

# Eğri Disk Kararsızlığı: Analitik Öngörüler ve Nümerik Simülasyonlar

Suzan Doğan<sup>1</sup>  

<sup>1</sup> University of Ege, Department of Astronomy and Space Sciences, 35100, Bornova, İzmir, Turkey

Accepted: November 21, 2022. Revised: November 20, 2022. Received: November 6, 2022.

## Özet

Hem kuramsal modeller hem de gözlemsel bulgular astrofiziksel toplanma disklerinin genellikle eğri bir yapı sergilediğine işaret etmektedir. Eğri disk dinamiğine ilişkin analitik incelememize göre, kritik eğrilik değerine ulaşan diskler kararlılığını koruyamaz. Yoğunluğun ve eğriliğin anti-difüzyonu formunda beliren kararsızlık, diskin halkalara ayrılmasına neden olur. Bu çalışmada, kararsızlık analizinden elde ettiğimiz analitik öngörülerini test etmek amacıyla, dönen bir kara delik etrafında Lense – Thirring etkisi nedeniyle presesyon yapan disklerin kararlılığına ilişkin yüksek çözünürlüklü ve 3-boyutlu hidrodinamik simülasyonlar yapıldı. Diskin açıl momentum vektörü ile kara deliğin spin vektörü arasındaki açı (eğiklik), kalınlık ve viskozitenin eğri disk evrimi üzerindeki etkileri araştırıldı. Simülasyon sonuçlarına göre, (i) eğikliği büyük olan diskler kararsız kalmaya daha eğilimlidir; (ii) viskozitesi düşük diskler daha küçük eğrilik değerlerinde kararsız kalmaktadır; (iii) kalınlık, eğri disk evriminde belirleyici rol üstlenmektedir. Bu sonuçlar, kararsızlık analizinden türettiğimiz analitik öngörülerini doğrulamaktadır. Disklerde parçalanma süreci, toplanma oranlarını dramatik bir biçimde değiştiren ve X-ışın çiftleri ile Etkin Gökada Özeklerinde kısa zaman ölçeklerinde gözlenebilir özellikleri açıklama potansiyeli taşıyan bir süreç olarak karşımıza çıkmaktadır.

## Abstract

Both theoretical models and observational findings indicate that accretion discs are generally warped. According to our detailed stability analysis of the warped disc equations, if the warp of a disc exceeds the critical amplitude, the disc cannot remain stable. The instability, which appears in the form of anti-diffusion of the surface density and the warp amplitude, can lead to a separating of the disc into two or several discrete planes. To test our analytical predictions, we perform 3-dimensional hydrodynamical simulations of accretion discs that are misaligned to the rotation of a spinning black hole and thus precess due to the Lense–Thirring effect. We vary the disc parameters, including the viscosity parameter, the disk angular semi-thickness, and the inclination of the disc, with respect to the rotation axis of the black hole. According to our numerical investigation, i) highly inclined discs are more susceptible to disc tearing than those with lower inclination; ii) lower values of the disc viscosity parameter lead to instability at lower warp amplitudes; iii) the disc thickness can play a key role in determining how vulnerable the disc is to instability. These findings are consistent with instability analysis of the warped discs. Disc tearing has the capacity to dramatically alter the instantaneous accretion rate and the observable properties of the discs in X-ray binaries and Active Galactic Nuclei on short time-scales.

**Anahtar Kelimeler:** accretion, accretion discs – black hole physics – hydrodynamics –instabilities

## 1 Giriş

Toplanma diskleri, maddenin merkezi bir gök cismi etrafında sarmal yörüngelerde dolanarak birikmesiyle oluşur. Merkezi gök cismi, yeni oluşmakta olan bir yıldız ya da gezegen olabileceği gibi, bir beyaz cüce, nötron yıldızı, küçük ya da dev kütleli bir kara delik de olabilir. Dolayısıyla diskler, genç yıldızlar, kataklizmik değişenler (CV), X-ışın çiftleri ve etkin gökada özekleri (AGN) gibi evrende küçük ölçekten büyük ölçeğe pek çok astrofiziksel sistemde karşımıza çıkan yapılarıdır. Kuramsal modeller (Bate ve diğ. 2010; Lucas ve diğ. 2013; Lense & Thirring 1918; Bardeen & Petterson 1975; Papaloizou & Terquem 1995; Pringle 1996) ve gözlemsel bulgular (Heap ve diğ. 2000; Katz 1973; Roberts 1974; Gerend & Boynton 1976; Margon 1984; Marino, Perez, and Casassus 2015) disklerin çoğunun oluşum aşamasında ya da sonradan dış torclar

nedeniyle eğrilik kazandığına işaret etmektedir. Eğrilik (warp amplitude)

$$|\psi(r, t)| = r \frac{\partial \ell}{\partial r} \quad (1)$$

ile tanımlanır. Burada,  $r$  akışkan yörüngesinin yarıçapı ve  $\ell$  disk akışkanına ait açıl momentum vektörü ile aynı yönlü birim vektördür. Düz disk durumunda  $\ell$  birim vektörünün yönü z-ekseni yönünde kabul edilip radyal uzaklıkla aynı kalırken, eğri disk durumunda  $\ell$  vektörünün yönü radyal uzaklıkla değişim gösterir. Bu durumda birim eğiklik vektörü (unit tilt vector) olarak isimlendirilir ve tanımı disk açıl momentum vektörünün z-ekseni ve x-ekseni ile yaptığı açıları betimleyen Euler açıları,  $\beta(r, t)$  ve  $\gamma(r, t)$ , ile verilir:

$$\ell = (\cos \gamma \sin \beta, \sin \gamma \sin \beta, \cos \beta) \quad (2)$$

Disk iki şekilde eğriliğe sahip olabilir:  $\beta(r, t)$  radyal doğrultuda değişiyorsa disk eğridir ya da  $\beta(r, t) \neq 0$  iken  $\gamma(r, t)$  radyal doğrultuda değişiyorsa disk eğridir.

