

## Runge Kutta Optimization for Fixed Size Multimodal Test Functions

Fatih Cantaş<sup>a</sup>, Serdar Özyön<sup>b,1</sup>, Celal Yaşar<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Kütahya Dumlupınar University, Institute of Graduate Education, Kütahya, Turkey  
ORCID ID: 0000-0001-5573-021X

<sup>b</sup> Kütahya Dumlupınar University, Faculty of Engineering, Kütahya, Turkey  
ORCID ID: 0000-0002-4469-3908

<sup>c</sup> Kütahya Dumlupınar University, Faculty of Engineering, Kütahya, Turkey  
ORCID ID: 0000-0002-1251-3562

---

### Abstract

In this study, it is aimed to increase the success of the Runge Kutta (RUN) algorithm, which is used in the solution of many optimization problems in the literature, on fixed-size test functions by changing the parameter values. Optimization can be defined as making a system most efficient at the least possible cost under certain constraints. For this process, many optimization algorithms have been designed in the literature and used to obtain the best solutions for certain problems. The most important parts in solving these problems are modeling the problem correctly, determining the parameters and constraints of the problem, and finally choosing a suitable meta-heuristic algorithm for the solution of the objective function. Not every algorithm is suitable for every problem structure. Therefore, in this study, the suitability of the RUN algorithm for the solution of fixed-size functions will be evaluated. Theoretically, Runge-Kutta methods used in numerical analysis are an important type of the family of closed and open iterative methods for solution approximations of ordinary differential equations. The RUN algorithm is also designed with inspiration from these methods. In order to evaluate the performance of the RUN algorithm on fixed-size functions in the study, 10 fixed-size multimodal test functions (Shekel's Foxholes, Kowalik, Six-Hump Camel-Back, Branin, Goldstein-Price, Hartman3, Hartman6, Shekel5, Shekel7, Shekel10) have been found in the literature before was selected. Solutions for each of the selected functions are obtained by changing the parameter values of the RUN algorithm. The obtained solution values were evaluated by comparing the solutions obtained with Slime Mold Algorithm (SMA) and Hunger Games Search (HGS) algorithms.

**Keywords:** "Runge kutta algorithm (RUN), slime mould algorithm (SMA), hunger games search (HGS), fixed size multimodal test functions."

---

## 1. Giriş

Günümüz koşullarında problemlere hızlı ve kolay çözüm üreten optimizasyon yöntemleri büyük önem arz etmektedir. Optimizasyon, kısaca en iyi çözümü bulmaktır. Bir problemin optimizasyonu, verilen kısıtlar altında o problem için mevcut olan çözümler arasında en iyi olana ulaşmak demektir. Metasezgisel optimizasyon algoritmaları ise klasik yöntemlerle çözümü zor ya da uzun zaman alan problemlere, kabul edilebilir sürede optimuma yakın çözümler bulmaya çalışan algoritmalar [1].

Bu kapsamda değerlendirilen Runge Kutta algoritması (RUN) sayısal analizde kullanılan, adi diferansiyel denklemlerin çözüm yaklaşımları için kapalı ve açık yinelemeli yöntemler ailesinin önemli bir tipidir. Mühendislik ve uygulamalı bilimlerin farklı alanlarındaki problemlerin çözümlerinde kolayca uyarlanabilir olması, ayrıca dördüncü dereceye kadar olan diferansiyel denklemlerin çözümlerinde kabul edilebilir bir zaman dilimi içerisinde başarılı sonuçlar vermesi nedeniyle araştırmacılar tarafından yaygın olarak kullanılan bir yöntem olmuştur [2].

Literatürde yer alan birçok çalışmada üretilen algoritmalar daha iyi ve kararlı hale getirilmek için algoritma içinde yer alan parametreler ya da yöntemler ilk çıkış halinden farklı formlara dönüştürülmüştür. Yapılan literatür taramasında son yıllarda oldukça geniş bir uygulama alanı bulan bazı güçlü algoritmalar, açlık oyunları arama algoritması (Hunger Games Search- HGS) [3,4], balçık kalıp algoritması (slime mould algorithm-SMA) [5,6], sinüs-kosinüs algoritması (Sine Cosine Algorithm-SCA) [7], çoklu evren optimizasyonu (Multi-Verse Optimizer-MVO) [8] ve merkezi kuvvet optimizasyonu (Central Force Optimization-CFO) [9] şeklinde sayılabilir.

---

<sup>1</sup> Corresponding Author  
E-mail Address: serdar.ozyon@dpu.edu.tr

Literatürdeki birçok çalışmada, üretilen benzer algoritmaları daha iyi ve kararlı hale getirmek için algoritma içinde yer alan parametreler ya da yöntemler ilk çıkış halinden farklı formlara da dönüştürülmüştür [4,6,10]. Bu çalışmada, RUN algoritmasında kullanılan parametrelerden biri olan  $a$  için, değişik aralıktaki değerler kullanılarak, RUN algoritmasının sabit boyutlu test fonksiyonları üzerindeki başarısı gözlemlenmiştir. Elde edilen eniyi değerler, aynı platform üzerinde, aynı şartlarla geliştirilmiş farklı algoritmalarla karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

## 2. Runge Kutta Algoritması (RUN)

RUN algoritması, stokastik bileşenlere sahip yeni bir sürü tabanlı model olarak geliştirilmiştir. Bu algoritma, metaforsuz ve temel matematiksel yapılara sıkı bağla karakterize edilmiştir. Metaforların popülasyona dayalı bir modelde kullanılması uygun olmaz, çünkü böyle bir yöntemin tek faydası optimizasyon algoritmalarında kullanılan denklemlerin gerçek doğasını gözden kaçıracağıdır. Bu nedenle RUN algoritması, Runge-Kutta (RK) tekniğinin ana mantığını ve bir ajan sürüsünün popülasyona dayalı evrimini açıklar. Aslında RK, eğimi hesaplamak ve adi diferansiyel denklemleri çözmek için özel bir formülasyon (yani, RK4 yöntemi) kullanır. RUN'un ana fikri, RK yönteminde önerilen hesaplanmış eğim kavramına dayanmaktadır. RUN algoritması, hesaplanan eğimi, arama uzayındaki gelecek vaat eden alanı keşfetmek ve sürü tabanlı optimizasyon algoritmasının mantığına göre bir popülasyon kümesinin evrimi için bir dizi kural oluşturmak için bir arama mantığı olarak kullanır [2].

