

8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Söylemsel Açıdan İncelenmesi*

Examination of the 8th Grade Students' Geometric Thinking Levels Discursively

Ferdağ Çulhan, Emine Gaye Çontay

Yazar Bilgileri

Ferdağ Çulhan 
Öğretmen, Millî Eğitim
Bakanlığı,
ferdaculhan@gmail.com

Emine Gaye Çontay 
Dr. Öğr. Üyesi, Pamukkale
Üniversitesi, Matematik ve Fen
Bilimleri Eğitimi,
germec@pau.edu.tr

ÖZ

Bu çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek ve bu öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerindeki farklılıkları söylemsel olarak ortaya koyarak derinlemesine incelemektir. Araştırma Gaziantep ilinde bir devlet okulunda 8. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. 54 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşan grubun geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiş, ardından birinci, ikinci ve üçüncü geometrik düşünme düzeylerinde yer alan altı öğrenciyle görüşmeler yapılmıştır. Çalışma durum çalışması olarak tanımlanmıştır. Araştırmada veriler iki bölümde toplanmıştır. Birinci bölümde araştırmacı tarafından Türkçeye uyarlanan "Global Van Hiele Soru Formu" öğrencilere uygulanmıştır. İkinci bölümde, seçilen altı öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel söylemlerini ortaya çıkarmak için öğrencilerin verdikleri yanıtlar içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin matematiksel söylemlerini inceleyebilmek için Sfard'ın (2008) "Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım" teorisinden yararlanılmıştır. Öğrencilerin söylemleri teoride yer alan dört özellik (kelime kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar) içinde sınıflandırılmış ve incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden (üçüncü geometrik düşünme düzeyi) daha düşük olduğunu göstermiştir. Öğrenciler aynı geometrik düşünme düzeyinde olsalar da belirli geometrik şekiller konusunda aynı düzeyde ilerleme göstermedikleri tespit edilmiştir. Bu sebeple öğretmenlerin öğrencilerin söylemlerine dikkat etmesi önerilmektedir.

Makale Bilgileri

Anahtar Kelimeler
Van Hiele geometrik düşünme
düzeyleri
Matematiksel biliş iletişimsel
yaklaşım
Matematiksel söylemler
Global Van Hiele soru formu

Keywords
Van Hiele geometric thinking
levels
Commognitive framework
Mathematical discourses
Global Van Hiele questionnaire

Makale Geçmişi

Geliş: 16.11.2022
Düzeltilme: 16.08.2023
Kabul: 26.08.2023

ABSTRACT

The aim of this study is to determine the geometric thinking levels of the 8th grade students and to examine the geometric thinking levels of these students in-depth by revealing the differences discursively. The research was carried out with the 8th grade students in a public school in Gaziantep. Geometric thinking levels of a group of the 8th grade students consisting of 54 students were determined, and then interviews were conducted with six students who were at the first, second and third geometric thinking levels. The study was defined as a case study. In the study, the data were collected in two sections. In the first section, the "Global Van Hiele Questionnaire," which was adapted to Turkish by the researcher was applied. In the second section, interviews were held with the six selected students. In order to reveal the mathematical discourses of the 8th grade students, the answers given by the students were analyzed by content analysis method. In this study, Sfard's (2008) "Commognitive" theory was used to examine students' mathematical discourses. The discourses of the students were classified and examined in four properties (word use, visual mediators, routines, and endorsed narratives). The results of the study showed that the geometric thinking levels of the 8th grade students were lower than expected (third geometric thinking level). It was also found that even if the students were at the same geometric thinking levels, they did not make the same level of progress with certain geometric shapes. Therefore, it is recommended that teachers pay attention to the discourses of the students.

*Bu araştırma, ikinci yazar danışmanlığında birinci yazar tarafından hazırlanan yüksek lisans tezinden üretilmiş, ICMME 2022 Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuş, 2022EĞBE002 numaralı proje olarak Pamukkale Üniversitesi BAP birimi tarafından desteklenmiştir.

Makale Türü

Araştırma

Önerilen Atıf Çulhan, F. & Çontay, E. G. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin söylemsel açıdan incelenmesi. *TEBD*, 21(3), 1226-1256. <https://doi.org/10.37217/tebd.1205928>

Giriş

Geometri geçmişten günümüze hayatla iç içe olan bir süreçtir ve okullarda geometri kazanımları önemli bir yer tutmaktadır (Zeybek, 2019). Okullardaki geometri eğitiminin günlük hayatla ilişkilendirilerek verilmesi öğrencilerin yaşama hazırlanabilmesi için önemli bir araçtır (Gül, 2014). Geometri öğrencilere birçok temel ve bilişsel beceri kazandırmaktadır. Bu beceriler çözümlenme, karşılaştırma, genelleme yapma gibi temel becerileri; inceleme, araştırma, eleştirme, dikkatli, düzenli ve sabırlı olma, düşüncelerini açık ve anlaşılır şekilde ifade etme, öğrendiklerini şema biçiminde düzenleyebilme gibi bilişsel becerileri kapsamaktadır (Baykul, 1998'den aktaran Gül, 2014). Geometrinin bu becerileri öğrencilere kazandırabilmesi beklenmektedir (Terzi, 2010).

Hollandalı çift Diana Van Hiele-Geldof ve Pierre Van Hiele 1950'li yıllarda öğrencilerin geometri öğretiminde zorlandıklarını gözlemlemiş, zorlandıkları noktaları belirlemeye çalışmış ve bunların nasıl ortadan kaldırılabilceği üzerine çalışmalar yapmışlardır. Geometri öğretiminde öğrencilerin öğrenme ve gelişim düzeylerine uygun bir eğitim verilmesi gerektiğini söyleyen Diana Van Hiele-Geldof ve Pierre Van Hiele çifti öğrencilerin düzeylerine uygun 0'dan 4'e doğru aşamalı bir şekilde ilerleyen, 5 düzeyden oluşan geometrik düşünme modeli geliştirmişlerdir. Bu model, ilerleyen yıllarda pek çok araştırmacı tarafından ilgi görmüş ve birçok ülkenin öğrenim programı oluşturulurken kullanılmıştır. Dolayısıyla Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri öğrencilerin geometriyi nasıl anlamlandırdıklarını açıklamada genel olarak kabul görmüş bir modeldir ve birçok çalışma modelin doğruluğunu desteklemiştir (Duatpe-Paksu, 2016; Terzi, 2010; Van De Walle, Karp ve Williams, 2018; Zeybek, 2019).

Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri şu şekilde özetlenebilir: *Düzye 0'da (Tanıma Öncesi Düzye)* bireyler geometrik şekilleri algılamaktadırlar ancak özelliklerinin sadece bir kısmına yoğunlaşabilmekte ve birçok geometrik şekli tanımlayamamaktadırlar (Clements ve Battista, 1990). *Düzye 1'de (Görselleştirme Düzyei)*, bireyler geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algılamakta iken şekillerin parçalardan oluştuğunu ve özelliklerini (kenar, açı özellikleri vb.) idrak edememektedirler (Duatpe-Paksu, 2016; Gutierrez, 1992; Şahin, 2008). Bu düzeyde bireyler geometrik şekil ve cisimleri sadece görünümüne göre değerlendirmektedirler. *Düzye 2'de (Analiz Düzyei)* bireyler, şekillerin parçalardan oluştuğunu ve parçaların özellikleri olduğunu fark ederek özelliklerine odaklanabilmektedirler. Şekilleri özelliklerine (kenar sayıları, açı ölçüleri, açı sayısı, vs.) göre gruplandırıp bir sınıfa ait olan şeklin özelliklerinin bulunduğu sınıfı temsil ettiğini fark edebilmekte ve o sınıfla ilgili genellemelerde bulunabilmektedirler. Örneğin, bu düzeyde bir küpün özelliklerini tüm küplere genelledebilmektedirler. Fakat bu düzeyde şekiller arasında ilişki kuramamakta, şekil sınıfları arasındaki hiyerarşik ilişkileri kavrayamamaktadırlar. *Düzye 3'te (İnformel Çıkarım Düzyei)*, bireyler geometrik şekiller ve şekillerin özellikleri arasında birçok ilişki geliştirebilmektedirler.

Örneğin, “Dört dik açıya sahip kapalı bir şekil dikdörtgendir. Bir karenin de tüm açıları diktir. O zaman kare bir dikdörtgen olmalıdır.” şeklinde akıl yürütmeler ve mantıksal muhakemeler yapabilmektedirler Bu düzeyde öğrenciler şekil sınıfları arasında bağ kurabilmekte ve şekilleri özelliklerini dikkate alarak hiyerarşik bir şekilde sınıflandırabilmektedirler (Baykul, 2005; Duatepe-Paksu, 2016; Pesen, 2003; Van de Walle vd., 2018). *Düzyey 4’te (Çıkarım Düzeyi)* matematiksel sistemleri anlayıp bir ispatı yapılandırabilmekte ve özellikleri (paralellik, diklik, vb.) şekil ve cisimlerden bağımsız olarak nesneleştirebilmektedirler. *Düzyey 5’e (Sistematik Düşünme)* bir bilim olarak matematikle ilgilenenler ulaşabilmektedir. Bu düzeyde yalnızca sistemlerden elde edilen çıkarımlar değil, bizzat aksiyomatik sistemlerin kendisi önem kazanmaktadır (Altun, 2007; Duatepe-Paksu, 2016; Van de Walle vd., 2018).

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için birçok soru formu (Fidan, 2009; Kurak, 2009; Özcan, 2012; Patkin, 2014; Usiskin, 1982) geliştirilmiştir. Bu soru formlarının içerisinde Patkin’in (2014) oluşturduğu “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki soruların alt öğrenme alanı (üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) kapsamının daha geniş olması ve 8. sınıf öğrencilerinin seviyesine uygun olması sebebiyle bu çalışmada “Global Van Hiele Soru Formu” kullanılmıştır.

Matematik eğitiminin önemli parçalarından biri de iletişim kurmadır ve anaokulundan başlamak üzere liseye kadar öğrenciler matematiksel düşüncelerini iletişim sayesinde düzene koymaktadır (Genç ve Erdem, 2016). Matematiksel dil, geometride önemli bir yere sahiptir ve öğretmenlerin kullandığı matematiksel dil öğrencilerin içinde bulunduğu geometrik düşünme düzeylerine uygun olmalıdır (Toptaş, 2015). Bunun yanında öğrencilerin yazılı ve sözlü ifadelerinde matematiksel dili doğru kullanabilmeleri, matematiksel bilgilerini aktarabilmelerini sağlar (Aydın ve Yeşilyurt, 2007).