\* suzan.dogan@ege.edu.tr

Disk eğriliği, boyutsuz viskozite parametresi,  $\alpha$ , ile diskin açılal yarı-kalınlığı  $H/R$  değerinin görelî büyüklüklerine bağı olarak iki farklı rejimde taşınır (Papaloizou & Pringle 1983): (i) eğer diskin viskozitesi  $\alpha > H/R$  olacak şekilde büyükse çalkantı viskozitesi kaynaklı difüzyon baskındır ve eğrilik difüzyon yoluyla taşınır; (ii) diskin viskozitesi  $\alpha < H/R$  olacak şekilde düşükse, dalga-benzeri (wave-like) rejim baskındır ve eğrilik basınç dalgaları aracılığıyla ile taşınır.

Son zamanlarda yürütülen nümerik hidrodinamik simülasyonlar, eğri disklerin evrimi ve dinamiğinin ayrıntılı bir biçimde incelenilmesini mümkün hale getirmiştir. Bu bağlamda yapılan çalışmalar izole eğri diskler (Lodato & Price 2010), çift sistem içinde ya da dışında yer alan eğri diskler (Larwood ve diğ. 1996; Fragner & Nelson 2010) ve dönen kara delikler etrafında yer alan eğri diskler (Nelson & Papaloizou 2000) olmak üzere çok çeşitli astrofiziksel sisteme uygulanmıştır. Hem izole diskler, hem de dış tork etkisi altında bulunan disklerin evrimine ilişkin yapılan simülasyonlar yeterince eğrilik kazanan disklerin iki ya da daha fazla düzleme ayrılabilmesine işaret etmiştir. Bunun üzerine, disk parçalanması/yırılması (disc tearing) dönen karar delik etrafındaki disk (Nixon ve diğ. 2012), çift sistem etrafındaki disk (Nixon, King, and Price 2013) ve çift sistemde bir bileşen etrafında yer alan disk (Doğan ve diğ. 2015) bağlamında ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu çalışmalarda, disk parçalanmasının birbirinden bağımsız presesyon yapan disk halkaları arasında açılal momentumun doğrudan iptaline yol açarak toplanma oranlarını dramatik bir biçimde arttıracığı, böylelikle, hızlı ve değışken bir toplanma sürecini beraberinde getireceğı sonucuna varılmıştır. Parçalanma süreci, yakın zamanda genel relativistik manyetohidrodinamik simülasyonlarda da gözlenmiştir (Liska ve diğ. 2021) ve birden fazla halkalı yapı sergileyen yıldız oluşum disklerine ilişkin gözlemlerin modellenmesinde kullanılmaktadır (örn. GW Ori, Kraus ve diğ. 2020).

Doğan ve diğ. (2018) disk parçalanmasının ardında yatan fiziksel süreçleri irdeleyebilmek amacıyla eğri diskler için kapsamlı bir kararsızlık analizi yapmış, yoğunluk ve eğriliğın viskoz anti-difüzyonu biçiminde ortaya çıkan yeni bir kararsızlık formu elde etmiştir. Doğan & Nixon (2020) eğri disk kararsızlığının kara delik etrafındaki disklerde nasıl modifiye olacağını araştırmışlardır. Bu çalışmada, Doğan ve diğ. (2018) ve Doğan & Nixon (2020) tarafından elde edilen analitik öngörülerin hidrodinamik simülasyonlarla test edilmesi hedeflenmektedir. §2’de eğri disklerle ilişkin kararsızlık analizi kısaca özetlenmiş, §3’de dönen bir kara delik etrafındaki diskin kararlılığına ilişkin 3-boyutlu hidrodinamik simülasyonlardan elde edilen bulgular sunulmuş, bu bulgular analitik öngörülerle karşılaştırılmış ve §4’te bu çalışmadan elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

## 2 Eğri Diskler için Kararsızlık Analizi

### 2.1 Temel eşitlikler ve dağılıma bağıntısı

Eğriliğın difüzyon yoluyla taşındığı izole eğri disklerin evrimi süreklilik eşitliği

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}_r \Sigma) = 0, \quad (3)$$

ve açılal momentumun korunumu eşitliği

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^2 \Omega) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ Q_1 \Sigma c_s^2 r^2 l + Q_2 \Sigma c_s^2 r^3 \frac{\partial l}{\partial r} \right] \\ &\quad + Q_3 \Sigma c_s^2 r^3 l \times \frac{\partial l}{\partial r} \\ &\quad - \left( \frac{\partial}{\partial r} [Q_1 \Sigma c_s^2 r^2] - Q_2 \Sigma c_s^2 r |\psi|^2 \right) \frac{h}{h'} l \end{aligned} \quad (4)$$

ile betimlenir. Burada  $\Sigma$  yüzey yoğunluğu,  $\bar{v}$  ortalama radyal hız,  $h(r) = r^2 \Omega$  özgül açılal momentum,  $Q_i$  boyutsuz viskoz tork katsayılarını temsil etmektedir. Eğri disk durumunda açılal momentumun disk düzlemine hem dik hem de paralel bileşeni olduğundan düz disklerde bulunmayan viskoz tork bileşenlerinin de gözönünde bulundurulması gerekir.  $Q_1$  azimutal viskoz tork bileşenini,  $Q_2$  ise viskoz torkun dikine bileşenini temsil eder.  $Q_2$ , disk eğriliğının difüzyonundan sorumlu olması bakımından önemlidir.  $Q_3$  birbirine göre eğik disk halkaların yalpalamasına neden olan torku temsil eder. Tedirginliklerin