RK yöntemi, Euler yöntemindeki ortalama eğim hesaplama işlemlerini bir adım daha ileri götürmektedir. Lineer interpolasyonda kullanılan eğim, aralığın sol ve sağ sınırındaki eğimler ile aralığın içinde bulunan birkaç nokta alınarak ağırlıklı ortalama olarak hesaplanır. Eğimler için kullanılan bölmeleme ve bağıl ağırlıklar için birçok alternatif bulunmaktadır. RK yöntemi birinci mertebeden adi diferansiyel denklemlerin çözüm yöntemi olarak bilinir. Bütün bu yöntemler, fonksiyonun Taylor serisi açılımında  $h^k$  ( $k$  yöntemin mertebesi olmak üzere) merteye terimlerine kadar uyumludur. Bundan dolayı ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden RK yöntemleri vardır. İkinci mertebeden yöntemler  $h^2$ 'li terime kadar bütün terimlere sahiptir. Dördüncü mertebeden RK yöntemi ise  $h^4$  'lü terime kadar bütün terimlere sahiptir. En yaygın kullanılan RK yöntemi olup klasik RK diye de isimlendirilir [2].

### 2.1. Dördüncü Mertebeden RK Yöntemi

Bir adi diferansiyel denklemi çözerken en çok kullanılan yöntem dördüncü mertebeden RK yöntemidir. Dördüncü mertebeye yöntem için  $y_{i+1}$  denklem (1)'den elde edilir.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (1)$$

Bu denklemde  $k_i$  ağırlık değerleri ile elde edilen  $y$  değeri, tahmini artışı ifade etmekte olup  $k_1, k_2, k_3$  ve  $k_4$  eşitlikleri denklem (2)'de verilmiştir.

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + k_1 \cdot \frac{h}{2}\right) \\ k_3 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + k_2 \cdot \frac{h}{2}\right) \\ k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3 \cdot h) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Burada  $k_1$  sol sınırın eğim tahminini,  $k_4$  sağ sınırın eğim tahminini,  $k_2$  ve  $k_3$  ise aradaki iki noktanın eğim tahminlerini göstermektedir.  $k_i$  değerlerinin ağırlıklı ortalaması  $y$ 'deki artışı belirlemek için kullanılır ve  $y_{i+1}$  değerinin bulunması için  $y_i$  değerine eklenir. RUN algoritmasının çalışma prensipleri başlatma adımı, arama mekanizmasının kökü, çözümlerin güncellenmesi ve gelişmiş çözüm kalitesi gibi başlıklar halinde aşağıda özetlenmiştir [2].

### 2.2. Başlatma Adımı

Bu adımda mantık, izin verilen yinleme sayısı içinde geliştirilecek bir başlangıç sürüsü ayarlamaktır. RUN algoritmasında,  $N$  büyüklüğündeki bir popülasyon için  $N$  pozisyon rastgele oluşturulur. Popülasyonun her bir üyesi  $x_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ), bir optimizasyon problemi için  $D$  boyutuna sahip bir çözümdür. Genel olarak, başlangıç konumları aşağıdaki denklem (3) tarafından rastgele oluşturulur [2].

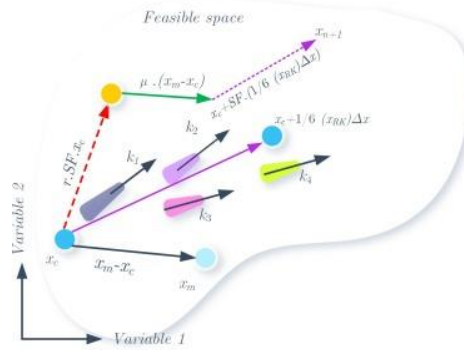
$$x_{n,i} = L_i + rand(U_i - L_i) \quad (3)$$



Denklemden  $a$  ve  $b$  iki sabit sayıyı,  $i$  yineleme sayısını ve  $Maxi$  ise maksimum yineleme sayısını göstermektedir. Bu çalışmada, keşif ve işletme arasında uygun bir denge sağlamak için  $SF$  kullanılmıştır. Çeşitliliği artırmak ve keşif aramasını geliştirmek için başlangıçtaki yinelemelerde büyük bir  $SF$  değeri belirlenir; sonra, yineleme sayısı arttığında işletme arama yeteneğini desteklemek için değeri azaltılır. RUN algoritmasının ana kontrol parametreleri, ( $SF$ )'de kullanılan  $a$  ve  $b$  olan iki parametreyi içermektedir. Denklem (4)'deki kural, önerilen RUN algoritmasının,  $rand < 0,5$  koşuluna dayalı olarak keşif işletme aşamalarını seçtiğini göstermektedir. RUN algoritmasının optimizasyon için kullanılan bu yeni prosedüründe  $rand < 0,5$  ise, çözüm uzayında global bir aramanın uygulanmasını ve aynı anda  $x_c$  çözümü etrafında yerel bir aramanın yapılmasını sağlar. Yeni bir küresel arama (keşif) uygulayarak, algoritma arama alanının üstün gelecek vaat eden bölgelerini keşfedebilir. Diğer taraftan,  $rand \geq 0,5$  ise RUN algoritması,  $x_m$  çözümü etrafında yerel bir arama gerçekleştirir. Bu yerel arama aşamasını uygulayarak, önerilen algoritma yakınsama hızını etkili bir şekilde artırabilir ve yüksek kaliteli çözümlere odaklanabilir.  $x_c$  ve  $x_m$  çözümleri etrafında yerel arama yapmak ve arama uzayında gelecek vaat eden bölgeleri keşfetmek için denklem (4) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir [2].

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } rand < 0,5 \\ x_{n+1} = (x_c + r \times SF \times g \times x_c) + SF \times SM + \mu \times x_s \quad (\text{keşif aşaması}) \\ \text{else} \\ x_{n+1} = (x_m + r \times SF \times g \times x_m) + SF \times SM + \mu \times x_s \quad (\text{işletme aşaması}) \\ \text{end} \end{array} \right\} \quad (9)$$

Denklemden  $g$ ,  $[0, 2]$  aralığında rastgele bir sayıyı göstermekte,  $r$  ise, 1 veya -1 olan bir tam sayı olup arama yönünü değiştirerek çeşitliliği artırmaktadır. Denklem (9)'a göre, yineleme (iterasyon) sayısı arttıkça  $x_c$  etrafındaki yerel arama azalır. Bir sonraki yinelemede  $x_{n+1}$  konumunun nasıl oluşturulacağını gösteren RUN algoritmasının arama mekanizması Şekil 2'de verilmiştir [2].