Eğitim-öğretim sürecinde iletişimin önem arz etmesi sebebiyle iletişimin en önemli öğelerinden olan söylemlerin incelenmesi zorunlu bir hâle dönüşmektedir (Genç ve Erdem, 2016). Söylemler tüm iletişim biçimlerini kuşatmaktadır (Çelik ve Ekşi, 2008). Sfard (2008), matematiği bir söylem olarak ele almış ve matematiksel söylemin birbiriyle bağlantılı belirleyici özelliklerinden bahsetmiştir. Sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilen anlatılar matematiksel söylemin temel öğelerini oluşturmaktadır. Aynı kültürden öğrencilerin söylemlerinde farklı olabileceği, aynı sosyo-kültürel ortamda bulunan öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili benzer söylemler oluşturmak zorunda olmadığı Güçler (2016) tarafından da belirtilmiştir. Bununla birlikte aynı sosyo-kültürel ortamda bulunan öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri birbirine eşit olsa bile matematiksel söylemlerinin farklı olabileceği düşüncesi Wang ve Kinzel’in (2014) araştırmasıyla desteklenmektedir.

Sfard (2008), İngilizcede doğrudan bir karşılığı bulunmayan “commognitive” terimini “communication” (iletişim) ve “cognitive” (biliş) kelimelerini birleştirerek oluşturmuştur. Böylelikle “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” (Commognitive) teorisi alanyazına kazandırılmıştır. Bu modelde, düşünce kişinin kendisi ile olan iletişimi olarak tanımlanmıştır ve düşünce ile iletişim arasında fark olmadığı varsayılmaktadır. Bu sayede düşünme ve iletişim arasındaki ilişki matematik öğrenimi için söylemsel bir yaklaşım olarak ortaya çıkmıştır. Bu teori “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” olarak Türkçeye çevrilmiştir (Güçler, 2016).

Kişilerin söylemlerinin “matematiksel söylem” olup olmadığına karar verirken söylem içerisindeki dört temel öge inceleyebilir. Bu ögeler aşağıdaki gibidir (Güçler, 2016; Sfard, 2008):

1. Sözcük Kullanımı (Word Use): Kişilerin söylemlerinin ayırt edici özelliklerinden biri kullandıkları anahtar kelimelerdir. Sözcük kullanımı kişilerin dünya hakkında ne bildikleriyle ilgilidir. Kişilerin sözcükleri günlük yaşamdaki kullanımından daha farklı bir disiplin içinde kullanmaları gerekmektedir. Astronomi, tıp, matematik, vb. gibi alanları çağrıştıran farklı sözcükler vardır ve sözcük kullanımıyla matematiksel kelimelerin kişiler tarafından farklı kullanılabilir. Örneğin bir öğrenci dikdörtgeni paralelkenar olarak ifade ederken bir diğer öğrenci dikdörtgenin paralelkenar olmadığını ifade edebilir. Eğitim sürecinde sözcük kullanımının gelişimiyle ilgili dört hiyerarşik aşama belirtilmiştir. Bu aşamalar; edilgen kullanım (passive use), rutin bazlı kullanım (routine-driven use), tabir bazlı kullanım (phrase-driven use), nesne-bazlı kullanım (object-driven use) olarak belirtilmiştir.

Edilgen kullanım (Passive use): Öğrenciler matematiksel sözcükleri kendi söylemlerinde kullanmasa da bu söylemleri başkalarından işittiklerinde belli rutinleri gerçekleştirmeye başlayabilirler. Örneğin, bir öğrenci matematiksel “toplam” sözcüğünü söyleminde kullanamıyor olsa da başka bir kişinin “Bu masada kaç elma var?” sorusunu yanıtlamak için sayma eylemine başlayabilir.

Rutin bazlı kullanım (Routine-driven use): Öğrencilerin söylemlerinde belli matematiksel kelimeler yer almaya başlamıştır ancak bu sadece öğrencilerin zihninde var olan kelimeleri belirli eylemsel rutinlerle eşleştirmesiyle sınırlıdır. Örneğin, “toplam” kelimesini bir öğrenci söyleminde kullanmaya başlamıştır ancak toplam kelimesini her duyduğunda otomatikleşmiş olarak sayma eylemini gerçekleştirir.

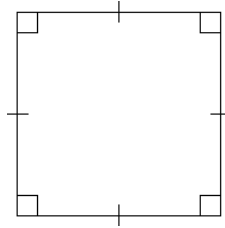
Tabir bazlı kullanım (Phrase-driven use): Öğrencilerin söyleminde matematiksel sözcükler yerine sözcüklerin içinde buldukları tabirler önemli bir konuma gelir. Öğrenciler rutin uygulamak yerine matematiksel kelimeleri belirli tabirlerle eşleştirmektedirler. Örneğin, bir öğrencinin “Toplam nedir?” sorusuna verdiği cevap (sayma rutinini gerçekleştirmeden) “Toplam ile saymak birbiriyle ilişkilidir.” olabilir.

Nesne bazlı kullanım (Object driven use): Öğrenciler bu aşamada sözcükleri isim olarak kullanabilirler. Matematiksel kelimeler nesneleştirilip kendi içlerinde anlam taşıyan somut matematiksel birimlere, kavramlara dönüştürülür. Bu aşamada eylemlerden bağımsız olarak örneğin, “Toplam, belirli sayılar üzerinde uyguladığımız matematiksel bir işlemdir.” ifadesinde “toplam” kelimesi kendi içinde anlam taşıyan somut bir nesne olarak ele alınmaktadır. Bu aşamadaki bir öğrenci $2+5$ işlemiyle karşılaştığında 2 ile 5’i toplama eylemi yerine 7 sayısına (toplama) odaklanmaktadır.

Sözcük kullanımının bir diğer özelliği cisimleştirme (reification) ve yabancılaştırma (alination) ile meydana gelen nesneleştirme sürecidir. Cisimleştirme; matematiksel eylemlerin, süreçlerin ve algoritmaların matematiksel nesnelere hâline gelme sürecidir. Yabancılaştırma ise insan olgusunu ortadan kaldırarak matematiksel nesnenin zihinden bağımsız bir şekilde ele alınmasıdır (Sfard, 2008). Öğrencinin ifadeleri süreç, eylem, algoritma içeriyorsa sözcük kullanımı süreç temellidir (process-based); öğrencilerin ifadeleri gerçek hayattan bağımsız matematiksel bir nesne hâlinde kullanılmışsa nesne temelli (object-based) olarak ele alınmaktadır (Sarı-Arıkan, 2019).

2. Görsel araçlar: İletişim sürecinin bir parçası olarak kullanılan görsel nesnelere. Konuşma dili söylemlerine genellikle söylemlerden bağımsız olarak somut nesnelere aracılık etmektedir fakat bilimsel ve matematiksel söylemler genellikle kendi alanlarına özgü semboller içerirler (Sfard, 2008). Bu sembollerin kullanılması kadar nasıl kullanıldıkları da önemlidir. Buradan kasıt kullanılan rutin, sözcük kullanımı ve hangi matematiksel anlatının tasdik edildiğidir (Güçler, 2013).

Örnek; karenin kenarlarının eş olduğunu belirtirken kenarlara koyulan sembol;



Şekil 1. Kenar eş sembolü

3. Rutinler: “Söylemin tekrarlayıcı örüntüleridir.” (Sfard, 2008, s. 134). Rutinler, kişinin matematiksel sözcükleri nasıl kullandığı veya geometrik şekiller hakkındaki anlatıları doğrularken belirli adımları nasıl takip ettiğiyile ilgili bilgi sağlar (Sfard, 2008). Rutinlerin analizi katılımcıların sözlü ifadelerinin değil, eylemlerinin incelenmesiyle yapılabilir (Emre-Akdoğan, 2015). Örneğin toplama ile ilgili problemlerde bir ilkökul öğrencisi sürekli abaküs kullanıyorsa bu öğrencinin söyleminde bir rutin olarak değerlendirilebilmektedir. Burada abaküs görsel aracı işlevindedir. Toplama ile ilgili problemin kendisi tetikleyici, abaküs kullanımı rutin durumundadır ve eylemseldir. Rutinlerin analizinde, rutinleri ortaya çıkaran tetikleyici durumları belirlemenin ilk basamak olup

rutinin nasıl ve ne zaman uygulandığının da incelenmesi gerekir (Sfard, 2008). Rutinin nasıl uygulandığı, rutin uygulanırken kullanılan yöntemi ve uygulanan eylemi içermekte iken ne zaman uygulandığı hangi matematiksel koşullarda uygun görüldükleri ile ilgilidir. Sfard (2008), rutinlerin ne zaman kullanıldığını iki ayrı terim kapsamında ele almaktadır. Bunlardan ilki uygulanabilirlik (applicability), ikincisi ise kapanıştır (closure). Uygulanabilirlik, bir katılımcının hangi durumlarda belirli bir rutini uygulayacağı ile ilgiliyken kapanış katılımcının hangi durumlarda uyguladığı rutinin tamamlandığı kanısına vardığı ile ilgilidir

4. Tasdik Edilen Anlatılar: Genellikle katılımcıların matematiksel söylemlerinde doğru olarak kabul ettikleri gerçeklikler ve durumlardır. Bu sözlü ifadeler söylemin diğer öğeleriyle birlikte katılımcıların matematiksel söylemlerindeki sözcük kullanımı, görsel araçları, rutinlerine bağlı olarak kullandıkları kanıtlanma yöntemlerinden ortaya çıkmaktadır. Tanımlar, matematiksel teoriler, ispatlar ve teoremler matematik çevresinde tasdik edilen anlatılardan sayılabilir ve birbirinden farklılık gösterebilir Başka deyişle matematiksel söylem kişilere özel farklılıklar içerebilir. Eğitimin hedefi öğrencilerin söylemleri ile öğretmenlerin/uzmanların söylemlerini tutarlı hâle getirmektir (Güçler, 2016; Sfard, 2008).

Öğrencilerin matematiksel söylemlerini Sfard'ın (2008) söylemsel yaklaşımı çerçevesinde incelemenin öğrencilerin matematikle ilgili düşünceleri hakkında daha fazla bilgi edinilmesini sağlayacağı düşünülmüştür. Bu model sayesinde aynı sosyo-kültürel ortamda olan öğrencilerin matematiksel düşüncelerinde farklılıkların var olduğu varsayılmıştır ve bu farklılıkların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Yukarıda da ayrıntılı olarak ele alındığı üzere öğrencilerin içinde buldukları geometrik düşünme düzeyleri ve matematiksel söylemleri matematik eğitimi için önem arz etmektedir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde sahip olduğu matematiksel söylemlerin incelenmesiyle geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili derinlemesine bilgi edinilebileceği düşünülmektedir. Bu yüzden bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi ve aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır.

Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili araştırmalar incelendiğinde araştırmaların büyük çoğunluğunun (Anıkaydın, 2017; Berkant ve Çadırı, 2019; Buyruk-Akıl, 2020; Demir, 2019; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Karakarçayıldız, 2016; Karapınar, 2017; Oral, İlhan ve Kınay, 2013; Senk, 1983; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013) öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleriyle farklı değişkenler arasındaki ilişkiyi incelediği, bir kısmının (Çelebi-Akkaya, 2006; Erdoğan, Akkaya ve Çelebi-Akkaya, 2009; Gutierrez, 1992; Kılıç, 2013) Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre düzenlenen öğrenme ortamlarının farklı alanlara etkisini

incelediği, bir kısmının (Assaf, 1986; Güven, 2006; Koçak, 2009; Özcan ve Türnüklü, 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012) ise farklı öğrenme yöntemlerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelediği belirlenmiştir. Diğer araştırmaların konusu ise kısaca şöyledir; Moran (1993), geometrik düşünme düzeylerinde ilerleyebilmek için Van Hiele teorisindeki beş aşamanın geçerli olup olmadığını, Kaleli-Yılmaz ve Yüksel (2019), geometrik düşünme düzeylerini arttırabilmek için farklı öğrenme ortamları oluşturmayı, Zeybek (2019), 5., 6., 7., 8. sınıf öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve 2017/2018 matematik öğretim programının geometri başarısını arttırmada etkililiğini, Yılmaz (2011), öğrencilerin “Doğrular ve Açılar” konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının neler olduğu ve elde edilen verilerin geometrik düşünme düzeylerine göre nasıl dağılım gösterdiğini, Burger ve Shaughnessy (1986), Van Hiele kuramıyla üçgenler ve dörtgenlerin kavratılıp kavratılamayacağını, öğrencilerin davranışları incelenerek içinde buldukları geometrik düşünme düzeylerinin belirlenip belirlenemeyeceğini incelemiştir. Bu çalışmaların hepsi incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen bir araştırmanın yapılmadığı belirlenmiştir.

Matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisyle ilgili araştırmaların bir kısmı (Akdoğan, Güçler ve Argün, 2019; Emre-Akdoğan, 2015; Güçler, 2013; Park, 2011) öğretmen ve öğrencilerle birlikte; bir kısmı (Heyd-Metzuyanim, Smith, Bill ve Resnick, 2019; Sarı-Arkan, 2019; Viirman, 2015) öğretmenlerle, bir kısmı (Kotsopoulos, Lee ve Waterloo, 2010; Viirman ve Nardi, 2019; Zayyadi, Nusantara, Subanji, Hidayanto ve Sulandra, 2019) öğrencilerle, bir tanesi (Tabach ve Nachlieli, 2015) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerle gerçekleştirilen araştırmalardan üçü (Nachlieli ve Tabach, 2019; Zayyadi vd., 2019; Kotsopoulos vd., 2010) 13-14 yaş grubu öğrencilerle; Viirman ve Nardi (2019) üniversite öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir.

Ulaşılabilen ilgili alanyazın incelendiğinde hem matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisini hem de Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini içeren yalnız bir araştırmaya (Wang ve Kinzel, 2014) rastlanmıştır. Fakat anılan araştırma öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen benzer bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden bu çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen bir araştırmaya rastlanmaması açısından ve “Global Van Hiele Soru Formu”nun ülkemizde başka hiçbir çalışmada kullanılmaması ve Türkçe alanyazına kazandırılması açısından önemli görülmektedir. Bu çalışmanın problem cümlesi, “8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine göre matematiksel söylemleri nasıldır?” olarak belirlenmiştir. Araştırmanın alt problemleri aşağıdaki gibidir:

1. 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri nasıldır?

2. Farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemleri arasındaki ilişki nasıldır?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Öğrencilerin söylemlerinin detaylı bir şekilde incelenebilmesi için bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. “Durum çalışması, bir birey, grup, kurum veya topluluk gibi bir olgunun veya sosyal birimin yoğun bir açıklaması ve analizidir.” (Merriam, 2002, s. 8). Bu araştırmanın analiz birimi 8. sınıf öğrencilerin matematiksel söylemleridir. Öğrencilerin söylemlerinin incelenmesi amacıyla geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Geometrik düşünme düzeyi belirlenen öğrencilerin matematiksel söylemleri Sfard’ın (2008), “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisine göre söylemin dört temel ögesi (sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar) ele alınarak incelenmiştir. “Araştırmaya dâhil edilen her bir durum, kendi içinde çeşitli alt birimlere ayrılarak çalışılabilir.” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 302). Bu çalışmada matematiksel söylemin temel ögeleri birden fazladır bu yüzden bu çalışma iç içe geçmiş durum çalışması olarak nitelendirilmiştir. Bu çalışmadaki durumlar ise geometrik düşünme düzeyi 1, 2 ve 3 olarak belirlenen 8. sınıf öğrencileridir. Çalışmada 1., 2. ve 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan 8. sınıf öğrencileri çoklu durumları oluşturmaktadır. Bu sebeple bu araştırmanın deseni iç içe geçmiş çoklu durum deseni olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Aşağıda Tablo 1’de durumlar ve durumların incelendiği alt birimler verilmiştir.

Tablo 1. Araştırmadaki Durumlar ve Durumların Alt Birimi Olan Matematiksel Söylemin Ögeleri Tablosu

<i>Durumlar</i>	<i>Matematiksel Söylemin Ögeleri</i>
Geometrik düşünme düzeyi 1 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı
	Görsel araçlar
	Rutinler
	Tasdik edilmiş anlatılar
Geometrik düşünme düzeyi 2 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı
	Görsel araçlar
	Rutinler
	Tasdik edilmiş anlatılar
Geometrik düşünme düzeyi 3 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı
	Görsel araçlar
	Rutinler
	Tasdik edilmiş anlatılar

Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel söylemlerinin, dolayısıyla fikirlerinin incelenmesi amaçlandığından verilerin elde edilebilmesi için görüşme yöntemi tercih edilmiştir. 8. sınıf öğrencileriyle yapılan görüşmelerin amacı, insanların doğrudan gözlemlenemeyen zihnindeki diğer bakış açılarına ulaşmak ve onları ortaya çıkarmaktır (Patton, 2018). Yarı yapılandırılmış görüşmelerde görüşmeci önceden sormayı planladığı sorulardan oluşan görüşme protokolünü hazırlar, bu soruların

yanında konuyla ilgili detaylı bilgi edinebilmek amacıyla kişinin yanıtlarını ayrıntılandırmasını alt veya yan sorularla isteyebilir. Eğer kişi görüşme esnasında önceden belirlenmiş soruların cevaplarını başka soruların içinde yanıtladıysa araştırmacı bu soruları sormayabilir (Türnüklü, 2000). Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel söylemlerinin incelenmesi için sırasıyla “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki sorulara vermiş oldukları cevapları açıklamaları istenmiş ve bunlara ek olarak “Söylem Analizi Görüşme Formu”ndaki sorular eklenmiştir. Öğrencilerin cevaplayacakları sorular aynıdır ancak öğrencilerin ifadelerinden yola çıkarak ek sorular yöneltilebildiği için görüşmenin türü yarı yapılandırılmış görüşme yaklaşımı olarak nitelendirilmiştir (Türnüklü, 2000).

Çalışma Grubu

Çalışmada nitel araştırmalarda kullanılan amaçlı örnekleme yöntemlerinden yararlanılmıştır. “Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir.” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 118). Çalışmada amaçlı örnekleme türlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile örneklem seçimi yapılmıştır. Bu örnekleme yöntemi önceden belirlenmiş olan ölçütlere karşılık gelen durumların çalışılmasını temel almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Öğrencilerin “Global Van Hiele Soru Formu”nu cevaplayabilmeleri için matematik dersi öğretim programında yer alan 8. sınıf geometri ve ölçme öğrenme alanındaki kazanımları işlemiş olmaları gerekmektedir. Bu sebeple çalışmada “Global Van Hiele Soru Formu”nun uygulanması için öğrencilerin 8. sınıf geometri ve ölçme alanındaki kazanımları işlemiş olması; öğrencilerin matematiksel söylemlerinin incelenmesi için ise “Global Van Hiele Soru Formu”na göre 1., 2. ve 3. düzeyde olması ölçütüne göre örneklem seçimi yapılmıştır. Örneklem seçiminden sonra öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerle görüşmeler Pamukkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulunun 03.11.2021 tarih, 68282350/22021/G020 sayılı numaralı etik kurul izni ile gerçekleştirilmiştir.

Görüşmelerden önce öğrencilere yapılan görüşmelerin okul notlarını etkilemeyeceği söylenmiş, öğrencilerin çalışma esnasında baskı altında hissetmemelerine özen gösterilmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler 2021-2022 eğitim öğretim yılında Gaziantep’te bulunan bir devlet ortaokulundaki iki erkek, dört kız toplamda altı öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamıştır. Bu öğrencilerin isimleri çalışmada Arda, Esra, İrem, Halil, Deniz ve Pelin olarak belirlenmiştir. Bu öğrenciler “Global Van Hiele Soru Formu”na göre 1., 2. ve 3. düzeyde bulunan öğrencilerdir.

“Global Van Hiele Soru Formu”na göre Arda’nın ve Esra’nın 1., İrem ve Halil’in 2., Deniz ve Pelin’in 3. geometrik düşünme düzeyinde oldukları belirlenmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerden Arda, Esra, İrem, Halil, Deniz aynı sınıfta, Pelin ise farklı sınıfta yer almaktadır. 2021-2022 eğitim yılı

boyunca her iki sınıfa aynı matematik eğitimi verilmiş, konular her iki sınıfta da aynı sıralamayla işlenmiştir. Öğrencilerden Arda, Esra, Deniz ve Pelin konuşkan ve kendini iyi ifade edebilen, İrem ve Halil daha sessiz öğrencilerdir. Çalışmaya katılmaya gönüllü olmuş ve soruları yanıtlamışlardır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler iki kısımda toplanmıştır. İlk olarak 8. sınıf öğrencilerinin “Global Van Hiele Soru Formu” ile geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Daha sonra seçilen altı öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilere “Global Van Hiele Soru Formu”nda ve “Söylem Analizi Görüşme Formu”nda yer alan sorular yöneltilmiştir.