$$\exp(-i \int \omega dt + i \int k dr) \quad (5)$$

formunda yayıldığı kabul edildiğinde ( $\omega$  dalga frekansı,  $k$  dalgasayısı) ve gerekli cebirsel işlemler yapıldığında tedirginliklerin zamanla evrimini verecek olan dağılıma bağıntısı aşağıdaki gibi elde edilir (ayrıntılar için bkz. Doğan ve diğ. 2018):

$$\begin{aligned} s^3 - s^2 \left[ a Q_1 - 2 Q_2 + |\psi| (a Q'_1 - Q'_2) \right] \\ - s \left[ 2 a Q_1 Q_2 - Q_2^2 - Q_3^2 \right. \\ \left. + |\psi| (a Q_1 Q'_2 - Q_2 Q'_2 - Q_3 Q'_3) \right] \\ - a \left[ Q_1 (Q_2^2 + Q_3^2) \right. \\ \left. + |\psi| (Q_1 Q_2 Q'_2 - Q'_1 Q_2^2 + Q_1 Q_3 Q'_3 - Q'_1 Q_3^2) \right] \\ = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Burada  $Q_i$  üzerindeki üs  $|\psi|^i$ ’ye göre türevi temsil etmektedir.  $a = h/rh' = d \ln r / d \ln h = 1/(2 - q) = 2$  (Kepler diski için  $q = 3/2$ ) ve

$$s = -\frac{i\omega}{\Omega} \left( \frac{\Omega}{c_s k} \right)^2 \quad (7)$$

ile tanımlanır.  $\Re[s]$  boyutsuz büyüme oranına karşılık gelir.  $\Re[s] > 0$  ise tedirginliklerin genliğı zamanla büyür, disk kararsızlaşır.  $\Re[s] < 0$  ise tedirginlikler zamanla sönümlenir, disk kararlı kalır.

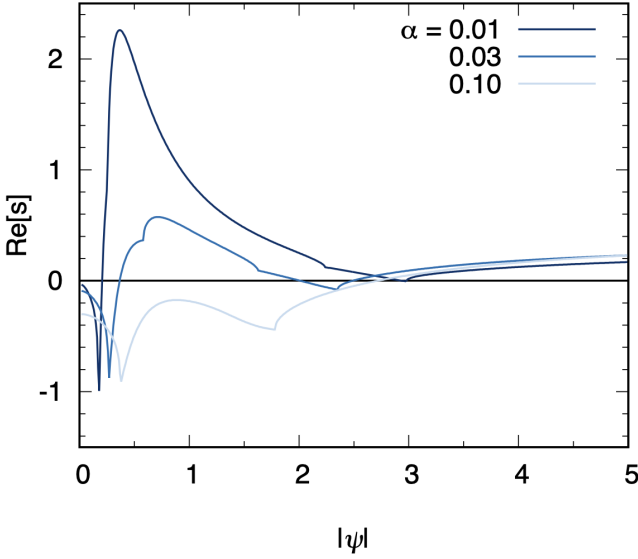
### 2.2 İndirgenmiş kararsızlık koşulu

Bağıntı 6 ile verilen dağılıma bağıntısının indirgenmiş çözümünü elde etmek kararsızlığın doğasını yorumlamak açısından oldukça yararlıdır (tam çözümler için bkz. Doğan ve diğ. 2018). Buna göre, diğerk tork katsayılarının yanında ihmal edilebilir düzeyde olan  $Q_3$  teriminin yok sayıldığı ve terimlerin ayrı ayrı irdelendiğı çözümler bize indirgenmiş kararsızlık koşulunu verir: Eğer

$$\left[ a \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_1 |\psi|) - \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_2 |\psi|) \right] > 0 \quad (8)$$

ise disk kararsızdır. Eğer

$$\left[ a \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_1 |\psi|) - \frac{\partial}{\partial |\psi|} (Q_2 |\psi|) \right] < 0 \quad (9)$$



**Şekil 1.** Farklı viskozite parametreleri için kararsızlığın boyutsuz büyüme oranları eğriliğin fonksiyonu olarak gösterilmektedir. Gri çizgi sıfır değerini belirtmektedir. Büyüme oranının gerçel kısmı pozitif olduğunda disk kararsızdır. Düşük viskoziteli diskler için boyutsuz büyüme oranları daha yüksek ve kritik eğrilik değerleri daha küçüktür (Doğan ve diğ. 2018).

ve

$$4a \left[ (Q_1 Q_2 + (Q_1 Q_2' - Q_1' Q_2) |\psi|) \right] > 0 \quad (10)$$

ise disk kararsızdır. Bu eşitliklerde  $Q_1$  içeren terim yoğunluğun,  $Q_2$  içeren terim ise eğriliğin evrimini betimlemektedir. Buna göre kararsızlık, yoğunluğun ve eğriliğin anti-difüzyonu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Yoğunluğun anti-difüzyonu daha önce Lightman & Eardley (1974) tarafından ortaya konmuş olan viskoz kararsızlığa karşılık gelir. Bu kararsızlık sonucunda disk maddesi yoğunluğun fazla olduğu bölgelerde daha fazla toplanır, diski oluşturan halkalar arasındaki yoğunluk kontrastı artar ve disk parçalanır. Eğriliğin anti-difüzyonu ise, eğriliğe ilişkin difüzyon katsayısının eğriliğin maksimum olduğu uzaklıkta maksimum olmamasından kaynaklanır. Bu durumda disk halkaları arasındaki eğrilik kontrastı artar ve disk parçalanır. Böylelikle Lightman & Eardley (1974) tarafından düz diskler için ortaya konulmuş olan klasik viskoz kararsızlığı eğri diskler için genelleştirilmiştir. İndirgenmiş ve tam kararsızlık koşulu ile bunların sayısal çözümleri Doğan ve diğ. (2018) tarafından ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Farklı viskozite değerlerine sahip diskler için kararsızlığın büyüme oranları eğriliğin bir fonksiyonu olarak hesaplandığında, büyüme oranlarının düşük viskoziteli diskler için daha yüksek olduğu görülür (bkz. Şekil 1). Düşük viskoziteli disklerin daha kararsız bir yapı sergilemesi beklenen bir sonuçtur. Kararsızlık, dinamik zaman ölçeği mertebesinde oluşmaktadır. Bunun yanında, herhangi bir viskozite değeri için her zaman diski kararsız kılan bir kritik eğrilik değeri bulunabilmektedir. Diski kararsız yapan kritik eğrilik değeri, düşük viskoziteli diskler için daha küçüktür. Disk, yeterince eğrilik kazanırsa kararsızlaşıp birden fazla düzleme ayrılması beklenir. Söz konusu kararsızlığın gerçekten disk parçalanmasına yol açıp açmayacağını belirlemek disk simülasyonlarının yapılmasını gerektirir.

