

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ

Yusuf CUNEDİOĞLU*

Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde, Türkiye

Geliş / Received: 28.04.2016

Düzeltilmelerin gelişi / Received in revised form: 12.06.2016

Kabul / Accepted: 13.06.2016

ÖZ

Bu çalışmada, farklı sıcaklık parametrelerinde Winkler tipi elastik ortamla destekli ve elastik ortam desteksiz ankastre bir kompozit kirişin aksel yük etkisindeki burkulma ve serbest titreşimi incelenmiştir. Kompozit kiriş tarafsız eksene göre simetrik tabakalı plakalardan oluşturulmuştur. Çalışmada Euler Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Problemin simülasyonu için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılarak burkulma yükleri ve doğal frekanslar hesaplanmıştır. Çalışmada farklı açı dizilişlerine sahip tabakalı kompozit kirişlerin burkulma yükleri ve doğal frekans değerlerinin sıcaklıkla değişimleri incelenmiştir. Ayrıca aksel kuvvetlerin ve Winkler parametresinin farklı kiriş tasarımları için burkulma yüklerine ve doğal frekans değerlerine olan etkileri araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Serbest titreşim, burkulma, aksel yük, elastik ortam, sonlu elemanlar

BUCKLING AND FREE VIBRATIONS OF AXIALLY LOADED COMPOSITE BEAMS SUPPORTED WITH ELASTIC FOUNDATION FOR DIFFERENT TEMPERATURE

ABSTRACT

In this study, the buckling loads and free vibrations of axially loaded cantilever composite beams supported with and without elastic Winkler foundation are investigated for different temperature parameters. It was assumed that beam is laminated and symmetric about the midplane axis. Solution of the problem is satisfied by the finite element method based on the Euler Bernoulli beam theory. The buckling load and free vibration values are calculated by a finite element code developed in MATLAB for the simulation of the problem. Change in the buckling load and free vibration values with respect to temperature for laminated composite beams in different layer angles are investigated. Also, effects of axial loads and Winkler parameters on the buckling load and free vibration values are investigated for different beams designs.

Keywords: Free vibration, buckling, axial load, elastic foundation, finite element

1. GİRİŞ

Kompozit malzemeler; bileşenlerinden daha üstün özelliklere sahip yeni bir malzeme elde etmek amacıyla iki ya da daha fazla malzemenin makro düzeyde bir araya getirilmesi sonucu oluşan yapılardır. Kompozit malzemeler hafif, yüksek mukavemet, rijitlik, yorulma, darbe dayanımı, ısı iletkenlik ve korozyon direnci gibi

*Corresponding author / Sorumlu yazar. Tel.: +90 388 225 2303; e-mail/e-posta: ycunedioglu@ohu.edu.tr

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ

özellikleri nedeniyle geleneksel malzemelere üstünlük sağlamaktadır. Bu nedenle kompozit malzemeler uçak, uzay, inşaat ve otomotiv sektörlerinde yaygın bir kullanım alanı bulmuştur. Özellikle demiryolu, araba süspansiyon sistemi ve yapısal temel elamanı olarak inşaat ve makinada yaygın bir şekilde kullanılan kirişlerin serbest titreşim karakteristiklerinin belirlenmesi tasarım açısından önem arz etmektedir. Literatürde eksenel yüklemeye maruz izotrop malzemeli kirişlerin serbest titreşimiyle ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Bunlardan bazıları ise; Yokoyama [1] çalışmasında iki parametrelilik elastik zeminle desteklenmiş üniform kesitli Timoshenko kiriş ve kolonların titreşim karakteristiklerini belirlemek için bir sonlu elemanlar tekniği ileri sürmüştür. Sonlu eleman modelinde eksenel kuvvetin, zemin rijitlik parametrelerinin, kayma deformasyon ve dönme atalet etkileri dahil edilmiştir. Thambiratnam ve Zhuge [2] elastik ortama oturan kirişlerin serbest titreşimleri için basit bir sonlu eleman metodu geliştirmişlerdir. Hızal ve Çatal [3] çalışmalarında modife edilmiş Vlasov tipi elastik zemine oturan eksenel yüklü Timoshenko kirişlerin dinamik davranışlarını ele almışlardır. Çalışmada modifiye edilmiş Vlasov modeli ile Winkler tipi model arasındaki farklar ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Literatürde eksenel yüklemeye maruz tabakalı kompozit kirişlerin burkulma ve serbest titreşimiyle ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Li ve arkadaşları [4] hiperbolik kayma deformasyon teorisini kullanarak eksenel yüklemeye maruz kompozit kirişlerin doğal frekanslarını, mod şekillerini ve burkulma yüklerini farklı sınır şartları için incelemişlerdir. Jun ve Hongxing [5] dinamik katılık matris metodu ile farklı açı dizilişlerine sahip eksenel yüklü kompozit kirişlerin serbest titreşim ve burkulma problemlerini araştırmışlardır. Çalışmada eksenel kuvvetin ve sınır şartlarının doğal frekanslara, mod şekillerine ve burkulma yüklerine olan etkileri incelenmiştir. Ancak literatürde eksenel yüklemeye maruz elastik ortam üzerinde oturan kompozit kirişlerin burkulma ve serbest titreşimiyle ilgili sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Jafari-Talookolaei ve arkadaşları [6] doğrusal olmayan elastik ortam üzerine oturan simetrik olmayan tabakalı kompozit kirişin eksenel yük etkisindeki büyük genlikli serbest titreşimini incelemişlerdir. Öztürk ve Sabuncu [7] eksenel periyodik yüklemeye maruz elastik yay elamanlarla desteklenmiş kompozit kirişin statik ve dinamik kararlılığını incelemişlerdir. Gören Kırıl ve Kırıl [8] çalışmalarında lokal olarak elastik yaylarla desteklenmiş simetrik kompozit kirişin sabit hızla hareket eden noktasal yük etkisindeki dinamik davranışını incelemişlerdir. Çalışmada Newmark entegrasyon metodu kullanılarak kirişin dinamik davranışı hesaplanmıştır. Jafari-Talookolaei ve Ahmadian [9] çalışmalarında Pesternak tipi ortam üzerine oturan çapraz tabakalı kompozit kirişin serbest titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada Timoshenko kiriş teorisi temelinde sonlu elemanlar metodu kullanılarak kirişin doğal frekansları hesaplanmıştır.

