



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Bir quadrotorun yörünge takibinde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin performans değerlendirmesi

## *Performance evaluation of linear and nonlinear control methods in trajectory tracking of a quadrotor*

Yazar(lar) (Author(s)): Demet CANPOLAT TOSUN<sup>1</sup>

ORCID<sup>1</sup>: 0000-0003-2590-5431

**To cite to this article:** Canpolat Tosun D., “Bir quadrotorun yörünge takibinde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin performans değerlendirmesi”, *Journal of Polytechnic*, 27(5): 1923-1936, (2024).

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz:** Canpolat Tosun D., “Bir quadrotorun yörünge takibinde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin performans değerlendirmesi”, *Politeknik Dergisi*, 27(5): 1923-1936, (2024).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.1219648

# Bir Quadrotorun Yörünge Takibinde Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Kontrol Yöntemlerinin Performans Değerlendirmesi

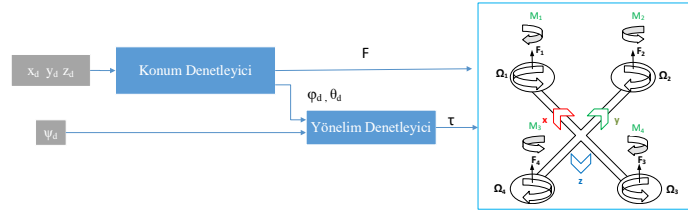
## Performance Evaluation of Linear and Nonlinear Control Methods in Trajectory Tracking of a Quadrotor

### Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Quadrotor kontrolü / Quadrotor control
- ❖ Yörünge izleme kontrolü / Trajectory tracking control
- ❖ Doğrusal kontrol yöntemleri / Linear Control Methods
- ❖ Doğrusal olmayan kontrol yöntemleri / Nonlinear Control Methods

### Grafik Özet (Graphical Abstract)

Quadrotorun yörünge izleme kontrolü doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemler ile sağlanmıştır. / Trajectory tracking control of the quadrotor is provided by linear and nonlinear methods.



Şekil. Kontrol şeması / Figure. Control scheme

### Amaç (Aim)

Quadrotorun konum ve yönelim kontrolünü sağlayarak yörünge izleme kontrolü sağlanması amaçlanmıştır. / It is aimed to provide trajectory tracking control by providing position and attitude control of the quadrotor.

### Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Quadrotorun altı ekseninde kontrolü için doğrusal kontrol yöntemlerinden PID ve LQR kontrol yöntemi, doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden geri beslemeli doğrusallaştırma, kayan kipli kontrol ve geri adımlamalı kontrol yöntemleri kullanılmıştır. / For the six-axis control of the quadrotor, linear control methods such as PID and LQR control methods, nonlinear control methods such as feedback linearization, sliding mode control, and backstepping control methods are used.

### Özgünlük (Originality)

Çalışmada quadrotorun üç temel probleminden (kontrol, seyrişer ve güdümlü) biri olan kontrol problemine doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemler ile çözüm getirilmiştir. / In the study, the control problem, which is one of the three fundamental problems of the quadrotor (control, navigation, and guidance), is solved using linear and nonlinear methods.

### Bulgular (Findings)

Doğrusal kontrol yöntemleri, basit yapısı ile kontrol ihtiyacını daha az kontrol gücü ile karşılarsa da karmaşık sistemlerde doğrusal olmayan kontrol yöntemleri her çalışma koşulunda kontrol edebilme yetisi ile daha güçlü bir kontrol yapısı sunar. / Although linear control methods with their simple structure meet control needs with less control power, nonlinear control methods in complex systems provide a stronger control structure with the ability to control under all operating conditions.

### Sonuç (Conclusion)

Çalışmada elde edilen sonuçlara göre, her bir kontrol sistemi quadrotoru istenilen konumda tutmayı başarmıştır ancak doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin başarımı, zaman cevabı karakteristikleri açısından daha yüksektir. / The results of the study show that each control system could keep the quadrotor in the desired position, but the performance of the nonlinear control methods is better in terms of time response characteristics.

### Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazarı, çalışmasında kullandığı materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan eder. / The author of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

# Bir Quadrotorun Yörünge Takibinde Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Kontrol Yöntemlerinin Performans Değerlendirmesi

*Araştırma Makalesi / Research Article*

Demet CANPOLAT TOSUN<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Havacılık ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Havacılık Elektrik ve Elektronik Bölümü, Eskişehir Teknik Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 15.12.2022; Kabul/Accepted : 06.12.2023; Erken Görünüm/Early View : 12.01.2024)

## ÖZ

Farklı tip kontrol yöntemlerinin uygulanması ve değerlendirilmesi için quadrotorlar uygun test sistemleridir. Yapısal basitliği ve kolay uygulanabilirliği ile doğrusal yöntemlerden PID ve LQR denetleyici quadrotorun yörünge kontrolünde kullanılmıştır. Doğrusal yöntemlerin yanı sıra daha gübüz kontrol yaklaşımları sunan doğrusal olmayan yöntemlerden geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi, kayan kipli kontrol yöntemi ve geri adımlamalı kontrol yöntemi aynı problem için ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar birlikte değerlendirilerek her iki tip kontrol yaklaşımının quadrotor davranışında etkisi incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Quadrotor kontrolü, yörünge izleme, doğrusal kontrol yöntemleri, doğrusal olmayan kontrol yöntemleri.

## Performance Evaluation of Linear and Nonlinear Control Methods in Trajectory Tracking of a Quadrotor

### ABSTRACT

Quadrotors are suitable test systems for the application and evaluation of various types of control methods. Due to its structural simplicity and ease of application, linear methods such as PID and LQR controllers are used in the trajectory tracking control of the quadrotor. In addition to linear methods, nonlinear methods are also discussed for the same problem, which provide more robust control approaches, such as feedback linearization method, sliding mode control method, and back-stepping control method. The obtained results are evaluated and the effects of the two types of control approaches on the behavior of the quadrotor are studied.

**Keywords:** Quadrotor control, trajectory tracking, linear control methods, nonlinear control methods.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

İnsansız hava araçlarının (İHA) tipik bir çeşidi olan quadrotorlar, küçük boyutları, düşük maliyetleri ve yapısal esnekliklerinin yanı sıra dikey iniş kalkış yapabilme ve yüksek hassasiyete sahip algılayıcıları sayesinde zorlu manevraları kolaylıkla yerine getirebilme yetenekleri sebebi ile keşif, izleme, hassas tarım uygulamalarında ve afetlerde arama kurtarma gibi her geçen gün daha fazla alanda kullanılmaktadır. Eksiksiz bir İHA sisteminin ana bileşenleri; güdüm, seyir ve uçuş kontrol sistemidir [1]. Bunlar arasında en temel ve öncelikli olan uçuş kontrol sistemidir.

Quadrotor kontrolü oldukça zordur. Bu zorluk, quadrotorun eksen etkileşimleri dolayısıyla doğrusal olmayan dinamiklere sahip ve serbestlik derecesinden daha az kontrol girişi olan, eksik tahrikli bir sistem olmasından kaynaklanır. Ayrıca, quadrotorun kontrol performansı, model belirsizliklerinden ve rüzgâr gibi dış etkenlerden, algılayıcı ölçüm hataları ve gecikmeleri gibi bozucu durumlardan etkilenir. Literatürde bu durumların üstesinden gelebilmek için farklı türde birçok kontrol sistemi tasarlanmıştır. Yörünge izleme kontrolü için,

temelde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleri uygulanmıştır.