### 3 Hidrodinamik Simülasyonlar

#### 3.1 Başlangıç modelleri

2. Bölümde özetlenen kararsızlık analizinin öngörülerinin simülasyonlarla test edilebilmesi için, çeşitli astrofiziksel problemlerin hidrodinamik çözümü için geliştirilmiş olan ve eğri disk dinamiğini incelemede yaygın bir biçimde kullanılan PHANTOM kodundan yararlanılmıştır (bkz. Price ve diğ. 2018). Test simülasyonlarında Lodato & Pringle (2007) tarafından oluşturulan eğri disk modeli kullanılmış ve diskin kararlılık durumu Doğan ve diğ. (2018) tarafından türetilen parçalanma koşulu ile karşılaştırılmıştır. Bu aşamada, dış torlar hesaba katılmamış ve diskin belli bir başlangıç eğriliğine sahip olduğu kabul edilerek zamanla evrimi incelenmiştir.  $R_g = GM/c^2$  olmak üzere diskin iç yarıçapı  $4R_g$ , dış yarıçapı  $30R_g$  olarak alınmıştır. Diskin 10 milyon parçacıktan oluştuğu kabul edilmiştir.

Dış diskin iç diske göre  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  eğik olduğu disklerin simülasyonu yapılarak kritik eğrilik değerine ulaşabilen disklerin kararsızlık analizinin öngördüğü biçimde parçalanıp parçalanmayacağı araştırılmıştır. Viskozite parametresinin  $\alpha=0.1$  değeri için analitik olarak türetilen kritik eğrilik değeri  $|\psi|_c=3$ 'tür. Dış disk eğikliğinin  $10^\circ$  kabul edildiği simülasyonda diskin eğrilik değeri ( $|\psi|=0.7$ ) kararsızlık için gerekli kritik eğriliğin çok altında kalmaktadır. Disk, evrimini kararlı bir formda sürdürmüştür, herhangi bir parçalanma belirtisi göstermemiştir. Benzer şekilde, dış disk eğikliğinin  $30^\circ$  kabul edildiği simülasyonda diskin eğriliği ancak  $|\psi|=2$  değerine ulaşabilmiştir. Kararsızlık analizinin öngördüğü gibi bu diskte de parçalanma gözlenmemiştir. Dış disk eğikliğinin  $45^\circ$  olduğu durumda ise diskin eğriliği  $|\psi|=3$  değerine ulaşmıştır ve bu değer, kritik eğriliğe eşittir. Bu simülasyonda disk gerçekten de kararsızlık sergilemiş ve iki ayrı düzleme ayrılmıştır. Benzer şekilde, dış disk eğikliğinin  $60^\circ$  kabul edildiği durumda diskin eğriliği  $|\psi|=4$ 'e kadar yükselmektedir. Bu disk simülasyonunda da belirgin bir parçalanma gözlenmiştir.

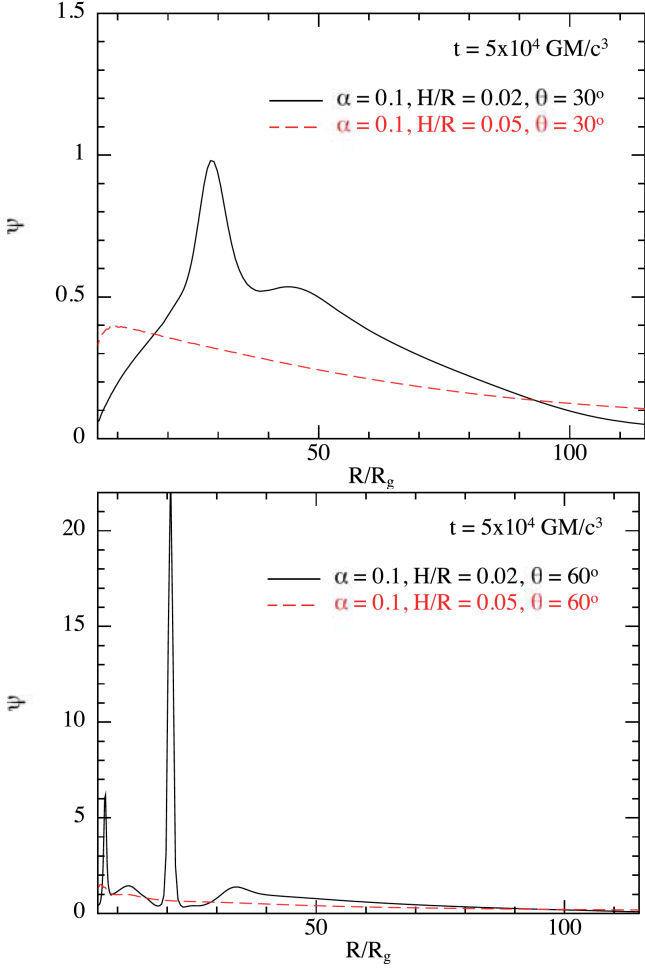
Simülasyonlar farklı viskozite ve farklı eğiklik değerleri için tekrar edildiğinde kararsızlık analizi ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, bu nümerik hesaplamaların birer başlangıç modeli niteliğinde olduğunu belirtmek gerekir. Fiziksel olarak daha gerçekçi modellerin yapılabilmesi için diske eğrilik kazandıran süreçler de hesaba katılmalıdır. Buradan hareketle, dönen kara delikler etrafındaki eğik disklerin hidrodinamik simülasyonları yapılmıştır.

