Kocaeli Üniversitesi
Eğitim Dergisi
E-ISSN: 2636-8846
2023 | Cilt 6 | Sayı 1
Sayfa: 70-95

Kocaeli University
Journal of Education
E-ISSN: 2636-8846
2023 | Volume 6 | Issue 1
Page: 70-95

Özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeyleri

Gifted Students' repeating patterning skills and cognitive demand levels

Fatma Erdoğan, **https://orcid.org/0000- 0002-4498-8634**
Fırat Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, f.erdogan@firat.edu.tr

Neslihan Gül, **https://orcid.org/0000-0003-2137-0206**
Elazığ Bilim ve Sanat Merkezi, gulneslihan85@gmail.com

ARAŞTIRMA MAKALESİ

Gönderim Tarihi	Düzeltme Tarihi	Kabul Tarihi
20 Aralık 2022	*11 Mart 2023*	*11 Nisan 2023*

Önerilen Atıf

Recommended Citation

Erdoğan, F., & Gül, N. (2023). Özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeyleri. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi, 6*(1), 70-95. http://doi.org/10.33400/kuje.1221801

ÖZ

Matematiksel özel yetenekliliğin kilit karakterlerinden biri olan genelleme becerisi, matematiksel örüntülerle ilişkilidir. Erken yaşlarda cebirsel ve fonksiyonel düşünmenin gelişimi için bir bağlam olarak örüntüler ve özellikle tekrarlanan örüntüler öne çıkmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin tekrarlanan örüntülerle çalışma süreçlerinde ortaya koydukları bilişsel çabanın belirlenmesi, örüntü becerisinin gelişimi açısından önemlidir. Belirtilenler doğrultusunda, bu çalışmanın amacı, özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerilerini ve tekrarlanan örüntülerle çalışma sürecinde ortaya koydukları bilişsel istem düzeylerini keşfetmektir. Çalışmada, durum çalışması deseni kullanılmıştır. Katılımcılar, beşinci sınıf düzeyinde öğrenim gören, tanılama testleri aracılığıyla özel yetenekli tanısı konulan beş öğrencidir. Veriler, açık uçlu problemlerden oluşan "Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görev Formu"yla toplanmıştır. Veri toplama yöntemi, görev temelli görüşmedir. Veriler tematik analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Bulgulara göre, tüm öğrenciler, tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimine ve kuralına doğru bir şekilde ulaşmıştır. Çalışma sonuçlarına göre, özel yetenekli öğrenciler tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta ve uzak terimini bulmak için "yinelemeli", "sayma", "bölümden kalanı sayma" ve "çarpım üzerine sayma" stratejilerini kullanmışlardır. Örüntüde yer alan rakamların dizilişindeki ilişkiyi tüm öğrenciler tekrar birimini belirleyerek açıklamıştır. Çalışma sonuçları, özel yetenekli öğrencilerin örüntü görevinin yakın ve orta uzaklıktaki terimini bulmak için "bağlantısız işlemler" ve "bağlantılı işlemler" düzeyinde bilişsel istem sergilediklerini göstermiştir. Ayrıca, öğrenciler örüntünün uzak terimini ve kuralını bulmak için "bağlantılı işlemler" düzeyinde bilişsel istem sergilemişlerdir.

Anahtar Sözcükler: özel yeteneklilik, matematiksel özel yeteneklilik, örüntüler, bilişsel istem, matematik eğitimi