Literatür taramasından, elastik ortamla desteklenmiş ve eksenel kuvvete maruz tabakalı kompozit kirişlerin burkulma yükü ve serbest titreşimlerinin farklı sıcaklık parametreleri altındaki durumunun incelenmediği görülmüştür. Bu çalışmada Winkler tipi elastik ortamla destekli ve destekli eksenel kuvvete maruz ankastre mesnetli tabakalı kompozit kirişin farklı sıcaklık değerleri altında burkulma yükü ve serbest titreşim durumu incelenmiştir. Çalışmada farklı açılarda istiflenmiş tabakalı kompozit kirişlerin burkulma yükleri ve doğal frekans değerlerinin sıcaklıkla değişimleri incelenmiştir. Ayrıca, eksenel çekme ve basma kuvvetlerinin ve Winkler parametresinin farklı kiriş kompozisyonlarındaki burkulma yüklerine ve doğal frekans değerlerine olan etkileri araştırılmıştır.

2. MATERYAL VE METOT

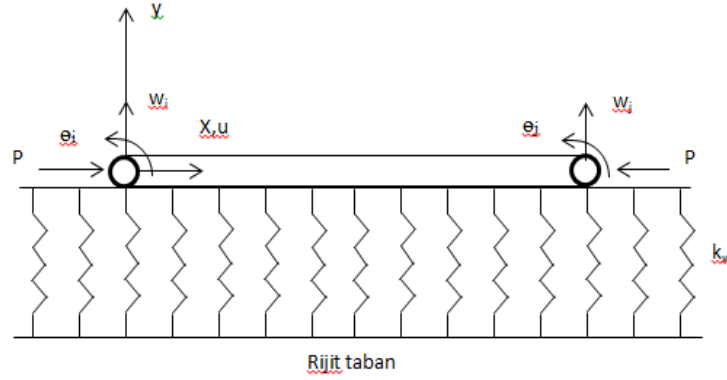
2.1. Eksenel Kuvvete Maruz Elastik Ortam Üzerine Oturan Kiriş Elamanın Sonlu Elemanlar Modellemesi

Uzunluğu l , eğilme rijitliği EI ve eksenel P kuvvetine maruz iki düğümlü ve her düğümü iki serbestlik dereceli kiriş eleman Şekil 1'deki gibidir. Kiriş eleman Winkler tipi elastik ortam ile desteklenmiş olup lineer yay (k_w) elemanlarla modellenmiş ve birimi N/m^2 'dir. Bu modelde yay elemanların birbirlerinden bağımsız oldukları ve elastik ortam sadece bir k_w parametresi ile temsil edildiği kabul edilmiştir [10].

Doğrusal elastik şekil değişimi yaklaşımıyla kiriş elamanın şekil değiştirme enerjisi U , kiriş elemanın eğilme şekil değiştirme enerjisi U_B , elastik ortamda depolanan enerji U_W ve eksenel P kuvvetinin oluşturduğu potansiyel enerji U_P 'nin toplamından ibarettir [10]. Buna göre eksenel şekil değiştirme etkisi ihmal edilmek suretiyle toplam enerji ifadesi

$$U = U_B + U_W + U_P = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l k_w w^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l P \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (1)$$

Y. CUNEDİOĞLU



Şekil 1. Winkler tipi elastik ortama oturan kiriş eleman

şeklindedir. Burada w kirişin tarafsız ekseninden düşey doğrultudaki yer değiştirmeyi temsil ederken, P kuvveti çekmede işareti pozitif olacaktır. Sonlu elemanlar metodu yaklaşımıyla düşey yer değiştirme enterpolasyon fonksiyonuyla birlikte ifade edilirse

$$w = N^T W \quad (2)$$

eşitliği elde edilir. Burada T vektör veya matrisin transpozunu, W kiriş elemanın düğüm yer değiştirme vektörüdür ve aşağıdaki ifadeyle tanımlanmıştır.

$$W = \{w_i \quad \theta_i \quad w_j \quad \theta_j\}^T \quad (3)$$

N ise şekil fonksiyonu matrisidir. Bernoulli kiriş eleman için Hermitian polinomlarla şekil fonksiyonu N aşağıdaki ifadeyle verilmiştir.

$$N = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3} \\ x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \\ 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \\ -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

(2)-(4) denklemlerinden w yer değiştirme fonksiyonunun x değişkenine göre birinci ve ikinci türevleri alınırsa sırasıyla aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial w}{\partial x} = N_x^T W, \quad N_x = \begin{Bmatrix} -6\frac{x}{l^2} + 6\frac{x^2}{l^3} \\ 1 - 4\frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2} \\ 6\frac{x}{l^2} - 6\frac{x^2}{l^3} \\ -2\frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = N_{xx}^T W, \quad N_{xx} = \begin{Bmatrix} -\frac{6}{l^2} + 12\frac{x}{l^3} \\ -\frac{4}{l} + 6\frac{x}{l^2} \\ \frac{6}{l^2} - 12\frac{x}{l^3} \\ -\frac{2}{l} + 6\frac{x}{l^2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

(2), (5) ve (6) denklemleri (1)'de yerlerine konursa aşağıdaki enerji ifadeleri elde edilir.