Şekil 2. RUN algoritmasının arama mekanizması [2]

## 2.5. Gelişmiş Çözüm Kalitesi (ESQ)

RUN algoritmasında, çözümlerin kalitesini artırmak ve her yinelemede yerel optimumdan kaçınmak için geliştirilmiş çözüm kalitesi (enhanced solution quality-ESQ) kullanılır. RUN algoritması, ESQ uygulayarak her çözümün daha iyi bir konuma doğru hareket etmesini sağlar. Önerilen ESQ'da, üç rastgele çözümün ( $x_{ort}$ ) ortalaması hesaplanır ve yeni bir çözüm ( $x_{yeni1}$ ) oluşturmak için en iyi konumla ( $x_b$ ) birleştirilir. ESQ kullanılarak sonraki çözümü ( $x_{yeni2}$ ) oluşturmak için denklem (10)'daki işlem yürütülür [2]:

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } rand < 0,5 \\ \text{if } w < 1 \\ x_{yeni2} = x_{yeni1} + r \cdot w \cdot |x_{yeni1} - x_{ort}| + randn \\ \text{else} \\ x_{yeni2} = (x_{yeni1} - x_{ort}) + r \cdot w \cdot |(u \cdot x_{yeni1} - x_{ort} + randn)| \\ \text{end} \\ \text{end} \end{array} \right\} \quad (10)$$

Denklemden  $w$ ,  $x_{ort}$  ve  $x_{yeni1}$  değerleri sırasıyla denklem (11), (12) ve (13)'te verilmiştir.

$$w = rand(0, 2) \exp\left(-c \left(\frac{i}{Maxi}\right)\right) \quad (11)$$

$$x_{ort} = \frac{x_{r1} + x_{r2} + x_{r3}}{3} \quad (12)$$

$$x_{yeni1} = \beta \times x_{ort} + (1 - \beta) \times x_{best} \quad (13)$$

Denklemlerde  $\beta$ ,  $[0, 1]$  aralığında rastgele bir sayıyı,  $c$  ise seçilebilecek rastgele bir sayıyı,  $w$  artan yineleme sayısı ile azalan rastgele bir sayıyı ve  $r$  ise 1, 0 veya -1 olan bir tam sayıyı göstermektedir. Denklem (10)'ün ikinci koşulunda çeşitliliği artırmak için  $u$  parametresinin tanımlanmıştır. Bu bölümde hesaplanan çözüm ( $x_{yeni2}$ ) mevcut çözümden daha iyi uygunluk göstermeyebilir (yani,  $(f(x_{yeni2}) > f(x_n))$ ). İyi bir çözüm oluşturmak için başka bir şansa sahip olmak için başka bir yeni çözüm ( $x_{yeni3}$ ) oluşturulur ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } w < 1 \\ x_{yeni3} = (x_{yeni2} - rand \cdot x_{yeni2}) + SF\left(rand \cdot x_{RK} + (v \cdot x_b - x_{yeni2})\right) \\ \text{end} \end{array} \right\} \quad (14)$$

Denklemden  $v$ ,  $2 \times rand$  değerine sahip rastgele bir sayıdır. Aslında, yeni çözüm ( $x_{yeni3}$ ),  $rand < w$  koşulu karşılandığında uygulanır. Denklem (14)'ün temel amacı,  $x_{yeni2}$  çözümünü daha iyi bir konuma taşımaktır. Bu denklemin ilk kuralında  $x_{yeni2}$  civarında yerel bir arama oluşturulur ve ikinci kuralda RUN en iyi çözüme doğru hareketle gelecek vaat eden bölgeleri keşfetmeye çalışır. Bu nedenle, en iyi çözümün önemini vurgulamak için  $v$  katsayısı kullanılır.  $X_{rk}$ 'yi hesaplamak için  $x_b$  ve  $x_w$  çözümlerinin sırasıyla  $x_k$  ve  $x_{yeni2}$  olduğu unutulmamalıdır, çünkü  $x_n$ 'nin uygunluk değeri  $x_{yeni2}$ 'kinden küçüktür (yani,  $(f(x_{yeni2}) > f(x_n))$ ). RUN algoritmasının sözde kodu, Algoritma 1'de verilmiştir [2].

---

**Algoritma 1.** RUN Algoritmasının sözde kodu [2]

---

**Aşama 1. Başlatma**

a, b'yi gir.

$x_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ) RUN algoritmasının popülasyonunu oluştur

Popülasyonun her üyesinin amaç fonksiyonunu hesaplayın

$x_w$ ,  $x_b$  ve  $x_{best}$  çözümlerini belirleyin

**Aşama 2. RUN operatörleri**

**for**  $i = 1 : Maxi$

**for**  $n = 1 : N$

**for**  $l = 1 : D$

Denklem (9)'u kullanarak  $x_{n+1,l}$  konumunu hesaplayın

**end for**

**Çözüm kalitesini artırın**

**if**  $rand < 0,5$

Denklem (10)'u kullanarak  $x_{yeni2}$  konumunu hesaplayın

**if**  $f(x_n) < f(x_{yeni2})$

**if**  $rand < w$

Denklem (11)'i kullanarak  $x_{yeni3}$  konumunu hesaplayın

**end**

**end**

**end**

$x_w$  ve  $x_b$  konumlarını güncelle

**end for**

$x_{best}$  konumunu güncelle

$i = i + 1$

**end**

**Aşama 3.**  $x_{best}$  'e dön.

---

### 3. Araştırma ve Bulgular

#### 3.1. Test Fonksiyonları

RUN algoritmasının, performansının değerlendirilebilmesi için literatürde farklı araştırmacılar tarafından daha önce farklı algoritmalar ile çözümü yapılmış olan 10 adet test fonksiyonu seçilmiştir. Bu fonksiyonlar Tablo 1'de verilmiştir. Çizelgede,  $D$  değeri fonksiyonun boyutunu,  $S$  arama uzayını,  $f_{min}$  ise fonksiyonun minimum değerini göstermektedir. Bu fonksiyonlar düşük ve sabit boyutlu olup az sayıda lokal minimum noktaları olan multimodal fonksiyonlardır [11].