Doğrusal kontrol yöntemleri basit yapısı ve uygulanabilirliği ile birçok araştırmanın konusu olmuştur. PID [2, 3] denetleyici; yapısal basitliği ve sağladığı kararlılıkla, LQR [3, 4] denetleyici; optimal kontrolün temelini oluşturması ile,  $H_\infty$  [5, 6] denetleyici ise belirsiz parametreler ile gübüz denetleme performansı sağlaması [7] ile literatürde sıklıkla başvurulan yöntemler olmuştur; ancak bu yöntemler, hava aracının denge noktasının dışındaki çalışma noktalarında veya aracın agresif manevralarında istenilen performansı gösterme konusunda yetersiz kalmaktadır. Doğrusal kontrol yöntemleri ile kısıtlı kontrol edilebilen ve özünde doğrusal olmayan bir dinamiğe sahip olan quadrotorların, geri beslemeli doğrusallaştırma denetleyici [8], geri adımlamalı denetleyici [9, 10], kayan kipli denetleyici [11, 12] gibi doğrusal olmayan yöntemlere ek olarak adaptif yöntemler [13-15] ile yörünge izlemede başarılı sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemlerin yanı sıra öğrenme tabanlı ve optimal kontrol yaklaşımları da son

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)

e-posta : demetcanpolat@eskisehir.edu.tr

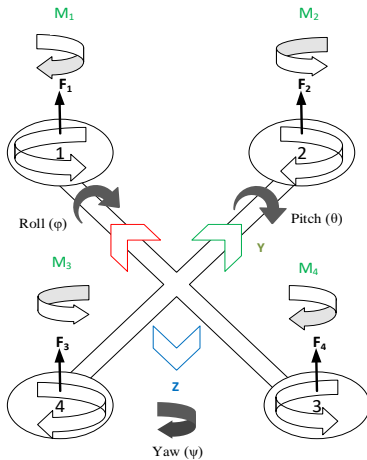
yıllarda çok rotorlu hava araçları için birçok araştırmanın [1, 16, 17] konusu olmuştur. Yinelemeli ve sayma tipi öğrenme yaklaşımlarını birlikte kullanan Farzaneh ve Tavakolpour-Saleh [18], çalışmalarında quadrotor yörünge kontrolüne optimal bir çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Bir diğer öğrenme tabanlı çalışmada [19], pekiştirmeli öğrenme metodolojisi kullanılarak yörünge kontrolünün yanı sıra denetleyici performansı ve maliyeti arasında denge kurmak amaçlanmıştır.

Bu çalışmada ise amaç, literatüre temel oluşturan farklı kontrol yöntemlerini kullanarak quadrotorun yörünge kontrolünü sağlamaktır. Kontrol sistemleri analizinin en önemli özelliklerinden biri kararlılıktır. Kontrol sistemlerinin incelenen sistemin hem geçici hem de kalıcı durum cevaplarında istenen değere mümkün olduğunca yakın olarak istenildiği gibi çalışabilmesi için belirlenen kriterleri karşılaması gerekir. Bu nedenle çalışmada quadrotor kontrol sistemlerinin karşılaştırılması sunulmaktadır. Yükselme zamanı, yerleşme zamanı, tepe zamanı ve yüzde aşım gibi parametreler, quadrotor için MATLAB ortamında analiz edilmiştir. Kullanılan yöntemler; başta PID ve LQR denetleyiciler olmak üzere geri beslemeli doğrusallaştırma denetleyici, kayan kipli denetleyici ve geri adımlamalı kontrol yöntemleridir.

## 2. SİSTEM MODELİ (THE SYSTEM MODEL)

İyi bir denetleyici tasarımı için sistemin matematiksel modeline ihtiyaç duyulmaktadır. Quadrotorun matematiksel modeli, sistemin dinamik ve kinematik denklemlerini içermektedir. Bu denklemlerde; quadrotorun rijit ve simetrik bir yapıda, ağırlık merkezinin geometrik olarak orta noktada [20], itki kuvveti ve sürüklenme torkunun pervane hızının karesiyle orantılı olduğu varsayımlarında bulunulmuştur.

Matematiksel modelde kullanmak üzere quadrotorla ilişkili koordinat sistemleri Şekil 1'de görülmektedir. N, E, D yerel navigasyon eksen takımını; x, y ve z ise gövde eksen takımını göstermektedir.



**Şekil 1.** Quadrotor gövde eksen takımı (x, y, z) ve yerel navigasyon eksen (N, E, D) (Quadrotor body axes (x, y, z) and inertial frame)

Sistemin dinamiğini incelemek için quadrotorun 6 eksenindeki hareketini (x, y ve z eksenindeki hareketler ile roll, pitch ve yaw hareketleri) tanımlamak gerekir [21]. Dolayısıyla gövde eksen takımının yerel eksen takımına göre dönme hareketlerini belirlemek için φ, θ ve ψ sırasıyla roll, pitch ve yaw açıları olmak üzere Eşitlik (1)'deki R dönüşüm matrisi yazılmıştır.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi & \sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi & \sin \varphi \cos \theta \\ \cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi & \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

Konum türevleri ( $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ) gövde eksen takımına göre (u, v, w) hızları yer eksenine göre büyüklükler olmak üzere aralarındaki dönüşüm Eşitlik (2)'deki gibidir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi & \cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi & \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2)$$

Açısal hızlar arasındaki dönüşümler ise Eşitlik (3)'teki denklemlerle tanımlanmıştır.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \cos \theta \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$v = (u, v, w)^T$  ve  $w_g = (p, q, r)^T$  olmak üzere öteleme hareketine Newton'un 2. Yasası uygulandığında;

$$f = m \frac{dv}{dt} = m \left( \frac{dv}{dt} + w_g \times v \right) \quad (4)$$

elde edilir.

Gövde eksenindeki hız türevlerinde Coriolis etkisi de göz önünde bulundurulduğunda Eşitlik (5) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dış kaynaklı bozulmalar bulunmuyorsa f toplam itki ve mg aracın ağırlığı olmak üzere;

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f \end{bmatrix} \quad (6)$$

elde edilir. Dönme hareketine Newton'un 2. yasası uygulandığında;

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \left( \frac{dL}{dt} + w_g \times L \right) \quad (7)$$

$L = Jw_g$  açısal momentum olmak üzere  $\tau$  tork denklemi elde edilir. Coriolis etkisi açısal momentum türevinde de dikkate alınırsa Eşitlik (7) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qr \frac{J_y - J_z}{J_x} \\ pr \frac{J_z - J_x}{J_y} \\ pq \frac{J_x - J_y}{J_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ J_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

Burada  $\tau = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$  ve  $J_x, J_y$  ve  $J_z$  eylemsizlik matrisi  $J$ 'nin köşegeninde bulunan elemanlardır.

Eşitlik (2-8)'de verilen denklemler quadrotorun 6 eksenindeki hareketini tanımlar. Kontrol sistemi tasarımında bu denklemleri daha sade hale getirmek Coriolis etkisinin ve dönüşüm matrisinin türevlerinin ihmal edilmesi ile mümkündür. Bu durumda kontrol girdileri  $U_1, U_2, U_3$  ve  $U_4, b$  ve  $d$  sırasıyla itki ve sürüklenme katsayıları olmak üzere;

$$U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (5)$$

$$U_2 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (6)$$

$$U_3 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (7)$$

$$U_4 = d(\Omega_4^2 + \Omega_2^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (8)$$

elde edilen yeni denklemler;

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left( \frac{J_y - J_z}{J_x} \right) + \frac{l}{J_x} U_2 \quad (9)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) + \frac{l}{J_y} U_3 \quad (10)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta} \left( \frac{J_x - J_y}{J_z} \right) + \frac{U_4}{J_z} \quad (11)$$

$$\ddot{x} = \frac{U_1}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \quad (12)$$

$$\ddot{y} = \frac{U_1}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \quad (13)$$

$$\ddot{z} = \frac{U_1}{m} (\cos \phi \cos \theta) - g \quad (14)$$

olacaktır.