$$U_B = \frac{2}{l^3} EI \left[3(w_i^2 + w_j^2) + l^2(\theta_i^2 + \theta_j^2) + 3l(w_i - w_j)(\theta_i + \theta_j) - 6w_i w_j + l^2 \theta_i \theta_j \right],$$

$$U_w = \frac{1}{420} k_w \begin{bmatrix} 78(w_i^2 + w_j^2) + 22l(w_i \theta_i - w_j \theta_j) + 13l(\theta_i w_j - \theta_j w_i) \\ + 54w_i w_j - 3\theta_i l^2 \theta_j + 2l^2(\theta_i^2 + \theta_j^2) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$U_P = \frac{1}{30l} P \left[18(w_i^2 + w_j^2) + 3l(w_i - w_j)(\theta_i + \theta_j) - l^2 \theta_i \theta_j - 36w_i w_j + 2l^2(\theta_i^2 + \theta_j^2) \right].$$

Kiriş elemana ait rijitlik matrisi k , (7) denkleminin MATLAB programının sembolik kısmı kullanılarak $k = \text{hessian}(U, [w_i, \theta_i, w_j, \theta_j])$ komutuyla hesaplanır. Hesaplanan rijitlik matrisleri sırasıyla; Bernoulli kiriş eleman için rijitlik matrisi

$$k_B = \frac{1}{l^3} EI \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Winkler tipi elastik ortam deformasyonundan kaynaklanan rijitlik matrisi

$$k_w = \frac{l}{420} k_w \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

ve eksenel P kuvvetinden kaynaklı gerilme rijitlik matrisi

$$k_P = \frac{1}{30} P \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & -3l \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

şeklinde. Buna göre elastik ortama oturan ve eksenel kuvvet etkisindeki Bernoulli kiriş eleman için rijitlik matrisi k bu üç rijitlik matrislerinin toplamından ibaret olacaktır.

Kiriş elemana ait kütle rijitlik matrisi [10] aşağıdaki ifadeyle tanımlanmıştır;

$$m = \frac{\rho l A}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Y. CUNEDİOĞLU

Burada ρ yoğunluğu, l eleman uzunluğunu ve A kiriş kesit alanını ifade etmektedir. Serbest titreşim yapan bir kirişe ait öz değer ifadesi aşağıdaki gibidir [11];

$$([K] - \omega^2 [M])\{\bar{d}\} = 0 \quad (12)$$

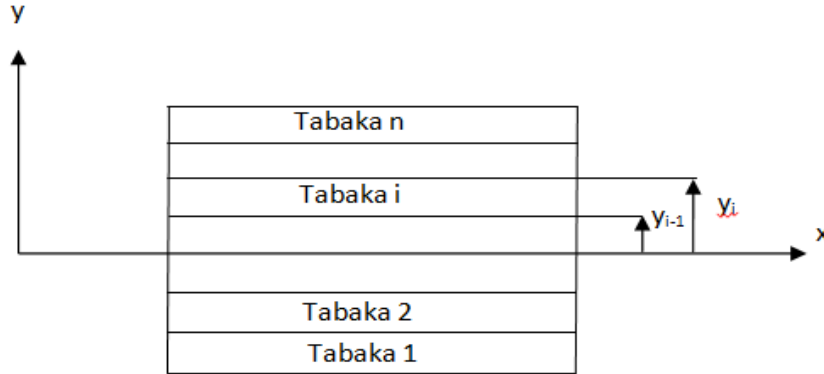
burada, $[K]$, $[M]$, ω ve $\{\bar{d}\}$ sırasıyla global halde kirişin rijitlik matrisi, kütle matrisi, açısal hız ve mod şeklini temsil etmektedir.

2.2. Kompozit Kirişin Modellenmesi

Kompozit kirişler genellikle farklı mekanik özelliklere sahip birçok tabakanın bir araya getirilmesiyle oluşturulur. Bu çalışmada tabakalı kompozit kirişin tarafsız eksene göre simetrik olduğu farz edildiğinden düzlem içi deformasyonlarla eğilme deformasyonları arasında bir bağlantı yoktur. Bu nedenle Euler Bernoulli kiriş teorisinin sonlu elemanlar modellenmesi tabakalı kompozit kirişlere doğrudan uygulanabilir. Simetrik tabakalı kompozit kirişin birim genişlik için eşdeğer kiriş rijitliği aşağıdaki denklemlerle hesaplanır [12].

$$EI = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (E_x)_i (y_i^3 - y_{i-1}^3) \quad (13)$$

Burada n tabaka sayısını, $(E_x)_i$ i . tabakanın x eksenine doğrultusundaki elastiklik modülünü, y_{i-1} ve y_i i . tabakanın alt ve üst yüzey koordinatlarını göstermektedir Şekil 2.



Şekil 2. Tabakalı kompozit kiriş

Denklemlerde $(E_x)_i$ 'nin hesaplanması aşağıdaki denklemlerle verilmiştir [13]

$$(E_x)_i = \frac{E_1}{m^4 + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12}\right)n^2 m^2 + \frac{E_1}{E_2} n^4} \quad (14)$$

burada $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$ ve θ fiber oryantasyon açısını, E_1 fiber doğrultusundaki, E_2 fiber doğrultusuna dik yöndeki elastiklik sabitini, G_{12} kayma rijitlik modülünü ve ν_{12} Poisson oranını ifade etmektedir.

2.2.1. Elastik Ortama Oturan Kompozit Kiriş Modelin Doğrulaması

Elastik ortama oturan kompozit kirişin serbest titreşim doğal frekans ve burkulma yüklerinin hesaplanması MATLAB'ta yazılan sonlu elemanlar koduyla gerçekleştirildi. Dolayısıyla yazılan kodun doğruluğunun test edilmesi için literatürde bulunan örnekler ele alınmıştır.