Tablo 1. Test fonksiyonları

	<i>Formül</i>	<i>Fonksiyon Adı</i>	<i>D</i>	<i>Aralık (S)</i>	<i>fmin</i>
1	$f_1(x) = \left( \frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6} \right)^{-1}$	Shekel's Foxholes	2	$[-65.53, 65.53]2$	0,998
2	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[ a_i - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]$	Kowalik	4	$[-5, 5]4$	0,0003
3	$f_3(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	Six-Hump Camel Back	2	$[-5, 5]2$	-1,0316
4	$f_4(x) = \left( x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6 \right)^2 + 10 \left( 1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos x_1 + 10$	Branin	2	$[-5, 10]x[0, 15]$	0,397887
5	$f_5(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)]x \dots [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$	Goldstein-Price	2	$[-2, 2]2$	3
6	$f_6(x) = - \sum_{j=1}^3 c_j \exp \left( - \sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2 \right)$	Hartman3	3	$[0, 1]3$	-3,86278
7	$f_7(x) = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp \left( - \sum_{j=1}^6 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2 \right)$	Hartman6	6	$[0, 1]6$	-3,32237
8	$f_8(x) = - \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 [(x_j - a_{ij})(x_j - a_{ij})^T + c_i]^{-1}$	Shekel5	4	$[0, 10]4$	-10,1532
9	$f_9(x) = - \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^4 [(x_j - a_{ij})(x_j - a_{ij})^T + c_i]^{-1}$	Shekel7	4	$[0, 10]4$	-10,4029
10	$f_{10}(x) = - \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^4 [(x_j - a_{ij})(x_j - a_{ij})^T + c_i]^{-1}$	Shekel10	4	$[0, 10]4$	10,5364

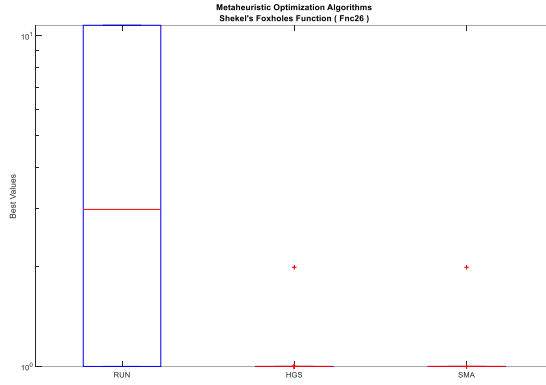
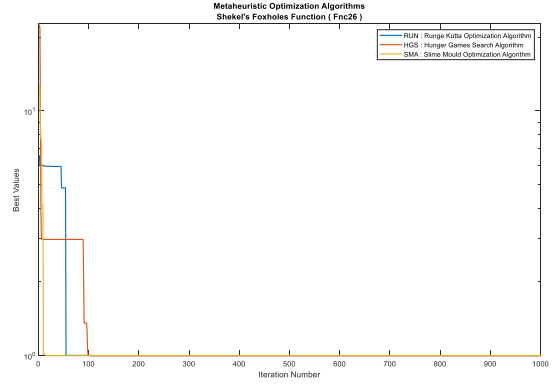
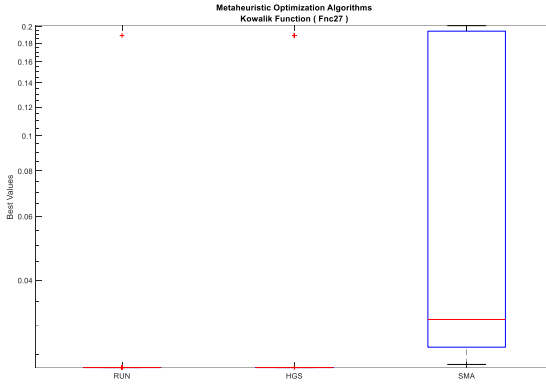
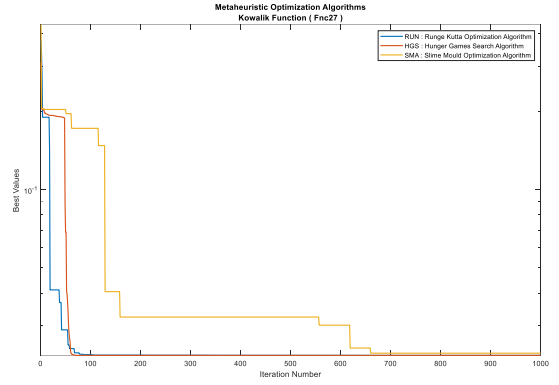
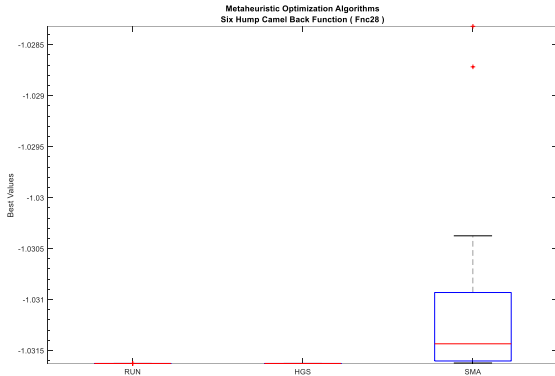
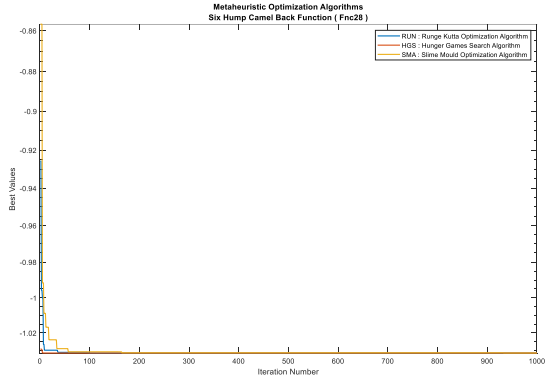
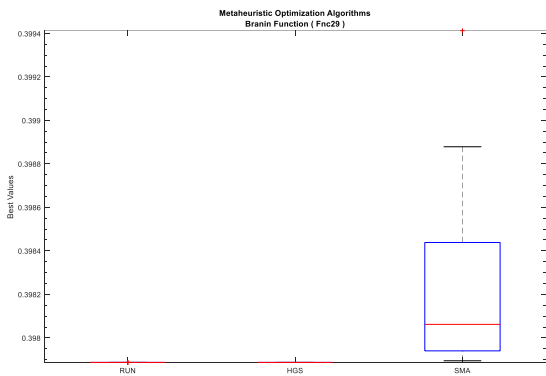
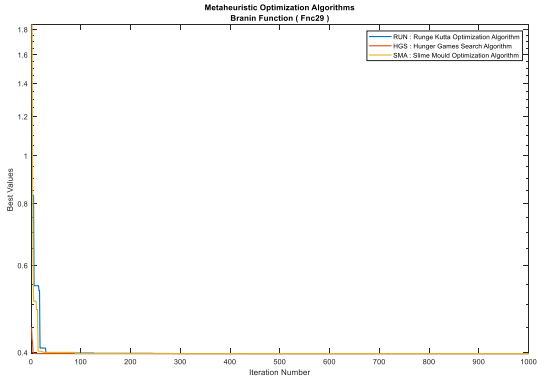
#### 3.2. Sayısal Sonuçlar

