Üniversite Araştırmaları Dergisi, 2023, Cilt 6, Sayı 2, Sayfa: 199-210
Journal of University Research, 2023, Volume 6, Issue 2, Page: 199-210

Araştırma Makalesi
Research Article

Matematiğin ve Varlığın Sınırlarına Hârizmî Cebri Üzerinden Yeniden Bakmak

Reexamination of the Limits of Mathematics and Existence Through Algebra of Al-Khwarizmi

Tuğba Yavuz[1*]

[1]İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Felsefe Bölümü Mantık ABD., İstanbul, Türkiye.

Öz: Ontolojik nesnenin belirlenişinde matematiğin etkisi bugün adeta kayıp bir gönderge gibidir. Oysa tarihlerinin başlangıcında bu ilişki açıkça görünür biçimdeydi. Matematiğin ve bilimlerin 17. yy. ve sonrasındaki gelişimi, felsefe ve mantıkta da yeni açılımlar sağlamıştır. Aristoteles fiziği üzerine bina edilen Aristoteles mantığı, yeni matematikle kurulan ve yeni fizikle güncellenen bir kavrayışı gerektiren bu yeni dünyanın nesnelerinin belirlenimi üzerindeki otoritesini yitirmiştir. Matematiğin belirleyici olduğu bu yeni dünyada matematiksel mantıklar geliştirilmiş, böylece nesnenin belirlediği matematiğin sınırından, nesnenin matematik yoluyla belirlenebilmesinin yolunun açıldığı günümüze, mantıksal ve metafiziksel bir evrim gerçekleşmiştir. Matematiğin nesnelerine varlık atfetmeyen Aristoteles metafiziğinden, mümkün ve imkansız dünyaların nesnelerini içerecek metafiziklerin inşa edilebileceği bir aşamaya gelinmiştir. Çalışmamızın amacı, tüm bu arka planda, söz konusu açıdan belki de hiç görünür olmamış ancak çağdaş nesne kuramı tartışmalarını ve mantıksal gelişmeleri neredeyse yakalayan yöntem ve içeriğe sahip bir detay olarak 9. yy. matematikçisi Hârizmî ve onun başyapıtı *el-Kitâb'ul Cebr*'in mantıksal-metafiziksel bir okumasını yapmaktır.

Anahtar kelimeler: Hârizmî, cebir, metafizik, nesne kuramı, modal mantık, mümkün dünyalar semantiği.

Abstract: Developments in mathematics and sciences in 17th century on, led logico-philosophical developments also. In line with a world where mathematics is the determining factor, mathematical logics have been developed and Aristotelian logic build on Aristotelian physics lost its authority on determining objects. The object no longer determines the boundary of mathematics, mathematics gives the possibility of determining the object. In this way, from Aristotle's metaphysics, which does not attribute existence to the objects of mathematics, it has reached a stage where metaphysics can be constructed that will include objects of possible and impossible worlds. The aim of our study is to make a logical-metaphysical reading of the 9th century mathematician al-Khwârizmî and his masterpiece al-*Kitabu'l Jabr*, as a detail with his method and content that almost caught contemporary object theory and logical developments but that may have never been visible in all this background.

Key words: al-Khwârizmî, algebra, metaphysics, object theory, modal logic, possible world semantics.

1. Giriş

Bu çalışmada 9. yy. matematikçilerinden Muhammed b. Musa el-Hârizmî'nin *el-Kitâbu'l Muhtasar fî Hisâbi'l Cebr ve'l Mukâbele* (bundan sonra kısaca *Cebir* olarak anılacaktır) adlı kitabında inşa ettiği cebrin, kullanılan yöntem ve kimi niteliklerinin mukayesesi yoluyla çağdaş nesne kuramları ve modern mantık açısından bir değerlendirmesi yapılarak, *Cebir*'in metafizik ve semantik bir yorumuna varılmaya çalışılacaktır. Üç ana başlık olarak planlanan çalışmanın ilk kısmında Hârizmî'nin hayatı ve konumuz olan cebir kitabının genel nitelikleri ve Türkçe çevirisine; ikinci kısmında Hârizmî cebrinin çağdaş nesne kuramları açısından değerlendirilmesini kolay anlaşılır hale getirebilmek amacıyla matematik ve nesne ilişkisine değinildikten sonra cebrin tanımsal ve tarihsel gelişimine yer verilecektir. Burada anlatılan içeriğe hâkim olan okuyucu, ilk iki bölümü göz ardı ederek çalışmanın asıl konusunun yer aldığı özgün üçüncü başlığa geçebilir. Üçüncü ve son bölümde, matematiğin geldiği aşama üzerinden nesnenin belirlenmesiyle Hârizmî cebri arasında kurulan ilişki detaylandırılacaktır.

2. Hârizmi ve Cebir Kitabına Dair

2.1. Kısaca Hârizmî ve *Kitabu'l Cebr*

Hârizmî'nin doğum tarihi hakkında, tarihî vesikalarda yer alan farklı bilgiler ve isim benzerliğinin sebep olduğu karışıklıklar gibi nedenlerden ötürü net bir tarih vermek güç olsa da, yaklaşık olarak miladi 780 yılı civarında bugün İran, Özbekistan, Türkmenistan ve Tacikistan sınırlarında yer alan Harizm (veya Harezm) bölgesinde doğmuştur. Kaynaklarda çoğunlukla İranlı olarak anılmakla

* İletişim Yazarı / *Corresponding author*. Eposta/*Email* : tughba.yavuz@gmail.com
Geliş Tarihi / *Received Date*: 21.11.2022 — Kabul Tarihi / *Accepted Date*: 05.05.2023
doi: 10.32329/uad.1207746

birlikte, Sünni itikada sahip olması ve sair sebeplerden ötürü Türk olduğu da düşünülmektedir. (Ekinci, 2021, s. 104; Fazlıoğlu, 1997, s. 224; Yavuz, 2021b, s. 50) 8. yüzyılın sonlarından 13. yüzyılın ortalarına dek hizmet veren Beytü'l Hikme'de (1258'de Moğol hükümdarı Hülâgû tarafından yakılıp yıkılmasına kadar) 9. yüzyılın ilk yarısında, Abbasi Halifesi Me'mun döneminde, Hârizmî aktif olarak görev almış, çeviri ve bilimsel faaliyetlerini buradan yürütmüştür. (Kaya, 1992, s. 90) Dönemin bilim dili olmasından ötürü eserlerini Arapça olarak kaleme alan Hârizmî, Süryanice, Sanskritçe ve Farsça da bilmekte idi. (Aksoy, 2016, s. 118) Matematik dehasının yanında, iyi bir astronom ve coğrafya bilgini olan Hârizmî'nin bu alanlarda da eserleri bulunmaktadır. Başlıcaları arasında *Kitâbu'l Hîsabi'l Hindî* (*Hint Aritmetiği*),*Kitâbu'l Cebr ve'l Mukâbele, Zîcu's-Sind-Hind, Kitâbu'l-Coğrafya (Kitâbu Sûreti'l-Ard)* sayılabilir. 850 yılı dolaylarında Bağdat'ta vefat etmiştir. (Hârizmî, 2021, s. 20)

Hârizmî'nin Hint hesaplaması üzerine kaleme aldığı eserinin, *Kitâbu'l Hîsabi'l Hindî*, orijinal nüshası ve pek çok dile tercümesi kayıptır ancak Latince tercümesi mevcuttur. Bu çalışmada, Hârizmî, Hintli matematikçilerin 6. yüzyılda ortaya çıkardıkları onluk sayı sistemine 0(sıfır)'ı da ekleyerek sistemi tamamlar. Sıfırın rakam olarak keşfi M.Ö. 3. yüzyılda Mezopotamyalılara rastlar. Onu "özelliklerinin tasviriyle, herhangi bir sayıyı kendisinden çıkarırsanız sıfır kalır" şeklinde ilk kez sayı olarak tanımlayan ise Brahmagupta'dır (M.S. 7. yy.). (Launay, 2016, ss. 100-101) Son olarak Hârizmî de ondalık sayı sistemine sıfırı ekleyerek onu dünyaya tanıtır. Daha sonra Arapça "sıfır" kelimesi İtalyancaya "zefiro", Fransızcaya "zéro" şeklinde, Latinceye ise "cifra" şeklinde geçerek "şifre" kelimesinin kökenini oluşturur. (Launay, 2016, s. 109) Hint hesaplama sistemi üzerine kitapta Hârizmî, toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin Hint sayı sisteminde nasıl yapıldığını izah eder. Bunu yaparken çözümleri birbirini izleyen adımlar şeklinde yani bir "algoritma"yı takip ederek yapar. Böylece günümüz algoritma kavramının temellerini atar. (Nabirahni vd., 2019, s. 14)

Hârizmî, önsözde kendi ifadeleriyle açıkladığı üzere, Halife Me'mun'un halkın miras ve ticaret gibi gündelik meselelerde işlerini kolayca halletmelerine yarayacak nitelikte bir matematik kitabı yazmasını kendisinden istemesiyle *Cebir*'i kaleme alır. İsteği yerine getirir: Gündelik meselelerin çözümüne dair geniş izahlarla örnekler eşliğinde sorunlara birer birer değinir. Ancak bundan önce, kendi matematik dehasını ortaya koyan teorik bir bölüm yazar. Böylece kitap ilk kısmı teorik ikinci kısmı pratik ya da uygulamalı cebir olmak üzere iki kısma ayrılır. "Uygulamalı ve saf [teorik] ayrımı" o dönemde henüz söz konusu olmasa da, Hârizmî "aynı zamanda uygulamalı cebirci olarak da adlandırılabilir". (Aksoy, 2016, s. 122) Teorik cebri içeren ilk kısım her ne kadar çok güçlü ve sistematik olsa da, Hârizmî'yi "cebrin babası" ya da "kurucusu" olarak nitelendirirken Diophantus, Öklid (Euclid) ve muhtemel diğerlerinin katkılarını da anmak gerekir. (Aksoy, 2016, s. 119) Zira Hârizmî döneminde bu isimler ve eserlerine dair bilgiler mevcuttu.

Orijinal elyazması metinde hiçbir matematiksel işlece ya da sembole yer verilmez. Yani baştan sona retoriktir. Bu durum, özellikle bugünden bakıldığında, kitabın anlaşılmasını zorlaştıran unsurlardan biridir. *Cebir*'in, 843 yılı civarında, yani Hârizmî'nin hayatının son on yılı içinde, yazıldığı düşünülmektedir. Yazıldığı tarihten itibaren ilk olarak 1145'te Latinceye, 1348'de Farsçaya, 1830'da İngilizceye ve daha pek çok dile çevrilmiş, cebir alanında hem Doğu hem de Batı'da yeni ufuklar açan başucu niteliğinde bir kaynak eser olmuştur.