Örnek 1: Ankastre sınır şartlarına ve $[90/0/0/90]$ dizilişine sahip tabaka kalınlıkları eşit olan kompozit kirişin boyu $L = 6,35$ m, genişliği bir birim ve kalınlığı $h = 0,2794$ m'dir. Kompozit kirişe ait tabakaların mekanik

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ

özellikleri $E_1= 241,5 \text{ GPa}$, $E_2= 18,98 \text{ GPa}$, $G_{12}= G_{13}= 5,18 \text{ GPa}$, $G_{23} = 3,45 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0,24$ ve $\rho = 2015 \text{ kg/m}^3$ olarak verilmiştir [4]. Elastik ortama oturmayan ve $P= 0$, $P= -4 \cdot 10^6 \text{ N}$, $P= 4 \cdot 10^6 \text{ N}$ aksenal yüklerine maruz kompozit kirişin serbest titreşim 1. ve 2. doğal frekans değerleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Elastik ortama oturmayan kompozit kirişin aksenal yüksüz, basma ve çekme kuvvetlerindeki doğal frekansları

Doğal frekans (Hz)	P = 0		P = -4·10 ⁶ N		P = 4·10 ⁶ N	
	Bu çalışma	[4]	Bu çalışma	[4]	Bu çalışma	[4]
1.	5,39	5,36	2,68	2,65	6,99	6,95
2.	33,80	32,57	31,58	30,34	35,87	34,64

Örnek 2: Elastik ortama oturan ve aksenal basma yükü etkisindeki kirişin literatürdeki değerlerle kıyaslanması için aşağıdaki boyutsuz parametreler tanımlanmıştır [14].

$k_o = \frac{L^4}{EI} k_w$, $\mu = \frac{L^2}{EI} P$, $\gamma = \frac{\rho A L^2}{EI} \omega_1^2$. Bu ifade de k_o boyutsuz ortam parametresini, μ kuvvetin büyüklüğünü temsil eden boyutsuz parametre, γ boyutsuz frekans parametresini ve ω_1 (rad/s) ise kirişin doğal frekansını temsil etmektedir. Literatürde elastik ortama oturan ankastre mesnetli izotropik kirişe ait geometrik ve malzeme özellikleri $L= 5 \text{ m}$, $A = 0,01 \text{ m}^2$, $I = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\nu = 0,3$ ve $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ şeklinde verilmiştir. Buna göre $k_o = 0, 50, 100, 150, 200$ ve $\mu = -2$ için hesaplanan boyutsuz frekans γ parametresi değerleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Ankastre kirişin $\mu = -2$ ve değişik ortam parametreleri için boyutsuz frekans değerleri

	$k_o = 0$	$k_o = 50$	$k_o = 100$	$k_o = 150$	$k_o = 200$
Bu çalışma	2,4992	52,4992	102,4992	152,4992	202,4992
[14]	2,5009	52,4904	102,4799	152,4694	202,4589

Elastik ortama oturan ve aksenal basma yüküne maruz bir ankastre kirişin kararlılık (stability) kriteri [15]

$$\left[\alpha(S^2 + T^2) - 2S^2T^2 \right] \cos T \cos S - \alpha(S^2 + T^2) + (S^4 + T^4) + ST \left[2\alpha - (S^2 + T^2) \right] \sin T \sin S = 0 \quad (15)$$

denklemlerle verilmiştir. Denklemlerdeki S, T ve α aşağıdaki ifadelerle tanımlanmıştır;

$$S = \sqrt{\frac{\alpha}{2} - \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \xi}}, \quad T = \sqrt{\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \xi}}, \quad \alpha = \frac{PL^2}{EI} \quad (16)$$

S ve T eşitliklerindeki ξ terimi $\xi = \frac{k_w L^2}{EI}$ ile belirtilmiştir. MATLAB’ta yazılan elastik ortama oturan ve aksenal basma yükü etkisindeki kirişin birinci burkulma değeri denklemin kesin çözümüyle karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma için örnek 1 ve 2’deki veriler sırasıyla kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. Elastik ortama oturan kompozit ve izotrop ankastre kirişin sırasıyla kritik burkulma değerleri

Kritik yük	$k_w = 13000 \text{ N/m}^2$	$k_w = 15000 \text{ N/m}^2$	$k_w = 13000 \text{ N/m}^2$	$k_w = 15000 \text{ N/m}^2$
Bu çalışma	5300810,353 N	5315577,925 N	265388,065 N	274045,766 N
Teorik	5300810,343 N	5315577,919 N	265388,064 N	274045,765 N

Tablo 1, 2 ve 3 değerlerine bakıldığında sonuçların birbirleriyle uyumlu oldukları görülmüştür. Tablo 1’deki frekans değerlerindeki küçük farklılıklar çözümlerde kullanılan teori farklılığından kaynaklandığı söylenebilir.

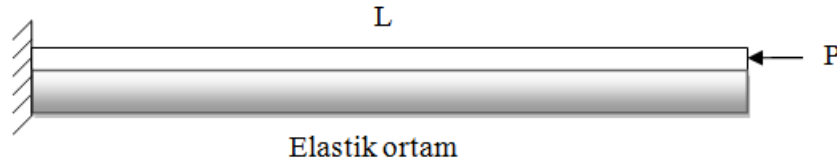
3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, elastik ortama oturan çekme ve basma yüklerine maruz ankastre kompozit kirişin sıcaklık faktörünün burkulma ve serbest titreşime olan etkisi incelenmiştir. Literatürde elastik ortama oturan izotrop malzemeli kirişlerin burkulma ve titreşimiyle ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Kompozit malzemeden yapılmış ekstenel çekme ve basma yükleri etkisindeki kirişlerin burkulma ve serbest titreşimleri ile ilgili pek çok çalışma mevcutken, elastik ortama oturan kirişlerin burkulmasıyla ilgili çalışmalar sınırlı sayıdadır. Ayrıca yapılan çalışmalarda sıcaklık etkisi dikkate alınmamıştır. Bu nedenle, farklı sıcaklıklarda mekanik özellikleri tespit edilmiş olan $[0]_8$ tabaka dizilimine sahip $[16]$ cam-epoksi malzemesine ait veriler (Tablo 4) kullanılarak elastik ortama oturan kirişin farklı sıcaklıklardaki serbest titreşim ve burkulma yükleri incelenmiştir.