Bu çalışmada yer alan test fonksiyonlarının çözümünde kullanılan  $a$  parametresi değiştirilirken,  $b$  parametresi, literatürde RUN algoritmasıyla aynı değer olarak alınmıştır ( $b=12$ ). Kullanılan diğer değişkenler popülasyon boyutu ( $N$ ) 50, iterasyon sayısı ( $iteN$ ) 1000 olarak alınmıştır. Karşılaştırma yapılan bütün algoritmalar için bu değerler eşit alınmıştır. Bunun nedeni algoritmalar arasındaki karşılaştırmanın doğru ve sağlıklı yapılabilmesi içindir. Böylelikle geliştirilen metotlar performans, yakınsama, kararlılık ve hız açısından daha doğru değerlendirilmiş olacaktır. Çalışmada sonuçları verilen bütün algoritmalar ve test fonksiyonlarının çözümü için MATLAB R2022b'de geliştirilen programlar AMD Ryzen 7 3800X 8-Core Processor 3.90 GHz işlemcili ve 16 GB RAM bellekli iş istasyonunda Çizelge 1'deki fonksiyonlar için 1000 iterasyon (50000 fonksiyon çağırımı, FCall) çalıştırılmıştır. Tablo 1'de RUN algoritmasına ait farklı  $a$  değerleri için elde edilen sonuçlar verilmiştir.

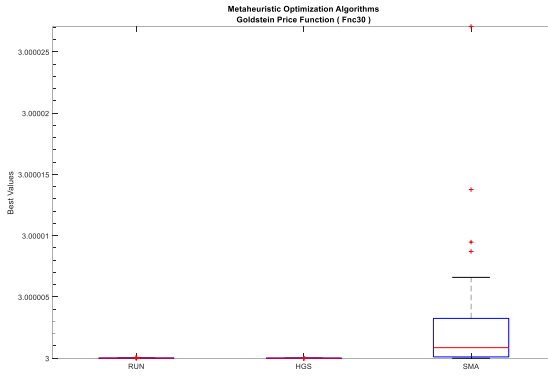
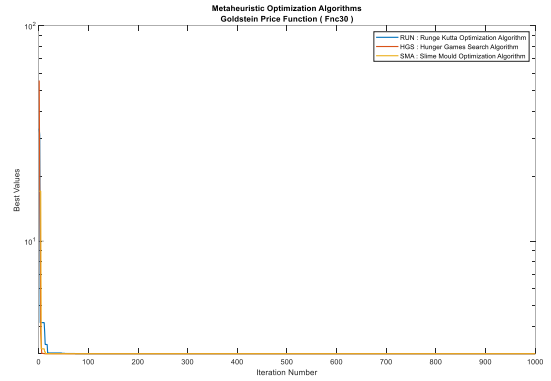
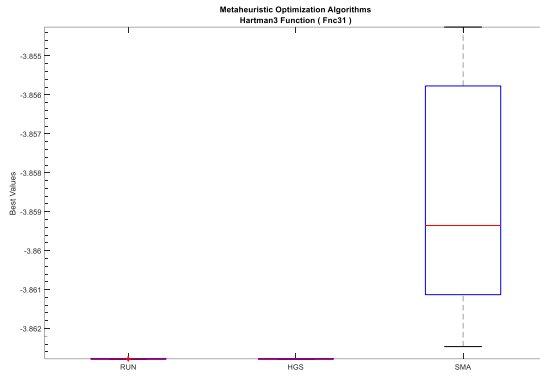
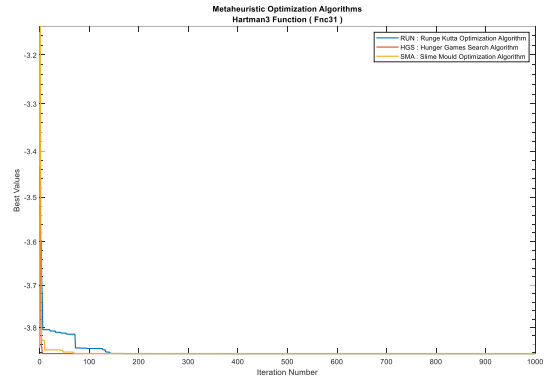
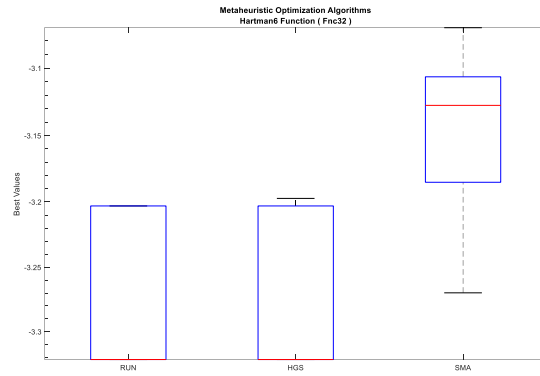
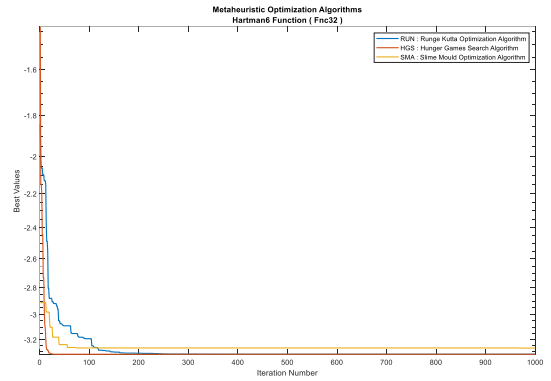
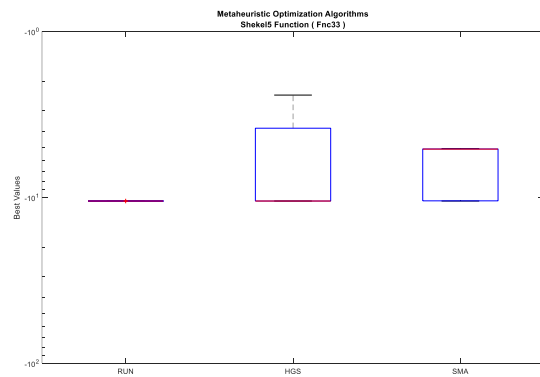
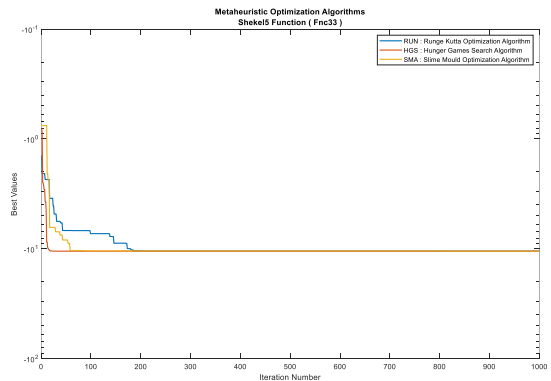
Tablo 2. Farklı  $a$  değerleri için elde edilen veriler (30 bağımsız çalışma- 1000 iterasyon)