2.2. Türkçe Çeviri Üzerine

El-Kitâbu'l Cebr'in bütün olarak Türkçeye ilk kez yapılan çevirisi 2021 yılında *Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap-Çeviri-İnceleme* adıyla yayınlanmıştır. (Hârizmî, 2021) Yazılışından 1178 yıl, yani tam on iki asır sonra yapılan bu çeviride, 1937 tarihli Ali Mustafa Müşerrefe ve Muhammed Musa Ahmed'in birlikte hazırladıkları tahkik nüshası, 1831 Frederic Rosen'ın İngilizce çevirisi ve bu çevirinin (Rosen'ın kendi çevirisinin) sonunda yer alan Arapça tahkik nüshası temel alınmıştır. Böylece, orijinal metnin en isabetli karşılığına ve matematiksel yorumuna ulaşılmaya çalışılmıştır. Zira anılan bu nüshalar arasında kimi el yazmasını okuyamamaktan, kimi sehven yahut diğer nedenlerden ötürü yanlış yazılmaktan kaynaklanan az ya da çok farklılıklar içermektedir. Bununla birlikte, tahkik nüshalarının dipnot ya da metin içi parantezlerle verdikleri izahlar ya da matematiksel sembolleştirmelerde de farklılıklar ve hatalar vardır. Öte yandan, Hârizmî'nin işlemlerin çözümü ya da açıklanması esnasında matematiksel olarak hata barındıran (örneğin, işlemin sonucunun 444 olması gereken yerde Hârizmî sonucu 440 bulmuş ya da sehven 440 yazmıştır (Hârizmî, 2021, s. 115)) kısımları olduğu da tespit edilmiştir. Tüm bunlar, çeviri metninin aslına sadık kalınarak olduğu gibi bırakılmış, gerekli izahlar dipnotlar yoluyla verilmiştir.

Hârizmî'nin orijinal metninde kitabın Türkçeye çevirisinde kullanılan başlıkların bir kısmı yer almamaktadır. Örneğin "Modelleme Yoluyla Geometrik İspatlar" başlığı dâhil kimi başlıklandırmalar, konuyu okuyucu açısından daha anlaşılır kılmak için, hazırlayanlar tarafından eklenmiştir. Bunun dışında Hârizmî'ye ait iki ana bölüm vardır: Bunların ilki teorik kısmı oluşturan ilk bölüm ve pratik sorunların (miras, vasiyet, ticaret ve İslam hukukundan kaynaklanan kimi meselelerle ilgili sorunların) örnek çözümlerine ayırdığı ikinci bölümdür. Bu kısımların içeriğine dair metin boyunca yeri geldikçe detaylı bilgi verilmiştir.

Türkçe çeviriye geçmeden önce kitabın başında kitabı hazırlayan üç yazarın ayrı makaleleri yer almaktadır. Bu makaleler Hârizmî'nin hayatı ve eserleri, matematik tarihi açısından önemi ve felsefi değerlendirmeleri içeren yazılardır. Çevirinin sonunda ise tahkik metinlerinde ve diğer dillere çevirilerde rastlanmayan şekilde hem Hârizmî'nin retorik anlatımının sembolik dille yazımı hem de günümüz matematiği açısından benzer ve farklılıklarına yer verilmiştir. Özellikle Rosen çevirisinin matematiksel sembolleştirmelerinde ciddi hatalar olması, Türkçe çeviride kullanılan tahkik ve çeviri nüshalarının matematiksel yazımını dikkate almaksızın bu kısımların yeni baştan çözümlenmesi, yazılması ve izahların eklenmesi yoluna sevk etmiştir. Matematiksel yazım ve izahlar, Hârizmî'nin yalnızca teorik cebrini içeren birinci kısımla sınırlandırılmış olup, pratik alana dair olan ikinci bölümü kapsamamaktadır.

3. Matematik ve Nesne İlişkisi

3.1. Tarihsel Analiz

Modern insan için matematik ve nesne arasındaki ilişki ilk bakışta kolayca kavrayabileceği türden olmayabilir. Bugün matematiğin sınırları adeta "matematik için matematik" anlayışının bir tezahürü niteliğindeyken; "matematiğin halk için" olduğu, temel gayesi ya da hizmet ettiği yegâne alanın insanların basit düzeydeki gündelik işlerinin çözümü olduğu bir evreden bugüne gelindiğini hatırlamak, gerek matematik gerekse ilgili diğer disiplinlerin kat ettiği mesafeyi anlamak adına önemlidir. Konumuz açısından önemli olan tarafı ise matematiğin, varlığın ya da nesnenin belirlenişinde yani sınırlarının çizilmesinde ya da kuruluşunda dünden bugüne nasıl bir etkisinin olduğudur. Bu etkiyi daha görünür ve anlaşılır kılabilmek için tarih boyunca matematik ve varlık ilişkisine kısaca bakmak gerekir.

Saymanın ya da sayının sayılanla ilişkili olduğu, diğer bir ifadeyle, sayının ancak bir sayılanla varolduğu matematiğin (ve düşüncenin) emekleme evresinde, işlevi gündelik basit hesaplamaların ötesinde değildi. Sayı, örneğin, bir çobanın otlatmaya götürdüğü koyunların otlaktan getirdikleriyle aynı miktarda olup olmadığını bilmenin bir aracı idi ve bir, iki ya da elle sayılabilecek büyüklükle kendisini adlandırdığı koyun demekti. Kare ya da dikdörtgen, sınırları belirlenen bir tarlanın kendisi idi ve bunlar olmaksızın ne sayı ne de geometrik şekiller vardı. Dolayısıyla, nesnel olanın matematiksel olana önceliği vardı. Başka bir deyişle, duyulabilir olan düşünülebilir olana öncel ya da onu belirleyen nitelikteydi. Hatta öyle ki, "[ö]rneğin Babilliler, tanrılardan her birini 60'a kadar bir sayı ile ilişkilendirirdi ve o sayı tanrının göksel hiyerarşideki yerini belirlerdi". (Dantzig, 2011, s. 50) Yani, sayıların din ve tanrı inanışlarında yer edinecek kadar önemli olması bir yana, ne tanrı ne de sayıya ilişkin tasavvurların nesnel alan dışına çıkamamış olduğu görünür. Toplumsal yaşamın, insanlar arasındaki etkileşimin ve elbette soyut düşünmenin gelişmesiyle birlikte matematik de aşama aşama gelişimini sürdürdü. Elle ya da çetele kemikleriyle yapılan hesaplamalar cetvel ve pergelle yapılan hesaplamalara dek büyüdü. Bu büyümeyle birlikte, varlığın sınırları da aynı ölçüde büyüdü. Yani, çetele kemikleri ya da benzer araçlarla sayabileceğimiz dönemde varlığın sınırları bu kadarken, cetvel ve pergel kullanılmaya başlandığı andan itibaren varlığın sınırları da bu araçlarla ölçülebilenler mesabesinde genişlemiş oldu. Henüz bu evresinde, matematiğin sınırları zaman ve mekânla belirlenebilen sınırların ötesinde değildi. Tıpkı diğer varolanlar gibi![1]

"Bilinebilecek her şeyin bir sayısı vardır; zira sayı olmadan herhangi bir şeyin kavranabilmesi veya bilinebilmesi imkânsızdır" diyen Philolaos'un bu anlayışı yüzyıllarca hüküm sürmüş ve sıfırı sayı olarak kabul etmenin önünde aşılmaz bir engel olmuştur. Zira sıfır, varolmayana, hiçliğe karşılık gelen bir kavrama tekabül eder. (Boeke & Fenyo, 2015; Sıfırın keşfi ve tarihsel gelişimiyle ilgili detaylı bilgi için ayrıca bkz: Chaudhuri, 2016; Launay, 2016, s. 97 vd.; Felsefeyle ilişkisi içinde detaylı malumat için bkz.: Pesic, 2004) Borç ya da varolan bir şeyden eksilme anlamında negatif sayıları bile kavramak mümkün olabilmişken, hiçbir şeye tekabül etmeyen yani yokluğa karşılık gelen sıfırı sembolleştirmenin dışında matematiksel işlemlere dâhil edebilmek 9. yy.'da Hârizmî ile mümkün olabilmiştir.

Matematik tarihi açısından matematiğin karşılaştığı birkaç kriz aşamasından biri (ilki) olarak düşünülen, bizimse konumuz açısından matematiğin nesneye nispeti ilişkisinde önemli bir gösterge olarak düşündüğümüz eşiklerden biri, matematiğin insan zihninin ürünü olduğu düşüncesini sarsıntıya uğratan ve matematiksel bilginin kaynağının sorgulanmasına iten keşiftir: karenin köşegenine oranının keşfi! Kenarı bir birim olan bir karenin köşegeni $\sqrt{2}$ birimdir. $\sqrt{2}$, o vakte kadar henüz bilinmeyen, varlıkta neye tekabül ettiği kestirilemeyen, bilinen tam ve oranlı sayılardan hiçbiri olmayan, adeta Tanrı'nın kutsal inşasında keşfedilen bir hata gibi algılanan bir sayı olmuştur.

> *Yunan döneminde geliştiği kadarıyla büyük ölçüde Euclid geometrisine dayanan matematiğin yapısı sağlamdı. Ancak, aynı zamanda tedirginliğe yol açan bir "kusur" ortaya çıkmıştı; bu da, kenar uzunluğu bir birim olan karenin köşegeni türünden kimi uzunlukların $\sqrt{2}$ birim uzunluğunda olmasıydı. Oysa Yunanlıların bildiği sayıların yalnızca tamsayılar olması, $\sqrt{2}$ gibi sayıları tanımalarına olanak vermiyordu. Öyle ki, "irrasyonel" sayılara yasak koydukları gibi, doğru parçalarını uzunluk ölçüsüyle belirleme düşüncesinden de vazgeçmişlerdi. (Kline, 2013, s. 246)*

$\sqrt{2}$ ve π gibi sayıların yani "irrasyonel" sayıların keşfi Antik Yunanlı matematikçilerin önemli bir başarısıdır ancak bu keşif onları matematikte derinleşmek yerine bu sayıları "keşfeder etmez oybirliğiyle reddetmek ve geometrinin aritmetik bölümünü" dolayısıyla "bağımsızlık statüsünü" göz ardı etmek yönünde tavır almalarına sebep olmuştur. (Tahiri, 2016, s. 26) Biçimsiz ya da oransız