Tablo 4. Cam-Epoksi malzemenin mekanik özellikleri

Sıcaklık (°C)	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	Fiber hacim oranı V_f (%)	Yoğunluk ρ (kg/m ³)
20	40,51	13,96	3,10	0,22	65	1830
40	39,82	11,54	2,63	0,22		
60	39,72	11,09	2,56	0,21		
80	28,27	6,11	2,05	0,21		
100	19,45	5,70	0,81	0,20		

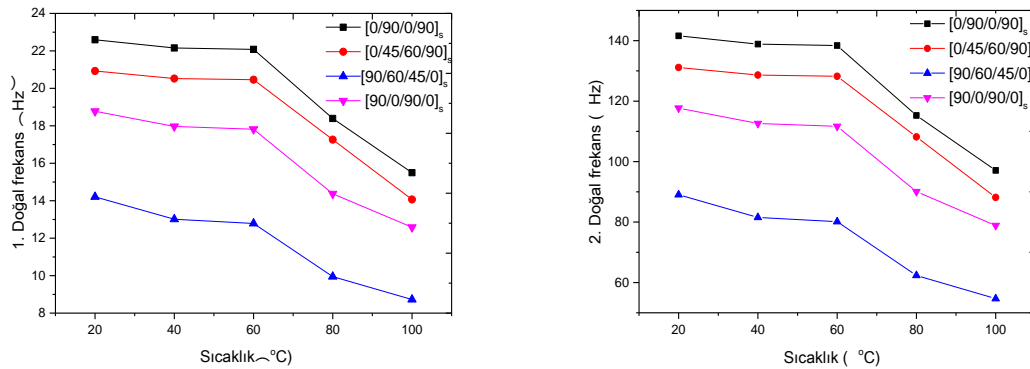
Bu çalışmada ele alınan elastik ortama oturan ve basma yüküne maruz ankastre kompozit kiriş Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Elastik ortama oturan basma yükü etkisindeki ankastre kompozit kiriş

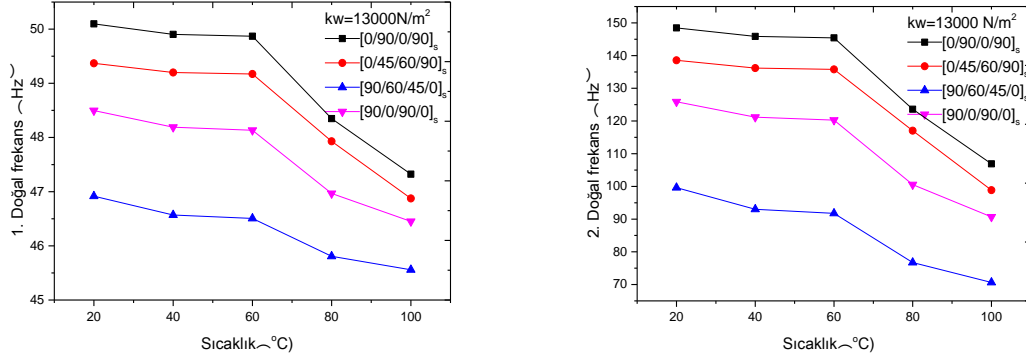
Çalışmada kiriş uzunluğu $L = 300 \text{ mm}$, genişliği $b = 30 \text{ mm}$ ve kalınlığı $h = 3 \text{ mm}$ olarak alınmıştır. $[0/90/0/90]_s$, $[0/45/60/90]_s$, $[90/60/45/0]_s$ ve $[90/0/90/0]_s$ dizilimlerine ait elastik ortam desteksiz ve elastik ortam destekli kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizleri farklı sıcaklık değerleri için incelenmiştir. Analizlerde kiriş 50 elemana bölünmüş olup bu eleman sayısında yakınsama sağlanmıştır. Elde edilen elastik ortam desteksiz ve elastik ortam destekli doğal frekans değişimleri Şekil 4 ve 5'te gösterilmiştir.

Şekil 4'ten görüleceği üzere sıcaklığın artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin düştüğü ve 60°C sıcaklığından sonra doğal frekanslarda ani düşüşlerin olduğu gözlenmiştir. Doğal frekansların en yüksek $[0/90/0/90]_s$ ve en düşük $[90/60/45/0]_s$ açılı dizilişlerinde olduğu görülmüştür.



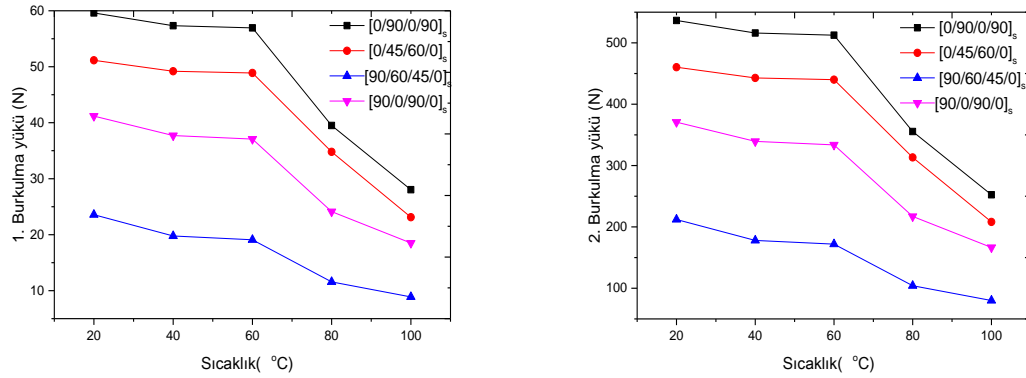
Şekil 4. Elastik ortam desteksiz kompozit kirişin 1. ve 2. doğal frekans değerlerinin sıcaklıkla değişimi