Eşitlik (13-18)'deki denklemlerin durum uzay gösterimi ise;

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{12}]^T = \begin{bmatrix} x_1 = \phi \\ x_2 = \dot{\phi} \\ x_3 = \theta \\ x_4 = \dot{\theta} \\ x_5 = \psi \\ x_6 = \dot{\psi} \\ x_7 = z \\ x_8 = \dot{z} \\ x_9 = x \\ x_{10} = \dot{x} \\ x_{11} = y \\ x_{12} = \dot{y} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$U_x = \cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5 \quad (16)$$

$$U_y = \cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 - \sin x_1 \cos x_5 \quad (17)$$

$$a_1 = \frac{J_y - J_z}{J_x}, b_1 = \frac{l}{J_x} \quad (18)$$

$$a_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y}, b_1 = \frac{l}{J_y} \quad (19)$$

$$a_3 = \frac{J_x - J_y}{J_z}, b_1 = \frac{1}{J_z} \quad (20)$$

olmak üzere;

$$\dot{X} = f(X, U) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 + U_2 b_1 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_2 + U_3 b_2 \\ x_6 \\ x_2 x_4 a_3 + U_4 b_3 \\ x_8 \\ \frac{U_1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) - g \\ x_{10} \\ \frac{U_1}{m} U_x \\ x_{12} \\ \frac{U_1}{m} U_y \end{bmatrix} \quad (21)$$

şeklinde yazılabilir.

### 3. YÖNTEMLER (METHODS)

#### 3.1. PID Kontrol Yöntemi (PID Control Method)

En temel kontrol yöntemlerinden biri olan PID kontrol yönteminin genel denklemi Eşitlik (26)'da verilmiştir.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \dot{e}(t) \quad (22)$$

$K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  sırasıyla oransal, integral ve türevsel katsayılar olmak üzere kontrol girdileri;

$$U_1 = K_{p,z} e_z(t) + K_{i,z} \int_0^t e_z(t) dt + K_{d,z} \dot{e}_z(t) \quad (23)$$

$$U_2 = K_{p,\varphi} e_\varphi(t) + K_{i,\varphi} \int_0^t e_\varphi(t) dt + K_{d,\varphi} \dot{e}_\varphi(t) \quad (24)$$

$$U_3 = K_{p,\theta} e_\theta(t) + K_{i,\theta} \int_0^t e_\theta(t) dt + K_{d,\theta} \dot{e}_\theta(t) \quad (25)$$

$$U_4 = K_{p,\psi} e_\psi(t) + K_{i,\psi} \int_0^t e_\psi(t) dt + K_{d,\psi} \dot{e}_\psi(t) \quad (26)$$

$(x_d, y_d, z_d, \varphi_d, \theta_d, \psi_d)$  değerleri sırasıyla  $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ 'nin istenen değerleri olmak üzere hata sinyalleri;

$$e_x(t) = x_d(t) - x(t) \quad (27)$$

$$e_y(t) = y_d(t) - y(t) \quad (28)$$

$$e_z(t) = z_d(t) - z(t) \quad (29)$$

$$e_\varphi(t) = -\varphi_d(t) - \varphi(t) \quad (30)$$

$$e_\theta(t) = \theta_d(t) - \theta(t) \quad (31)$$

$$e_\psi(t) = \psi_d(t) - \psi(t) \quad (32)$$

olacaktır.

### 3.2. LQR Kontrol Yöntemi (LQR Control Method)

LQR kontrol yöntemi, kapalı döngü bir sistemi uygun geri besleme kazançları ile kararlı duruma getirmek için kullanılan optimal bir kontrol yöntemidir. Kontrol,

dinamik sistemin durumlarına ve kontrol girdisine bağlı olan bir maliyet fonksiyonunu ile sağlanır [22]. Kontrol eforu ile cevap hızı arasında optimizasyon ile en iyi sonuca ulaşılabilir [23].

Genel durum denklemi;

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (33)$$

$$y = Cx$$

ile ifade edilen bir sistem için durum geribesleme kontrolü;

$$u = -Kx \quad (34)$$

ile sağlanmış ise kapalı döngü sistem bu kontrolle birlikte;

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (35)$$

ile ifade edilebilir.

Kontrol girdisi  $u$  ile minimize edilecek maliyet fonksiyonu ise;

$$J = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (36)$$

formüle edilir.

Denetleyici; durum geri bildirimini kazancı  $K$ 'ye ek olarak Eşitlik (41) ile verilen Riccati denkleminin çözümünü sağlar.

$$A^T P + PA - (PB - N)R^{-1}(B^T P + N^T) + Q = 0 \quad (37)$$

ve kapalı döngü sistemin kutupları  $P = eig(A - BK)$ 'dir. Kazanç matrisi  $K$  ise Eşitlik (42) ile bulunur.

$$K = -R^{-1}B^T S \quad (38)$$

Kararlı durum hatasını sıfıra getirebilmek için LQR kontrole bir integratör eklenmiştir.

$$K_{Integrator} = \frac{B}{A - BK} \quad (39)$$

Eklenen yeni durum  $\Gamma$  ve referans girdi  $r$  olmak üzere;

$$\dot{\Gamma} = r - y = r - Cx \quad (40)$$

olacaktır.

Yeni durumun eklenmesi ile sistemin elde edilen durum denklemleri;

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\Gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \Gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r \quad (41)$$

ve geribesleme kontrol yasası;

$$u = -[K \quad K_{integrator}] \begin{bmatrix} x \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (42)$$

olacaktır.

### 3.3. Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Yöntemi (Feedback Linearization Method)

Geribeslemeli doğrusallaştırma yönteminde amaç, doğrusal olmayan bir sistemin tamamını ya da bir kısmı doğrusallaştırarak doğrusal bir kontrol yöntemi ile kontrol etmektir. Doğrusallaştırma işlemi doğrusallaştırmada kullanılan klasik Jacobian yöntemi ile yapılmaz. Sistem dinamiklerinin yaklaşık doğrusal modellerinin kullanmak yerine kesin durum dönüşümleri ve geribesleme de hesaba katılarak doğrusallaştırma yapılır.

Doğrusal olmayan ikinci dereceden bir sistem;

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + g(x, t)u \quad (43)$$

için kontrol yasası;

$$u = g(x, t)^{-1}(v - f(x, \dot{x}, t)) \quad (44)$$

sistemi  $v$  yardımcı kontrol girdisi olmak üzere, Eşitlik (49)'da verilen doğrusal duruma getirir.

$$\ddot{x} = v \quad (45)$$

Quadrotor denklemleri için benzer prosedür takip edilirse yardımcı kontrol girdileri;

$$v_x = \ddot{x}_d - K_{2,x}\dot{e}_x - K_{1,x}e_x \quad (46)$$

$$v_y = \ddot{y}_d - K_{2,y}\dot{e}_y - K_{1,y}e_y \quad (47)$$

$$v_z = \ddot{z}_d - K_{2,z}\dot{e}_z - K_{1,z}e_z \quad (48)$$

$$v_\varphi = \ddot{\varphi}_d - K_{2,\varphi}\dot{e}_\varphi - K_{1,\varphi}e_\varphi \quad (49)$$

$$v_\theta = \ddot{\theta}_d - K_{2,\theta}\dot{e}_\theta - K_{1,\theta}e_\theta \quad (50)$$

$$v_\psi = \ddot{\psi}_d - K_{2,\psi}\dot{e}_\psi - K_{1,\psi}e_\psi \quad (51)$$

olmak üzere kontrol girdileri;

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (v_z + g) \quad (52)$$

$$U_2 = \frac{1}{b_1} (v_\varphi - a_1 x_4 x_6) \quad (53)$$

$$U_3 = \frac{1}{b_2} (v_\theta - a_2 x_2 x_6) \quad (54)$$

$$U_4 = \frac{1}{b_3} (v_\psi - a_3 x_2 x_4) \quad (55)$$

$$U_x = \frac{m}{U_1} v_x \quad (56)$$

$$U_y = \frac{m}{U_1} v_y \quad (57)$$

ve hata sinyalleri;

$$e_x = x_d - x \quad (58)$$

$$e_y = y_d - y \quad (59)$$

$$e_z = z_d - z \quad (60)$$

$$e_\varphi = -U_y - \varphi \quad (61)$$

$$e_\theta = U_x - \theta \quad (62)$$

$$e_\psi = \psi_d - \psi \quad (63)$$

ile formüle edilir.