[1] Duyulur olanın düşünülür olana önceliğinden kastımız kavramsal düşünmenin olmaması ya da kavramsal varlıkların olduğunun kabul edilmemesi değil, nesnelin sınırını aşacak düzeyde bir kavramsal düşünmenin olmayışıdır. Soyut varlık olarak düşünülenler ya nesnel olanların kavramları yahut da sınırları nesnel olanla çizilebilecek nitelikte kavramlardır. Örneğin şimdi ve burada varolmayan bir masadan bahsedebilir, bu kavramsal masayı "kavramsal olarak varolanlar" kümesine dâhil edebilir, uygun araç gereçle masayı imal ettikten sonra da belki "nesnel olarak varolanlar" kümesine alabiliriz. Ancak yine nesnel olandan hareketle zihinde var ettiğimiz Pegasus, her iki kümenin de elemanı değildir, olamaz. Yani, kavramsal ya da nesnel fark etmeksizin varolanların sınırlarını uzam ve zaman belirler.

kabul ettikleri ve *alogon* yani *ağza alınamayanlar* olarak adlandırdıkları bu ögelerin kullanımını, hatta açık edilmesini yasaklamışlardır. Aksi halde Tanrı'nın gazabına uğrayacaklarını düşünmüşlerdir. (Dantzig, 2011, s. 98)

Sayanından ve sayılanından bağımsız bu ele avuca gelmeyen sayıların yanı sıra, bir de çizeninden ve çizileninden bağımsız olarak varolduğu keşfedilen geometrik unsurlar olduğu, Thales'in çapın çemberi, üstelik büyüklüğü fark etmeksizin hangi çember olursa olsun, iki eş parçaya böldüğünü kanıtlamasıyla anlaşılmıştır. (Launay, 2016, s. 65) Bu durumda, ne sayının ne de geometrik şekillerin *varolmak* için onları sayan ya da çizene veya nesnel dünyadaki temsillerine ihtiyacı vardır. Bunlar, kendi başlarına soyut varlıklardır ve zihin onların yaratıcısı değil kavramanın bir aracıdır.

Sayı ve şekillerin nesnel varlığın nitelikleri olmaktan soyut varlık statüsüne yükselmesiyle birlikte, ontolojinin ve metafiziğin sayıları da içerecek kadar genişlediğini söyleyebiliriz. Hatta bu sınırlara tam olarak neye karşılık geldiği bilinen tam ya da orantılı sayılar değil $\sqrt{2}$ ve π gibi irrasyonel sayılar da dâhildir artık. Yunanlılar yok saysa bile, bir sonraki bölümde ele alınacak olan Hârizmî ve sonraki Müslüman matematikçilerin çalışmalarıyla bu sayıların da dâhil olduğu sistematik bir cebir ve aritmetiğin inşa edilme sürecini paranteze alırsak, yeni matematiksel keşif ve gelişmelerin yaşanması 17. yüzyıla dek duracaktır. Sonrasında ise çok hızlı bir şekilde gelişimine devam ederek bugünkü aşamasına geldiği görülür. Bu aşamaya gelene dek, Antik Yunan matematiği geometrinin çok ötesine geçememiş, diğer bilimlere ilişkin bilgi ve yorumları da genel geçerlik kazanamadan değişikliğe uğramıştır. Ancak ilkesel olarak matematiği felsefenin ve bilimlerin temeline yerleştirerek bir dünya kavrayışına sahip olmaya çalışmaları oldukça önemlidir.

> *Yunanlıların matematiğe katkılarının en önemlisi, ne zaten basit düzeyde kalan sayı teorisinde, ne de zaten önemsenmeyen hesaplama tekniğinde değildi. Onların en büyük katkıları, iki temel kavram ya da yaklaşıma ilişkindi. Bunlardan biri geometriyi bir sistem olarak kurmada kullandıkları dedüktif çıkarım yöntemi; diğeri fizik dünyasını matematiksel betimlemeye elverişli bulmaları, daha doğrusu, sayıyı bilimin dili saymalarıydı. Bu iki katkı, aradan geçen iki bin yıl boyunca, Batı uygarlığını derinden etkileyen büyük bir mirası oluşturmuştur. (Schaaf, 2013, s. 165).*

Sayıyı nesnel dünyanın arızî bir unsuru olarak kabul etmekle ona varlık atfetmek arasında fark vardır. Antik Yunan geleneğinde sayıya ilişkin kavrayışta berraklık olmadığı görünür. Matematiksel (yani geometrik) bilginin felsefî bilgiye ulaşmada çok önemli olduğunu, asıl varlık sahibi olanın idealar olduğunu düşünen Platon'a göre kavramsal olan sayılar kendi başlarına birer cevherdirler ancak yine mütekabiliyet temelli düşündüğü idealar ve nesneler dünyasında sayının neye tekabül ettiği çok net görünmemektedir. (Platon ve Aristoteles'in sayıya ilişkin düşünceleri hakkında detaylı bilgi için, örneğin, bkz.: Wedberg, 1998) Aristoteles'te ise kavramlar kendi başına cevherler olmadığı gibi, sayı ve diğer matematiksel unsurlar ancak nesnenin bir niteliği olarak vardır. Sayıların zihinle kavranabilecek müstakil soyut varlıklar olarak mahiyetinin açıklanması Farabi ve İbn-i Sina'nın metinlerinde karşımıza çıkar. (Detaylı bilgi için bkz.: Yavuz, 2020a, ss. 54-70) Bu husus, ontolojiyi yalnızca uzam-zamansal olanla sınırlandırmak ya da sınırlandırmamak açısından önemlidir. Matematiğin nesnelerini içeren bir ontoloji, elbette salt uzam zamansal olanı değil, soyut kavrayışın nesnelerini içerecek hacme sahiptir. Bu durumda, yalnızca fiziksel nesneleri değil, ontolojinin içerdiği soyut nesnelerin mahiyetine de cevap arayacak bir metafizik duruşa ihtiyaç vardır.

17.yy.'dan itibaren bilimlerde ve matematikte yaşanan gelişmeler tam anlamıyla devrim niteliğindedir. Dantzig, 17.yy.'ı "antik matematik kültürünün *tasfiye çağı*" (Dantzig, 2011, s. 172) olarak nitelendirir. Deyim yerindeyse, bu aşamadan sonra yapılan çalışmalar kendinden önceki tüm çalışmaları tersine çevirmiştir. Gerek matematiğin, bilimlerin ve gerekse felsefenin temel dinamikleri değişmiştir. Bilimden kastımız temel itibariyle, elbette, fiziktir. Galileo (1564-1642) ve ardından Newton (1643-1727), o vakte kadar hâkim olan Aristoteles fiziğini ve Aristotelesçi anlayışı (hem felsefî hem de bilimsel anlamda) derinden sarsmış ve modern fiziğin kurucusu olmuşlardır. Aslında kendisi de sıkı bir Aristotelesçi olan ve evrenin yazılı olduğu kitabın dilinin matematik olduğunu söyleyen (Galilei, 1957, ss. 237-238) Galileo, matematik anlayışı itibari de, anlaşılan o ki, Yunan geleneğinden pek ayrı düşmemiştir. Zira " 'Bilim dili matematiktir,' derken, aritmetikten çok geometriyi düşünmüş olmalı ki, önümüzde açık duran doğa kitabının harflerinin üçgen, daire gibi şekillerden oluştuğunu söyler.'(Yıldırım, 2013, ss. 130-131) Galileo'nun tersine çevirdiği Aristotelesçi anlayışa göre, "yer üzerinde bir katı cismin hareketi (…) zorunlu hareket olup, bu hareketin mevcudiyeti için cisme etkimekte olan bir kuvvet bulunmalıdır. At arabasının, atların çekmesiyle hareket etmesi gibi." Oysa Galileo, "etkiyen kuvvet olmadığı hâlde, Aristoteles'in tam tersine, eğer cisme bir ilk hareket verilmişse bu hareketini sonsuza dek sürdüreceğini ifade etmektedir." (Günay, 2004) Yani cisim, örneğin, A noktasından Z noktasına kadar hareket edebilmesi için her bir noktada yeni bir hareket ettiriciye ihtiyaç duymaksızın hareketini sürdürecektir. Eğer sürtünmesiz bir ortamda cismi sonsuza dek durduran bir etki söz konusu olmaz ise, hareketi sonsuza dek sürecektir. Bu keşif, sezgisel olarak matematiğin tümevarım yöntemi kullanarak bilimde yeni bir çığır açmıştır.

> *Bu yargıya Galileo, olgusal olarak değil, (…) matematiksel olarak yani düşünme yoluyla ulaşmıştır. Çünkü böyle bir olgu, Galileo tarafından gerçekte gözlemlenmemiştir. Galileo'nun ifade ettiği, eylemsizlik ilkesi olarak da bilinen Newton'un hareketin bi-*

rinci yasası olarak ifade ettiği olguyu hiçbir bilim adamı gözlemlememiştir ve gözlemlemesi de olanaksızdır. Hiçbir zaman ve hiç kimse tarafından da gözlemlenemeyecektir. Çünkü gerçeklikte, dış dünyada (fiziksel dünyada), ne sürtünmesiz ne de sonsuz genişlikte bir düzlem yapma olanağı vardır. Varılan yargıya, olgulardan hareketle değil, tamamen düşünme yoluyla, bir diğer ifadeyle matematiksel yolla ulaşılmıştır. (Günay, 2004, s. 314)

Galileo ve Newton'un katkıları da dâhil olmak üzere, 17. yy.'da bilimlerde matematik üzerinden (sayesinde) yaşanan gelişmeler, Descartes'ın analitik geometri çalışmaları ve Euclid dışı geometrilerin geliştirilmesiyle yeni bir dönem başlamıştır. Antik Yunan'dan beri matematiğin ağırlık merkezi olan geometri yerini sayı kümeleri ve cebirsel keşiflere, geometrik tümdengelimsel yöntem yerini sezgisel tümevarımsal yönteme bırakmış; böylece, fizik dünyayla sınırları çizilen matematik (ve matematiksel bilimler), fizik dünyanın sınırlarını belirleyecek hale gelmiştir.