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ



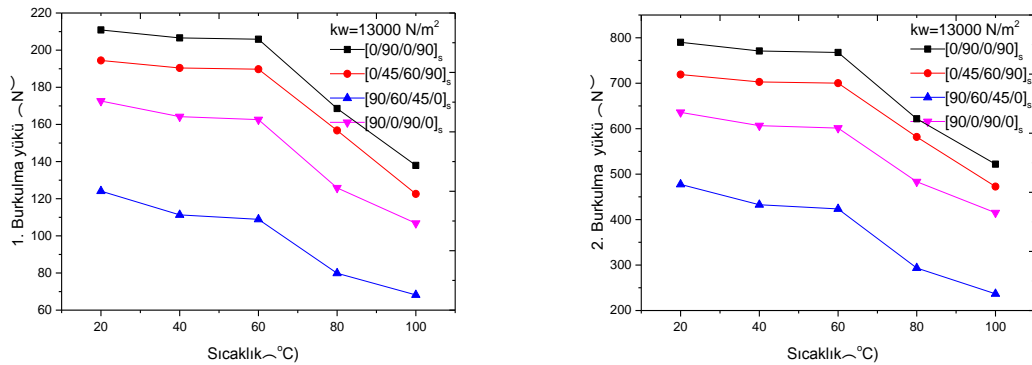
Şekil 5. Elastik ortam destekli kompozit kirişin 1. ve 2. doğal frekans değerlerinin sıcaklıkla değişimi

Şekil 5'ten görüleceği üzere sıcaklığın artmasıyla birlikte doğal frekansların değişimi Şekil 4'te olduğu gibi aynı trendde sahiptir. Ancak elastik Winkler $k_w=13000 \text{ N/m}^2$ sabitinin olması doğal frekans değerlerini artırmıştır. Yine analizlerden elde edilen elastik ortam desteksiz ve elastik ortam destekli burkulma yük değişimleri Şekil 6 ve 7'de gösterilmiştir.



Şekil 6. Elastik ortam desteksiz kompozit kirişin 1. ve 2. burkulma yük değerlerinin sıcaklıkla değişimi

Şekil 6'dan görüleceği üzere sıcaklığın artmasıyla birlikte burkulma yükü değerlerinin düştüğü ve 60°C sıcaklığından sonra burkulma yüklerinde ani düşüşlerin olduğu gözlenmiştir. Burkulma yük değerlerinin en yüksek $[0/90/0/90]_s$ ve en düşük $[90/60/45/0]_s$ aç dizilişlerinde olduğu görülmüştür.

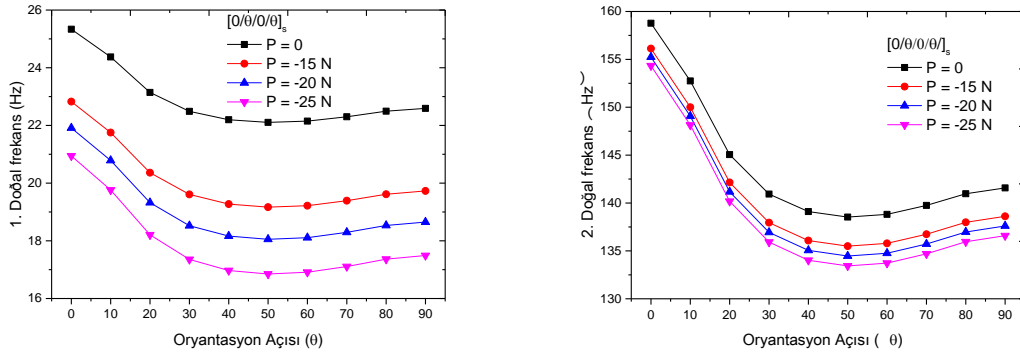


Şekil 7. Elastik ortam destekli kompozit kirişin 1. ve 2. burkulma yük değerlerinin sıcaklıkla değişimi

Y. CUNEDİOĞLU

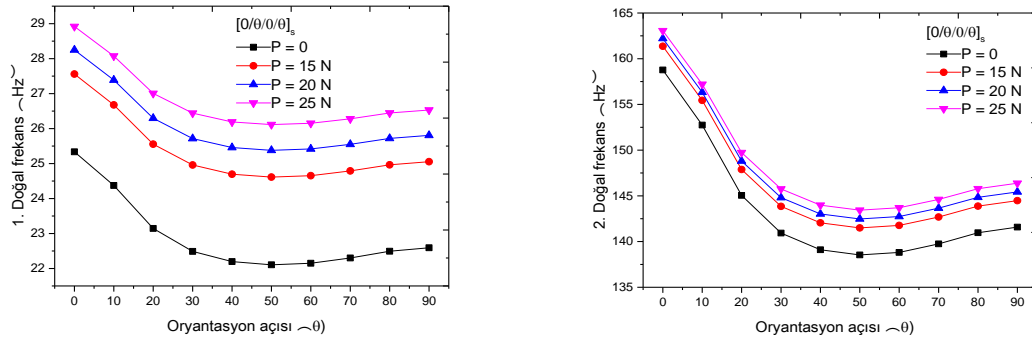
Şekil 7’den görüleceği gibi sıcaklığın artmasıyla birlikte burkulma yük değişimi Şekil 6’da olduğu gibi aynı eğilime sahiptir. Ancak elastik Winkler $k_w = 13000 \text{ N/m}^2$ sabitinin olması burkulma yükü değerlerini artırmıştır.

Ayrıca farklı basma ve çekme kuvvetleri ve farklı Winkler sabitleri k_w için oryantasyon açısının etkilerini görmek açısından $[0/\theta/0/\theta]_s$ dizilimine sahip kompozit kiriş incelenmiştir. 20°C sıcaklık, $P = 0, -15, -20, -25 \text{ N}$ basma ve $P = 0, 15, 20, 25 \text{ N}$ çekme kuvvetlerinin etkisinde oryantasyon açılarının doğal frekans değerleriyle değişimi Şekil 8 ve 9’da gösterilmiştir.