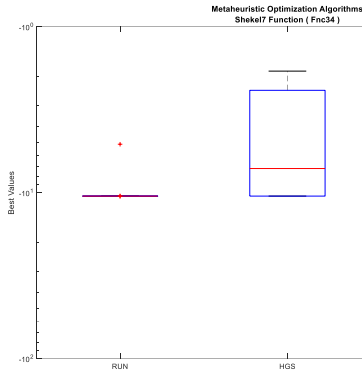
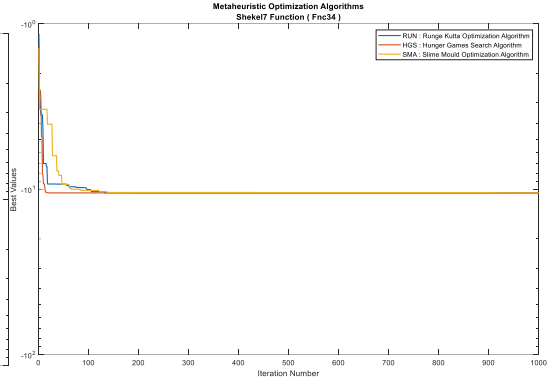
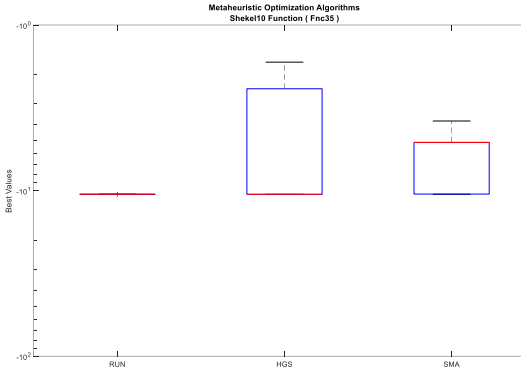
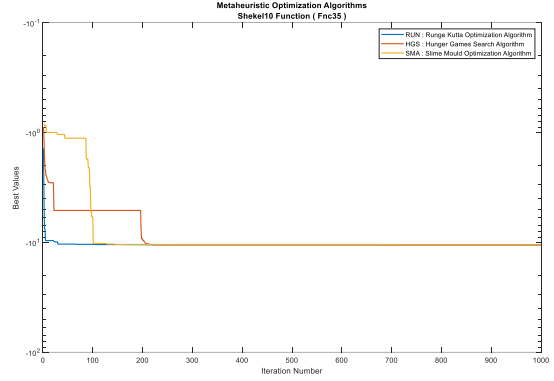
		10	15	20	25	30
$f_1$	EnKötü	1.076318067e+01	1.076318067e+01	1.076318067e+01	1.076318067e+01	1.076318067e+01
	Ortalama	2.409653679e+00	2.051013549e+00	4.197281388e+00	2.834298759e+00	3.452439833e+00
	Enİyi	9.980038378e-01	9.980038378e-01	9.980038378e-01	9.980038378e-01	9.980038378e-01
	StdSapma	2.416788689e+00	1.874362411e+00	4.046554275e+00	2.805311741e+00	3.378033051e+00
	Süre (s)	0.857953	0.863482	0.863241	0.868943	0.866918
$f_2$	EnKötü	1.889337489e-01	1.889337487e-01	1.889337486e-01	1.889337491e-01	1.889337495e-01
	Ortalama	6.724412604e-02	5.065008662e-02	2.852470093e-02	5.065008698e-02	5.065008710e-02
	Enİyi	2.299335416e-02	2.299335416e-02	2.299335416e-02	2.299335416e-02	2.299335416e-02
	StdSapma	7.338160347e-02	6.184233369e-02	2.978721236e-02	6.184233359e-02	6.184233356e-02
	Süre (s)	0.424347	0.424921	0.424211	0.423041	0.427185
$f_3$	EnKötü	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00
	Ortalama	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00
	Enİyi	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00
	StdSapma	5.978281758e-14	1.327760395e-13	1.321611528e-13	1.569940362e-13	4.045270849e-13
	Süre (s)	0.444946	0.443917	0.44607	0.446965	0.448546
$f_4$	EnKötü	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873578e-01	3.978873577e-01
	Ortalama	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01
	Enİyi	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978873577e-01
	StdSapma	8.537860065e-13	9.296393350e-13	2.905012321e-12	8.092891212e-12	2.917507966e-12
	Süre (s)	0.419307	0.420943	0.419064	0.421273	0.421646
$f_5$	EnKötü	3.000000213e+00	3.000000241e+00	3.000000063e+00	3.000000655e+00	3.000000421e+00
	Ortalama	3.000000014e+00	3.000000034e+00	3.000000009e+00	3.000000046e+00	3.000000045e+00
	Enİyi	3.000000000e+00	3.000000000e+00	3.000000000e+00	3.000000000e+00	3.000000000e+00
	StdSapma	3.998206129e-08	6.092053966e-08	1.650698400e-08	1.276370719e-07	8.684382822e-08
	Süre (s)	0.418445	0.416773	0.417586	0.417793	0.419598
$f_6$	EnKötü	-3.862782145e+00	-3.862782147e+00	-3.862782142e+00	-3.862782141e+00	-3.862782145e+00
	Ortalama	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00	-3.862782147e+00	-3.862782147e+00	-3.862782148e+00
	Enİyi	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00
	StdSapma	4.260309090e-10	1.574606466e-10	1.271676321e-09	1.357638186e-09	5.817528482e-10
	Süre (s)	0.476469	0.475015	0.473804	0.474769	0.473759
$f_7$	EnKötü	-3.203102039e+00	-3.203102036e+00	-3.203102024e+00	-3.203102042e+00	-3.203101890e+00
	Ortalama	-3.254622583e+00	-3.274438173e+00	-3.286327525e+00	-3.286327527e+00	-3.254622574e+00
	Enİyi	-3.321995589e+00	-3.321995589e+00	-3.321995589e+00	-3.321995589e+00	-3.321995589e+00
	StdSapma	5.891598494e-02	5.824570156e-02	5.448386777e-02	5.448386526e-02	5.891599260e-02
	Süre (s)	0.483162	0.486115	0.484211	0.488591	0.486961
$f_8$	EnKötü	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640981e+01
	Ortalama	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01
	Enİyi	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01
	StdSapma	3.238524258e-11	9.329384990e-11	1.565975890e-10	3.552990315e-10	5.964816456e-10
	Süre (s)	0.50228	0.506674	0.503974	0.503205	0.502636
$f_9$	EnKötü	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-5.128480787e+00	-1.053640981e+01	-1.053640981e+01
	Ortalama	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.035614552e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01
	Enİyi	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01
	StdSapma	9.295259264e-11	8.139412708e-11	9.707529697e-01	8.082734482e-10	4.078465329e-10
	Süre (s)	0.506504	0.509365	0.504749	0.504194	0.505743
$f_{10}$	EnKötü	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-5.128480787e+00	-5.128480787e+00
	Ortalama	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.035614552e+01	-1.035614552e+01
	Enİyi	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01
	StdSapma	7.688594525e-11	1.763667712e-10	2.022781615e-10	9.707529697e-01	9.707529696e-01
	Süre (s)	0.507534	0.509114	0.505672	0.50273	0.505777