#### 3.2 Dönen kara delik etrafındaki eğik disk

Bir Kerr kara deliği etrafında yer alan ve açıl momentum vektörü kara deliğin spin vektörüne paralel olmayan bir toplanma diski ele alıyoruz. Böyle bir sistemde merkezi kara delik, eşlek düzleminde yer almayan yörüngelerin presesyon yapmalarına neden olacağından Lense - Thirring etkisi önem kazanacaktır (Lense & Thirring 1918).  $J_{kd}$  kara deliğin açıl momentumu olmak üzere, Lense - Thirring presesyonunun frekansı

$$\Omega_{LT} = \frac{2GJ_{kd}}{c^2 R^3} \quad (11)$$

ile verilir. Presesyon frekansı radyal uzaklıkla azaldığından iç disk kara deliğin eşlek düzlemiyle hızlı bir biçimde hizalanırken dış disk halen eğik düzlemde kalır. Toplanma disklerinde Lense - Thirring diferansiyel presesyonu nedeniyle diskin eğrilik kazanması süreci Bardeen-Peterson etkisi olarak



**Şekil 2.** Viskozitenin  $\alpha=0.1$  kabul edildiği disk için eğriliğin ( $|\psi|$ ) uzaklıkla değişimi görülmektedir. Grafikler kalınlığın  $H/R = 0.02$  (siyah sürekli çizgi) ve  $H/R=0.05$  (kırmızı kesikli çizgi) olduğu disklerin karşılaştırmasını göstermektedir. Eğiklik, üst panelde  $\theta=30^\circ$ , alt panelde  $\theta=60^\circ$ 'dir.  $\theta=30^\circ$  olduğu durumda disk zamanla eğrilik kazanmış olsa da, kritik eğrilik eşliğinin altında kalması nedeniyle evrimini kararlı bir biçimde sürdürmektedir.  $\theta=60^\circ$  durumunda ise kalınlığı  $H/R = 0.02$  olan disk iki farklı yarıçapta ( $R \approx 8R_g$  ve  $R \approx 20R_g$ ) kırılma gösterirken, nispeten kalın disk hiçbir bölgede kırılma göstermeyip evrimine tamamen kararlı bir biçimde devam etmektedir (Raj, Nixon & Doğan 2021).

bilinmektedir. Presesyon torku viskoz torklara baskın gelirse diskin parçalanması beklenir (örn. bkz. Nixon ve diğ. 2012).

Hidrodinamik simülasyonlarda kara deliğin kütle-çekimi Einstein potansiyeli ile modellenmiştir (bkz. Nelson & Papaloizou 2000). Lense - Thirring presesyonu için gerekli gravitomagnetik kuvvet terimi ayrıca eklenmiştir. Kara delik spini en küçük kararlı yörünge çapını (ISCO)  $4R_g$  olarak veren  $a = \frac{2}{3}(4 - \sqrt{10}) = 0.5585$  alınmış ve iç disk yarıçapı ISCO yarıçapına eşit kabul edilmiştir. Tüm simülasyonlar kod biriminde  $10^5 GM/c^3$  kadar süre boyunca evrimleştirilmiştir ki bu zaman ölçeği, dış diskin bir Lense - Thirring presesyonunu tamamlaması için gerekli zaman ölçeğinden birkaç kat daha kısa bir süreye, iç diskin ise presesyon nedeniyle evrimleşebilmesi için yeterince uzun bir süreye karşılık gelir. Böylelikle iç diskin

düzlemi kara deliğin eşlek düzlemi ile hizalanırken dış diskin halen eğik kaldığını garantilemiş oluruz.

Eğrilik kazanan disk dinamiğini etkileyen temel parametrelerin etkileri ayrı ayrı incelendi: disk kalınlığının  $H/R=0.02, 0.05$ , disk eğikliğinin  $\theta=10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ , ve disk viskozitesinin  $\alpha=0.03, 0.1, 0.3$  olduğu durumların simülasyonları yapıldı (Raj, Nixon & Doğan 2021). Burada, bu 18 durumdan önemli sonuçlara işaret edenler üzerinde durulacaktır.

### 3.2.1 Disk kalınlığının etkisi

Dış tork etkisi altındaki diskin kalınlığı,  $H/R^2$  ile orantılı olan etkin viskozitenin büyüklüğünü etkileyeceğinden dış torkların dinamik olarak hangi uzaklıkta önem kazanacağını belirlemede önemli rol oynar. Kalınlığın bir başka etkisi de diskin kazanabileceği eğrilğe bir sınır getirmesidir. Diske  $H'$ den daha kısa bir uzunluk ölçeğinde eğrilik kazandırmak mümkün değildir. Dolayısıyla aynı yeğinlikte dış tork uygulansa bile, nispeten kalın bir disk ince bir disk kadar eğrilik kazanamayacaktır. Kalın disklerin kararsızlık için gerekli kritik eğrilik değerlerine ulaşmaları daha zor olacağından ince disklerle kıyasla daha kararlı olmaları beklenir. Bu çalışma kapsamında yapılan disk simülasyonları bu öngörüğü doğrulamaktadır.