(…) matematiğin çağdaş işlevini, geçmişteki gelişme aşamaları ile karşılaştırarak, daha iyi belirleyebiliriz. Çok değil, daha üç yüzyıl önceye gelinceye dek, matematiksel düşüncenin ana yapısını geometri oluşturuyordu. Asıl kimliğini antik çağda kazanan geometri, aradan geçen iki bin yıl içinde, önemsiz kimi gelişmelerle etkinliğini sürdürmüştü. XVII. yüzyıldan başlayarak matematikte köktenci ve hızlı bir dönüşüm kendini gösterir. Geometride kendini bulduğumuz kesin, dedüktif mantığa bağlı aksiyomatik düşünme yerini sezgisel, indüktif düşünmeye bırakır. Salt geometri içeren nosyonların yerini sayı ve cebirsel işlemler içeren analitik geometri, kalkülüs ve ona dayalı mekanik alır. Bilimde o dönemde başlayan ileriye doğru atılımları besleyen ve kamçılayan gücü bu yeni matematiğin seçkin öncüleri sağlamıştır. (Courant, 2013, s. 217)

Nesne kuramı açısından yaşanan bu gelişmeler arasında, sezgisel tümevarım yöntemiyle sayı kuramını geliştiren, sonsuza dair açıklamalar yaparak sayılabilir ve sayılamaz olmak üzere sonsuzun kendi içindeki hiyerarşinden bahseden 19. yy. matematikçilerinden biri olan George Cantor (1845-1918) önemli bir yere sahiptir. Öncelikle sayı kümelerini, yani bugün bildiğimiz anlamda tamsayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesi vs. tanımlayan Cantor, daha sonra da kümelerin birebir eşlenebilirliği üzerinden açıkta kalan yani eşlenemeyen elemanları olduğunu tespiti ile biri diğerinden daha büyük olan küme olabileceği yorumunu getirdi. Buna göre, örneğin tamsayılar kümesi (diyelim *A*) ile çift tamsayılar kümesini (diyelim *B*) eşleştirmeye kalksak, *B*, *A*'nın altkümesi olmasına rağmen, bu iki küme de sonsuz büyüklükte küme olduğu için, yani her bir kümenin son elemanından sonra da bir ardılının olacağı için, birebir eşleme de sonsuza dek sürecektir. "Parçanın bütünün gücüne sahip olacağı" düşüncesini içeren bu yaklaşım oldukça ilginçtir. Fakat daha da ilginci, "köşegen kanıtlaması" olarak adlandırılan yöntemle, reel sayılar kümesi üzerinde seçilmiş iki nokta arasında, normalde o aralıkta yer alması gereken ancak almayan sayılar olduğunu tespit etmiştir. (Dantzig, 2011, ss. 185-190)Yani sonsuz büyüklükte olan bir kümenin kendisini aşan, içermediği elemanlarını içeren başka kümelerin olabileceğini ortaya çıkarmıştır. O halde her ikisi de sonsuz olan kümlerin hiyerarşik bir düzene sahip olduğu, sayılabilir ve sayılamaz sonsuz gibi, söylenebilir.

"Sonlu kümeleri karşılaştırmak için sadece elemanlarını saymak yeterlidir. Örneğin, İngiliz alfabesinde sessiz harfler kümesinin sesli harfler kümesinden daha büyük olduğunu göstermede bir zorluk yoktur. Cantor sonsuz kümelere uygulanabilen genel bir sayma yöntemi bulur. Bu yöntemle tüm sayılar kümesinin, tüm cebirsel sayılar kümesinden daha büyük olduğunu göstermekte güçlük çekmez. Bu sonuç aşkın sayıların varlığını açıkça ortaya koymuştur. Cantor'un yöntemiyle sayılara ve diğer matematiksel nesnelere ilişkin pek çok yeni şey öğrenilmiştir. Ne var ki, onun en büyük katkısı şimdi tüm matematik dünyasının benimsediği yeni yaklaşımdı. Bireysel sayılar, noktalar ya da fonksiyonları ele alma yerine Cantor'dan sonra matematikçiler bu nesnelerin büyük kümeleriyle uğraşmaktadır. Bu kümelerin, bireysel nesnelere ait olmayan, ama gene de onlara açıklık getiren birtakım özellikleri vardır. İki (ya da daha fazla) insan kümesi el ele yürüyebilir; ama tek kişi böyle yürüyemez. Üstelik biz bir kişiyi, arkadaş çevresini biliyorsak, daha iyi tanıyoruz demektir." (Halmos, 2013, s. 237)

Cantor'un sonsuz kümelere ilişkin keşfi, matematiksel olarak hem çok fazla tartışmayı beraberinde getirmiş hem de gerek matematik gerekse bilim açısından oldukça kullanışlı bir açılım olarak görülmüş ve başka keşiflere kapı aralamıştır. Metafiziksel önemine gelince, zaten bir süredir matematiksel sembolizmi benimsemiş olan modern mantığın, nesne kuramında uzam-zamansal olanın ötesinde, mümkün ve imkânsız nesneleri içeren dünyalar semantiği yorumlarına denk genişlemesinin yolunu açmıştır.

Buraya kadar anlatılanlarla, matematiğin ontolojik olarak nesnenin sınırının belirlenmesinde önemli bir rolünün olduğunun altı çizilmek istenmiştir. Bu ilişki tarihin erken dönemlerinde tersine iken yani matematik nesnel olanla sınırlı iken, tarihsel gelişim sürecinde nesnenin sınırlarının matematikle belirlenebileceği bir aşamaya gelinmiştir. Sonraki bölümde mantığın gelişim süreci ele alınacak ve mantıksal olarak nesnenin belirlenmesine matematiğin nasıl zemin teşkil ettiğine değinilecektir.

3.2. Mantıksal Gelişim ve Nesne Kuramları

Sistematik bir mantığın ilk kurucusu olarak Aristoteles'in matematik ve matematiğin nesnelerine dair açık bir kavrayışı yoktur. *Metafizik*'te "matematiksel şeylerin ayrı başlarına varolmadıklarını"(Aristoteles, 1996, s. 592 [1090a/25, XIV. Kitap) ancak nesnenin bir niteliği olmak bakımından varsayılabileceklerini açıkça belirtmiştir. Matematiğin nesnelerinin ayrı başına bir varlık olmaları, onların zihnin bir ürünü olarak varolmaları ya da zihinden bağımsız soyut varlık olmaları farklı tartışma konularıdır ve bunların her birine karşı duruşumuz nesnenin belirlenimine ve ontolojik ve metafizik sınırların çizilmesine ilişkin farklı yorumlara götürür.

> *"Matematik, evrenin "kalıtsal" düzeninin bir ifadesidir; olup bitenleri betimleme ve amaçlamada bilimler için vazgeçilmez değeri buradan kaynaklanmaktadır. Matematik, insanoğlunun şu ya da bu şekilde oluşturduğu sistem değil, doğanın bize yüklediği evrensel bir zorunluluktur. Pythagoras'tan kaynaklanan, Platonculukla çok yakın benzerlik içinde olan bu görüşe ters düşen bir görüşe de değinmeliyiz: Buna göre matematik, insan zekâsının bir ürünüdür; doğadan bağımsız olarak özgürce oluşturduğumuz simge veya kavramlardan kurulu bir sistemdir. Sistemde yer alan kimi kavram, model ya da kuramların doğaya uygun düşmesinde hiçbir zorunluk yoktur. (…) Dedekind, Einstein gibi kimi seçkin düşünürler, sayı sistemleriyle birlikte tüm matematiksel kavramları insan zekâsının doğadan bağımsız, özgürce oluşturduğu ürünler saymışlardı."(Yıldırım, 2013, s. 132)*

Matematiksel nesnelerin ayrı başına bir varlık olarak kabul edilmediği bir anlayışla sistematize edilen mantığın sınırlarının somut nesneler dünyası olması şaşırtıcı değildir. Nesne ve kavram arasında mütekabiliyetliliği gözeten Aristoteles mantığı, açıktır ki, somut bir nesneyi içeren önermelerle, somut göndergeden yoksun önermelerin doğruluk değerlerini belirlemede yeterli olamamıştır. Başka bir deyişle, mantıksal dil ve gramatik dil ayrımı belirgin olmadığından, "metafizik batağına" saplanmamak mümkün değildir. Bu yetersizlik, matematik ve matematiğin bilimlerdeki dolayısıyla evrenin belirlenimindeki ağırlığının gitgide artmasıyla birlikte 19.yy.'da daha hissedilir hale gelmiş; paralel olarak, felsefi tartışmalar da, çağın bilimsel tartışmalarını kapsayıcı olmak için yeterlilikten gitgide uzaklaşmıştır. Böyle bir dönemde, modern mantığın öncülerinden olan L. Wittgenstein (1889-1951) felsefenin asıl işlevinin şişedeki sineğe çıkış yolunu göstermek olduğunu söyleyecektir. (Wittgenstein, 2007, s. 121 [309]) Bunun yolu da felsefeyi bilimsel bir dil kullanarak (sembolik bir mantık dili inşa ederek) metafizikten arındırmaktır. Bu uğurda, sembolik mantığın diğer kurucu isimleri olan Frege ve Russell'la başlayan çalışmalar günümüzde gelişimini devam ettirmektedir. *Aritmetiğin Temelleri* başlıklı kitabında Frege, sayıyı tanımlamakla işe başlar. Bunun için temel motivasyonu "aritmetiğin kavramlarının saf mantıksal kavramlar aracılığıyla tanımlanabileceği ve aritmetiğin yasalarının sadece mantık yasalarından türetilebileceği" (Gözkân, 2008, s. 19) düşüncesiydi. Böylece aritmetiğin nesnelerinin mantıksal nesneler olduğunu kanıtlamaya çalışır. Mantığın nesnelerinin mekânı ise, Kantçı anlayışa da uygun olarak, yargıdır. Dolayısıyla, nesne, yargı içinde yani bir önermede uygun bir şekilde yer alabildiği ölçüde varlık kazanır.

> *(…) sezgiciler matematiksel doğrular bütününe, formalistler ile mantıkçıların baktığı gibi nesnel bir örgü (ya da yapı) gözüyle bakmamaktadır. Onlara göre matematiğin, tümüyle simgesel bir yapıya indirgenebilmesine olanak yoktur; matematiksel düşünme, onu ifade için kullanılan dilden kesinlikle ayrıdır. Matematiksel bir sürece ilişkin bilgi, bu sürecin sınırsız ilerlemesine elverecek türden olmalıdır. Başka bir deyişle, "kurma" (inşa etme) olanağını içermeyen varlıktan söz edilemez. (Newsom, 2013, s. 212)*

Sembolik mantığın en belirgin çabası, bir yargı bağlamında dile getirilen nesneyi mantıksal bir yapı olarak ortaya koymaktır. Bu yapılabildiğinde, yani mantıksal olarak varlık kazanabilen nesnenin, semantik değeri de sorunsuzca tespit edilebilecektir. Frege'nin yanında Russell'ın da temel problemlerinden biri sembolik bir dil yoluyla önermenin doğruluk değerini tespit edebilmek olmuştur. Ancak bu süreç düşünüldüğü kadar kolay ilerlememiştir. Nesne ile kavram arasındaki yüzyıllara yayılan uzam-zamansal mütekabiliyetin bir "zorunluluk" olarak ortadan kaldırılması "yönelimsellik" anlayışına yapılan vurgunun artmasıyla olanaklı hale gelir. Bu vurguyu 19. yüzyılın son ve 20. yüzyılın ilk çeyreğinde F. Brentano (1838-1917) ve A. Meinong (1853-1920) yapmıştır. Buna göre, herhangi bir kavramın nesne olarak bir yargıda kavranabilmesi için uzam-zamansal bir belirlenişe ihtiyacı yoktur. Zihnin yöneldiği her şey, nesnel olsun ya da olmasın, tam belirlenmiş[2] olsun ya da olmasın nesne olabilir. Meinong'un düşüncesiyle, "varolmak, nesne olmanın koşulu değildir". "Muhtemelen, doğamızın capcanlı gerçeklik lehine, gerçek olmayanı abartılı bir şekilde salt hiçbir şey olarak- görmeye eğilimli olması, ya da daha doğrusu, gerçek-olmayanı, bilimin uygulama alanı dışında ya da uygulamaya değer olmayan bir şey olarak görmesi" (Meinong, 1960, s. 79) metafiziği katı gerçeklikle sınırlandırmaya sebep olmaktadır.

