; 52: 412-417.
- [27] Cai J, Yu R, Yan Q, Congli M, Wang B, Shen L. Event-Triggered Adaptive Control for Tank Gun Control Systems. *IEEE Access* 2019; (7): 17517-17523.
- [28] Li X, Sun Z, Tang Y, Karimi H. Adaptive Event-Triggered Consensus of Multi-Agent Systems on Directed Graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2021; 66(44): 1670-1685.
- [29] Zhan J, Hu Y, Li X. Adaptive event-triggered distributed model predictive control for multi-agent systems. *Systems & Control Letters* 2019; 134 (1): 104531.
- [30] Liang J, Liu K, Ji Z, Wang X. Event-Triggered Consensus Control for Linear Multi-Agent Systems. *IEEE Access* 2019; 7: 144572-144579.
- [31] Zhang L, Swain A, Zhang D, Wen S. A discrete event-triggered scheme for networked control systems. *IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)* 2021: 1-6.
- [32] Liu KZ, Teel AR, Sun XM, Wang XF, Model-based dynamic event-triggered control for systems with uncertainty: A hybrid system approach. *IEEE Trans. Autom. Control* 2021; 66(1): 444–451.
- [33] Su Y, Wang W, Li T. Reliable Event-Triggered Control for Switched Linear Systems. 2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC); 22-24 August 2020; Hefei, China. 2622-2627.
- [34] Hu H, Huang S, Zhang Z. Event-triggered Control for Switched Affine Linear Systems. *Int. J. Control Autom. Syst.* 2020; 18: 2867–2878.
- [35] Jin X, Shi Y, Tang Y, Wu X. Event-triggered attitude consensus with absolute and relative attitude measurements. *Automatica* 2020; 122: 109245.
- [36] Wu B, Shen Q, Cao X. Event-triggered attitude control of spacecraft. *Advances in Space Research* 2018; 61(3): 927-934.
- [37] Peng C, Li F. A survey on recent advances in event-triggered communication and control. *Information Sciences* 2018; 457–458: 113-125.

- [38] Wang Q, Hu J,Zhao Y, Ghosh BK. Event-triggered Consensus Control of Multi-agent Systems with Nonuniform Communication Delays via Reduced-Order Observers. *IFAC-PapersOnLine* 2020; 53(2): 3230-3235.
- [39] Dimarogonas DV, Johansson KH. Event-triggered control for multi-agent systems. *Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*; 15-18 December 2009; Shanghai, China. 7131-7136.
- [40] Zhu W, Tian Z, Event-based consensus of first-order discrete time multi-agent systems. *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*; 12-15 June 2016; Guilin, China.1692-1696.
- [41] Shi J, Hu W, Consensus of Second-Order Multi-Agent Systems by Event-Triggered Control. *2018 13th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*; 04-08 July 2018; Changsha, China. 269-273.
- [42] Zhu W, Pu H, Wang D, Li H, Event-based consensus of second-order multi-agent systems with discrete time. *Autonamica* 2017; 79: 78–83.
- [43] Hu W, Liu L, Feng G, Consensus of Linear Multi-Agent Systems by Distributed Event-Triggered Strategy. *IEEE Transactions on Cybernetics* 2016; 46(1): 148-157.
- [44] Li, X., Liu, F., Buss, M., and Hirche, S. Fully Distributed Consensus Control for Linear Multiagent Systems: A Reduced-Order Adaptive Feedback Approach. *IEEE Transactions on Control of Network Systems* 2019. 7(2): 967-976.
- [45] Dong Y, X. Liu, T. Li and Q. Shan. Consensus of Hybrid Multi-Agent System Based on Broadcast Event-Triggered Method. *2022 4th International Conference on Data-driven Optimization of Complex Systems (DOCS)*; 28-30 October 2022; Chengdu, China. 1-6.
- [46] Wu Y, Mu N. Event-Triggered Consensus of General Linear Multi-agent System with Time Delay. *Advances in Neural Networks* 2018; 10878: 432-439.
- [47] Chen S, Fan Y, Song C, Li H. Event-Triggered Control for Networked Systems with Time-Delay and Quantization. *2020 12th International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI)*; 14-16 August 2020; Dali, China. 207-212.
- [48] Huang Y, Deng F,Wan F. Event-triggered control for stochastic systems with multiple delays. *Int J Robust Nonlinear Control*. 2023; 33(1): 641-658.
- [49] Dohmann PBG, Hirche S. Event-Triggered Consensus for Euler-Lagrange Systems with Communication Delay. *IFAC-PapersOnLine* 2020; 53(2): 2777-2782.
- [50] Girard A. Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2015; 60(7): 1992–1997.
- [51] Gao L, Liao X, Li H, Chen G. Event-triggered control for multi-agent systems with general directed topology and time delays. *Asian J. Control* 2016; 18(3): 945–953.
- [52] Li L, Ho DWC, Lu J. Event-based network consensus with communication delays. *Nonlinear Dyn.* 2017; 87(3): 1847–1858.
- [53] Mu N, Liao X, Huang T. Event-based consensus control for a linear directed multiagent system with time delay. *IEEE Trans. Circuits Syst. II* 2015; 62(3): 281–285.
- [54] Borgers DP, Heemels WPMH. Event-separation properties of event-triggered control systems. *IEEE Trans. Autom. Control* 2014; 59(10): 2644–2656.
- [55] Heemels WPMH, Donkers MCF, Teel AR. Periodic Event-Triggered Control for Linear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2013; 58(4): 847-861.
- [56] Behera AK, Bandyopadhyay B, Yu X. Periodic event-triggered sliding mode control. *Automatica* 2018; 96: 61-72.
- [57] Luo S, Deng F. On Event-Triggered Control of Nonlinear Stochastic Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2020; 65(1): 369-375.
- [58] Chen X, Sun G, Tian Y, Periodic event-triggered consensus with single-integrator Dynamics. *2017 Chinese Automation Congress (CAC)*; 20-22 October 2017; Jinan, China. 6651-6656
- [59] Zheng S, Shi P, Agarwal R, Lim C. Periodic event-triggered output regulation for linear multi-agent systems. *Automatica* 2020; 122: 109223.
- [60] Garcia E, Cao Y, Casbeer DW, Periodic Event-Triggered Synchronization of Linear Multi-Agent Systems with Communication Delays. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2017; 62(1): 366-371.
- [61] Linselmayer S, Dimarogonas DV, Allgöwer F. Periodic event-triggered control for networked control systems based on non-monotonic Lyapunov functions. *Automatica* 2019; 106: 35-46.
- [62] Linselmayer S., Dimarogonas DV, Allgöwer F. A non-monotonic approach to periodic event-triggered control with packet loss. *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*; 12-14 December 2016; Las Vegas, NV, USA. 507-512.
- [63] Godsil C, Royle G. *Algebraic Graph Theory*. New York: Springer, 2001.
- [64] Mesbahi M, Egerstedt M. *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. New Jersey: Princeton Series in Applied Mathematics, 2010.
- [65] Ren W, Beard RW. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control*. London: Springer, 2008.

- [66] Wang A. Event-based consensus control for single-integrator networks with communication time delays. *Neurocomputing* 2016; 173(3): 1715-1719.
- [67] Meng XY, Chen TW. Event-based agreement protocols for multi-agent networks. *Automatica* 2013; 49 (7):2125–2132.
- [68] Olfati-Saber R, Murray RM. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2004; 49(9): 1520-1533.