ABSTRACT

The ability to generalize, one of the key characters of mathematical giftedness, is related to mathematical patterns. Patterns and especially repeating patterns come to the fore as a context for the development of algebraic and functional thinking at an early age. In addition, determining the cognitive effort that students put forward in the process of working with repeating patterns is important for the development of patterning skills. In line with what has been stated, the aim of this study was to explore the repeating patterning skills of gifted students and their cognitive demand levels. In the study, case study design was used. Participants are five fifth grade students who were diagnosed as gifted through diagnostic tests. The data were collected with the "Repeating Number Pattern Task Form" consisting of open-ended problems. The data collection method is task-based interview. The data were analyzed by thematic analysis method. According to the findings, all students correctly determined the immediate, near, far term, and rule of the repeating number pattern task. According to the results of the study, students used "recursive", "counting", "division with remainder", and "counting up/down from a multiple" strategies to find the immediate, near, and far term. All students explained the relationship in the arrangement of the numbers in the pattern by determining the unit of repeat. The results of the study show that students exhibit cognitive demand at the level of "procedures without connections" and "procedures with connections" to find the immediate and near term of the pattern task. In addition, students exhibited cognitive demand at the level of "procedures with connections" to find the far term and rule of the pattern.

Keywords: giftedness, mathematical giftedness, patterns, cognitive demand, mathematics education

GİRİŞ

Özel yetenekliliği kavramsallaştırma, özel yeteneklilik araştırmaları alanında uzun süredir büyük tartışmalara neden olan bir konudur. Ayrıca, özel yetenekliliğin yaygın olarak kabul edilen teorik bir temelinin olmaması, bu kavramın anlaşılmasında bir gecikmeye neden olmuştur (Pitta-Pantazi, 2017). Geleneksel olarak, araştırmacılar başlangıçta özel yetenekliliği, yüksek zekâ düzeyi puanlarıyla ölçülen yüksek genel zekâ olarak tanımlamıştır (Terman 1924; akt. Pitta-Pantazi, 2017). Ancak sonrasında, toplumsal veya eğitimsel ihtiyaçlar dikkate alınarak özel yeteneklilik sosyal ihtiyaçlara göre tanımlanmaya başlanmıştır. Örneğin, Sternberg ve Davidson'a (1986) göre özel yeteneklilik "keşfettiğimiz bir şey değil, icat ettiğimiz bir şeydir. Bir toplumun olmasını istediği şeydir ve bu nedenle kavramsallaştırması zaman ve mekâna göre değişebilir". Özel yetenekliliğin çağdaş kavramsallaştırmaları ise, bu olgunun zekâ düzeyi kavramlarının ötesinde çok boyutluluğunu kabul eder (Sternberg & Grigorenko, 2004). Bu çok boyutlu tanımlamalar çeşitli faktörleri birleştirir. Bu faktörler Renzulli'ye (1978) göre, ortalamanın üzerinde yetenek; göreve bağlılık ve yaratıcılık iken, Sternberg'in (2003) modelinde bilgelik, zekâ ve yaratıcılığın birleşimi yer alır. Önerilen özel yeteneklilik tanım ve modellerinin çoğu, kişinin zekâ, yaratıcılık ve motivasyon gibi yönlerine odaklanmıştır. Bazıları ise, özel yetenekliliği kolaylaştıran veya engelleyen çevresel faktörleri de içermiştir (Stenberg vd., 2021).

Özel yetenekli öğrencilerin gösterdikleri yeteneklere ilişkin heterojen doğayla birlikte alana özgü bir kavram olan matematiksel özel yetenekliliğin de açık bir tanımını yoktur (Paz-Baruch vd., 2022). Leikin (2018), matematiksel özel yetenekliliğin, yüksek matematiksel performans ve matematiksel yaratıcılığının bir kombinasyonu olduğunu öne süren bir benzetme yapmıştır: "Bir öğrenci, referans grubu içinde yüksek düzeyde matematiksel performans sergiliyorsa ve eğitimsel tarihi açısından yeni olan matematiksel fikirler yaratabiliyorsa matematiksel özel yeteneklidir". Araştırmacılar, matematiksel özel yetenekli öğrencilerin bir takım bilişsel karakterlerini ortaya koymuştur. Özellikle ortaokul yaş aralığındaki matematiksel özel yetenekli öğrenciler için geçerli karakteristik özellikler, Krutetskii (1976) tarafından betimlenmiştir: Matematiksel materyali formalize etme, konuya ilişkin mantıksal düşünebilme, matematiksel semboller üzerine düşünme, tersine düşünme, zihinsel süreçlerde esneklik, çözümlerin netliği, basitliği, ekonomikliği ve rasyonelliği için çabalamak; matematiksel hafıza, günlük hayatı matematiksel olarak yorumlamaya çalışırken ifade edilen matematiksel düşünce yapısı. Matematiksel özel yeteneklilik alanında otorite kabul edilen Krutetskii'nin (1976) çalışmasından sonra, farklı araştırmacıların matematiksel özel yetenekli öğrencilerde özellikle vurguladığı bilişsel karakterlerden biri matematiksel yapıları, ilişkileri ve örüntüleri, genelleme, soyutlama ve fark etmedir (Assmus & Fritzlar, 2022; Leikin, 2021; Leikin vd., 2017; Miller, 1990; Paz-Baruch vd., 2022; Singer vd., 2016; Smedsrud, 2018).