R. Martin, *Intention and Desicion* adlı kitabında bir ma-

[2] Tam belirlenmişlikten kastımız, taşıdığı (ve taşımadığı) yüklemler bakımından tam olarak bilinebilir nitelikte olmasıdır. Klasik anlayışa göre bu, uzam-zamansal olmayı yani belirli bir zaman ve mekanda yer almayı gerektirir. Bu bakımda elimde tuttuğum kalem tüm nitelikleri itibariyle tam belirlenmiş bir nesne iken, örneğin, Pegasus, pek çok niteliği bakımından (örneğin kilosu, rengi ve diğer uzam-zamansal olabilecek nitelikleri bakımından) tam belirlenmiş değildir.

tematikçiyle filozof bir mantıkçının çalıştıkları nesneye yönelik yaklaşımlarının farkına işaret ederken matematikçinin kendisiyle çalışabileceği bir nesnenin olmasından mutluluk duyup “bunu başkasına nasıl modellediğini” görmenin peşine zevkle düşerken, verili olan bu nesnenin aslında ne olduğu, “içsel karakterleri ya da ontolojik statüleri” hakkında sorgulama yapmaya istek duymayacağı; öte yandan filozof mantıkçının verili nesnenin “gerçekte” ne olduğu, “yegâne olup olmadığı”, “daha temel varlıklara indirgenebilir (ya da onlar açısından inşa edilebilir) olup olmadığını” sormak isteyeceğinden bahseder. (Martin, 1963, s. 3) İşte, 19. yüzyıl itibariyle sezgisel yöntemin matematik için de bir yöntem haline gelmesi ve matematikçilerin (özellikle Cantor’un) bu yöntemle ortaya koyduklarının bilim için kullanışlı olması, mantığın kullandığı yönteme de etki etmiş ve metafizik sınırların genişlemesini sağlayacak yeni mantıksal anlayışlar geliştirilmiştir. Bunların en önemlilerinden biri S. Kripke’nin (1940- 2022) öncülük ettiği modal mantıktır. Modal mantık sayesinde, sembolik dilin kullanımı yoluyla oluşturulan “modeller” aracılığıyla *mümkün dünyalar semantiği* geliştirilmiştir. Buna göre, bu dünya gerçekliğiyle yani uzam-zamansal olanla sınırlı olmayan mümkün nesneleri, örneğin Pegasus, anlamsal değeri belirlenebilecek önermelere konu etmenin böylece nesne kuramında yer vermenin önünü açmıştır. Hatta geliştirilen bu mantığın sunduğu olanaklar, imkansız dünyalar (Mümkün ve imkansız dünyalarla ilgili detaylı bilgi için, örneğin, bkz.: Yavuz, 2020b) ve onların nesneleri, örneğin yuvarlak kare, hakkında da mantıksal olarak anlamlı bir zeminde konuşabilmeyi mümkün kılar.

> *Gerçek dünyada olup bitenleri matematiğin soyut modelleriyle temsil etme ve bu temsilin doğruluk derecesini belirleme, deneyimle kesinlik kazanan sezgisel duyguya ihtiyaç gösterir. Bu aynı zamanda, bilinen teknik yöntemlerle çözümü olanaksız matematiksel problemlerin oluşturulmasında da önemlidir. Bu durum, hiç değilse, bir yanıyla “entelektüel” dediğimiz serüvenin doğasını yansıtmakta, dış dünyaya ilişkin bilgi ve kontrol gücümüzün artmasıyla ortaya çıkan “gerçek” problemleri çözmek yolunda mühendis ve bilim adamlarıyla işbirliğine giren matematikçinin başarma coşkusunu sergilemektedir.(Courant, 2013, s. 3)*

Nihai olarak denilebilir ki, matematiğin geldiği aşama, sonsuzun neredeyse elle tutulur hale gelmesi, metafiziksel olarak da nesnenin sınırının soyut düşüncenin sınırlarına dek genişleyebilecek hale gelmiştir. Üstelik bu spekülasyonla değil, bilimin kullandığı dili ve yöntemi kullanarak geliştirilen mantık sayesinde mümkün olabilmiştir. Bu aşamada, artık daha fazla, tıpkı bilimde olduğu kadar, gönül rahatlığıyla, matematiğin nesnel olanla sınırlı olmadığı, bilakis nesnenin sınırlarının anlaşılabilmesinde matematiğin kullanışlı olduğu söylenebilir.

Buraya kadar olan bölümde, Hârizmî cebrinin matematik ve nesne ilişkisinin neresinde durduğu ve modern nesne tartışmalarının temel dayanağı olan mantıksal yorumlara metodolojik olarak ne ölçüde benzediğini anlamaya yarayacak tarihsel ve matematiksel zemini mümkün olduğunca görünür kılmaya çalıştık. Bir sonraki başlıkta Hârizmî cebrinin genel olarak cebirsel gelişimin neresinde yer aldığı ve bugüne uzanan felsefi mantıksal tartışmalara nasıl ışık tuttuğuna değinilecektir.

4. Hârizmî Cebrinin Nesne Kavrayışına Etkisi

4.1. Cebrin Tanımı ve Tarihsel Sürece Bakış

Bu başlıkta, Hârizmî cebrinin nesne kuramları açısından ilgisi ele alınmıştır. Ancak yine daha anlaşılır olması gayesiyle, cebrin kavramsal tanımına, amacına ve tarihsel gelişimine kısaca göz atarak Hârizmî cebrinin kendi dönemi ve genel matematik açısından yeri ve önemini anlamaya, böylece çağdaş nesne kuramı tartışmalarıyla nasıl ilişkilendirdiğimize yer vereceğiz.

Cebir, uygun bir tanımdan henüz yoksun olduğu tarihsel gelişim sürecinin başında matematiksel hesaplamaların ya da denklemlerin ağırlıklı olarak geometrik yöntemlerle çözülmeye çalışıldığı bir uğraş alanı idi. Tarihsel olarak, metinlerde karşılaşılan haliyle *retorik, hem sembolik hem retorik,* ve *sembolik* aşama olarak bilinen üç aşamadan geçtiği bilinir. (Katz & Barton, 2007, s. 186) Günümüze ulaşan M.Ö. 2000-1000 tarihli Rhind papirüslerinden anlaşıldığı şekliyle “birinci dereceden bir bilinmeyenli” denklemlerin çözümlerine “yanlışı deneme” yoluyla ve retorik olarak ulaştıkları bilinir. (Baki & Bütüner, 2013, ss. 209, 210) Çözümlerini yine retorik olarak yapan Babilliler (M.Ö 2000) ise, “ikinci dereceden denklemler ve doğrusal denklem sistemlerinin çözümleriyle uğraşmışlardır”. Nihayet Antik Yunan’a gelindiğinde, yüzyılları etkileyecek Euclid ve *Elementler*’i karşımıza çıkar. *Elementler*’in önermeleri geometrik önermelerdir. Yani problem çözümleri için kullandıkları yöntem cebirsel değil geometriktir. (Katz & Barton, 2007, s. 188) Geometrik çizimlerle değil sayılarla ikinci dereceden denklem çözümüne ilk kez M.S. 3. yy.’da Diophantus metinlerinde karşılaşılır. Her ikisi de Yunanlı matematikçiler olan “Euclid cebri geometrikleştirirken, Diophantus sembolleştirmeye ve analitik hale sokmaya çalışmıştır”. Diophantus bilinmeyelere parametreler atayarak ikinci dereceden denklem çözümleriyle uğraşmıştır ancak “genel bir çözüm algoritması ve sistematik bir yöntem geliştirmemiştir.” (Baki & Bütüner, 2013, ss. 206-207) Bununla birlikte, negatif sayıları ve bunlarla işlem yapmasını biliyor olmasına rağmen denklem köklerinin negatif çıkmasını anlamlandıramadığı için kabul etmemiştir.(Örneğin, “4x+20= 4 eşitliğinin çözümü için Diophantus, ‘Bu çok anlamsız, çünkü 4, 20’den daha küçük’ cevabını vermiştir. Dolayısıyla 20 ile toplandığında 4 sonucunu verecek herhangi bir sayının olamayacağını düşünmüştür.” (Baki & Bütüner, 2013, s. 207)) Yunanlı matematikçilerin çalışmaları Hint matematiğini etkilemiş, Diophantus'la başlayan cebirsel sembolleştirmeler "Hintli matematikçi Brahmagupta (M.S. 628) ile devam ettirilmiştir."(Baki & Bütüner, 2013, s. 208) Bu durumu, tarihsel olarak sistematik bir şekilde ilk kez ortaya koyan ve kuran 19. yy.'da Hârizmî olmuştur. Günümüze ulaşan "ilk gerçek cebir metni" 825'te Hârizmî'nin kaleme aldığı *el-Kitâbu'l Muhtasar fî Hisâbi'l Cebr ve'l Mukâbele* adlı eseri olmuştur. "Bu kitabın ilk bölümü, doğrusal ve ikinci dereceden denklemleri çözmek için bir kılavuzdur. Hârizmî, denklemleri, üçü karma ikinci dereceden denklemler olan altı türde sınıflandırır. Her türe özgü bir çözüm algoritması sunar." (Katz & Barton, 2007, s. 190).

Avrupa'da cebrin tanınmasını sağlayan, 12. ve 13. yüzyıllarda Hârizmî ve Müslüman matematikçilerden etkilendiğini belirten İtalyan matematikçi Fibonacci sayesinde olmuştur.(Baki & Bütüner, 2013, s. 214) 16. yy.'da Bombelli'nin çalışmaları, 17.yy.'da Descartes'ın analitik geometriyi inşası, negatif köklerin ve sanal sayıların keşfi ve Euclid dışı geometrilerin geliştirilmesiyle, özellikle 17. yy. ve sonraki süreçte, matematikte yaşanan diğer gelişmelere paralel olarak cebir alanında da önemli aşamalar kat edilmiştir.