Global Van Hiele Soru Formu

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi için “Global Van Hiele Soru Formu” kullanılmıştır. “Global Van Hiele Soru Formu” Patkin (2014) tarafından geliştirilmiştir. Bu soru formunun en önemli özelliği farklı alt öğrenme alanlarından (üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) sorular içermesidir. Bu çeşitlilik sayesinde öğrencilerin birçok alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri tek seferde belirlenerek bu farklı alt öğrenme alanlarındaki matematiksel söylemleri inceleme olanağı sağlanmaktadır. “Global Van Hiele Soru Formu” hem ilk üç geometrik düşünme düzeyinden hem de farklı alt öğrenme alanlarından eşit sayıda sorular içermektedir. Düzeyler ve alt öğrenme alanlarıyla soru dağılımının daha dengeli olması sebebiyle bu form kullanılmıştır. “Global Van Hiele Soru Formu” alt öğrenme alanlarının hepsinden 15’er soru içermektedir. Her alt öğrenme alanı ile ilgili 1., 2. ve 3. geometrik düşünme düzeylerinden beşer soru bulunmaktadır.

Soru formunun yapısı şöyledir: Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 1. düzeyden beş soru (1-5), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 1. düzeyden beş soru (6-10), geometrik cisimler ile ilgili 1. düzeyden beş soru (11-15) bulunmaktadır. Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 2. düzeyden beş soru (16-20), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 2. düzeyden beş soru (21-25), geometrik cisimler ile ilgili 2. düzeyden beş soru (26-30) bulunmaktadır. Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 3. düzeyden beş soru (31-35), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 3. düzeyden beş soru (36-40), geometrik cisimler ile ilgili 3. düzeyden beş soru (41-45) bulunmaktadır.

“Global Van Hiele Soru Formu”, gerekli izinler alınarak araştırmacılar tarafından Türkçeye uyarlanmıştır. Öncelikle sorular araştırmacılar tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Bu çeviriyle beraber iki farklı devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapmış iki kişi Türkçeye çeviri yapmıştır. Elde edilen üç Türkçe çeviri araştırmacılar tarafından birlikte değerlendirilmiş, ortak bir Türkçe çeviri hâline getirilmiştir. Elde edilen Türkçe form ise bir devlet üniversitesinde eğitim almakta olan lisansüstü öğrencisi tarafından İngilizceye çevrilmiştir. Elde edilen İngilizce form orijinal

form ile karşılaştırılmak üzere İngilizce eğitimi alanında doktoralı bir öğretim üyesi tarafından karşılaştırılarak kontrol edilmiştir. Karşılaştırma sonucunda iki formun uyumlu olduğu belirlenmiştir ve soru formu nihai hâlini almıştır.

Testin güvenilirlik çalışmaları Patkin ve Barkai (2014) tarafından yapılmış, güvenilirliği 0,84 olarak belirlenmiştir. 45 sorudan oluşan soru formu çoktan seçmelidir (5 seçenek). Patkin ve Barkai (2014) soru formunun cevaplanması için 45-60 dakikalık süre önermişlerdir. Çalışmanın uygulama aşamasında önerilen süreye uyulmuştur. Bu çalışmada güvenilirlik katsayısı (Cronbach Alpha) 0,85 olarak belirlenmiştir.

Söylem Analizi Görüşme Formu

“Söylem Analizi Görüşme Formu”, öğrencilerin matematiksel söylemlerinin daha iyi anlaşılabilmesi için araştırmacı tarafından oluşturulmuştur ve yüksek lisans mezunu matematik öğretmeni ve lisansüstü öğrencisi matematik öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır. “Söylem Analizi Görüşme Formu”, “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki 13 soruya ek olarak oluşturulmuştur bu yüzden görüşme formundaki sorular “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki sorularla bağlantılıdır. Bu formdaki sorular, öğrencilere yöneltilen kavramın ne olduğu ve buna ilişkin bir çizim yapabilir yapamayacakları şeklindedir. Örneğin;

Global Van Hiele Soru Formu’ndaki soru: “Aşağıdaki şekillerden hangisi üçgendir?”

Söylem Analizi Görüşme Formu’ndaki bu soruyla bağlantılı sorular: “Üçgen nedir?”, “Farklı bir üçgen çizimi yapabilir misin?”

Bunun yanında Global Van Hiele Soru Formu’ndaki tüm sorulara ilişkin, “Söylem Analizi Görüşme Formu”nda öğrencilere “Niye böyle düşündün?”, “Bu cevabı verme sebebin nedir?”, “Aklına gelen başka bir çözüm var mı?” gibi ek sorular yöneltilmiştir.

Öğrencilerin söylemlerinin incelenmesi ve sınıflandırılmasının analizi sonucunda elde edilen bulgu ve sonuçların güvenilirliği Miles ve Huberman’ın (1994) önerdiği *Güvenirlik Katsayısı*=(Görüş Birliği \times 100)/(Görüş Birliği+Görüş Ayrılığı) formülü ile hesaplanmıştır. Veriler araştırmacı ve bir devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğrenci (2. analist) tarafından ayrı ayrı bağımsız kodlamalar yapılarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin sözcük kullanımları tablolaştırılmış ve bu tablolardaki veri setleri üzerinden güvenilirlik katsayısı hesaplanmıştır. Araştırmada öğrencilerin nesne ve süreç temelli olarak sınıflandırılan 177 sözcük kullanımlarından 14 tanesi araştırmacı ve 2. analist tarafından farklı sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin sözcük kullanımlarına ait güvenilirlik katsayısı $163/177=0,92$ olarak hesaplanmıştır. Miles ve Huberman’a (1994) göre kodlayıcılar arasındaki görüş birliğinin %80 olması beklenmektedir.

Pilot Uygulama

2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Gaziantep ilinde bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilen pilot uygulama iki kısım hâlinde yürütülmüştür. İlk kısımda 15 öğrenciye “Global Van Hiele Soru Formu” yöneltilmiş, veri analizi sonrasında 3. düzeyde bulunan iki öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve “Söylem Analizi Görüşme Formu” uygulanmıştır. Pilot uygulama sonrasında öğrencilerin pandemi sebebiyle “çember” ve “daire” alt öğrenme alanıyla ilgili bilgi eksiklikleri olduğu tespit edilmiş ve bu alt öğrenme alanıyla ilgili sorular pilot uygulamadan çıkarılmıştır. Fakat gerçek uygulamada bu sorular çıkartılmamıştır. Bunun yanında “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki iki soru hatalı olarak tespit edilmiş ve düzeltilmiştir.

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri 2021-2022 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Gaziantep’te bulunan bir devlet ortaokulunda elde edilmiştir. Birinci araştırmacı matematik öğretmeni olarak sene başından itibaren bu sınıflarda derse girmiştir. Sınıflarda ilgili konular aynı biçimde ve sürede işlenmiştir.

Çalışmanın verileri iki kısımda elde edilmiştir. İlk kısımda geometrik düşünme düzeylerinin belirlenebilmesi amacıyla “Global Van Hiele Soru Formu” 54 öğrenciye yöneltilmiştir. Soru formu iki farklı sınıfta uygulanmıştır. Öğrenciler soru formunu 50-55 dakika içerisinde tamamlamışlardır.

Global Van Hiele Soru formu verileri daha sonra analiz edilerek görüşme yapılacak öğrenciler tespit edilmiştir. İkinci kısımda geometrik düşünme düzeyleri belirlenen öğrencilerden bazılarıyla matematiksel söylemlerini açığa çıkarmak amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Öğrencilerden Global Van Hiele Soru Formu’na verdikleri yanıtları açıklamalarının yanında “Söylem Analizi Görüşme Formu”ndaki soruları da yanıtlamaları istenmiştir. Görüşmeler 7 dakika ile 45 dakika aralığında sürmüştür. Görüşmelerin video ve ses kaydı alınmıştır.

Verilerin Analizi

Çalışmanın verileri iki kısımda analiz edilmiştir. “Global Van Hiele Soru Formu” ile öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. “Global Van Hiele Soru Formu”nun puanlaması Patkin’in (2014) puanlamasına dayanılarak Tablo 2’de verildiği şekilde oluşturulmuştur:

Tablo 2. Global Van Hiele Puanlama Tablosu

<i>Soru Numaraları</i>	<i>Alt Öğrenme Alanları ve Doğru Sayısı</i>	<i>Puan</i>	<i>Toplam Puan</i>
Birinci düzey (1-15)	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	3 puan
	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	
	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	
İkinci düzey (16-30)	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	6 puan
	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	
	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	
Üçüncü düzey (31-45)	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	12 puan
	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	
	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	

Tablo 2’de de görüldüğü üzere öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 1 olarak belirlenebilmesi için 3 puan; öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 2 olarak belirlenebilmesi için 3+6, toplamda 9 puan; öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 3 olarak belirlenebilmesi için 3+6+12, toplamda 21 puana ulaşmaları gerekmektedir. 2. ve 3. düzeye bakmaksızın 1. düzeydeki herhangi bir alt öğrenme alanından 3’ün altında doğru sayısına sahip olan öğrenciler 0 puan olarak değerlendirilmiştir (Patkin, 2014).

Geometrik düşünme düzeyleri belirlenen öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiş ve transkript oluşturulmuştur. Görüşmenin verileri içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Elde edilen veriler araştırmacı ve bir devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğrenci (2. analist) tarafından ayrı ayrı bağımsız kodlamalar yapılarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin sözcük kullanımları tablolaştırılmış ve bu tablolardaki veri setleri üzerinden güvenilirlik katsayısı hesaplanmıştır. Araştırmada öğrencilerin nesne ve süreç temelli olarak sınıflandırılan 177 sözcük kullanımlarından 14 tanesi araştırmacı ve ikinci analist tarafından farklı sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin sözcük kullanımlarına ait güvenilirlik katsayısı $163/177=0,92$ olarak hesaplanmıştır. Miles ve Huberman’a (1994) göre kodlayıcılar arasındaki görüş birliğinin %80 olması beklenmektedir. Bu yüzden bu araştırma verilerinin analizlerinin güvenilirliği sağladığı düşünülmektedir.

Araştırmada öğrencilerin görsel araçları (öğrencilerin çizimleri ve el hareketleri) ve rutinleri (en az 2 kez tekrar eden eylemleri) araştırmacı ve 2. analist ile birlikte değerlendirilmiştir.