Matematiksel özel yetenekliliğin kilit karakterlerinden biri olan soyutlama ve genelleme, matematiksel örüntü ve ilişki aramayla bağlantılıdır (Assmus & Fritzlar, 2022). Matematik, içeriklerindeki güçlü ilişkiler, hiyerarşi, düzen ve yapılar nedeniyle örüntüler bilimi olarak tanımlanabilir (Steen, 1988). Örüntülerle ilgili etkinlikler ise, sayısal, uzamsal veya mantıksal açıdan öngörülebilir düzenlilikleri algılama eylemidir (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Sanat, dil, sayılar ve öğeler arasındaki ilişkilerle ilgili birçok örüntü tanımı olmasına rağmen, bu çalışmada, sayısal, uzamsal veya mantıksal ilişkileri içeren 'herhangi bir tekrarlanabilir düzenlilik' anlamını içeren örüntülerin matematiksel anlayışı benimsenmiştir (Kidd vd., 2019).

Matematiksel örüntüler cebirsel düşünmenin temelinde yer alır. Örüntülerin tanınması ve analizi, çocuklara genellemeleri gözlemleme ve sözlü olarak ifade etme; ayrıca onları sembolik olarak kaydetme fırsatı vererek cebirsel düşüncenin gelişimi için bir temel sağlar (Tirosh vd., 2019; Warren & Cooper, 2007). Bunun yanında, örüntüler erken cebirsel düşünme için temel teşkil eder. Öğrenciler basit tek veri kümelerinin ötesine geçerek veri kümeleri arasındaki ilişkileri aramaya geçtiğinde, öğrencilerin tekrarlanan veya değişen örüntülerle deneyim yaşamaları fonksiyonel düşünmelerini geliştirebilir (Warren & Cooper, 2006). Erken yaşlarda cebirsel düşünme, nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etmeyi, sayısal yapılar ve özellikler hakkında farkındalık geliştirmeyi, fonksiyonel ilişkileri incelemeyi, genelleme ve gerekçelendirmeyi ve ilişkilere odaklanan problemleri çözmeyi içerir (Kieran vd., 2016; Tural-Sönmez, 2019). Erken yaşlarda cebirsel ve fonksiyonel düşünmenin gelişimi için bir bağlam olarak örüntüler ve özellikle tekrarlanan örüntüler öne çıkmaktadır (Kabael & Tanışlı, 2010; Tirosh vd., 2019; Türkmen & Tanışlı, 2019).