Gelişimini böylece yüzyıllar boyu sürdürmesine rağmen cebrin uygun bir tanımının ancak 18. yy.'a yapılamamış olması ilginçtir. Ancak şu daha ilginçtir: "Leonhard Euler, 1770 tarihli kendi cebir metninde" yani *Elements of Algebra*'da, cebri "bilinenlerle bilinmeyen niceliklerin nasıl belirleneceğini öğreten bilim" olarak tanımlamıştır. (Euler, 2015, s. 173; Katz & Barton, 2007, s. 185. Euler'in bu tanımını paylaşan Katz-Barton, ardından sordukları "Cebir hala böyle midir?" sorusuna "Sanmıyorum." şeklinde cevap verirler.) Bu tanımın aynısı, yani "bilinmeyenlerden bilinenleri öğreten (b)ilim" olma tanımı başka bir yerde daha karşımıza çıkar: İslam filozoflarının *mantık* ilmi için yaptığı tanım olarak! Örneğin, Gazzâlî'ye göre "mantık bilinmeyenin, bilinenden elde edilmesini sağlayan nesnel bir araçtır"(Altunya, 2013, s. 62); Kutbüddin er-Razi'ye göre mantık, "bilinenden bilinmeyenin elde edilmesine vasıta olan ilim"dir (Emiroğlu, 2003, s. 19); İbn Sina İşaretler ve Tembihler kitabının birinci bahsi olan "Mantık" bahsinde "*(...)* ulaşılmak istenen (matlûb) bir bilinmeyene erişmek için, elde hâsıl olan bilinenden başka yol yoktur. *(...)* mantıkçı her soruna (matlûb) uygun düşen öncülleri ve bunlarla bilinmeyenin bilgisini nasıl elde edeceğini inceleyen kimsedir" (İbn Sina, 2013, s. 4) açıklamasını yapar. Euler cebre ilişkin bu tanımı 18. yy.'da yapmaktadır. Bahsi geçen Müslüman mantıkçılar ise 11-14. yy.'lar arasında yaşamışlar ancak sonrasında mantığa ilişkin yeni bir tanıma rastlanmamıştır.

Mantık ve cebrin her ikisinin de çehresi yüzyıllar içinde değişmiştir. 18. yy.'da yapılan tanımsal ortaklığa rağmen bilgisine ulaşılmaya çalışılan "bilinmeyen"e ulaşma yöntemleri bakımından elbette farklı alanlardır. Fakat bizim de peşinden gittiğimiz asıl soru, şüphesiz daha önde olan ve daha fazla teveccüh gören cebirsel ya da matematiksel yöntemin, daha sonra geliştirilen mantıklara etkisiyle de, söz konusu bilinmeyen arasındaki ortaklık ve dahası, bilinmeyenler ortak olmasa bile benzer yöntemleri kullanarak her iki disiplinin uğraş alanındaki nesnenin belirlenebilmesine yardımcı olup olmadığıdır. Bir sonraki alt başlıkta, Hârizmî cebrinde görebildiğimiz bu benzerlikler ele alınacaktır.

4.2. Hârizmî Cebri

Cebir kitabının teorik kısmının hemen başında Hârizmî'nin sayıya dair açıklaması yer alır. Hârizmî, henüz başlarken, hesaplamadan insanların beklentilerinin "bir sayıya" varmak olduğunu, istenilen bu sayıya ilintili diğer sayısal unsurların bulunduğunu ve mevcut bu sayı ve unsurlarla sonuca varmanın da üç ayrı türünün olduğunu "bulduğundan" bahseder. Daha özet ve anlaşılır bir ifadeyle, Hârizmî'nin peşine düştüğü şey "sayı"dır. Bilinmeyen ama bulunmak/bilinmek istenilen bir sayıya varmanın yolunun bir denklemi çözmek olduğu ve denklem çözmek için gerekli unsur ve aşamaların neler olduğunu bulduğunu ve bunları anlatacağını söyler. Yani bu kitap, birinci ve ikinci dereceden denklemleri ve çözümlerini içeren bir kitaptır. Hârizmî'nin cebre yaptığı bu temel giriş, Öklid'in geometriye (Aksoy, 2016, s. 120), Peano'nun sayı kuramı aksiyomlarına ve hatta Cantor'un küme kuramına yaptığı girişe benzer niteliktedir. (Hârizmî, 2021, ss. 37 ve 63) Bir diğer ifadeyle, tıpkı onlar gibi belirli bir sistem inşa etmeye yönelik ve bu açıdan onlar kadar başarılıdır.

> *Hesaplama mevzularında insanların ihtiyaç duyduklarına baktığımda, bütün bunlarda (temelde) bir sayının olduğunu, bütün sayıların da (o sayıya) dâhil olmuş sabit bir sayıdan ve bir sayı biriminden oluştuğunu buldum. Ayrıca birden on sayısına kadar olan bütün sayıların bir birim eklenerek artmış olduğunu, sonrasında bir sayısında olduğu gibi onun iki ve üç katı halinde ondan yirmi, otuz (gibi) yüze kadar gittiğini, ardından bir ve on sayısında olduğu gibi yüzün iki ve üç katının bine kadar gittiğini, daha sonrasında ise bunun gibi sayıda ulaşılan son noktaya kadar binin katlanmasıyla gittiğini buldum. Cebir ve denklemlerin düzenlenmesi hesabında ihtiyaç duyulan sayıların üç türünün olduğunu gördüm. Bunlar kökler, kareler ve ne kök ne de kare ile bağlantısı olmayan basit (sabit) sayılardır. Bir kök (denklemin kökü) birimler, artan sayılar veya azalan kesirlerin toplamı olabilir. Kare kendisiyle çarpılan herhangi bir niceliktir. Basit (sabit) sayı ise, kök veya kareye nispeti olmadan telaffuz edilen sayıdır. Bu üç türden bazısı bazısına eşit (olabilir). Yani denilebilir ki kareler köklere (x) eşittir, kareler bir sayıya eşittir veya kökler bir sayıya eşittir. (Hârizmî, 2021, ss. 79-80)*

Kitapta konumuz açısından ilgi çekici olan hususlardan ilki Hârizmî'nin denklem çözümlerinde *biliyor ve işlem-*

lere dâhil edebiliyor olmasına rağmen denklemin negatif köklerini kapsam dışı bırakmasıdır. ("Negatif sayıların ve irrasyonel sayıların varlığını ilk defa Hintli matematik bilginleri ortaya koymuşlardır. Bhaskara [çözdüğü bir denklemde] eşitliğinin çözümünü 50 ve -5 olarak bulmuş olmasına rağmen, negatif sayıları çözüm kümesi içerisine almamıştır. " Baki & Bütüner, 2013, s. 209) Bu daha önce, Diophantus'ta da karşılaşılan bir durumdu. Ancak onun gerekçesi, negatif sayıları kavrayamamış olması olarak görünür. Hârizmî ise, negatif sayıların matematiksel kullanıma hâkimdir ancak bilinçli bir tercih olarak negatif kökleri bulmayı reddetmektedir. Zira negatiflerle işlem yapıyor ancak denklemin yalnızca pozitif kökünü buluyor olması ve ısrarla negatif kökü bulmaması bilinçli bir tercihle açıklanabilir. Kitabın sayı ve denklemlere ait girişini yaptığı bölümün hemen ardından gelen modelleme yoluyla geometrik ispatlara yer verdiği kısımda, neden tam ve pozitif sayıları kullanmak istediği anlaşılır hale gelir. Buna göre Hârizmî, cebirsel olarak çözdüğü denklemin geometrik bir kanıtının da olabilmesi için önceki şekli tam bir kareye tamamlamak ya da indirgemek üzere adımlarını planlar. Örneğin bileşik kesirli ifadeleri her zaman "tamsayı artı bir yarım veya çeyrek" gibi ifadelere dönüştürerek alır. Yani kullandığı yöntem, yalnızca cebirsel olarak işlemi çözmek değil, fizikî bir kare üzerinde işlem yapıyormuşçasına, elindeki malzeme eksik bir kareyse tam bir kareye tamamlayacak şekilde, bir kareden fazlasıysa adeta fazlalıklarını törpüleyerek bir kareye indirgeyecek şekilde yöntemini yani algoritmasını formüle eder.

> *(...)Hârizmî bu denklemlerin çözümleri için yalnızca cebirsel bir formül vermenin ötesine geçerek, cebirsel gerçeklere/olgulara [facts] Öklid tarzı geometrik ispatları ekledi. Öklid'in önermeleri bütünüyle geometrikti ve bunları ikinci dereceden denklemlere uygulayan ilk kişi Hârizmî idi." (Aksoy, 2016, s. 120)*

> *"Hârizmî, yaptığı çözümleri geometrik şekillerle göstererek doğrulamıştır. (...) Hârizmî'nin çözümlerinin geometriye dayanması, Eski Yunandan esinlendiğini ortaya koysa da, geometrik modelleme biçimi Babillilerin çözümlerindeki geometrik düşünce biçimine benzemektedir. (Baki & Bütüner, 2013, s. 211)*

Hârizmî'nin somut bir kareyi takip ederek cebirsel adımlarını inşa ediyor olması, onun pozitif alanın dışına çıkmak istemeyişinin temel gerekçelerinden biri olarak düşünülebilir. Çünkü somut bir uzunluk negatif bir değer alamaz. Dolayısıyla Hârizmî'nin cebri inşadaki temel dayanağı bu dünyanın somut gerçeklikleri hakkında bir yargıya varabilmektir. Bu dünya gerçekliğine tekabül etmeyeni sınırının dışında bırakmayı tercih etmiştir.

Hârizmî her ne kadar istenilen sayının nasıl elde edileceğinin çerçevesini verse de, sonuç olarak elde ettiği sayı üzerinde kendi tasarrufunu kullanır ve onu kendi çözüm kümesine alır ya da almaz. Yani, bizim ifade etmek istediğimiz şekliyle, ontolojisine dâhil eder ya da etmez; yahut da ontolojisinin içermediği sayıyı çözüm kümesine almaz. Bunun arkasındaki metafizik saik hakkında, ontolojisinin uzam-zamansal gerçekliğin ötesindeki nesneleri içermediği şeklinde yorum yapmak mümkündür.