Şekil 8. 20°C sıcaklıkta farklı basma kuvvetleri etkisinde doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısı değişimleri

Şekil 8’den görüleceği üzere $[0/\theta/0/\theta]_s$ diziliminde açılar 0° ’dan 50° dereceye kadar artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin düştüğü ve 50° dereceden itibaren frekans değerlerinde bir artış olduğu aynı zamanda basma kuvvetlerinin artırılması doğal frekans değerlerinde düşüşe neden olduğu gözlenmiştir. Ayrıca 2. doğal frekans değerlerinin 1. doğal frekans değerlerine nazaran basma kuvvetlerinden daha az etkilendiği görülmüştür.



Şekil 9. 20°C sıcaklıkta farklı çekme kuvvetleri etkisinde doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısı değişimleri

Şekil 9’den görüleceği üzere $[0/\theta/0/\theta]_s$ diziliminde açılar 0° ’dan 50° dereceye kadar artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin düştüğü ve 50° dereceden itibaren frekans değerlerinde bir artış olduğu bunun yanı sıra çekme kuvvetlerinin artırılması doğal frekans değerlerinde artışa neden olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte, 2. doğal frekans değerlerinin 1. doğal frekans değerlerine nazaran çekme kuvvetlerinden daha az etkilendiği görülmüştür.

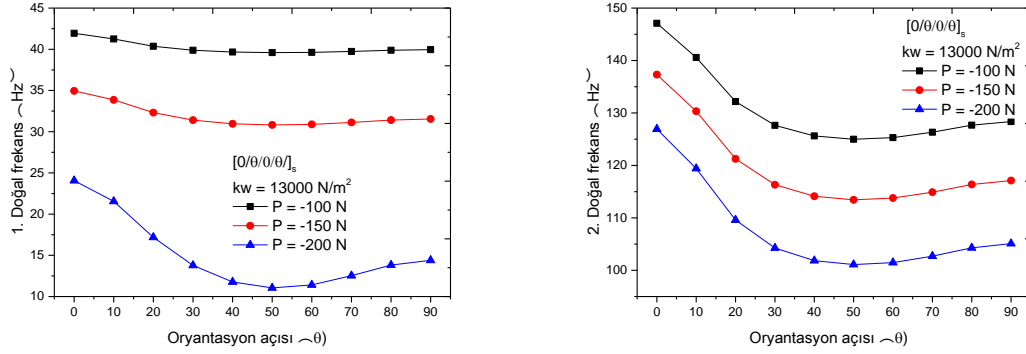
Elastik Winkler parametresi $k_w = 13000 \text{ N/m}^2$ olan ortama oturan $[0/\theta/0/\theta]_s$ dizilimli kompozit kirişin 20°C sıcaklık ve $P = -100, -150, -200 \text{ N}$ basma kuvvetlerinin etkisinde doğal frekans değerlerinin oryantasyon açılarıyla değişimi Şekil 10’da gösterilmiştir.

Şekil 10’den görüleceği üzere $k_w = 13000 \text{ N/m}^2$ ve 20°C sıcaklıkta $[0/\theta/0/\theta]_s$ dizilimine sahip kirişte açılar 0° ’dan 50° dereceye kadar artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin düştüğü ve 50° dereceden itibaren frekans değerlerinde bir artış olduğu görülmüştür. Bununla birlikte basma kuvvetlerinin artırılması doğal frekans değerlerinde düşüşe neden olduğu gözlenmiştir.

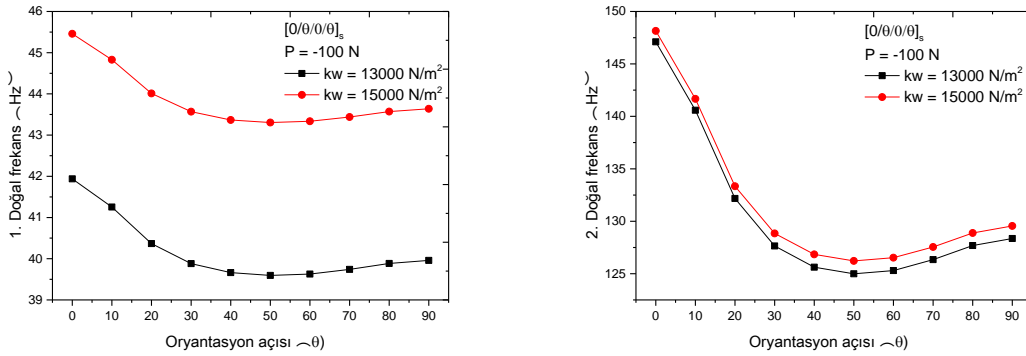
20°C sıcaklık ve $P = -100 \text{ N}$ basma kuvvetinde farklı Winkler parametrelerinin $[0/\theta/0/\theta]_s$ dizilimli kompozit kirişin doğal frekans değerlerinin oryantasyon açılarıyla değişimi Şekil 11’de gösterilmiştir.

ELASTİK ORTAMA OTURAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN FARKLI SICAKLIK VE EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMA VE SERBEST TİTREŞİMİ

Şekil 11’de görüldüğü gibi Winkler parametresinin artırılması doğal frekans değerlerinde bir artışa neden olmuştur. Oryantasyon açısının 0 dan 50 dereceye kadar artırılmasıyla doğal frekans değerlerinde düşüşe neden olurken 50 dereceden sonra frekans değerlerinde bir artış görülmüştür. Ayrıca 2. doğal frekans değerlerinin 1. doğal frekans değerlerine nispeten daha az etkilendiği gözlenmiştir.