### 3.4. Kayan Kipli Kontrol Yöntemi (Sliding Mode Control Method)

Kayan kipli kontrol yöntemi doğrusal olmayan, değişken parametrelili, dış etkenlere ve belirsizlikleri olan sistemlerin kontrolünde kullanılan gürbüz kontrol yöntemidir. Kontrolü bağımsız alt basamaklarla ve bunlar arasında geçiş yapan anahtarlama mantığı ile sağlar.

Doğrusal olmayan;

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (64)$$

$$y = h(x, t) \quad (65)$$

sistemi ele alındığında kayan kipli kontrolcü tasarımında ilk aşama kayma yüzeyinin, ikinci aşama ise kontrol girişinin belirlenmesidir.

Kayma yüzeyi,  $S(x)$  olmak üzere, yüzey sistem durumlarının skaler bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon aynı zamanda hata sinyali ve türevlerini de içerir.

$$S = S(e, \dot{e}, \dots, e^{(k)}) \quad (66)$$

$S$  fonksiyonu hatayı sifıra yakınlatacak şekilde seçilir. Kayma yüzeyinin en tipik formu tek sabit parametrelili kayma yüzeyidir.

$$S = \left( \frac{d}{dt} + p \right)^k e \quad (67)$$

$$k = 1; \quad S = \dot{e} + p \quad (68)$$

$$k = 2; \quad S = \ddot{e} + 2p\dot{e} + p^2e \quad (69)$$

Burada  $p$  sabit olup, keyfi seçilen bir parametredir, kayma sırasında sistemin sonuçta ortaya çıkan derecesi düşürülmüş dinamiğinin kutbunu temsil eder.

Kayma yüzeyi fonksiyonunda kaçınıcı türeve kadar ( $k$ ) yazılacağı ise oldukça kritiktir,  $r$  sistem çıkışı ( $y$ ) ile girişi

( $u$ ) arasındaki bağıl derece olmak üzere  $k$ ,  $r-1$ 'e eşit olmalıdır.

Bir diğer aşama ise sistemi kayma yüzeyine yönlendirecek kontrol girişini belirlemektir.

Quadrotor sistemi için kullanılan kayma yüzeyi;

$$S = \dot{e} + pe \quad (70)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu durumda yüzeyin türevi;

$$\dot{S} = \ddot{e} + p\dot{e} \quad (71)$$

Lyapunov fonksiyonu ise;

$$V(S) = \frac{1}{2}S^2 \quad (72)$$

ile tanımlanabilir.

$$\dot{V}(S) = S\dot{S} \quad (73)$$

Kayan kipli kontrol tekniğinde Lyapunov fonksiyonunun türevinin sadece negatif yarı tanımlı olduğu koşulu sağlanmalıdır. Bu koşulu sağlamak için seçilen kontrol girişi;

$$U = g(x, t)^{-1}(-f(x, t) + \ddot{x}_d - p\dot{e} - K \text{sign}(S)) \quad (74)$$

seçilmiştir. Burada  $K$  kazanç vektörü olup  $S \rightarrow 0$  iken  $\dot{V} = -K^T|S| < 0$  koşulunu sağlayacak şekilde seçilir.

Çalışmada ele alınan problem dahilinde quadrotorun 6 ekseninde kontrolü için seçilen kayma yüzeyleri;

$$S_x = \dot{e}_x + p_x e_x \quad (75)$$

$$S_y = \dot{e}_y + p_y e_y \quad (76)$$

$$S_z = \dot{e}_z + p_z e_z \quad (77)$$

$$S_\varphi = \dot{e}_\varphi + p_\varphi e_\varphi \quad (78)$$

$$S_\theta = \dot{e}_\theta + p_\theta e_\theta \quad (79)$$



$$S_\psi = \dot{e}_\psi + p_\psi e_\psi \quad (80)$$

olmak üzere kontrol girişleri;

$$U_x = \frac{m}{U_z} (\ddot{x}_d + p_x \dot{e}_x + K_1 \text{sign}(S_x) + K_2 S_x) \quad (81)$$

$$U_y = \frac{m}{U_z} (\ddot{y}_d + p_y \dot{e}_y + K_3 \text{sign}(S_y) + K_4 S_y) \quad (82)$$

$$U_z = \frac{m}{\cos \varphi \cos \theta} (g + \ddot{z}_d + p_z \dot{e}_z + K_5 \text{sign}(S_z) + K_6 S_z) \quad (83)$$

$$U_\varphi = \frac{1}{b_1} (-a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} + \ddot{\varphi}_d + p_\varphi \dot{e}_\varphi + K_7 \text{sign}(S_\varphi) + K_8 S_\varphi) \quad (84)$$

$$U_\theta = \frac{1}{b_2} (-a_2 \dot{\varphi} \dot{\psi} + \ddot{\theta}_d + p_\theta \dot{e}_\theta + K_9 \text{sign}(S_\theta) + K_{10} S_\theta) \quad (85)$$

$$U_\psi = \frac{1}{b_3} (-a_4 \dot{\varphi} \dot{\theta} + \ddot{\psi}_d + p_\psi \dot{e}_\psi + K_{11} \text{sign}(S_\psi) + K_{12} S_\psi) \quad (86)$$

olarak belirlenmiştir.

### 3.5. Geri Adımlamalı Kontrol Yöntemi (Backstepping Control Method)

Geri adımlamalı kontrol yöntemi, özyinelemeli tasarım aşamaları ile ön plana çıkan doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden biridir. Bu yöntem ilgili sistemin kararlılığını garanti eden Lyapunov fonksiyonlarının ve karşılık gelen geri besleme kontrol yasalarının oluşturulması için sistematik bir prosedürle çalışır.

Quadrotor kontrolü için öncelikle herhangi bir eksenindeki kontrol ele alınacak olursa, hata sinyali;

$$e_1 = x_{1d} - x_1 \quad (87)$$

olacaktır. Pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonu;

$$V_x = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (88)$$

tanımlandığında Lyapunov fonksiyonunun türevidir;

$$\dot{V}_x = e_1 (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_2) \quad (89)$$

elde edilir. Sistemi asimptotik kararlı duruma getirebilmek için Lyapunov fonksiyonunun türevinin negatif yarı tanımlı olması gerekir. Bu koşulu sağlayabilmek için pozitif tanımlı bir sınır fonksiyonu  $B_x(e) = c_x e_1^2$  tanımlandığında,  $c_x > 0$  olmak üzere;

$$\dot{V}_x = e_1 (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_2) \leq -c_x e_1^2 \quad (90)$$

yazılabilir. Yukarıdaki eşitsizlik sanal bir kontrol girişi;

$$x_{2d} = \dot{x}_{1d} + c_x e_1 \quad (91)$$

ile sağlanır.

$x_2$  ile  $x_{2d}$  arasındaki fark, yeni hata değişkeni;

$$e_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - c_x e_1 \quad (92)$$

ile ifade edildiğinde Lyapunov fonksiyonunun türevidir;

$$\dot{V}_x = -e_1 e_2 - c_x e_1^2 \quad (93)$$

şeklinde yazılabilir.