Öte yandan, peşine düştüğü sayıyı "bilinmeyen" olarak alması da önemlidir. Denklem çözümünde kare olarak bahsettiği kavram, "(...) örneğin 16 gibi belirli bir kareye atıfta bulunmaz. O, bilhassa hiçbir sayıyı temsil etmeyen, onun deyimiyle bilinmeyenin, yani şey'in *karesini kasteder."* (Aksoy, 2016, s. 120) Bu sayı, kendi yönteminin gerektirdiği adımları uygulayarak bulunabilecek bir sayı olmakla birlikte "bulmayı arzu etmediği" bir sayı da olabilir: negatif ya da irrasyonel sayılar gibi. Zira Hârizmî'nin *Cebir*'deki asıl marifetlerinden biri olan inşa ettiği yöntem, Dantzig'in genel olarak matematik için yaptığı analojiyi (Dantzig, 2011) kullanacak olursak, biçilmiş bir elbisedir ancak bu elbiseyi istediği ya da istemediği herkesin giyebilmesi mümkündür.

> *Hârizmî ve diğer Müslüman müellifler, (...) karelerin veya dikdörtgenlerin kenarlarını bulmakla değil, belirli şartları sağlayan sayıları, başka bir deyişle, herhangi bir geometrik nesneye bağlı olmayan sayıları bulmakla ilgilendiler. Bir sayı için ikinci dereceden bir denklemi çözme yöntemi, bir karenin kenarını bulma yöntemiyle elbette aynıdır, ancak daha tanınabilir bir cebrin kökeni [orijini], geometrik olanın algoritmik olanla bu değişimiyle çakışıyor gibi görülebilir, yani geometrik bir nesne bulma arayışından bilinmeyen bir "şey" arayışına [evrilen]. (Parshall & Katz, 2014, s. 31)*

Hârizmî'nin rasyonel sayılar gibi irrasyonel sayıları da cebirsel olarak kullanabildiği anlaşılmaktadır. *"(...) irrasyonel sayılar içeren hiçbir problem çözmemesine rağmen, kitabının başında köklü sayılarla nasıl uğraşılacağı ile ilgili bilgiler sunmuştur. √ sayısını n'yi kök içine alarak √ şeklinde yazmıştır.* (Baki & Bütüner, 2013, s. 212) Bununla birlikte, Kitapta verdiği örneklerden biri, yüzyıllar sonra keşfedilecek imajiner sayının tanımını içerir. (Hârizmî, 2021, s. 82,83 ve sf 183'teki not [23]) Modern ifadesiyle, işlemi çözmek için uyguladığı yöntem neticesinde kökün içinin negatif çıkması durumunda, bu örneğin "imkânsız" olduğunu söyler Hârizmî. Yani tam ya da kesirli negatif sayılar dâhil olmadığı gibi, sanal sayılar da Hârizmî'nin nesneler dünyasında yer almaz. Burada çok önemli bir ayrıma daha varabiliriz: herhangi bir negatif sayı mümkün ama çözüm kümesine alınmaya değer görülmezken, karmaşık sayılar gibi bazı başka sayılar ise "imkansız" kategorisindedir. Mümkün ve imkânsız dünyalar semantiği açısından Hârizmî'nin çözüm kümesini yorumlamaya çalışırsak, negatif sayıların mümkün dünyaların nesneleri olabilecekken, karmaşık sayıların imkânsız dünyaların nesnelerinden olacağını söyleyebiliriz.[3]

Hârizmî'nin denklemi kurarken sayıdan bahsetme yolunun, mantıkçı filozofları iki yüzyıldan uzun bir süre meşgul eden ve hala tartışma konusu olan göndergeden yoksun kavramların mantıksal dil içinde nasıl yer edeceği sorununa çözüm olarak sunulan alternatiflerle oldukça benzerdir. Örneğin, Hârizmî'nin denklem olarak sunduğu şu ifadelere bakalım: "kare dokuza eşittir, bu bir karedir, onun kökü de üçtür" veya "bir kare ve sayılardan yirmi bir, (bu) karenin on köküne eşittir, Bunun manası, yani kendisine yirmi bir dirhem eklediğinde bu karenin on kökünün eşitine denk gelen kare". Bu iki alıntıda da Hârizmî'nin bahsettiği sayı üç sayısıdır. Hârizmî sayının kendisinden hiç bahsetmeden onu farklı şekillerde betimleyerek konu edinir. Bu yöntem, belirli, varolan bir sayı olabileceği gibi, bir şekilde betimlenebilen ancak bireyleştirilemeyen, tam olarak belirlenemeyen bir sayı da olabilir. Örneğin Hârizmî'nin yöntemini deneyerek, "kendisiyle çarpımının on fazlasının üç ile bölümü dört eden sayı" veya "kendisiyle çarpımının beş fazlası, kökünün üç katıdır" (Yavuz, 2021a, ss. 65-66) dersek, ilk örnekte $\sqrt{2}$'yi elde ederken, ikinci örnek için herhangi reel bir kök elde edemeyiz. Ancak yine de mantıksal bir dil içerisinde anlamlı bir şekilde bir sayıdan bahsetmiş oluruz. Russell herhangi bir varoluşa sahip olmayan "Fransa'nın şimdiki kralı" hakkında dile getirilebilecek "Fransa'nın şimdiki kralı keldir" önermesi için çare ararken "Bir ve ancak bir x vardır, x Fransa'nın kralıdır ve keldir" şeklinde bir önermeyi atomik parçalarına ayırma gibi bir yönteme başvurduğunda böyle bir kaygının içinde idi: gramatik dilin handikaplarından azade, mantıksal bir dil içinde, göndergeye sahip olmasa da anlamlı önermeler kurabilmeye olanak sağlayabilecek bir yapı oluşturma kaygısı. Bu, metafizik evrenimize dâhil etmek zorunda olmaksızın varolan ya da olmayan veya göndergeye sahip olan ya da olmayan nesneler hakkında semantik doğruluğu tespit etmeye yarayacak bir yöntemdir. Yani tıpkı Hârizmî'nin ve yüzyıllar sonra modal mantığı geliştiren mantıkçıların yapmaya çalıştığı gibi, bir model oluşturarak, kendi ontolojilerimizde yer bulsun ya da bulmasın, nesneler hakkında bizi anlamlı sonuçlara götürebilecek bir zemine sahip olabiliriz. Yine tıpkı Hârizmî'de olduğu gibi, çözüm kümemize dâhil edilmeyecek olsa bile, yöntemimiz kendi ontolojilerimizin dışında kalanlar hakkında anlamlı sonuçlara varmaya yardımcı olabilir. Nitekim mümkün dünyalar semantiğini geliştiren mantıkçıların inşa ettikleri yöntem de kendi ontolojik evrenlerine dâhil olmasa da, imkansız dünyaların nesnelerine dair yargıda bulmaya elverişli bir yöntem olarak karşımıza çıkar. Bu iki ayrı yöntem, burada yaptığımız şekliyle, sonuçları göz önünde bulundurulduğunda benzer yorumlara izin verir. Aralarındaki en büyük fark, aradan geçen on iki yüzyıldır.

Hârizmî'nin cebrinin metafizik temellerinden ayrı değerlendirilemeyeceğini düşündüğümüz ve sıkça vurgu yapılmayan bir hususa daha değinmek gerekir. Bu husus, onun köklerinden gelen anlayışın tezahürüdür. İçine doğduğu kültür ve değerler dünyasının bir taşıyıcısı ya da harmanlayıcısı olma bilinciyle, bilgide birlik (tevhit) ilkesini benimsemiş ve bu doğrultuda çalışmalarını gerçekleştirmiş görünür. Bu bakımdan, Hint, Babil ve Yunan'dan edindiği farklı aritmetik ve geometrik gelenekleri tek bir potada başarılı bir şekilde eritmiş olması rastlantısal değildir. Eğer "Hârizmî bilginin birliğine inanmamış olsaydı, farklı matematiksel bilgi geleneklerini yeni ve tutarlı bir matematik paradigmasında birleştirmezdi. Bu nedenle, bilginin birliği, cebri icadının arkasındaki ana ilkeydi. Hârizmî, farklı matematiksel gelenekleri birleştirerek evreni rasyonelleştirdi." (Ajami, 2016, ss. 3-4.) Öznel olduğunu söyleyebileceğimiz bu yaklaşım, ilginç bir biçimde kendi sınırlılığını aşarak evrensellik kazanmasının yolunu açmıştır. Bilimin ezici bir biçimde ön plana çıkmaya başladığı zamanlardan, 17. yy. dolaylarından, bu yana bilimselliğin ölçütü nesnelliktir. Bilimin biricik aracı matematikten de aynı sorumluluğu üstlenmesi beklenmiştir. Nesnellik kaygısında olan bir uğraşın da mutlakla arasına sınır koyması gerekir. Bilimsel bilgi, mutlak değil, "belirli koşullar altında" geçerli olan ve yanlışlanabilir türden bir bilgidir. Önceki dönemlerle bilim ve felsefenin en önemli farkı da mutlak hakikat arayışındaki bu yön değiştirmedir demek yanlış olmayacaktır. Hârizmî de hem içine doğduğu kültür hem de çağı itibariyle mutlak hakikatin varlığına inanlardan biriydi. Cebirde kullandığı yöntemin, (hem sayıyı/kökü belirli değil soyut bir sayı olarak düşünmesi ve her türden sayının kullanımına olanak tanıması bakımından hem de bugün hala kullandığımız cebri inşa edecek güçte bir sistem olması bakımından) evrensel bir yöntem olma gayesi bu anlayışın bir tezahürü olarak düşünülebilir.

> *Matematik felsefesinde pozitivistler, matematiksel bilginin nesnel olduğunu ve dış gerçekliği kapsayabileceğini iddia ettiler. Mutlak gerçeğin aranmasına karşı çıkarak, bugün yapılandırmacı bir konum benimseyen birçok matematikçi, matematiksel bilgiyi bireysel bir yapı olarak görmektedir. Dolayısıyla öznel bilgidir ve bireysel yapı ile nihai gerçeklik arasındaki uyumu değerlendirecek bir otorite yoktur. Bu, insan zihni tarafından oluşturulan matematiksel bilginin nihai gerçekliği kapsamakla sınırlı olduğu anlamına gelir. Bin yüz yıldan fazla bir süre önce Hârizmî, bir dairenin çevresinin hesaplanmasına bir örnek vererek matematikteki mutlak gerçek hakkındaki felsefesine değindi. Yöntemi modern hesaplamaya çok yakın. Bu yöntem, kitabında Rosen tarafından çevrilmiştir: "Bu bir yaklaşıklıktır, kesin gerçeğin kendisi değil; çizgi, tam uzunluğunun bulunabilmesi için düz olmadığından hiç kimse bunun tam doğruluğunu tespit edemez ve gerçek çevreyi*

[3] Baki ve Bütüner, 16. yy.'da hala negatif sayıların reel kökler olarak kabul edilmediğini, "gerçek olmayan" olarak nitelendirildiğini anlatır. Karmaşık sayıların ikinci dereceden denklemlerin kökleri olarak nasıl kullanılabileceği 16. yy. matematikçilerinden Bombelli tarafından gösterilmiş olsa bile, negatif sayıların kabul görmeyişinden ötürü karmaşık sayıların matematiksel işlemlere dâhil edilmesi uzun sürmüştür. Bkz.: Baki ve Bütüner 2013:219.