Tabloda elde edilen sonuçlar incelendiğinde farklı  $a$  değerlerinin ortalama sonuçları elde etmede benzer etkiler gösterildiği görülmektedir.  $a=15$ ,  $a=20$  değerleri için daha fazla test fonksiyonunda iyi sonuç elde ettiği görülmektedir. Aynı fonksiyonların aynı platforma ve aynı fonksiyon çağırım sayılarıyla RUN, SMA ve HGS algoritmalarıyla elde edilen kutu grafikleri ve yakınsama eğrileri Şekil 3.1-13.2 arasında verilmiştir.

Şekil 3.1  $f_1$  için kutu grafiğiŞekil 3.2  $f_1$  için yakınsama eğrileriŞekil 4.1  $f_2$  için kutu grafiğiŞekil 4.2.  $f_2$  için yakınsama eğrileriŞekil 5.1  $f_3$  için kutu grafiğiŞekil 5.2  $f_3$  için yakınsama eğrileriŞekil 6.1  $f_4$  için kutu grafiğiŞekil 6.2  $f_4$  için yakınsama eğrileri



Şekil 7.1  $f_5$  için kutu grafiğiŞekil 7.2  $f_5$  için yakınsama eğrileriŞekil 8.1  $f_6$  için kutu grafiğiŞekil 8.2  $f_6$  için yakınsama eğrileriŞekil 9.1  $f_7$  için kutu grafiğiŞekil 9.2  $f_7$  için yakınsama eğrileriŞekil 10.1  $f_8$  için kutu grafiğiŞekil 10.2  $f_8$  için yakınsama eğrileri

Şekil 11.1  $f_9$  için kutu grafiğiŞekil 11.2  $f_9$  için yakınsama eğrileriŞekil 12.1  $f_{10}$  için kutu grafiğiŞekil 12.2  $f_{10}$  için yakınsama eğrileri

Şekil 3.1-13.2 arasında verilen, RUN, SMA ve HGS algoritmalarıyla elde edilen yakınsama eğrileri incelendiğinde HGS algoritmasının diğer iki algoritmaya göre oldukça iyi bir performans gösterdiği görülmektedir. RUN algoritması sadece  $f_{10}$  için, SMA algoritması ise sadece  $f_1$  için daha iyi bir yakınsama göstermiştir. Algoritmalarla elde edilen en iyi sonuçların karşılaştırmaları ise Tablo 3'te verilmiştir. Karşılaştırma yapılırken bütün sonuçlar aynı bilgisayardan alınmıştır.

Tablo incelendiğinde RUN algoritmasının en iyi çözüm ve ortalama sonuçlar bakımından  $f_2$ ,  $f_4$  ve  $f_{10}$  da, diğer fonksiyonlarda ise HGS ve SMA algoritmalarının en iyi değerleri yakaladıkları görülmektedir. Ortalama süre açısından da RUN algoritmasının en iyi sürede sonuca ulaştığı fonksiyon görülmektedir. HGS ve SMA algoritmasının en iyi değeri yakaladığı durumlar için ortalama değerler ve standart sapmalar açısından karşılaştırıldığında ise, RUN algoritmasından daha iyi olduğu görülmektedir.

Tablo 3. Literatür karşılaştırması

		<i>RUN</i>	<i>HGS</i> [4]	<i>SMA</i> [6]
$f_1$	EnKötü	1.076318067e+01	1.992030900e+00	1.992030900e+00
	Ortalama	4.197281388e+00	1.031138073e+00	1.031138833e+00
	<b>Enİyi</b>	9.980038378e-01	9.980038378e-01	9.980038378e-01
	StdSapma	4.046554275e+00	1.784333185e-01	1.784331773e-01
	Süre (s)	0.863241	0.308757	0.551339
$f_2$	EnKötü	1.889337486e-01	1.889337486e-01	2.010852839e-01
	Ortalama	2.852470093e-02	4.511874008e-02	9.469342197e-02
	<b>Enİyi</b>	2.299335416e-02	2.299335416e-02	2.344709703e-02
	StdSapma	2.978721236e-02	5.640888729e-02	7.810053422e-02
	Süre (s)	0.424211	0.0521708	0.29629
$f_3$	EnKötü	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.028320341e+00
	Ortalama	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031130208e+00
	<b>Enİyi</b>	-1.031628453e+00	-1.031628453e+00	-1.031624076e+00
	StdSapma	1.321611528e-13	5.438959822e-16	7.722245746e-04
	Süre (s)	0.44607	0.0601073	0.297698

Tablo 3. Literatür karşılaştırması (devamı)