Bir sonraki adım pozitif tanımlı bir  $V_2$  elde etmek için  $e_2$  ikinci hata değişkenine ikinci dereceden bir terimle  $V_x$  eklemektir.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (94)$$

Türevidir ise;

$$\dot{V}_2 = -e_1 e_2 - c_x e_1^2 + e_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d} - c_x \dot{e}_1) \quad (95)$$

olacaktır. İfadeler yerine yazılırsa;

$$\dot{V}_2 = -e_1 e_2 - c_x e_1^2 + e_2 (f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u - \dot{x}_{1d} - c_x \dot{e}_1) \quad (96)$$

elde edilir. Kontrol girişi ise  $\dot{V}_2 = -c_x e_1^2 - c_2 e_2 \leq 0$  koşulunu sağlayan;

$$u = \frac{1}{g(x_1, x_2)} (e_1 - f(x_1, x_2) + \ddot{x}_{1d} + c_x \dot{e}_1 - c_2 e_2) \quad (97)$$

olacaktır.

Her bir eksen için kontrol girişleri;

$$U_x = \frac{m}{U_z} (e_9 + \ddot{x}_{9d} - c_{10} e_{10} + c_9 (\dot{x}_{9d} - x_{10})) \quad (98)$$

$$U_y = \frac{m}{U_z} (e_{11} + \ddot{x}_{11d} - c_{12} e_{12} + c_{11} (\dot{x}_{11d} - x_{12})) \quad (99)$$

$$U_z = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (g + e_7 + \ddot{x}_{7d} - c_8 e_8 + c_7 (\dot{x}_{7d} - x_8)) \quad (100)$$

$$U_\varphi = \frac{1}{b_1} (e_1 - a_1 x_4 x_6 - \ddot{x}_{1d} - c_2 e_2 + c_1 (\dot{x}_{1d} - x_2)) \quad (101)$$

$$U_\theta = \frac{1}{b_2} (e_2 - a_2 x_2 x_6 - \ddot{x}_{3d} - c_4 e_4 + c_3 (\dot{x}_{3d} - x_4)) \quad (102)$$

$$U_\psi = \frac{1}{b_3} (e_5 - a_3 x_2 x_4 - \ddot{x}_{5d} - c_6 e_6 + c_5 (\dot{x}_{5d} - x_6)) \quad (103)$$

ve hata sinyalleri;

$$e_1 = x_{1d} - x_1; e_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - c_1 e_1 \quad (104)$$

$$e_3 = x_{3d} - x_3; e_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - c_3 e_3 \quad (105)$$

$$e_5 = x_{5d} - x_5; e_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - c_5 e_5 \quad (106)$$

$$e_7 = x_{7d} - x_7; e_8 = x_8 - \dot{x}_{7d} - c_7 e_7 \quad (107)$$

$$e_9 = x_{9d} - x_9; e_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - c_9 e_9 \quad (108)$$

$$e_{11} = x_{11d} - x_{11}; e_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - c_{11} e_{11} \quad (109)$$

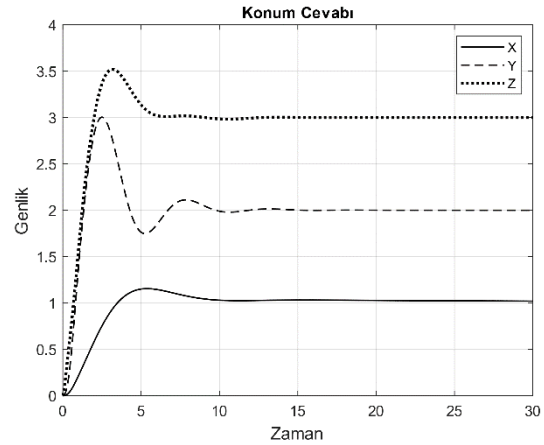
olarak yazılabilir.

#### 4. SONUÇLAR (RESULTS)

##### 4.1. PID Kontrol Yöntemi Sonuçları (Results of the PID Control Method)

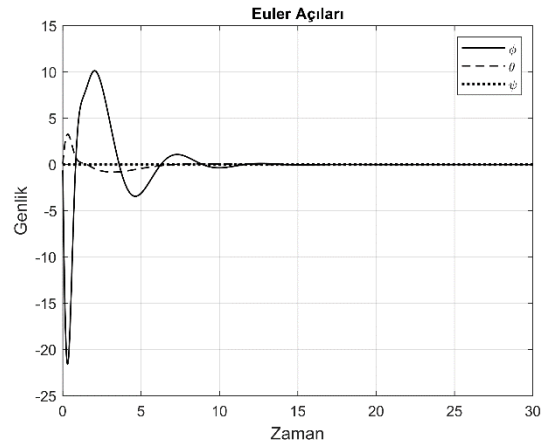
Hava aracının yörünge kontrolünü sağlamak amacı ile her bir eksendeki kontrolü altı PID denetleyici ile sağlanmıştır. PID denetleyicinin performansında kazançların doğru ayarlanması oldukça önemlidir. Çalışmada kullanılan PID kontrolcü kazanç katsayıları Çizelge 1’de verilmiştir.

PID denetleyiciye ait benzetim sonuçları Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2. PID kontrolcü ile konum cevabı (Position response with PID controller)

Şekil 2’deki konum cevaplarının elde edildiği Euler açıları ise Şekil 3’te görülmektedir.



Şekil 3. PID kontrolcü ile Euler açıları (Euler angles with PID controller)

PID kontrol yöntemi yapısı gereği kararlı durum hatalarını azaltmakta ve bozulmaları telafi etmektedir. Ayrıca kapalı döngü dinamiğine sönümleme etkisi ekler. Uygulamalı çalışmalarda da quadrotorların PID kontrol yöntemi ile verimli bir performans gösterdiği görülmüştür [24]. Ticari olarak ise Pixhawk, ArduPilot gibi kontrol kartlarında PID kontrol yöntemi kullanılmaktadır.

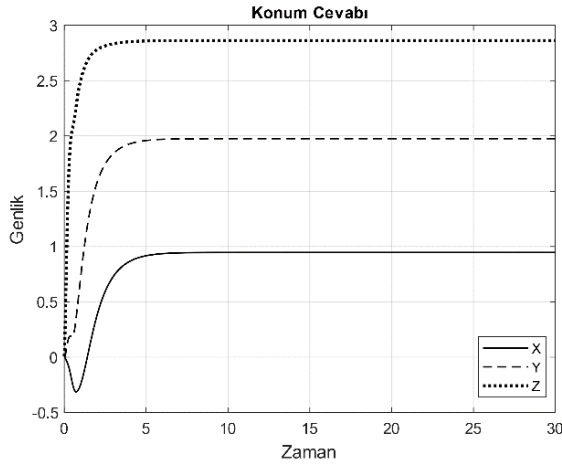
#### 4.2. LQR Kontrol Yöntemi Sonuçları (Results of the LQR Control Method)

Yörünge kontrolünde LQR denetleyici tasarımında  $K$ ,  $p$ ,  $e$  parametrelerini elde etmek için Matlab'de  $lqr$  fonksiyonu kullanılmıştır.

$$[K, P, e] = lqr(A, B, Q, R, N) \quad (110)$$

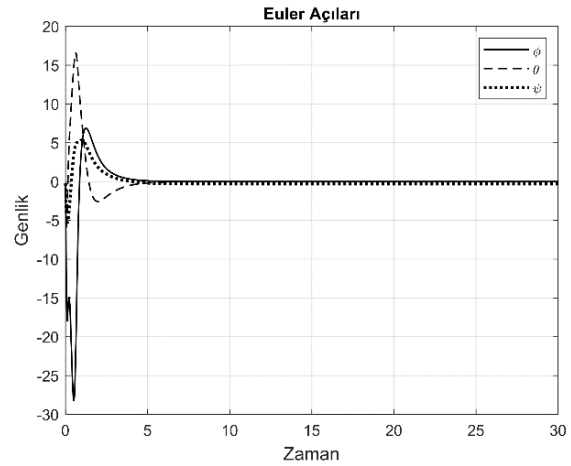
Eşitlik (114), Eşitlik (41)'de verilen Ricatti denkleminin çözümünü vermiştir. Burada  $e$  ise elemanları  $(A - BR^{-1}B^TP)$ 'nin özdeğerleri olan bir vektördür.