Şekil 2'de boyutsuz viskozite parametresi  $\alpha=0.1$  durumunda kalınlığın  $H/R=0.02$  ve  $H/R=0.05$  olduğu disk evrimlerinin karşılaştırması yapılmaktadır.  $\theta=30^\circ$  olduğu durumda disk kritik eğrilik eşliğinin altında kalması nedeniyle (analitik öngörümüzle uyumlu bir biçimde) kararlı kalmaktadır.  $\theta=60^\circ$  durumunda disk kalınlığının kararsızlık bakımından ne denli belirleyici bir rol oynadığını görülmektedir.

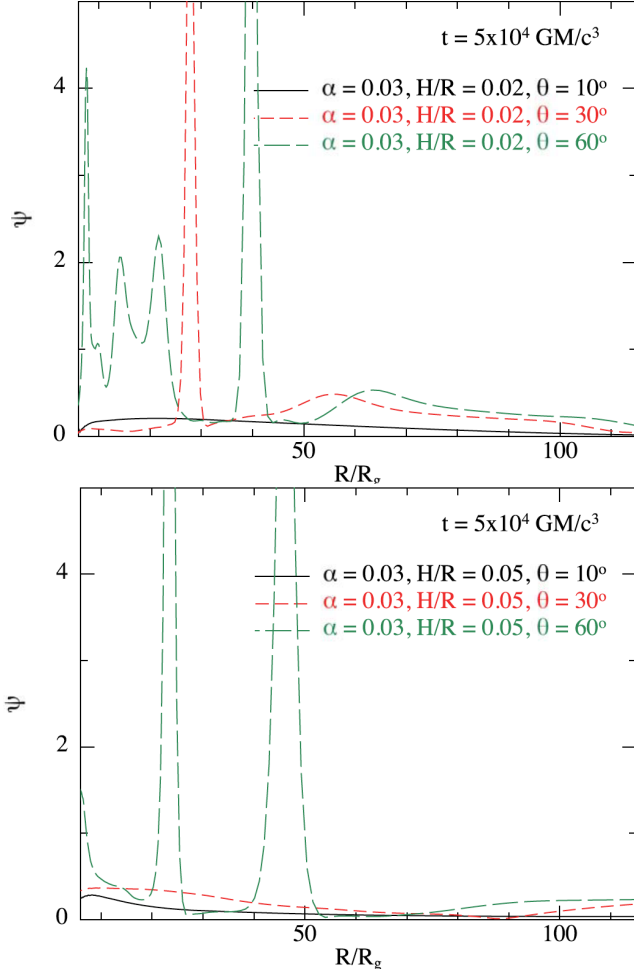
### 3.2.2 Eğikliğin etkisi

Diskin kazanacağı eğriliğin büyüklüğü tipik olarak disk açılma momentum vektörünün eğikliğiyle orantılıdır. Küçük eğiklik açılarında ( $\theta < 10^\circ$ ) bu ilişki doğrusal olsa da, büyük eğikliklere doğru gidildikçe bu davranış doğrusal olmayan bir karakter kazanır.  $\theta = 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  için yürütülen simülasyonlarda eğri disk evriminin eğikliğe olan bağıllığı net bir biçimde gözlenmiştir. Şekil 3'de farklı eğikliklere sahip disklerin kararlılık durumları karşılaştırılmaktadır. Şekiller  $\alpha = 0.03$  durumunu göstermektedir.

Eğikliğin  $10^\circ$  derece kabul edildiği disk hafif bir eğrilik kazansa da kritik eğrilik eşliğini geçememiştir. Her iki kalınlık değerinde de kararlı kalmaktadır. Eğikliği  $30^\circ$  olan disk nispeten ince olduğunda ( $H/R = 0.02$ ) kritik eğrilik değerine ulaşmıştır ve bu disk simülasyonunda  $R \sim 30R_g$ 'de kırılma gözlenmiştir.  $\theta = 60^\circ$  olan diskin ise her iki durumda da kritik eğrilğe ulaştığı ve parçalandığı görülmüştür.

### 3.2.3 Viskozitenin etkisi

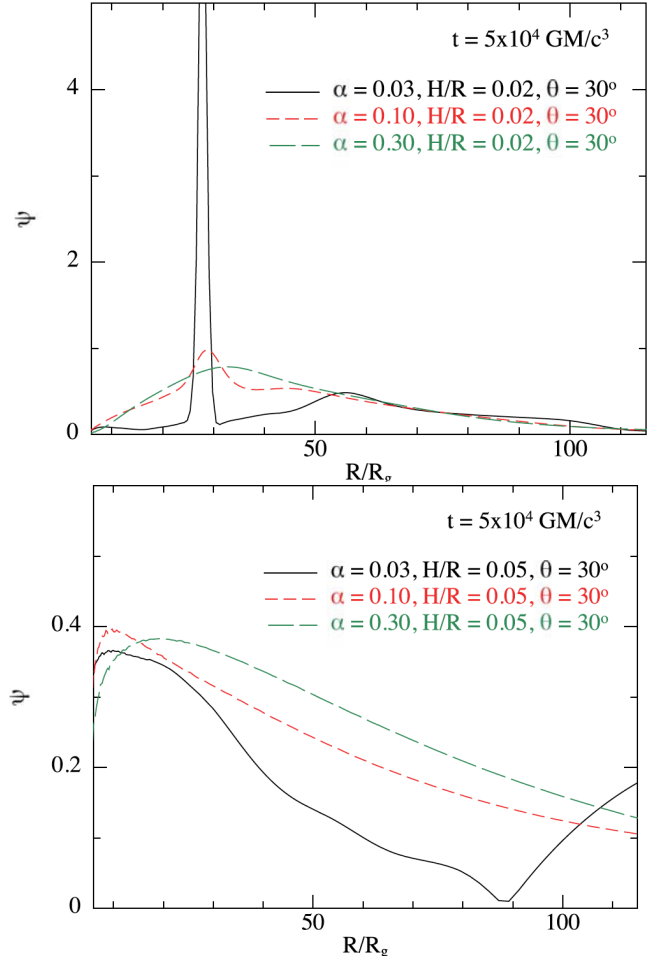
Boyutsuz viskozite parametresi  $\alpha$  eğri disk dinamiğinde önemli bir rol oynar.  $\alpha < H/R$  için, diskin eğrilğe yanıtı, eğrilği dalgalar aracılığıyla yaymak biçimindedir,  $\alpha > H/R$  için ise, eğrilği difüzyon yoluyla yayma biçimindedir (Papaloizou & Pringle 1983). Her ne kadar bazı simülasyonlar potansiyel olarak dalga benzeri olsa da, bu çalışmada esas olarak odaklandığımız durum yayılımsal rejimdir. Bu rejimde,  $\alpha$ 'nın tam değeri disk dinamiğinde iki ayrı role sahiptir. Ortalama eğriliklerde viskoz tork katsayıları  $\alpha$  ile değişir. Küçük eğrilik ve düşük  $\alpha$  sınırında ise, alışlagelmiş "düzlemsel" viskozite  $\alpha$  ile orantılıyken, "dikine" viskozite  $1/\alpha$  ile orantılıdır (Papaloizou