Şekil 10. 20°C sıcaklık ve $k_w=13000 \text{ N/m}^2$ için farklı basma kuvvetleri etkisinde doğal frekans değerlerinin oryantasyon açı değişimleri



Şekil 11. 20°C sıcaklık ve P = -100 N basma kuvvetinde farklı Winkler parametrelerinin doğal frekans değerlerinin oryantasyon açılarıyla değişimi

SONUÇLAR

Bu çalışmada, simetrik yapılı $[0/90/0/90]_s$, $[0/45/60/90]_s$, $[90/60/45/0]_s$ ve $[90/0/90/0]_s$ dizilimlerine ait kompozit kirişlerin farklı sıcaklık değerleri altında elastik ortam desteksiz ve elastik ortam destekli basma ve çekme yüküne maruz kirişin serbest titreşim ve burkulma durumu incelenmiştir. Ayrıca simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişin sabit sıcaklıkta farklı basma ve çekme kuvvetlerinin etkisinde oryantasyon açısının doğal frekans değerleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bununla birlikte simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişin sabit sıcaklık, sabit ortam parametresinde ve farklı basma kuvvetlerinin etkisinde ve sabit sıcaklık, sabit basma kuvvetinin ve farklı ortam parametrelerinde doğal frekans değerlerinin oryantasyon açılarıyla değişimleri incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar maddeler halinde şöyle sıralanabilir:

- Simetrik yapılı $[0/90/0/90]_s$, $[0/45/60/90]_s$, $[90/60/45/0]_s$ ve $[90/0/90/0]_s$ kompozit kirişlerde sıcaklığın artırılmasıyla doğal frekans ve burkulma yüklerinin düştüğü görülmüştür.
- Doğal frekans ve burkulma yüklerinin en yüksek $[0/90/0/90]_s$ ve en düşük $[90/60/45/0]_s$ açı dizilişlerinde olduğu tespit edilmiştir.
- Simetrik yapılı $[0/90/0/90]_s$, $[0/45/60/90]_s$, $[90/60/45/0]_s$ ve $[90/0/90/0]_s$ kompozit kirişlerde Winkler parametresinin doğal frekans ve burkulma yüklerini artırdığı görülmüştür.
- Simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişlerde basma kuvvetlerinin artırılması doğal frekans değerlerini düşürürken, çekmede kuvvetlerinin artırılması doğal frekans değerlerini artırmıştır.
- Sistemin birinci doğal frekans değerini sıfır yapan basma kuvveti burkulma yükü olarak yorumlanabilir.
- Simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişlerde basmada ve çekmede 2. doğal frekans değerlerinin 1. doğal frekans değerlerine nazaran daha az etkilendiği görülmüştür.

Y. CUNEDİOĞLU

- Simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişlerde elastik Winkler parametresinin artırılması doğal frekans değerlerinde artışa neden olmuştur.
- Simetrik yapılı $[0/\theta/0/\theta]_s$ kompozit kirişlerde elastik Winkler parametresinin artırılmasından 2. doğal frekans değerlerinin 1. doğal frekans değerlerine nispeten daha az etkilendiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] YOKOYAMA, T., “Vibration Analysis of Timoshenko Beam- Columns on Two Parameter Elastic Foundations”, Computers and Structures, 61(6), 990-1007, 1996.
- [2] THAMBIRATNAM, D., ZHUGE, Y., “Free Vibration Analysis of Beams on Elastic Foundation”, Computers and Structures, 60(6), 971-980, 1996.
- [3] HIZAL, Ç., ÇATAL, H.H., “Comparative Dynamic Analysis of Axially Loaded Beams on Modified Vlasov Foundation”, Structural Engineering and Mechanics, 57(6), 969-988, 2016.
- [4] LI, J., SHI, C., KONG, X., LI, X., WU, W., “Free Vibration of Axially Loaded Composite Beams with General Boundary Conditions Using Hyperbolic Shear Deformation Theory”, Composite Structures, 97, 1-14, 2013.
- [5] JUN, L., HONGXING, H., “Free Vibration Analyses of Axially Loaded Laminated Composite Beams Based on Higher-Order Shear Deformation Theory”, Meccanica, 46, 1299-1317, 2011.
- [6] JAFARI-TALOOKOLAEI, R. A., SALARIEH, H., KARGARNOVIN, M.H., “Analysis of Large Amplitude Free Vibrations of Unsymmetrically Aminated Composite Beams on a Nonlinear Elastic Foundation”, Acta Mech, 219, 65-75, 2011.
- [7] ÖZTÜRK, H., SABUNCU, M., “Stability analysis of a cantilever composite beam on elastic supports”, Composites Science and Technology, 65, 1982-1995, 2005.
- [8] GÖREN KIRAL, B., KIRAL, Z., “Effect of Elastic Foundation on the Dynamic Response of Laminated Composite Beams to Moving Loads”, Journal of Reinforced Plastics and Composites, 28(8), 913-935, 2009.
- [9] JAFARI-TALOOKOLAEI, R.A., AHMADIAN, M.T., “Free Vibration Analysis of a Cross-Ply Laminated Composite Beam on Pasternak Foundation”, Journal of Computer Science, 3(1), 51-56, 2007.
- [10] KIEN, N.D., “Vibration Frequency of Prestress Slender Beams Resting on Winkler Elastic Foundation”, Vietnam Journal of mechanics, 28(4), 241-251, 2006.
- [11] CUNEDİOĞLU, Y., BEYLERGİL, B., “Free Vibration Analysis of Damaged Composite Beams”, Structural Engineering and Mechanics, 55(1), 79-92, 2015.
- [12] KWON, Y. W., BANG, H. C., The Finite Element Method Using Matlab. 2nd ed, CRC Press LLC, 2000.
- [13] CUNEDİOĞLU, Y., “Analyses of Laminated Cantilever Composite Beams by Model Order Reduction Techniques”, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 39, 22-45, 2011.
- [14] KIEN, N. D., “Vibration Frequency of Prestress Timoshenko Beams Resting on Elastic Foundation”, Vietnam Journal of mechanics, 29(1), 1-12, 2007.
- [15] WANG, C. M., WANG, C. Y., REDDY, J.N., Exact Solutions for Buckling of Structural Members, CRC Press LLC, 2005.
- [16] AKTAŞ, M., KARAKUZU, R., “Determination of Mechanical Properties of Glass-Epoxy Composites in High Temperatures”, Polymer Composites, 30(10), 1437-1441, 2009.