Söylem analizi yapılırken öğrencilerin matematiksel söylemleri “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisine göre analiz edilmiştir. Söylemin dört temel ögesine göre sırasıyla sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar analiz edilmiştir. Söylemin temel öğelerinin sınıflandırılması ve bu öğelerin söylemlerdeki göstergelerinin neler olduğu Sfard’ın (2008) çerçevesinden yararlanılarak oluşturulmuştur. Analiz sırasında kodlamaların nasıl yapıldığı Tablo 3’te verilmiştir:

Tablo 3. Söylem Analizi Kodlama Tablosu

<i>Söylem Analizinin Temel Öğeleri</i>	<i>Söylem Analizinin Temel Öğelerinin Sınıflandırılması</i>	<i>Söylem Analizinin Temel Öğelerinin Göstergeleri</i>
Sözcük Kullanımı	Nesne Temelli	Öğrencinin herhangi bir eyleme, çizime, sürece yer vermeden sadece geometrik şekilleri, özelliklerini anlatması
	Süreç Temelli	Öğrencinin çizim, eylem veya süreçle geometrik şekilleri, özelliklerini anlatması
Görsel Araçlar	Soruda şekil çizimi	Soruyu açıklarken yanına yaptığı çizimler
	Soruda el hareketleri	Soruyu açıklarken el hareketleriyle açıklaması
Rutinler	Tekrarlama	Açıklama yaparken bir görsel araçtan en az 2 kez yararlanması

Sözcük kullanımının analizi: Söylemlerin ayırt edici özellikleri söylemlerde kullanılan anahtar kelimelerdir (Sfard, 2008). “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” kapsamında yapılan araştırmalar incelenmiş ve Sarı-Arıkan’ın (2019) araştırmasında kullandığı sözcük kullanımı analizinin bu araştırma için uygun olduğu düşünülmüştür. Sarı-Arıkan (2019) tarafından katılımcıların sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak iki kategoride incelenmiştir. Bu çalışmada da öğrencilerin sözcük kullanımları nesne ve süreç temelli olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin sözcük kullanımı analiz edilirken transkriptteki “Ne söylüyor?” sütunu dikkatlice incelenmiş, üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili telaffuz edilen veya telaffuz edilmeden bu alt öğrenme alanları ile konuşulan kısımlar belirlenerek sözcük kullanımının kategorisi ilgili sütuna yazılmıştır. Örneğin, öğrenci çizim yaparak veya el hareketleriyle matematiksel kavramı açıkladığında sözcük kullanımı süreç temelli; herhangi bir sürece, eyleme, çizime yer vermeden gerçek hayattan soyutlanmış bir şekilde matematiksel kavramı açıkladığında ise sözcük kullanımı nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

Görsel araçların analizi: Görsel araçlar, iletişime aracılık eden görünür nesnelere (Sfard, 2008). Öğrencilerin her bir sorudaki çizimleri, şekilleri, notasyonları ve el hareketleri incelenmiştir. Transkriptte yer alan “Ne çiziyor?”, “Ne yapıyor?” kısımlarında yer alan ifadeler detaylı bir şekilde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki soruları yanıtlarken soru numarası, çizdikleri şekiller, el hareketleri, ne zaman bu açıklamaları yaptığı tablo hâline getirilerek incelenmiştir.

Rutinlerin analizi: Rutinler, katılımcıların söylemlerindeki sürekli tekrarlanan eylemlerdir (Sfard, 2008). Transkript tekrar incelenerek söylem sırasında tekrar eden durumlar belirlenmiştir. Sfard (2008), en az iki kez tekrar eden durumların rutin olarak değerlendirilebileceğini belirtmiştir. Bu yüzden transkriptte en az iki kez tekrar eden eylemler belirlenmiştir. Rutinler belirlendikten sonra rutin tablosu oluşturulmuş ve bu tabloda rutinin tetikleyicisi (rutinin ortaya çıkmasına neden olan durum), rutinin kendisi, rutinin nasıl ve ne zaman (uygulanabilirlik ve kapanış) gerçekleştiğine dair ifadeler yer almıştır. Bu çalışmada rutinlerin tetikleyicisi genel olarak “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki sorular olmuştur. Çünkü öğrencilerden soru formundaki soruları nasıl cevapladıklarını açıklamaları istenmiştir.

Tasdik edilmiş anlatıların analizi: Söylem içerisinde katılımcıların doğru olarak kabul ettiği argümanlar tasdik edilmiş anlatılardır (Güçler, 2016). Tasdik edilmiş anlatılar analiz edilirken transkript detaylı olarak incelenmiştir. Belirlenen anlatıların öğrencilerin sözcük kullanımlarında, rutinlerinde ve görsel araçlarında yer alıp almadığı ve söylemin bu bileşenleri tarafından da tasdik edilip edilmediği değerlendirilerek analiz edilmiştir.

Bulgular

Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeyleri

Bu çalışmanın birinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri nelerdir?” sorusunu yanıtlamak üzere “Global Van Hiele Soru Formu”na verdikleri yanıtlara göre tespit edilen geometrik düşünme düzeyleri aşağıdaki tabloda (Tablo 4) verilmiştir.

Tablo 4. 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri Tablosu

<i>8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde</i>
Hiçbir düzeye dâhil olmayan	43	79,6
1. düzey	6	11,1
2. düzey	3	5,6
3. düzey	2	3,7
Toplam	54	100

Tablo 4’te de görüldüğü üzere araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: Öğrencilerin %79,6’sı (43 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiştir. Bunun sebebi pandemi sebebiyle öğrencilerin geometri ile ilgili konularda eksikliklerinin giderilememesi olabilir. %11,1’i (6 öğrenci) 1. geometrik düşünme düzeyinde, %5,6’sı (3 öğrenci) 2. geometrik düşünme düzeyinde, %3,7’si (2 öğrenci) 3. geometrik düşünme düzeyindedir. Van De Walle vd. (2018), 8. sınıf öğrencilerinin 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunması gerektiğini belirtmiştir. Elde edilen bulgulara dayanarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenenin (3. düzey) altında olduğu ifade edilebilir.

Bunun yanında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri alt öğrenme alanlarına göre ayrı ayrı değerlendirildiğinde geometrik düşünme düzeyleri farklılaşmaktadır.

Tablo 5, Tablo 6 ve Tablo 7’de öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre geometrik düşünme düzeyleri verilmiştir.

Tablo 5. 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgenler ve Dörtgenler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri Frekans Tablosu

<i>Üçgenler ve Dörtgenler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde</i>
Hiçbir düzeye dâhil olmayan	21	38,9
1. düzey	27	50
2. düzey	4	7,4
3. düzey	2	3,7
Toplam	54	100

Tablo 5’te görüldüğü üzere araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şu şekildedir: Öğrencilerin %38,9’u (21 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiştir. %50’si (27 öğrenci) 1. geometrik düşünme düzeyinde, %7,4’ü (4 öğrenci) 2. geometrik düşünme düzeyinde, %3,7’si (2 öğrenci) 3. geometrik düşünme düzeyindedir.

Tablo 6. 8. Sınıf Öğrencilerinin Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri Frekans Tablosu

<i>Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde</i>
Hiçbir düzeye dâhil olmayan	35	64,8
1. düzey	14	25,9
2. düzey	3	5,6
3. düzey	2	3,7
Toplam	54	100

Tablo 6'ya göre araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şu şekildedir: Öğrencilerin %64,8'i (35 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiştir. %25,9'u (14 öğrenci) 1. geometrik düşünme düzeyinde, %5,6'sı (3 öğrenci) 2. geometrik düşünme düzeyinde, %3,7'si (2 öğrenci) 3. geometrik düşünme düzeyindedir.

Tablo 7. 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Cisimler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri Frekans Tablosu

<i>Geometrik Cisimler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde</i>
Hiçbir düzeye dâhil olmayan	17	31,5
1. düzey	28	51,8
2. düzey	6	11,1
3. düzey	3	5,6
Toplam	54	100

Tablo 7'de görülebileceği üzere araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: Öğrencilerin %31,5'i (17 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiştir. %51,8'i (28 öğrenci) 1. geometrik düşünme düzeyinde, %11,1'i (6 öğrenci) 2. geometrik düşünme düzeyinde, %5,6'sı (3 öğrenci) 3. geometrik düşünme düzeyindedir.

Farklı Geometrik Düşünme Düzeylerinde Bulunan Öğrencilerin Söylemleri Arasındaki ilişkiler

Araştırmaya katılan öğrencilerin matematiksel söylemleri arasındaki ilişkiler, Sfard'ın (2008) teorisinde yer alan dört temel ögeye göre değerlendirilerek sunulmuştur.

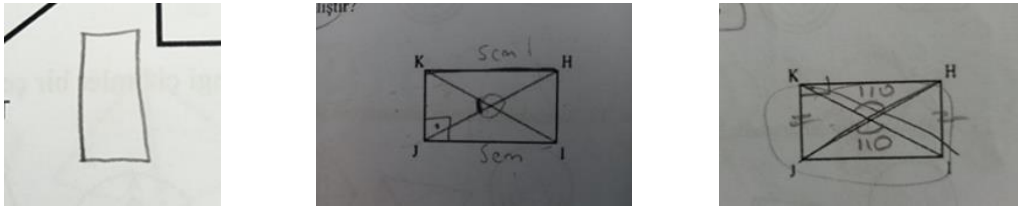
Öğrencilerin alt öğrenme alanlarına ve düzeylerine göre görüşmelerde ortaya çıkan sözcük kullanımlarının genellikle süreç mi yoksa nesne temelli mi olduğu Tablo 8'de sunulmuştur. Nesne ve süreç temelli sözcük kullanımı sayısı birbirine yakın olan öğrencilerin sözcük kullanımı nesne-süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 8. Öğrencilerin Sözcük Kullanımları Tablosu

<i>Öğrenci İsimleri</i>	<i>Öğrencinin Düzeyi</i>	<i>Alt Öğrenme Alanları</i>		
		<i>Üçgenler ve Dörtgenler</i>	<i>Çember ve Daire</i>	<i>Geometrik Cisimler</i>
Arda	1	Nesne temelli	Süreç temelli	Nesne-Süreç temelli
Esra	1	Nesne temelli	Süreç temelli	Süreç temelli
İrem	2	Nesne-Süreç temelli	Süreç temelli	Nesne temelli
Halil	2	Nesne temelli	Nesne-Süreç temelli	Süreç temelli
Deniz	3	Süreç temelli	Süreç temelli	Süreç temelli
Pelin	3	Süreç temelli	Süreç temelli	Nesne-süreç temelli

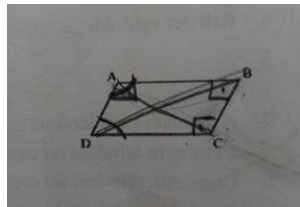
Yukarıdaki tabloda da (Tablo 8) görüldüğü üzere öğrencilerin sözcük kullanımları incelendiğinde 1. ve 2. geometrik düşünme düzeyde bulunan öğrencilerin hem nesne hem de süreç temelli sözcük kullanımında bulunduğu, 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin sözcük kullanımının ise daha çok süreç temelli olduğu görülmektedir. Süreç temelli sözcük kullanımında öğrencilerin süreç, eylem, çizim ile matematiksel kavramı açıklaması gerekmektedir. Bu durumda 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel kavramları açıklarken genellikle süreç, eylem ve çizimlerden yararlandıkları söylenebilir. Bu belki de öğrencilerin, ifade etmeye çalıştıkları kavramları çizerek veya göstererek daha anlaşılır bir şekilde ifade edebilecekleri düşüncesinden ortaya çıkan bir durum olabilir. Çünkü nesne temelli sözcük kullanımı bunun aksine matematiksel kavramları gerçek hayattan soyutlamayı gerektirmektedir.

Farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin görsel araçları incelendiğinde ise öğrencilerin genellikle prototip çizimlerden, matematiksel sembollerden ve el hareketlerinden yararlandıkları belirlenmiştir. Aşağıdaki görsellerde farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin dikdörtgen ile ilgili çizimleri verilmiştir.



Şekil 2. Sırasıyla Arda'nın, Halil'in, Pelin'in dikdörtgen çizimleri

1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan Arda'nın, şekil üzerinde matematiksel sembol kullanmadığı, şeklin kenar uzunluklarına ve açlarına herhangi bir sayı yazmadığı görülmektedir (Şekil 2). 2. ve 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan Halil ve Pelin'in ise dikdörtgen çizimlerinde, matematiksel sembol kullanımına, şeklin açlarına ve uzunluklarına yer verdiği görülmektedir. Bu görsel araçlardan yola çıkarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi arttıkça çizimlerinde yer alan matematiksel sembollerin ve sayıların arttığı söylenebilir.



Şekil 3. İrem'in paralelkenar çizimi

Öğrencilerin kullandığı görsel araçların bazılarında yanlış matematiksel sembol kullanımları belirlenmiştir. Şekil 3'te öğrencinin paralelkenarın köşelerine diklik sembolü koyduğu görülmektedir. Bu sembolden hareketle öğrencinin paralelkenarla ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin alt öğrenme alanlarına ve düzeylerine göre görüşmelerde ortaya çıkan rutin sayısı Tablo 9’da sunulmuştur.

Tablo 9. Öğrencilerin Rutin Sayısı Tablosu

Öğrenci İsimleri	Öğrencinin Düzeyi	Alt Öğrenme Alanları		
		Üçgenler ve Dörtgenler	Çember ve Daire	Geometrik Cisimler
Arda	1	0	0	0
Esra	1	0	0	1
İrem	2	2	1	0
Halil	2	0	0	2
Deniz	3	2	1	3
Pelin	3	6	2	4

Tablo 9’da görüldüğü üzere, öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi arttıkça kullandıkları rutin sayısı artmaktadır. Bu durumun kaynağının öğrencilerin açıkladıkları soru sayısının düzeye göre artış göstermesinin olabileceği düşünülmektedir.

Öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları ile ilgili yorum yapabilmek için aşağıda öğrencilerin bazı tasdik edilmiş anlatı örnekleri sunulmuştur.

1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri:

E: *“Prizma hakkında çok fazla bilgiye sahip değilim.”*

A: *“Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.”*

E: *“Karenin tüm çizgileri birbirine eş ve köşeleri 90 derecedir.”*

Bu örneklerin seçilme sebebi aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre nasıl değişiklik gösterdiğini incelemektir. Yukarıdaki ilk alıntıda Esra’nın prizmanın özelliklerini bilmediği yani 1. geometrik düşünme düzeyi ve altında olduğu, ikinci alıntıda Arda’nın eşkenar dörtgenin kenar özelliklerinden az da olsa bahsettiği ve şeklin görünüşüne odaklandığı dolayısıyla geometrik düşünme düzeyi olarak 1. düzeyden 2. düzeye geçiş sürecinde olduğu söylenebilir. Üçüncü alıntıda, Esra’nın kare ile ilgili ifadesine bakıldığında kare ile ilgili bilgilere sahip olduğu ve 2. geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, Arda ve Esra’nın tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 1. geometrik düşünme düzeyi altı ve 2. geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir.

2. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri:

H: *“Koni yuvarlak ve üstüne üçgen koyulmuş gibi duran bir cisim.”*

İ: *“Çap, dairenin merkezinden geçen ve daireyi ikiye bölen çizgi.”*

H: *“Kare dikdörtgenin özelleştirilmiş bir halidir ve tüm açıları 360 derecedir.”*

Yukarıdaki ilk alıntıda Halil’in koninin özelliklerinden bahsetmediği, şekli görsel olarak açıkladığı ve 1. geometrik düşünme düzeyinde olduğu, ikinci alıntıda İrem’in çapın özelliğini 2.

geometrik düşünme düzeyine uygun bir şekilde anlatabildiği belirlenmiştir. Üçüncü alıntıda, Halil'in kare ile ilgili anlatısına bakıldığında ise karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğuyla ilgili bilgi verdiği ve bulunduğu düşünme düzeyinin üzerinde, 3. geometrik düşünme düzeyinde ifade kullandığı belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, İrem ve Halil'in tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 1. geometrik düşünme düzeyi ve 3. geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir. Bunun yanında öğrencilerin tasdik edilmiş tabloları incelendiğinde ifadelerinin ağırlıklı olarak 2. geometrik düşünme düzeyine uygun olduğu belirlenmiştir.

3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri ise aşağıdaki gibidir:

D: *“Daire dilimi çemberin merkezinden bir dilim göstermesi gerekiyor.”*

P: *“Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paraleldir, köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açılar birbirine eşittir.”*

P: *“Çemberde her merkez açı ve çevre açı iç açıdır. Her iç açı merkez açı değildir. Her çevre açı da merkez açı değildir.”*

Yukarıdaki ilk alıntıda Deniz'in daire diliminin merkezden çizilmesi gerektiğini belirttiği yani 2. geometrik düşünme düzeyinde olduğu görülmektedir, ikinci alıntıda Pelin'in paralelkenarın özelliklerinden detaylı bir şekilde bahsettiği ve dolayısıyla geometrik düşünme düzeyi olarak 2. geometrik düşünme düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Üçüncü anlatıda, Pelin'in çemberde açı ile ilgili anlatısına bakıldığında ise çemberdeki merkez, çevre ve iç açı ile ilgili bilgilere sahip olduğu ve 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, Deniz ve Pelin'in tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 2. geometrik düşünme düzeyi ve 3. geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir.

Farklı düzeylerde yer alan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları geometrik düşünme düzeyi ele alınarak incelendiğinde 1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin en fazla 2. geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabildiği, 2. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin az da olsa 3. geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabildiği, 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin ise ifadelerinin 2 ve 3. geometrik düşünme düzeylerinde bulunduğu belirlenmiştir.

Tartışma

“Global Van Hiele Soru Formu” farklı alt öğrenme alanlarından ilk 3 geometrik düşünme düzeyiyle ilgili eşit sorular içermesi sebebiyle öğrencilerin farklı alt öğrenme alanındaki (üçgen ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmeye olanağı sağlamaktadır. Bu yönüyle geometrik düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik

gerçekleştirilen araştırmalardan (Anıkaydın, 2017; Assaf, 1986; Bal, 2014; Berkant ve Çadırılı, 2019; Burger ve Shaugnessy, 1986; Buyruk-Akıl, 2020; Çelebi-Akkaya, 2006; Demir, 2019; Erdoğan vd., 2009; Ersoy, 2019; Gutierrez, 1992; Gül, 2014; Güven, 2006; Kaleli-Yılmaz ve Yüksel, 2019; Karakarçayıldız, 2016; Karapınar, 2017; Kılıç, 2013; Koçak, 2009; Moran, 1993; Oral vd., 2013; Özcan ve Türnüklü, 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012; Senk, 1983; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Yılmaz, 2011; Zeybek, 2019) farklılaşmaktadır.

Araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu hiçbir düzeye dâhil edilememiş ve geometrik düşünme düzeylerinin Van De Walle vd.'ne (2018) göre beklenenden düşük (3. düzey) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuç ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik yapılan birçok (Anıkaydın, 2017; Bal, 2014; Buyruk-Akıl, 2020; Demir, 2019; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Karakarçayıldız, 2016; Karapınar, 2017; Oral vd., 2013; Zeybek, 2019) araştırmayla benzerlik göstermektedir.

1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin görsel araçlarının genelde prototip çizimler içerdiği gözlenmiştir. Sarı-Arıkan (2019), öğrencilerin prototip çizimlerinin öğretmenlerin ders işleyişlerinde prototip çizimleri kullanması ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla bu düzeyde bulunan öğrenciler, ders esnasındaki prototip anlatılardan etkilenmiş olabilirler.

2. geometrik düşünme düzeyindeki öğrenciler, "Global Van Hiele Soru Formu"na verdikleri yanıtlarda matematiksel kavramlarla ilişkili olarak doğru görsel araçları kullanmışlardır. Bu yüzden doğru bilgiye sahip oldukları düşünülmüştür. Ancak söylemsel analiz sırasında bilgileri doğru olsa da matematiksel terimlerle açıklama yaparken hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Bu bulgu, Emre-Akdoğan'ın (2015) çalışmasında öğrencilerin bilişsel olarak yeterli olsa da söylemsel olarak problemlere sahip olduğu bulgusuyla tutarlık göstermektedir.