**Şekil 3.** Viskozitenin  $\alpha=0.03$  kabul edildiği disk için eğriliğin ( $|\psi|$ ) uzaklıkla değişimi görülmektedir. Grafikler eğikliğinin  $\theta=10^\circ$  (siyah sürekli çizgi),  $\theta=30^\circ$  (kırmızı kesikli çizgi) ve  $\theta=60^\circ$  (yeşil kesikli çizgi) olduğu disklerin karşılaştırmasını göstermektedir. Kalınlık, üst panelde  $H/R=0.02$ , alt panelde  $H/R=0.05$ 'tir. Eğikliğinin  $10^\circ$  derece olduğu disk kritik eğrilik eşliğini geçemeyerek her iki durumda da kararlı kalmaktadır. Eğikliği  $30^\circ$  olan disk nispeten ince olduğunda ( $H/R=0.02$ )  $R\sim 30R_g$ 'de kırılma göstermektedir.  $\theta=60^\circ$  olan disk ise her iki durumda da kritik eğrilığe ulaşarak kararsız kalmaktadır. (Raj, Nixon & Doğan 2021).

& Pringle 1983). Disk viskozitesinin eğri disk dinamiğinde oynadığı ikinci rol ise daha az belirgindir. Ogilvie (1999) viskoz tork katsayılarının, eğriliğin bir fonksiyonu olarak değiştiğini ve ayrıca değişim biçiminin de  $\alpha$ 'ya bağlı olduğunu göstermiştir.

Doğan ve diğ. (2018) düşük viskoziteli disklerin kararsız kalmaya daha eğilimli olduğunu göstermiştir. Şekil 4'de  $\alpha$  parametresini değiştirmenin eğri disk dinamiği üzerindeki etkisi görülmektedir. Eğikliğinin  $\theta=30^\circ$  kabul edildiği durumda farklı viskozite değerleri için eğriliğin ( $|\psi|$ ) yarıçapla değişimi görülmektedir. Her grafikte viskozite değeri 0.03, 0.1, 0.3 olarak değiştirilmiştir. Viskoziteyi düşürmek diskte kararsızlaştırıcı bir etki doğurmaktadır. Kalın disk durumunda diskin viskozitesi düşürüldükçe diskin yayılsal rejimden dalga-benzeri rejime geçtiği gözlenmiştir.



**Şekil 4.** Eğikliğinin  $\theta=30^\circ$  kabul edildiği durumda farklı viskozite değerleri için eğriliğin ( $|\psi|$ ) yarıçapla değişimi görülmektedir. Grafikler kalınlığın  $H/R=0.02$  (üst panel) ve  $H/R=0.05$  (alt panel) olduğu diskler için oluşturulmuştur. Her grafikte viskozite değeri 0.03 (siyah sürekli çizgi), 0.1 (kırmızı kesikli çizgi), 0.3 (yeşil kesikli çizgi) olarak değiştirilmiştir. Üst panelde  $\alpha$  parametresinin eğrilik üzerindeki doğrusal olmayan etkisi açıkça görülmektedir. Viskoziteyi düşürmek diskte kararsız kılıcı bir etki doğurmaktadır.  $\alpha=0.03$  olduğu durumda diskin eğriliği kritik değeri geçtiğinden disk kararsız kalmaktadır. Görece kalın disk (alt panel) durumunda disklerin hiçbiri kritik eğrilik değerine ulaşamamıştır ve kararlı kalmıştır. Burada diskin viskozitesi düşürüldükçe diskin yayılsal rejimden dalga-benzeri rejime geçtiği gözlenmiştir (Raj, Nixon & Doğan 2021).

#### 4 Sonuçlar

Bu çalışma ile daha önce analitik yöntemle türetilen eğri disk kararsızlığı nümerik yöntemlerle test edilmiştir. Bunun için, dönen kara delik etrafında yer alan ve kara deliğin eşlek düzlemine göre eğik disklerin 3-boyutlu yüksek çözünürlüklü hidrodinamik simülasyonları yapılarak analitik öngörülerin geçerliliği araştırılmıştır. Simülasyonlardan elde edilen sonuçlar, kararsızlık analizinin işaret ettiği bulguları doğrulamaktadır (Raj, Nixon & Doğan 2021):

- İnce, düşük viskoziteli, eğikliği fazla olan diskler kalın, yüksek viskoziteli ve eğikliği az olan disklerle kıyasla daha kolay parçalanır.

- İnce ve eğikliği fazla diskler daha fazla eğrilik kazanabilmektedir.
- Düşük viskoziteli diskler daha küçük eğriliklerde kararsız kalmaktadır.