Tekrarlanan örüntüler, fark edilebilir bir tekrar birimi içerir; yani, örüntü, örüntünün daha küçük bir bölümünün tekrar tekrar uygulanmasıyla oluşturulabilen döngüsel bir yapıya sahiptir (Liljedahl, 2004). "Daha küçük bölüm", büyüklük, şekil, boyut gibi niteliklere bağlı olarak parçaların kompleksliği ve sayısı açısından farklılık gösterebilir. "Daha küçük bölüm" örüntünün birimi, elemanı, bölümü veya parçası olarak adlandırılır. Örneğin, Δ O Δ O Δ O şeklindeki tekrarlanan örüntünün birimi veya elemanı Δ O şeklindedir (Papic, 2007). Tekrarlanan örüntünün tekrar birimi, yinelenen örüntü sırasını yineleme ile yeniden oluşturabilen minimum öğe kümesi olarak tanımlanır (Diago vd., 2022). Örüntüler, tekrar eden bir birime (ör. AB | AB), bazen sıralama modeli olarak adlandırılan tekrar eden bir kurala (ör. 1, 3, 5, 7) veya büyüyen bir ilişkiye (ör. 1, 2, 4, 7) sahip olma durumlarına göre yapısal olarak farklılık gösterir (MacKay & De Smedt, 2019).

Tekrarlanan örüntü bilgisi öğrencilerin matematik performansı ve başarısında önemli bir rol oynar (Diago vd., 2022). Tekrarlanan örüntü becerisinin matematik başarısının merkezinde olduğuna ve matematikte genellemenin öncüsü konumunda bulunduğuna dair güçlü kanıtlar vardır (Zippert vd., 2020). Öğrenciler, tekrar birimini anlamada güçlük çekerse ve tekrarlanan örüntülerle yeterince deneyim yaşamazsa daha kompleks yapıda olan değişen örüntüler gibi yapıların anlaşılması da güçleşecektir (Papic, 2007). Son yıllarda ortaya konulan araştırma sonuçları, tekrarlanan örüntüleri genelleme becerilerinin matematik gelişimi için önemli olduğunu göstermektedir. İlk olarak, bazı boylamsal kanıtlar okul öncesi dönemden başlayan tekrarlanan örüntü problemlerinin, erken matematik bilgisi ölçümleri de dahil olmak üzere çok çeşitli diğer matematik ve bilişsel becerileri kontrol ettikten sonra, beşinci ve altıncı sınıf matematik başarısının benzersiz bir yordayıcısı olduğunu göstermektedir (Nguyen vd., 2016; Rittle-Johnson vd., 2017; Wijns vd., 2019). Örneğin, Rittle-Johnson ve diğerleri (2017) tekrarlanan örüntüleri genelleme becerisinin, sayı, cebir ve geometri dahil olmak üzere farklı beşinci sınıf matematik konularındaki başarı açısından yordayıcı olduğunu belirtmiştir. Diğer çalışmalardan elde edilen kanıtlar, ilişkinin nedensel olabileceğini düşündürmektedir. Örneğin, tekrarlanan örüntülerin öğretimi, öğrencilerin gelecekte karşılaşacağı değişen örüntü (Papic vd., 2011) ve oranlar (Warren & Cooper, 2007) hakkındaki bilgileri destekler. Tekrarlanan örüntüleri de içeren farklı türde örüntülerin öğretimi genel matematik başarısını destekler (Diago vd., 2022; Kidd vd., 2014). Dahası, örüntülerle yapılan etkinlikler, eklektik bir dizi matematik konusunu gözden geçiren daha genel bir matematik etkinliğinden daha etkili olabilir (Rittle-Johnson vd., 2019).