bulamaz, her şeyi bilen dışında, çünkü... Burada verilen en iyi yöntem, çapı üç ve yedide bir ile çarpmanızdır" Demek ki Allah yarattıklarını biliyor; çünkü onu yarattı, biz ise ancak kendi yarattığımızı bilebiliriz. Modern matematik, herhangi bir ontolojik soruna ve Tanrı'nın yaratılışına ilişkin değerlendirmeye odaklanmasa da, bin yıl sonra Hollandalı bir matematikçi Brower, Hârizmî tarafından kullanılan aynı örneği kullanarak üçleme (teslis) yasasına dair bir örnek sundu. Brower'ın örneği, matematiksel gerçeğin zamana bağlı ve sübjektif karakterini göstermektedir (...) Matematik tarihinde bu çözüm yöntemi ilk kez bu kitapta ortaya çıkmıştır. (Baki, 1992, ss. 225-226)

Hârizmî'nin neredeyse her denklem çözümünden sonra "doğrusunu ancak Allah bilir" ya da "böyle yaparsan sonuca ulaşırsın inşallah" şeklindeki ifadesi de bu yoruma bir örnek olabilir. Öte yandan, bu düşünce, cebirde gerek negatiflere yer vermemesi gerekse somut bir kareye bağlı kalacağı bir geometrik model inşa etmesi, "somut gerçeklikle sınırlı olarak *bilinebilir*" alanın dışına çıkmak istemeyişi yönündeki daha önceki yorumumuzu da destekler niteliktedir.

5. Sonuç

Düşüncede ve bilimde bugün geldiğimiz aşama elbette tarihsel sürecin katkılarıyladır. Fakat kimi zaman, tarihsel süreçte bazı sıçramaların fark edilmediği, bazı önemli noktaların gözden kaçırıldığı ya da bazı bağlantıların kurulmakta geç kalındığı veya güçlük çekildiği hissine kapılırız. Bu çalışmada, cebri ele alış biçimiyle çağdaş felsefe ve nesne kuramı tartışmalarına benzerliği açısından mukayese imkânı bulduğumuz Hârizmî'yi, daha önce açıkça görülememiş yahut gösterilememiş hususlara böyle bir ihtiyaçla temas ederek yeniden değerlendirmeyi amaçladık. Tarihsel süreç boyunca, ilgisi nispetinde en çok bağlantılı olan matematiksel ve mantıksal gelişmeler üzerinden Hârizmî cebrini, nesne kuramında bugün gelinen aşamadan hareketle tekrar okuyarak benzerlik ve farklılıklara işaret ettik. Geldiğimiz nokta, Hârizmî'nin cebirsel denklemleri kurarken sayıdan bahsetme yolunun, cebirsel çözümün doğruluk denetlemesine olanak tanıyacak geometrik modeller inşa etmesinin modern mantığın (mümkün dünyalar semantiğini içermesi bakımından özellikle modal mantığın) gramatik dilin hatalarını içermemesi amacıyla inşa ettiği sembolik dil yoluyla nesneyi önermeye konu etmesine ve böylece önermelerin doğruluk değerini belirlemeye çalışmasına ve modeller yoluyla farklı metafiziklere kapı aralayacak mümkün ve imkansız nesneyi içerebilme potansiyeline şaşırtıcı ölçüde benzer olduğudur. Hârizmî cebrinden hareketle bugün böyle bir metafizik ve semantik bu yoruma ulaşmaya izin veren temel saiklerden biri, öyle anlaşılıyor ki, Hârizmî'nin kendisinin belirli bir metafizik motivasyonla evreni anlama çabasıdır. Ancak hareket noktasındaki metafizikle varış noktasındaki metafizikler, tam da aradaki araçsal neden dolayısıyla çok farklıdır. Ulaştığımız bu yorum, mantıksal ve metafiziksel olarak ileriye yönelik bir adım olmaktan ziyade, geçmişi anlama ve böylece ilerleme amacına matuftur.

Kaynakça

Ajami, H. (2016). Oneness of Knowledge in Islamic Philosophy. *OALib*, *03*(07), 1-4. https://doi.org/10.4236/oalib.1102755

Aksoy, A. (2016). Al-Khwarizmi and the Hermeneutic Circle: Reflections on a Trip to Samarkand. *Journal of Humanistic Mathematics*, *6*(2), 114-127. https://doi.org/10.5642/jhummath.201602.09

Altunya, H. (2013). Mantık ve Dînî İlimler İlişkisinin Tarihsel Gelişimi Üzerine Kısa Bir Tahlil. *Süleyman Demirel Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, *30*, 57-72.

Aristoteles. (1996). *Metafizik* (Ahmet Arslan, Çev.). Sosyal Yayınları.

Baki, A. (1992). Al Khwarizmi's Contributions to The Science of Mathematics: Al Kitab Al Jabr Wa'l Muqabalah. *Med J Islamic World Acad Sci.*, *5*:3, 225-228.

Baki, A., & Bütüner, S. Ö. (2013). Cebrin Tarihsel Gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *2*(3), 198-231.

Boeke, J. D., & Fenyo, D. (2015). Much Ado About Zero. *Cell*, *163*(3), 534-535. https://doi.org/10.1016/j.cell.2015.10.033

Chaudhuri, A. (2016). Much Ado About Zero. *Undefined*. https://www.academia.edu/25952456/Much_ado_about_zero

Courant, R. (2013). Modern Dünyada Matematik. İçinde C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme* (9. bs). Remzi Kitabevi.

Dantzig, T. (2011). *Sayı: Bilimin Dili* (Barış Cezar, Çev.). Metis Yayınları.

Ekinci, İ. (2021). Harizmî'nin Kitâbu'l-Cebr ve'l-Mukâbele İsimli Eserinin Arap Dilindeki Yeri ve Önemi. *İçtimaiyat Sosyal Bilimler Dergisi*, *5*(1).

Emiroğlu, İ. (2003). Mantık. İçinde *TDV İslâm Ansiklopedisi* (C. 28, ss. 18-28). TDV Yayınları.

Euler, L. (2015). *Elements of Algebra* (J. L. de Lagrange, Ed.; repr.). CreateSpace, Inc. & Kindle Direct Publishing.

Fazlıoğlu, İ. (1997). Hârizmî, Muhammed b. Mûsâ -. İçinde *TDV İslam Ansiklopedisi* (C. 16, ss. 224-227).

Galilei, G. (1957). The Assayer (1623). Içinde S. Drake (Çev.), *Discoveries and Opinions of Galileo* (24th edition). Anchor.

Gözkân, H. B. (2008). Frege ve Aritmetiğin Temelleri. İçinde H. B. Gözkân (Çev.), *Atirmetiğin Temelleri Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal-Matematiksel Bir İnceleme*. YKY.

Günay, D. (2004). Bilimin Matematiksel (Olan) Temeli. İçinde *Mantık, Matematik ve Felsefe I. Ulusal Sempozyumu -26-28 Eylül 2003, Asos-Çanakkale- Bildiri Kitabı* (ss. 313-325). İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları.

Halmos, P. R. (2013). Matematikte Yenilik. İçinde C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme* (9. bs). Remzi Kitabevi.

Hârizmî, M. (2021). *Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap-Çeviri-İnceleme* (İsmail Ekinci, Tuğba Yavuz, Beyhan Ş. Öztürk, Çev.). DBY Yayınları.

İbn Sina. (2013). *İşaretler ve Tembihler* (E. Demirli, A. Durusoy, & M. Macit, Çev.). Litera Yayıncılık.

Katz, V. J., & Barton, B. (2007). Stages in the History of Algebra with

Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(2), 185-201.

Kaya, M. (1992). Beytü'l Hikme. İçinde *TDV İslam Ansiklopedisi* (C. 6, ss. 88-90).

Kline, M. (2013). Matematiğin Temelleri. İçinde C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme* (9. bs). Remzi Kitabevi.

Launay, M. (2016). *Çetele Kemiklerinden Yapay Zekaya Matematiğin Kısa Tarihi* (G. Ünal, Çev.). Say Yayınları.

Martin, R. M. (1963). *Intension and Decision: A Philosophical Study*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Meinong, A. (1960). On the Theory of Objects (Translation of "Über Gegenstandstheorie", 1904). İçinde R. Chisholm (Ed.), *Realism and the Background of Phenomenology* (ss. 76-117). Glencoe, Illinois: Free Press.

Nabirahni, D. M., Evans, B. R., & Persaud, A. (2019). Al-Khwarizmi (Algorithm) and the Development of Algebra. *Mathematics Teaching Research Journal*, *11*(1-2), 5.

Newsom, C. V. (2013). Modern Matematiksel Düşünce. İçinde C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme* (9. bs). Remzi Kitabevi.

Parshall, K. H., & Katz, V. J. (2014). *Taming the Unknown: A History of Algebra from Antiquity to the Early Twentieth Century*. Princeton University Press.

Pesic, P. (2004). Plato and Zero. *Graduate Faculty Philosophy Journal*, *25*(2), 1-18. https://doi.org/10.5840/gfpj200425216

Schaaf, W. L. (2013). Kültürel Bir Birikim Olarak Matematik. İçinde C. Yıldırım, *Matematiksel Düşünme* (9. bs). Remzi Kitabevi.

Tahiri, H. (2016). *Mathematics and the Mind: An Introduction into Ibn Sīnā's Theory of Knowledge*. Springer International Publishing.

Wedberg, A. (1998). Platon'un Aritmetik Felsefesi (H. G. Topdemir, Çev.). *Felsefe Dünyası*, *27*, 114-129.

Wittgenstein, L. (2007). *Felsefi Soruşturmalar* (H. Barışcan, Çev.). Metis Yayınları.

Yavuz, T. (2020a). *Varolmayan Nesneler Semantiği*. DBY Yayınları.

Yavuz, T. (2020b). İmkânsız Dünyalar. *Beytulhikme An International Journal of Philosophy*, *10*(10:3), 891-908. https://doi.org/10.18491/beytulhikme.1643

Yavuz, T. (2021a). Çağdaş Felsefe ve Nesne Kuramı Tartışmaları Bağlamında Hârizmî'nin Cebri. İçinde *Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap*. DBY Yayınları.

Yavuz, T. (2021b). Cebrin Semantiği: Hârizmî Cebrinin Felsefi Açıdan Değerlendirmesi. *Üniversite Araştırmaları Dergisi*, *4*(Özel Sayı), 49-58. https://doi.org/10.32329/uad.1004370

Yıldırım, C. (2013). *Matematiksel Düşünme* (9. Baskı). Remzi Kitabevi.