		<i>RUN</i>	<i>HGS [4]</i>	<i>SMA [6]</i>
<i>f<sub>4</sub></i>	EnKötü	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.994133960e-01
	Ortalama	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.982144398e-01
	<b>Enİyi</b>	3.978873577e-01	3.978873577e-01	3.978950035e-01
	StdSapma	2.905012321e-12	0.000000000e+00	3.650342261e-04
	Süre (s)	0.419064	0.0448801	0.285088
<i>f<sub>5</sub></i>	EnKötü	3.000000063e+00	3.000000000e+00	3.000027083e+00
	Ortalama	3.000000009e+00	3.000000000e+00	3.000003146e+00
	<b>Enİyi</b>	3.000000000e+00	3.000000000e+00	3.000000001e+00
	StdSapma	1.650698400e-08	1.329798179e-15	5.559972441e-06
	Süre (s)	0.417586	0.0447413	0.280431
<i>f<sub>6</sub></i>	EnKötü	-3.862782142e+00	-3.862782148e+00	-3.854258088e+00
	Ortalama	-3.862782147e+00	-3.862782148e+00	-3.858693374e+00
	<b>Enİyi</b>	-3.862782148e+00	-3.862782148e+00	-3.862466113e+00
	StdSapma	1.271676321e-09	2.467260961e-15	2.666409285e-03
	Süre (s)	0.473804	0.0732032	0.317267
<i>f<sub>7</sub></i>	EnKötü	-3.203102024e+00	-3.197382698e+00	-3.070466802e+00
	Ortalama	-3.286327525e+00	-3.270284411e+00	-3.145451199e+00
	<b>Enİyi</b>	-3.321995589e+00	-3.321995589e+00	-3.269828897e+00
	StdSapma	5.448386777e-02	5.914250450e-02	5.227637375e-02
	Süre (s)	0.484211	0.0824719	0.356651
<i>f<sub>8</sub></i>	EnKötü	-1.053640982e+01	-2.421734027e+00	-5.089399323e+00
	Ortalama	-1.053640982e+01	-8.479465018e+00	-7.276342830e+00
	<b>Enİyi</b>	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053396209e+01
	StdSapma	1.565975890e-10	3.423413380e+00	2.641601190e+00
	Süre (s)	0.503974	0.092968	0.374028
<i>f<sub>9</sub></i>	EnKötü	-5.128480787e+00	-1.859480301e+00	-3.818636754e+00
	Ortalama	-1.035614552e+01	-6.688432405e+00	-7.192217548e+00
	<b>Enİyi</b>	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053516915e+01
	StdSapma	9.707529697e-01	3.874415479e+00	2.736496390e+00
	Süre (s)	0.504749	0.0941297	0.370598
<i>f<sub>10</sub></i>	EnKötü	-1.053640982e+01	-1.676553250e+00	-3.800228293e+00
	Ortalama	-1.053640982e+01	-7.097308651e+00	-6.605600513e+00
	<b>Enİyi</b>	-1.053640982e+01	-1.053640982e+01	-1.053325327e+01
	StdSapma	2.022781615e-10	3.952848584e+00	2.587773966e+00
	Süre (s)	0.505672	0.0945474	0.370248

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada literatürde son yıllarda ortaya atılmış RUN, sabit boyutlu multimodal test fonksiyonlarına uygulanmıştır. Algoritmanın farklı parametre değerleri için de fonksiyonların minimum noktasını bulmak için çözüm aranmıştır. RUN algoritmasıyla elde edilen sonuçlar, literatürde farklı çalışmalarda uygulama alanı bulan SMA ve HGS sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bu çalışma RUN algoritmasının test fonksiyonları üzerindeki performansının araştırılması ve algoritmaya ait farklı parametre değişimlerinde davranışlarının gözlemlenmesi için bir ön çalışma niteliği taşımaktadır. Bundan sonra yapılacak çalışmalarda algoritma elektrik elektronik mühendisliği alanında önemli bir yere sahip olan farklı yapılarıdaki ekonomik güç dağıtım problemlerine uygulanacaktır.

#### Bilgi

Bu çalışma; 4. Uluslararası Palandöken Bilimsel Araştırmalar Kongresinde özet bildiri olarak sunulmuştur.

#### Referanslar

- [1] Özyön, S., Yaşar, C., Temurtaş, H., Test fonksiyonları için kaos tabanlı yerçekimsel arama algoritmaları (CbGSA-X), Düzce Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, 8(3),1771-1793, 2020.
- [2] Ahmadianfar, I., Heidari, AA., Gandomi, AH., Chu, X., Chen, H. RUN beyond the metaphor: An efficient optimization algorithm based on Runge Kutta method, Expert Systems with Applications, 181, 2021, 115079.

- [3] Yang, Y., Chen, H., Heidari, AA., Gandomi, AH., Hunger games search: Visions, conception, implementation, deep analysis, perspectives, and towards performance shifts, *Expert Systems with Applications*, 177, 2021, 114864.
- [4] Çam, H., Yaşar, C., Özyön, S. Açlık oyunları arama algoritmasının değişken boyutlu test fonksiyonlarına uygulanması, 4. Uluslararası Palandöken Bilimsel Çalışmalar Kongresi, Erzurum, 880-891, 28-29.04.2022.
- [5] Li, S., Chen, H., Wang, M., Heidari, AA., Mirjalili, S., Slime mould algorithm: a new method for stochastic optimization, *Future generation computer systems*, 111, 300-323, 2020.
- [6] Kaya, MF., Yaşar, C., Özyön, S. Meta-Sezgisel Balçık Kalıp Algoritmasının Performans Analizi - Performance Analysis of Meta Heuristic Slime Mould Algorithm, 4. Uluslararası Palandöken Bilimsel Çalışmalar Kongresi, Erzurum, 910-921, 28.04.2022.
- [7] Mirjalili, S., SCA: A sine cosine algorithm for solving optimization problems, *Knowledge-Based Systems*, 96, 120-133, 2016.
- [8] Mirjalili, S., Mirjalili, SM., Hatamlou, A. Multi-verse optimizer: a nature-inspired algorithm for global optimization, *Neural Computing and Applications*, 27, 495-513, 2016.
- [9] Formato, R., Central force optimization: A new metaheuristic with applications in applied electromagnetics, *Progress in Electromagnetics Research*, 77(1), 425-491, 2007.
- [10] Özyön, S., Durmuş, B., Kuvat, G. Özcan, G. Yüksek boyutlu problemlerin optimizasyonunda parametre seçiminin genetik algoritma performansına etkileri, *International Multidisciplinary Congree of Eurasia (IMCOFE'15)*, Üsküp, 01.09.2015.
- [11] Özyön, S., Yaşar, C. Temurtaş, H. Incremental gravitational search algorithm for high-dimensional benchmark functions, *Neural Computing and Applications*, 31(8), 3779-3803, 2019.