"Global Van Hiele Soru Formu"na verdikleri yanıtlara göre 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemleri incelendiğinde bilgilerinde hatalar ve eksiklikler olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla buradan soru formuna göre düşünme düzeyleri 3 olarak belirlenen öğrencilerin söylem analizi sonucunda aslında 2. düşünme düzeyini tam olarak tamamlayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Kotsopoulos vd. (2010), benzer şekilde düşünme düzeylerini belirledikleri öğrencilerin söylemlerini analiz ettiklerinde öğrencilerin yanlış matematikleştirme yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır. İki araştırmanın benzer bulgularından yola çıkılarak söylem analizinin öğrencilerin bilgi eksikliklerine ulaşmada yararlı olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemleri karşılaştırıldığında geometrik şekiller ile ilgili farklı oranda gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Bu sonuç Wang ve Kinzel'in (2014) araştırmalarından elde ettiği sonuçla örtüşmektedir. Farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemleri karşılaştırıldığında 1. düzeyden 3.

düzeğe doğru süreç temelli sözcük kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun sebebinin öğrencilerin bilgileriyle bağlantılı olduğu, düşünme düzeyi arttıkça matematiksel kavramları daha detaylı açıklayabildikleri ve bu açıklamalarda görsel araçlardan yararlanabilmeleri olduğu düşünülmüştür. Geometrik düşünme düzeyleri farklı olan öğrencilerin görsel araçları kullanmalarına bakıldığında, 1. düzeyden 3. düzeye doğru matematiksel sembol ve sayı kullanımında artış olduğu ve buna bağlı olarak görsel aracı kullanımında artış olduğu belirlenmiştir. Düşünme düzeyleri farklı olan öğrencilerin rutinleri karşılaştırıldığında düşünme düzeyi arttıkça rutinlerin sayısında da artış olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları karşılaştırıldığında ise 1. düzeydeki öğrencilerin genellikle matematiksel söylemlerinin 1. düzey altı ve 2. düzey arasında; 2. düşünme düzeyindekilerin söylemlerinin genellikle 1. ve 3. geometrik düşünme düzeyi arasında; 3. düzeydeki öğrencilerin ise genellikle 2. ve 3. düşünme düzeyleri arasında olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kavramlar ile ilgili söylemlerinde ortaya çıkan düzeyler arası farklılıklar yapılan diğer araştırmalardan (Anıkaydın, 2017; Assaf, 1986; Bal, 2014; Berkant ve Çadırılı, 2019; Burger ve Shaugnessy, 1986; Buyruk-Akıl, 2020; Çelebi-Akkaya, 2006; Demir, 2019; Erdoğan vd., 2009; Ersoy, 2019; Gutierrez, 1992; Gül, 2014; Kaleli-Yılmaz ve Yüksel, 2019; Karakarçayıldız, 2016; Karapınar, 2017; Kılıç, 2013; Koçak, 2009; Moran, 1993; Oral vd., 2013; Özcan ve Türnüklü 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012; Senk, 1983; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Yılmaz, 2011; Zeybek, 2019) farklılık göstermekte ve daha detaylı bilgi sağlamaktadır. Dolayısıyla buldukları geometrik düşünme düzeyleri ile ilişkili olarak kavram açıklamalarını uygun yapamayabilecekleri sonucuna ulaşılabilir. Öğrenciler genellikle matematiksel söylemlerinde, buldukları geometrik düşünme düzeylerinin bir düzey üstü ya da altında açıklamalar yapmışlardır. Bu durum öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili geçiş sürecinde olabilecekleri şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla derslerde öğrencilerin bir üst geometrik düşünme düzeyine geçmeleri için onlara “Neden?”, “Nasıl?”, “Karşı bir örnek bulabilir misiniz?” gibi sorular yöneltilir ve bu şekilde öğrenciler daha üst düzeyde düşünmeye sevk edilebilir (Van de Walle vd., 2018).

Sonuç

“Global Van Hiele Soru Formu” 54 kişiye uygulanarak geometrik düşünme düzeyi belirlenen 8. sınıf öğrencilerinden %79,6’sı (43 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiş, %11,1’i (6 öğrenci) 1.düzye, %5,6’sı 2.düzye (3 öğrenci), %3,7’si (2 öğrenci) 3. düzey olarak belirlenmiştir.

Araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanarak farklı alt öğrenme alanlarına göre elde edilen geometrik düşünme düzeyleri kısaca şöyledir:

Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında, öğrencilerin %38,9’u (21 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilememiş; %50’si (27 öğrenci) 1. düzeyde yer almıştır. Dolayısıyla hiçbir düzeye dâhil olmayan ve 1. düzeyde bulunan öğrenciler toplam öğrencilerin %88,9’unu (48 öğrenci) oluşturmuştur. Bunun

yanında öğrencilerin %7,4'ü (4 öğrenci) 2. düzeyde yer almakta, %3,7'si (2 öğrenci) 3. düzeyde yer almaktadır.

Çember ve daire alt öğrenme alanında, öğrencilerin %64,8'i (35 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilmemiş; %25,9'u (14 öğrenci) 1. düzeyde yer almıştır. Dolayısıyla hiçbir düzeye dâhil olmayan ve 1. düzeyde bulunan öğrenciler toplam öğrencilerin %90,7'sini (49 öğrenci) oluşturmuştur. Bunun yanında öğrencilerin %5,6'sı (3 öğrenci) 2. düzeyde yer almakta, %3,7'si (2 öğrenci) 3. düzeyde yer almaktadır.

Geometrik cisimler alt öğrenme alanında, öğrencilerin %31,5'i (17 öğrenci) hiçbir düzeye dâhil edilmemiş; %51,8'i (28 öğrenci) 1. düzeyde yer almıştır. Dolayısıyla hiçbir düzeye dâhil olmayan ve 1. düzeyde bulunan öğrenciler toplam öğrencilerin %83,3'ünü (45 öğrenci) oluşturmuştur. Bunun yanında öğrencilerin %11,1'i (6 öğrenci) 2. düzeyde yer almakta, %5,6'sı (3 öğrenci) 3. düzeyde yer almaktadır.

Elde edilen bulgulara dayanarak 2. ve 3. geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin yüzdesi (%16,7) geometrik cisimler alt öğrenme alanında en fazla iken çember ve daire alt öğrenme alanında en azdır (%11,1). Bu durumun nedeninin pandemi sürecinde yaşanan zorluklarla ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Öğretim programında çember ve daire alt öğrenme alanı 7. sınıf kazanımlarının içerisinde yer almaktadır. Bu çalışmada, araştırmanın gerçekleştirildiği öğrenciler 7. sınıfı uzaktan eğitimle tamamlamıştır. Elde edilen verilere bakıldığında uzaktan eğitimle öğrencilerin gerekli kazanımları edinmede zorlandığı sonucuna ulaşılabılır. Geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin sözcük kullanımları incelendiğinde 1. geometrik düşünme düzeyinden 3. geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin genel olarak süreç temelli sözcük kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun öğrencilerin bilgileriyle bağlantılı olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin düşünme düzeyi arttıkça matematiksel kavramlarla ilgili daha detaylı açıklamalarda bulunduğu ve bu açıklamalarını desteklemek için görsel araçlardan yararlandığı, bunun sonucunda da süreç temelli sözcük kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılabılır.

Geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin görsel araçları kullanımları karşılaştırıldığında 1. geometrik düşünme düzeyinden 3. geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin çizimlerinde matematiksel sembol ve sayı kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum öğrencilerin bilgi seviyesi arttıkça matematiksel sembol kullanımında da artış olduğunu göstermektedir. Bunun yanında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arttıkça soru formunda açıkladıkları soru sayısındaki artış sebebiyle kullanılan görsel aracı sayısının fazlaştığı söylenebilir.

Geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin rutinleri karşılaştırıldığında 1. geometrik düşünme düzeyinden 3. geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin rutin sayısında artış olduğu

belirlenmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arttıkça soru formunda açıkladıkları soru sayısındaki artış sebebiyle rutinlerin fazlaşmasına sebep olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları karşılaştırıldığında ise 1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 1. geometrik düşünme düzeyi altı ve 2. geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği belirlenmiştir. 2. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 1. geometrik düşünme düzeyi ve 3. geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği belirlenmiştir. 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 2. geometrik düşünme düzeyi ve 3. geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği sonuçlarına ulaşılmıştır.

Kaynaklar

- Akdoğan, E. E., Güçler, B. & Argün, Z. (2019). Lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü hakkındaki matematiksel söylemlerinin öğretim bağlamında gelişimi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2), 467-496. <https://doi.org/10.19171/uefad.679338>
- Altun, M. (2007). *Matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi Yayınları.
- Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlilik algıları, Geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). <http://adudspace.adu.edu.tr:8080/jspui/handle/11607/3115> sayfasından erişilmiştir.
- Assaf, S. A. (1986). *The effects of using logo turtle graphics in teaching geometry on eighth grade students' level of thought, attitudes toward geometry and knowledge of geometry*. (Doktora Tezi). <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=7463572> sayfasından erişilmiştir.
- Aydın, S. & Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/69994> sayfasından erişilmiştir.
- Bal, A. (2014). Predictor variables for primary school students related to van hiele geometric thinking. *Journal of Theory and Practice*, 10(1), 259-278. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/eku/issue/5459/74028> sayfasından erişilmiştir.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Ankara: Pegem A Yayınları.
- Berkant, H. G. & Çadırlı, G. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlilik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 6(3), 29-52. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/837735> sayfasından erişilmiştir.
- Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.17.1.0031>

- Buyruk-Akıl, Y. (2020). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1990). The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons. *Journal For Research in Mathematics Education*, 21(5), 356-371. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.21.5.0356>
- Çelebi-Akkaya, S. (2006). *Van Hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin tutumuna ve başarısına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Çelik, H. & Ekşi, H. (2008). Söylem analizi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 27(27), 99-117. <https://dergipark.org.tr/en/pub/maruaeabd/issue/365/2517> sayfasından erişilmiştir.
- Demir, E. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 266-275). Ankara: Pegem Akademi.
- Emre-Akdoğan, E. (2015). *Lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Erdogan, T., Akkaya, R. & Celebi-Akkaya, S. (2009). The effect of the van hiele model based instruction on the creative thinking levels of 6th grade primary school students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(1), 181-194. <https://acikerisim.uludag.edu.tr/handle/11452/24741> sayfasından erişilmiştir.
- Ersoy, M. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Fidan, Y. (2009). *İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve buluş yoluyla geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Genç, G. & Erdem, A. R. (2016). The positive discourse atmosphere and discourse analysis in teaching of math. *OPUS International Journal of Society Researches*, 6(10), 200-232. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/210743> sayfasından erişilmiştir.

- Gutiérrez, Á. (1992). Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31-48. <http://hdl.handle.net/2099/1073> sayfasından erişilmiştir.
- Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning-level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 439-453. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9438-2>
- Güçler, B. (2016). Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 630-641). Ankara: Pegem Akademi.
- Gül, B. (2014). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). <http://acikerisim.pau.edu.tr/xmlui/bitstream/handle/11499/26446/Asiye%20Zeybek.pdf?sequence=1&isAllowed=y> sayfasından erişilmiştir.
- Güven, Y. (2006). Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele Geometri anlama düzeylerine etkisi. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Heyd-Metzuyanim, E., Smith, M., Bill, V. & Resnick, L. B. (2019). From ritual to explorative participation in discourse-rich instructional practices: a case study of teacher learning through professional development. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 273-289. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9849-9>
- Kaleli-Yılmaz, G. K. & Yüksel, M. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 426-455. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.459195>.
- Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflandırma becerileri arasındaki ilişki. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Karapınar, F. (2017). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Kılıç, Ç. (2003). İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde van hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırd tutma düzeyleri üzerindeki etkisi. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Koçak, B. B. (2009). Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.