Toplanma diski kuramının temel sorunu açısal momentumun dışarıya doğru taşınımına ve bu yolla disk maddesinin merkezi cisim üzerine düşmesine yol açan süreçlerin anlaşılması olmuştur. Bu nedenle, eğri disk kararsızlığı ve parçalanma süreci, disk akışkanının açısal momentumunu koparmak bakımından büyük önem taşır. Birbirinden bağımsız presesyon yapan disk halkaları birbirinin açısal momentumunu iptal ederek disk maddesinin doğrudan merkezi cisim üzerine düşmesine neden olur. Bu süreç, toplanma oranlarını dramatik bir biçimde arttırmasının yanı sıra değişken bir toplanma sürecini de beraberinde getirir.

Gezegen oluşum disklerinde doğrudan gözlenen halkalı yapılar, X-ışın çiftlerindeki durum geçişleri ile yarı-dönemli salınımlar, etkin gökada özeklerinde gözlenen kısa zaman ölçeğindeki değişimler parçalanmış disk modelleriyle ilişkilendirilmektedir (Raj, Nixon & Doğan 2021; Raj & Nixon 2021).

#### Kaynaklar

Bardeen J. M., Petterson J. A.: The Lense-Thirring Effect and Accretion Disks around Kerr Black Holes. *Astrophysical Journal Letters* **195** (1975) L65.

Bate, M. R., Lodato, G., & Pringle, J. E.: Chaotic star formation and the alignment of stellar rotation with disc and planetary orbital axes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **401** (2010) 1505–1513

Doğan, S., Nixon, C., King, A., & Price, D. J.: Tearing up a misaligned accretion disc with a binary companion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **449** (2015) 1251–1258

Doğan, S., Nixon, C. J., King, A. R., & Pringle, J. E.: Instability of warped discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **476** (2018) 1519–1531

Doğan, S., Nixon, C. J.: Instability of non-Keplerian warped discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **495** (2020) 1148–1157.

Fragner, M. M., Nelson, R. P.: Evolution of warped and twisted accretion discs in close binary systems. *Astronomy and Astrophysics* **511** (2010) 23.

Gerend, D., & Boynton, P. E.: Optical clues to the nature of Hercules X-1/HZ Herculis. *Astrophysical Journal* **209** (1976) 562–573

Heap, S. R., Lindler, D. J., Lanz, T. M., et al.: Space Telescope Imaging Spectrograph Coronagraphic Observations of  $\beta$  Pictoris. *Astrophysical Journal* **539** (2000) 435–444

Katz, J. I.: Thirty-five-day Periodicity in Her X-1. *Nature Physical Science* **246** (1973) 87–89

Kraus S., Kreplin A., Young A. K., Bate M. R., Monnier J. D., Harries T. J., Avenhaus H., et al.: A triple-star system with a misaligned and warped circumstellar disk shaped by disk tearing. *Science* **369** (2020) 1233.

Larwood, J. D., Nelson, R. P., Papaloizou, J. C. B., Terquem, C.: The tidally induced warping, precession and truncation of accretion discs in binary systems: three-dimensional simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **282** (1996) 597–613.

Lense, J. and Thirring, H.: Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift* **19** (1918) 156

Lightman, A. P., & Eardley, D. M.: Black Holes in Binary Systems: Instability of Disk Accretion. *Astrophysical Journal* **187** (1974) L1

Liska, M. and 6 colleagues: Disc tearing and Bardeen-Petterson alignment in GRMHD simulations of highly tilted thin accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **507** (2021) 983–990.

Lodato, G., Pringle, J. E. 2007. Warp diffusion in accretion discs: a numerical investigation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **381** (2007) 1287–1300.

Lodato, G., & Price, D. J.: On the diffusive propagation of warps in thin accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **405** (2010) 1212–1226

Lucas, W. E., Bonnell, I. A., Davies, M. B., & Rice, W. K. M.: Misaligned streamers around a Galactic Centre black hole from a single cloud's infall. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **433** (2013) 353–365

Margon, B.: Observations of SS 433. *Annual review of astronomy and astrophysics* **22** (1984) 507–536

Marino, S., Perez, S., and Casassus, S.: *The Astrophysical Journal* **798** (2015) L44.

Nelson, R. P., Papaloizou, J. C. B.: Hydrodynamic simulations of the Bardeen-Petterson effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **315** (2000) 570–586.

Nixon, C., King, A., and Price, D.: Tearing up the disc: misaligned accretion on to a binary. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **434** (2013) 1946.

Nixon, C., King, A., Price, D., and Frank, J.: Tearing up the Disk: How Black Holes Accrete. *The Astrophysical Journal Letters* **757** (2012) L24

Ogilvie, G. I.: The non-linear fluid dynamics of a warped accretion disc. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **304** (1999) 557–578.

Papaloizou, J. C. B., & Terquem, C.: On the dynamics of tilted discs around young stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **274** (1995) 987–1001

Papaloizou, J. C. B., & Pringle, J. E.: The time-dependence of non-planar accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **202** (1983) 1181

Price, D. J. and 26 colleagues. Phantom: A Smoothed Particle Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics Code for Astrophysics. *Publications of the Astronomical Society of Australia* **35** (2018) e031.

Pringle, J. E.: Self-induced warping of accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **281** (1996) 357–361

Raj, A., Nixon, C. J., Doğan, S.: Disk Tearing: Numerical Investigation of Warped Disk Instability. *The Astrophysical Journal* **909** (2021) 81.

Raj, A., Nixon, C. J.: Disk Tearing: Implications for Black Hole Accretion and AGN Variability. *The Astrophysical Journal* **909** (2021) 82.

Roberts, W. J.: A slaved disk model for Hercules X-1. *Astrophysical Journal*, **187** (1974) 575 - 584

#### Access:

M23-0341: [Turkish J.A&A — Vol.4, Issue 3.](#)