Elde edilen konum cevapları Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. LQR kontrolcü ile konum cevabı (Position response with LQR controller)

Euler açıları ise Şekil 5'te yer almaktadır



Şekil 5. LQR kontrolcü ile Euler açıları (Euler angles with LQR controller)

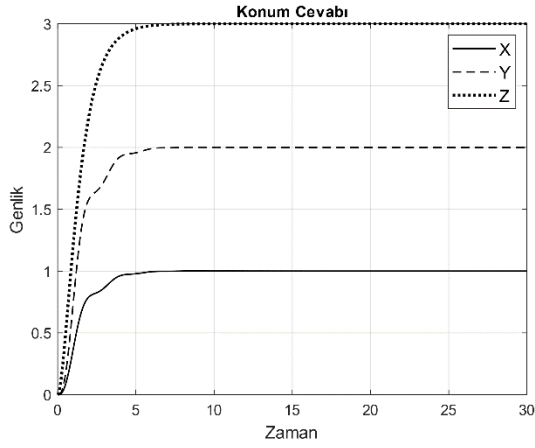
Şekil 4 ve Şekil 5 ile, uygulanan kontrol yapısının yörüngeyi iyi bir şekilde takip edilmesine olanak sağladığı sonucuna varılabilir. Zaman tepkileri, integratör kullanımı sayesinde kabul edilebilir (%1) bir kararlı durum hatasına sahiptir. Benzer kontrol yaklaşımı ile gerçek sistem üzerinde de iyi sonuçların gözlemlendiği çalışmalar [25] mevcuttur.

#### 4.3. Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Yöntemi Sonuçları (Results of the Feedback Linearization Control Method)

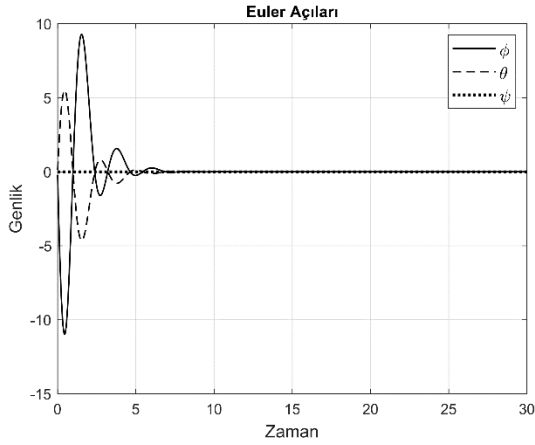
Geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi kullanılarak elde edilen konum cevapları ve Euler açıları sırası ile Şekil 6 ve Şekil 7'de verilmiştir.

Çizelge 1. PID denetleyici kazanç katsayıları (PID controller gains)

KAZANÇLAR	PID(x)	PID(y)	PID(z)	PID(φ,θ)	PID(ψ)
$K_P$	0.052	0.174	6.5	1	15
$K_I$	$1.5 \times 10^{-5}$	$4 \times 10^{-4}$	0.035	$10^{-3}$	0.01
$K_D$	0.087	0.104	6.5	0.2	15



Şekil 6. Geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi ile konum cevabı (Position response with feedback linearization method)

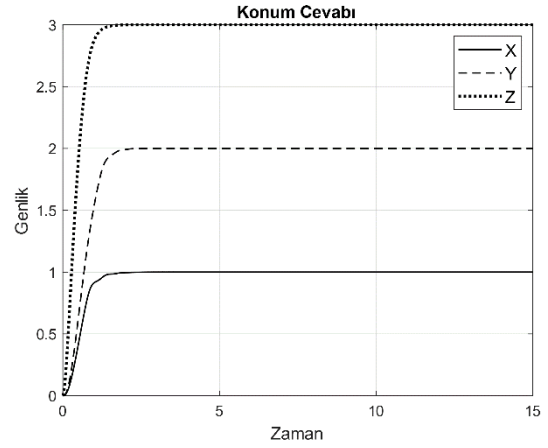


Şekil 7. Geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi ile Euler açıları (Euler angles with feedback linearization method)

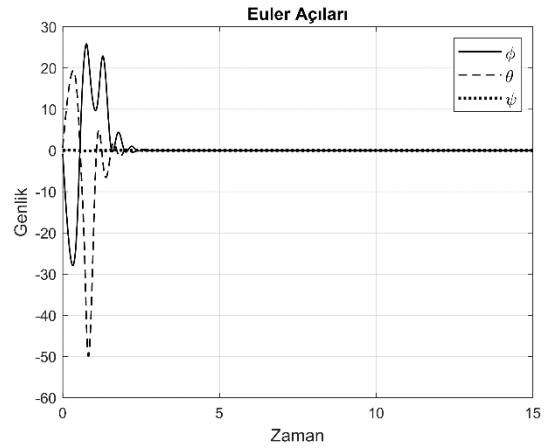
Şekil 6 ve Şekil 7 uygulanan kontrol yöntemi ile yörünge takibinin başarılı olduğunu göstermektedir. Geri beslemeli doğrusallaştırma ile doğrusal hale getirilen öteleme ve dönme dinamikleri kullanılarak konum ve açı kontrolü sağlanmıştır.

#### 4.4. Kayan Kipli Kontrol Yöntemi Sonuçları (Results of the Sliding Mode Control Method)

Kayan kipli kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen konum cevapları ve Euler açıları sırası ile Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 8. Kayan kipli kontrol yöntemi ile konum cevabı (Position response with sliding mode control method)



Şekil 9. Kayan kipli kontrol yöntemi ile Euler açıları (Euler angles with sliding mode control method)

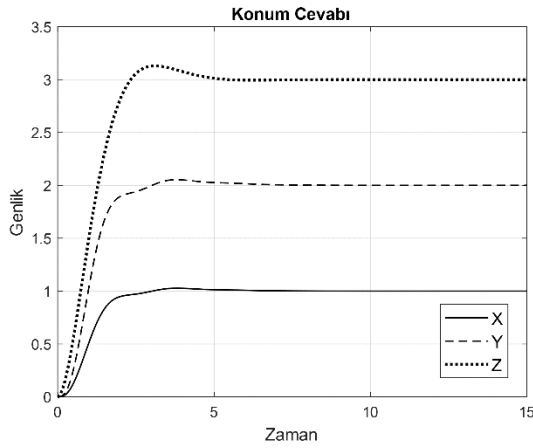
Çizelge 2. x eksenindeki konum için tüm kontrolcülerin performans kıyaslaması (Performance comparison of all controllers for the x-axis position)

Kontrol Yöntemi	Yerleşme Zamanı (T <sub>s</sub> )	Yükselme Zamanı (T <sub>r</sub> )	Yüzde Aşım (%)	Tepe Zamanı (T <sub>p</sub> )
PID	9.02	2.44	12.80	5.37
LQR	5.44	2.28	0	25
Geri Beslemeli Doğrusallaştırma	5.10	2.73	0.07	8.63
Kayan Kipli Kontrol	1.41	0.71	0	4.66
Geri Adımlamalı Kontrol	4.41	1.24	2.70	3.81

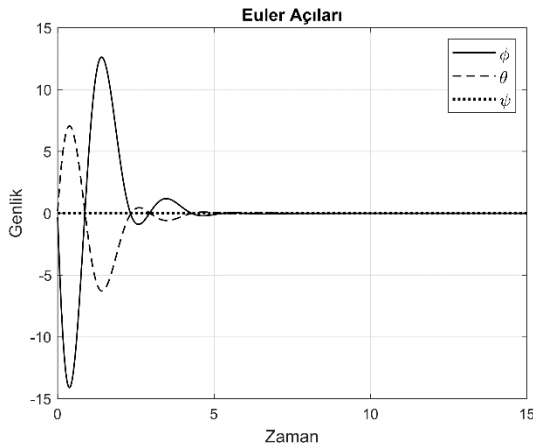
Kayan kipli kontrol yönteminin temel problemi olan kontrol sinyalinde çatırtı (chattering), elde edilen sonuçlarda gözlenmiştir. Bu durum kayan yüzeyin sıfır çevresinde değişmesinden kaynaklanmaktadır. Buna rağmen yöntem yörünge takibinde etkin bir kontrol sağlamıştır.