- Kotsopoulos, D., Lee, J. & Waterloo, D. H. (2010). Investigating mathematical cognition using distinctive features of mathematical discourse. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 2(1), 138-162. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2010v2n1p%25p>
- Kurak, Y. (2009). *Dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometri anlama düzeylerine ve akademik başarılarına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Merriam, S. B. (2002). Introduction to qualitative research. *Qualitative research in practice: Examples for Discussion and Analysis*, 1(1), 1-17. [https://stu.westga.edu/~bthibau1/MEDT%208484-%20Baylen/introduction to qualitative research/introduction to qualitative research.pdf](https://stu.westga.edu/~bthibau1/MEDT%208484-%20Baylen/introduction%20to%20qualitative%20research/introduction%20to%20qualitative%20research.pdf) sayfasından erişilmiştir.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. UK: Sage.
- Moran, G. J. W. (1993). *Identifying the van hiele levels of geometric thinking in seventh grade students through the use of journal writing*. (Doktora Tezi). [https://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent .cgi?article=6105&context=dissertations_1](https://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=6105&context=dissertations_1) sayfasından erişilmiştir.
- Nachlieli, T. & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 253-271. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9848-x>
- Oral, B., İlhan, M. & Kınay, İ. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34, 33-46. <https://doi.org/10.9779/PUJE469>
- Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Özcan, B. N. & Türnüklü, E. (2013). Buluş yoluyla öğrenme yönteminin ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin İncelemesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(7), 29-45.
- Özçakır, B. (2013). *Dinamik geometri etkinlikleri ile desteklenen Matematik öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki başarılarına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Öztürk, B. (2012). *Geogebra matematik yazılımının ilköğretim 8. sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde öğrenci başarısına ve Van Hiele Geometri düzeyine etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.

- Park, J. E. (2011). Calculus instructors and students' discourses on the derivative. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 21(1), 33-55.
- Patkin, D. (2014). Global van Hiele (GVH) Questionnaire as a tool for mapping knowledge and understanding of plane and solid geometry. *Research in Mathematical Education*, 18(2), 103-128. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2014.18.2.103>.
- Patkin, D. & Barkai, R. (2014). Geometric thinking levels of pre-and in-service mathematics teachers at various stages of their education. *Educational Research Journal*, 29(1/2), 1-26. <https://search.informit.org/doi/abs/10.3316/INFORMIT.901342534813113> sayfasından erişilmiştir.
- Patton, M. Q. (2018). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (M. Bütün & S. B. Demir, Çev.). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Pesen, C. (2003). *Matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayınları.
- Sarı-Arkan, S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmenin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Senk, S. L. (1983). *Proof-writing achievement and van hiele levels among secondary school geometry students*. (Doktora Tezi). <https://psycnet.apa.org/record/1984-50132-001> sayfasından erişilmiştir.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University.
- Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Tabach, M. & Nachlieli, T. (2015). Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. *Educational Studies in Mathematics*, 90(2), 163-187. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9624-0>
- Terzi, M. (2010). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 4(1), 18-22.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılacak nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 24(24), 543-559. <https://dergipark.org.tr/en/pub/kuey/issue/10372/126941> sayfasından edinilmiştir.

- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project (Yayın No ED220288). <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED220288.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematiği*. (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Viirman, O. (2015). Explanation, motivation and question posing routines in university mathematics teachers' pedagogical discourse: a commognitive analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(8), 1165-1181. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1034206>
- Viirman, O. & Nardi, E. (2019). Negotiating different disciplinary discourses: biology students' ritualized and exploratory participation in mathematical modeling activities. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 233-252. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9861-0>
- Wang, S. & Kinzel, M. (2014). How do they know it is a parallelogram? Analysing geometric discourse at van Hiele Level 3. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 288-305. <https://doi.org/10.1080/14794802.2014.933711>
- Yenilmez, K. & Korkmaz, D. (2013). Relationship between 6th, 7th and 8th grade students' selfefficacy towards geometry and their geometric thinking levels. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 268-283. <https://www.acarindex.com/pdfler/acarindex-3a877443-daff.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, S. (2011). *7. sınıf öğrencilerinin "doğrular ve açılar" konusundaki hata ve kavram yanlışlarının Van Hiele Geometri anlama düzeyleri açısından analizi*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, S., Hidayanto, E. & Sulandra, I. M. (2019). A commognitive framework: The process of solving mathematical problems of middle school students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 89-102.
- Zeybek, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri*. (Yüksek Lisans Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.

Extended Summary

The aim of this study is to determine the geometric thinking levels of the 8th grade students and to examine the geometric thinking levels of these students in-depth by revealing the differences

discoursively. "Global Van Hiele Questionnaire," (Patkin, 2014) which was adapted to Turkish by the researchers was used to reveal the geometric thinking levels of the 8th grade students. In order to examine the mathematical discourses of the students; Sfard's (2008) "Cmmognitive Theory" was used in the study. The mathematical discourses of the students were classified in four properties named: Word use, visual mediator, routines and endorsed narratives.

This study is considered important in terms of not finding any research examining the geometric thinking levels of the 8th grade students from a discursive point of view and adapting the "Global Van Hiele Questionnaire" into the Turkish literature. The problem statement of this study is "How are the 8th grade students' mathematical discourses according to their geometric thinking levels?". Case study design was used in order to examine the discourses of students in detail. The basic elements of mathematical discourse were more than one, so this study was characterized as an embedded case study. The 8th grade students at the 1st, 2nd and 3rd geometric thinking levels constituted multiple situations. For this reason, the design of this research was defined as a multiple embedded case design (Yıldırım and Şimşek, 2016). Purposeful sampling methods were used in the study. In the study, sample selection was made with the criterion sampling method, one of the purposeful sampling types. For this reason, in order to apply the "Global Van Hiele Questionnaire", the students should have studied the achievements in the field of geometry and measurement in the 8th grade; in order to examine the mathematical discourses of the students, sample selection was made based on the criteria of being at the 1st, 2nd and 3rd levels based on the "Global Van Hiele Questionnaire". After the sample selection, interviews were conducted with the students. The study was carried out in a public middle school in Gaziantep in the 2021-2022 academic year. "Global Van Hiele Questionnaire" was applied to two different classes to 54 of the 8th grade students. After the implementation, Semi-structured interviews were conducted with a total of six students including two male and four female students. During the 2021-2022 academic year, the same mathematics education was given to both classes, and the subjects were taught in the same order in both classes by the first researcher.

In the study, the data were collected in two parts. First, the geometric thinking levels of the 8th grade students were determined with the "Global Van Hiele Questionnaire". Afterwards, the geometric thinking levels of the students were determined and semi-structured interviews were conducted with the six selected students. In these interviews, the questions in the "Global Van Hiele Questionnaire" and "Discourse Analysis Interview Form" were directed to the students. The data of the study were analyzed in two parts. The geometric thinking levels of the students were determined with the "Global Van Hiele Questionnaire". Semi structured interviews were conducted with the students whose geometric thinking levels were determined and transcribed. The data of the interview were analyzed by content analysis method. The data obtained were structured by the researcher and

the student (2nd analyst) who had a master's degree in mathematics education in a state university, by making independent coding. Students' word use was tabulated and the reliability coefficient was calculated from the data sets in these tables. The consensus among the coders was determined as 92%. The classification of the basic elements of the discourse and the indicators of these elements in the discourses were created by using the framework of Sfard (2008).

The first sub-problem of this study was "How are the geometric thinking levels of the 8th grade students?" Geometric thinking levels were determined according to the answers given to the "Global Van Hiele Questionnaire". The geometric thinking levels and percentages of the 8th grade students participating in the research were as follows: 79.6% of the students (43 students) could not be included in any level. The reason for this may be that the students' deficiencies in geometry-related subjects could not be eliminated due to the pandemic. 11.1% (6 students) were at the 1st geometric thinking level, 5.6% (3 students) were at the 2nd geometric thinking level, 3.7% (2 students) were at the 3rd geometric thinking level. Van De Walle (2018) stated that the 8th grade students should be at the 3rd level of geometric thinking. Based on the findings, it can be stated that the geometric thinking levels of the students were below than expected (3rd level).

The second sub-problem of this study was "How is the relationship between the discourses of students at different geometric thinking levels?" The relationships between the mathematical discourses of the students participating in the research were determined by evaluating according to the four basic elements in Sfard's (2008) theory. When the word use was examined, it was seen that the students at the 1st and 2nd level of geometric thinking use both object and process-based words, while the word use of the students at the 3rd geometric thinking level was mostly process-based. In the use of process-based words, students were required to explain the process, action, drawing and mathematical concept. In this case, it can be said that students at the 3rd level of geometric thinking generally were benefit from processes, actions and drawings when explaining mathematical concepts. When the visual mediators of the students at different levels of geometric thinking were examined, it was determined that the students generally benefited from prototype drawings, mathematical symbols and hand gestures. Incorrect use of mathematical symbols was determined in some of the visual mediators used by the students. As the geometric thinking level of the students increased, the number of routines they use increased. It is thought that the source of this situation may be the increase in the number of questions explained by the students according to the level. When the endorsed narratives of the students at different levels were examined by considering the geometric thinking level; it was determined that the students at the 1st level of geometric thinking were able to use expressions from the 2nd geometric thinking level at most, the students at the 2nd geometric thinking level were able to use expressions from the 3rd geometric thinking level, albeit a little, and the

students at the 3rd geometric thinking level were able to use expressions from the 2nd and 3rd geometric thinking level.

Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Bu araştırmanın planlanması, yürütülmesi ve yazılı hale getirilmesinde araştırmacılar eşit oranda katkı sağlamıştır.

Destek ve Teşekkür Beyanı

Bu araştırma, 2022EĞBE002 numarası ile Pamukkale Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimince desteklenmiştir. Bu araştırmada kullanılan “Global Van Hiele Soru Formu” hakları Copyright@Patkin’e (2014) aittir ve birinci yazarın yüksek lisans tezinde kendi izni alınarak Türkçeye uyarlanmıştır.

Çatışma Beyanı

Araştırmacıların, araştırma ile ilgili diğerk kişi ve kurumlarla herhangi bir kişisel ve finansal çıkar çatışması yoktur.

Etik Kurul Beyanı

Bu araştırma, Pamukkale Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırma ve Yayın Etiğı Kurulunun 03.11.2021 tarih ve 68282350/22021/G020 sayılı onayı ile yürütülmüştür.