#### 4.5. Geri Adımlamalı Kontrol Yöntemi Sonuçları (Results of the Backstepping Control Method)

Geri adımlamalı kontrol yöntemi kullanılarak elde edilen konum cevapları ve Euler açıları sırası ile Şekil 10 ve Şekil 11’de verilmiştir.



Şekil 10. Geri adımlamalı kontrol yöntemi ile konum cevabı (Position response with backstepping control method)



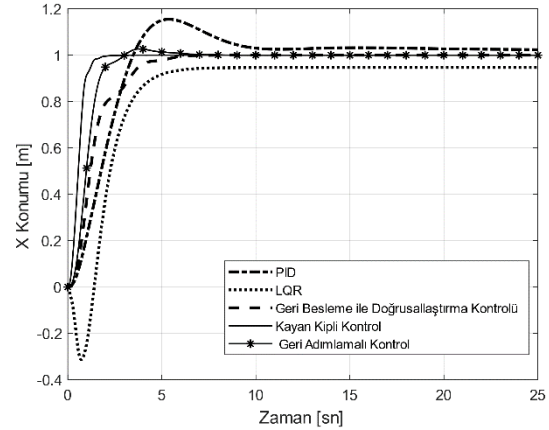
Şekil 11. Geri adımlamalı kontrol yöntemi ile Euler açıları (Euler angles with backstepping control method)

Şekil 10 ve Şekil 11’de geri adımlamalı kontrol yönteminin sonuçları görülmektedir. Dinamik denklemlere uygun kontrol girişleri ve parametre seçimleri ile konum ve yönelim kontrolünün sağlandığı görülmektedir.

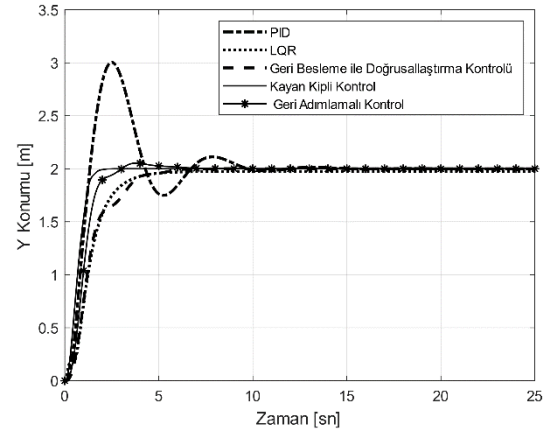
#### 4.6. Karşılaştırmalı Sonuçlar (Comparative Results)

Çalışmada quadrotorun yörünge kontrolü için kullanılan tüm kontrol sistemleri quadrotoru istenilen konumda tutma konusunda başarılıdır. Kontrol sistemlerinin performansındaki farklılıklar; cevap süresindeki gecikme, yüzde aşım ve kontrol sisteminin yapısı ile değerlendirilmiştir.

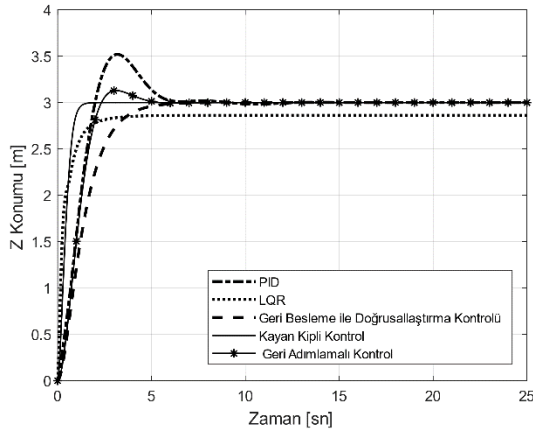
Şekil 12-14’te her bir kontrol sisteminin üç eksenindeki konum cevaplarına göre en hızlı cevap kayan kipli kontrol sistemi tarafından sağlanmıştır.



Şekil 12. Farklı kontrol sistemlerinin x ekseninde konum cevapları (Position responses of different control systems along the x-axis)



Şekil 13. Farklı kontrol sistemlerinin y ekseninde konum cevapları (Position responses of different control systems along the y-axis)



**Şekil 14.** Farklı kontrol sistemlerinin z ekseninde konum cevapları (Position responses of different control systems along the z-axis)

Kontrolcü performanslarının zaman cevabı özellikleri her üç eksen için de sırası ile Çizelge 2, Çizelge 3 ve Çizelge 4'te verilmiştir. Her üç ekseninde gerek yerleşme zamanı gerekse yüzde aşım bakıldığında diğer kontrol sistemlerine göre daha ilkel bir yapıya sahip olan PID denetleyicinin performansı düşüktür.

Yüzde aşım açısından geri adımlamalı kontrol yöntemi de diğer kontrol yöntemlerine göre düşük performans göstermektedir.

Her üç ekseninde de denetleyici performansları incelendiğinde kayan kipli kontrol yönteminin diğer kontrol yöntemlerine göre yerleşme zamanı, yükselme zamanı ve yüzde aşımın daha az olması sebebiyle daha başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Sonuçlar doğrusal ve doğrusal olmayan yöntem ayrımı ile değerlendirildiğinde PID kontrolde yüzde aşımın her üç ekseninde de oldukça fazla olması performans kaybına sebep olmaktadır. Bir diğer doğrusal yöntem LQR'da ise sonuçlar PID denetleyiciye göre oldukça iyidir ancak tepe zamanına ulaşma süresinin PID'ye göre oldukça geç olduğu görülmektedir. Buna rağmen yüzde aşım, kontrolde daha önemli bir parametre olduğu için LQR kontrolün performansının daha iyi olduğu söylenebilir. Doğrusal olmayan yöntemlerde ise yüzde aşım dikkate alındığında kayan kipli kontrolün en başarılı olduğu görülmektedir. Kayan kipli kontrol yöntemini geri beslemeli kontrol yöntemi ve geri adımlamalı kontrol yöntemi izlemektedir.

Doğrusal yöntemler yörünge izlemede kabul edilebilir bir performans göstermiştir. Buna karşılık doğrusal olmayan yöntemler her çalışma noktasında iyi performans göstermelerinin yanı sıra değişen koşullar, parametreler ve bozucu etkilere dayanıklı oluşları sebebiyle tercih edilebilir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR (DISCUSSION AND CONCLUSIONS)

Doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleri nominal koşullar altında optimum bir performans gösterir; ancak son derece hassas parametre ayarı, doğrusal olmayan parametreler ve dinamikler nedeniyle

**Çizelge 3.** y eksenindeki konum için tüm kontrolcülerin performans kıyaslaması (Performance comparison of all controllers for the y-axis position)

Kontrol Yöntemi	Yerleşme Zamanı (T <sub>s</sub> )	Yükselme Zamanı (T <sub>r</sub> )	Yüzde Aşım (%)	Tepe Zamanı (T <sub>p</sub> )
PID	9.12	0.84	50.16	5.37
LQR	4.17	2.09	0	25
Geri Beslemeli Doğrusallaştırma	5.10	2.73	0.07	8.63
Kayan Kipli Kontrol	1.64	0.95	0	3.05
Geri Adımlamalı Kontrol	4.38	1.23	2.68	3.80

**Çizelge 4.** z eksenindeki konum için tüm kontrolcülerin performans kıyaslaması (Performance comparison of all controllers for the z-axis position)

Kontrol Yöntemi	Yerleşme Zamanı (T <sub>s</sub> )	Yükselme Zamanı (T <sub>r</sub> )	Yüzde Aşım (%)	Tepe Zamanı (T <sub>p</sub> )
PID	5.49	1.47	17.31	3.18
LQR	2.32	1.08	0	25
Geri Beslemeli Doğrusallaştırma	4.58	2.58	0	25
Kayan Kipli Kontrol	1.15	0.69	0	7.27
Geri Adımlamalı Kontrol	4.18	1.51	4.32	3.12

hem simülasyondan hem de gerçek zamanlı deneyden eşdeğer sonuçlar elde etmek gerçekten zordur. Araştırmacılar genellikle tasarım ve uygulamadaki basit yapıları aynı zamanda yüksek kalitede deneysel veri üretmeleri dolayısı ile modellenmiş doğrusal denetleyiciler kullanmaktadır. Öte yandan doğrusal olmayan kontrol yöntemleri bozulma ve gürültülere karşı daha dayanıklı, yörünge takibi konusunda ise daha hassastır. Dolayısıyla teorik çalışmalar doğrusal yöntemlerin nominal koşullarda kararlı sonuçlar verdiğini göstermektedir ancak gürbüzlüğü sağlama konusunda başarıyı garanti edemezler [26].

Bu çalışmada da quadrotorun yörünge kontrolünde doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemler kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar doğrusal olmayan yöntemlerin hem kararlılık hem de gürbüzlük açısından daha başarılı sonuçlar verdiğini göstermektedir. Teoride basit yapısı sebebi ile doğrusal yöntemler tercih edilebilir; ancak pratikte doğrusal olmayan dinamiklere sahip bozucu etkilerin veya parametre belirsizliklerinin mevcut olduğu sistemlerin kontrolünde doğrusal olmayan yöntemlerin kullanımı her koşulda daha dayanıklı ve kararlı kontrol performansı sağlayacaktır.

Çalışmada elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak gelecekteki çalışmalarda kontrol yöntemlerinin hibrit kullanımının performansa etkisi incelenecektir. Performans artışına göre hibrit yapının karmaşıklığının kabul edilebilir seviyede kalması dikkate alınacaktır. Ayrıca quadrotorun üç temel probleminden bir olan kontrol problemi çözüldükten sonra, seyrüsefer ve güdüm problemleri için yeni stratejiler üzerine çalışılacaktır.

#### ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

#### YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

**Demet CANPOLAT TOSUN:** Çalışmaları gerçekleştirmiş, sonuçları analiz ederek makaleyi yazmıştır.

#### ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Chen L., Liu Z., Dang Q., Zhao W. and Wang G., "Robust trajectory tracking control for a quadrotor using recursive sliding mode control and nonlinear extended state observer," *Aerospace Science and Technology*, 128: 107749, (2022).
- [2] Liu C., Pan J. and Chang Y., "PID and LQR trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental studies," in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, 10845-10850, (2016).
- [3] Parivash F. and Ghasemi A., "Trajectory tracking control for a quadrotor using fuzzy PID control scheme," in *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, 553-558, (2017).
- [4] Xie H., Cabecinhas D., Cunha R., Silvestre C. and Xu Q., "A trajectory tracking LQR controller for a quadrotor: Design and experimental evaluation," in *TENCON 2015 - 2015 IEEE Region 10 Conference*, 1-7, (2015).
- [5] Hamza A., Mohamed A. and El-Badawy A., "Robust H-infinity control for a quadrotor UAV," *AIAA SCITECH 2022 Forum*, 2033, (2022).
- [6] Kang T., Yoon K. J., Ha T. and Lee G., "H-infinity control system design for a quad-rotor," *Journal of Institute of Control Robotics and Systems*, 21(1):14-20, (2015).
- [7] de Souza A. G. and de Souza L. C. G., "H infinity controller design to a rigid-flexible satellite with two vibration modes," *Journal of Physics: Conference Series*, 641(1):012030, (2015).
- [8] Bonna R. and Camino J., "Trajectory tracking control of a quadrotor using feedback linearization," in *International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, 1-9, (2015).
- [9] Nguyen A. T., Xuan-Mung N. and Hong S.-K., "Quadcopter adaptive trajectory tracking control: A new approach via backstepping technique," *Applied Sciences*, 9(18): 3873, (2019).
- [10] Xuan-Mung N. and Hong S. K., "Robust backstepping trajectory tracking control of a quadrotor with input saturation via extended state observer," *Applied Sciences*, 9(23):5184, (2019).
- [11] Zhao Z., Cao D., Yang J. and Wang H., "High-order sliding mode observer-based trajectory tracking control for a quadrotor UAV with uncertain dynamics," *Nonlinear Dynamics*, 102(4):2583-2596, (2020).
- [12] Zhang Y., Chen Z., Sun M. and Zhang X., "Trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on sliding mode active disturbance rejection control," *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 24(4):545-560, (2019).
- [13] Wu D., Zhang W., Du H. and Wang X., "Robust adaptive finite-time trajectory tracking control of a quadrotor aircraft," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 31(16):8030-8054, (2021).
- [14] Mehmood Y., Aslam J., Ullah N., Chowdhury M. S., Techato K., Alzaed A. N., "Adaptive robust trajectory tracking control of multiple quad-rotor UAVs with parametric uncertainties and disturbances," *Sensors*, 21(7):2401, (2021).
- [15] Ma D., Xia Y., Shen G., Jia Z., and Li T., "Flatness-based adaptive sliding mode tracking control for a quadrotor with disturbances," *Journal of the Franklin Institute*, 355(14):6300-6322, (2018).
- [16] Valencia D. and Kim D., "Trajectory tracking control for multiple quadrotors based on a neurobiological-inspired system," in *2019 Third IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC)*, 465-470, (2019).
- [17] Selma B., Chouraqui S. and Abouaïssa H., "Optimal trajectory tracking control of unmanned aerial vehicle using ANFIS-IPSO system," *International Journal of Information Technology*, 12(2):383-395, (2020).

- [18] Farzaneh M. M. and Tavakolpour-Saleh A., "Adaptive Trajectory Tracking Control of a Quadrotor Based on Iterative Learning Algorithm," *Journal of Engineering Technology and Applied Sciences*, 5(1):1-12, (2018).
- [19] Liu H., Li B., Xiao B., Ran D. and Zhang C., "Reinforcement learning-based tracking control for a quadrotor unmanned aerial vehicle under external disturbances," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 33(17):10360-10377, (2023).
- [20] Bayraktar Ö. and Gldař A., "Quadrotor itme ve tork katsayılarının optimizasyonu ve Matlab/Simulink ile simülasyonu," *Politeknik Dergisi*, 23(4):1197-1204, (2020).
- [21] Elmas E. E. and Alkan M., "Bir İnsansız Hava Aracı Sisteminin Tasarımı, Benzetimi ve Gerçekleřtirilmesi," (in tr), *Politeknik Dergisi*, 26(2):929-940, (2023).
- [22] Canpolat Tosun D., Iřık Y. and Korul H., "LQR control of a quadrotor helicopter," *New Developments in Pure and Applied Mathematics*, 247-252, (2015).
- [23] Kizir S., "Denge Kontrol Sisteminin LQR ile Gerçek Zamanlı Durum Geri Beslemeli Kontrolü," (in tr), *Politeknik Dergisi*, 22(4):1023-1030, (2019).
- [24] Lopez-Sanchez I. and Moreno-Valenzuela J., "PID control of quadrotor UAVs: A survey," *Annual Reviews in Control*, 56:100900, (2023).
- [25] Martins L., Cardeira C. and Oliveira P., "Linear Quadratic Regulator for Trajectory Tracking of a Quadrotor," *IFAC-PapersOnLine*, 52(12):176-181, (2019).
- [26] Roy R., Islam M., Sadman N., Mahmud M. A. P., Gupta K. D. and Ahsan M. M., "A Review on Comparative Remarks, Performance Evaluation and Improvement Strategies of Quadrotor Controllers," *Technologies*, 9(2):37, (2021).