Tekrarlanan örüntü becerisinin gelişmesi, öğrencilerin örüntünün altında yatan yapıya odaklanmasını gerektirir. Bu bağlamda, öğrencilerin bilişsel gelişimleri, daha etkili ilişkisel akıl yürütmede önemlidir. Yani, öğrencilerin çoklu hafıza bileşenlerinin gelişimsel karakteristikleri tekrarlanan örüntü becerilerinde etkilidir (Collins & Laski, 2015). Dolayısıyla, öğrencilerin tekrarlanan örüntülerle çalışma süreçlerinde ortaya koydukları bilişsel çabanın belirlenmesi, örüntü becerisinin gelişimi açısından önem arz eder. Bir matematiksel görevin gerçekleşmesi sürecinde ortaya konulan bilişsel süreçleri karakterize etmede kullanılan sistemlerden biri "bilişsel istem"dir. Bilişsel istem, sınıf içi etkinlikler, ders materyalleri ve ders kitaplarında yer alan görevler gibi farklı bağlamlarda sunulan bilişsel süreçleri karakterize etmek için kullanılan bir modeldir (Hadar & Ruby, 2019). Ayrıca, bir matematiksel görevi tamamlamak için gereken bilişsel süreçlerdeki farklılıklar bilişsel istem kavramı ile betimlenebilir (Masingila vd., 2018). Bilişsel istem modelinde öncü çalışma olarak, Stein ve diğerleri (1996), öğrencinin matematiksel düşünmesini geliştirmeye yardım etmek amacıyla, matematiksel bilginin kullanımına göre, ezberleme düzeyinden daha kompleks düzeylere doğru çeşitli görev türlerini analiz etmişledir. Stein ve Smith (1998) ise matematiksel görev veya problemleri, onları çözmek için gerekli bilişsel çaba derecesine karşılık gelen dört bilişsel istem seviyesine (ezber, bağlantısız işlemler, bağlantılı işlemler, matematik yapma seviyeleri) ait bir dizi kriterler belirtmişlerdir:

Ezber: Yalnızca önceden ezberlenmiş tanımların, özelliklerin, formüllerin vb. yeniden üretilmesini gerektiren etkinliklerdir. Öğrenilecek kavramlar veya ilişkilerle hiçbir bağlantı kurulmaz. Bu etkinliklerin çözümü minimum bilişsel çaba gerektirir.

Bağlantısız işlemler: Önceden hakim olunan basit bir prosedürü takip etmekten oluşan ve algoritmik çözümler gerektiren etkinliklerdir. Öğrenilecek kavramlar veya ilişkilerle hiçbir bağlantı kurulmaz. Bu etkinliklerin çözümü sınırlı bir bilişsel çaba gerektirir.

Bağlantılı işlemler: Algoritmik çözümler gerektiren, önceki seviyeden farklı olarak, karmaşık olan ve öğrencilerin dikkatli olmasını ve bazı kararlar almasını gerektiren, önceden öğrenilmiş bir prosedürü takip etmekten oluşan etkinliklerdir. Prosedürü izlemenin yolu açık değildir ve başarılı olmak için öğrencilerin etkinlikte örtük olan matematiksel içerikleri veya öğrenilecek ilişkileri bilinçli olarak anlamaları ve kullanmaları gerekir. Bu aktivitelerin çözümü orta derecede yüksek bilişsel çaba gerektirir.

Matematik yapma: Açıkça bir çözüm yolu önermedikleri için algoritmik olmayan düşünmeyi gerektiren etkinliklerdir. Öğrenciler, etkinlikte örtük olarak öğrenilecek matematiksel içerikleri veya ilişkileri yenilikçi ve özgün yollarla kullanmak zorundadır. Bu aktivitelerin çözümü yüksek bilişsel çaba gerektirir.

Matematik eğitimi araştırmacıları ve öğretmenler arasında tüm öğrencilerin, özellikle özel yetenekli öğrencilerin, anlamlı öğrenme süreçlerini yükseltmek için başarılı metodolojilere ihtiyaç olduğu ve öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmek için onları zorlayıcı görevlerle karşılaştırma gerekliliği konusunda fikir birliği vardır (Silver & Mesa, 2011). Bu bağlamda, öğrencilerin bir matematik problemi çözerken harcadıkları bilişsel çabayı değerlendirmede bilişsel istem modeline başvurulabilir (Gutiérrez vd., 2018a). Bilişsel istem modeli, matematik öğretimi süreçlerinin derinlemesine analiz edilmesinde araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılmaktadır (Masingila vd., 2018).

Çalışmanın gerekçesi ve önemi

Son yıllarda matematik eğitimindeki araştırmalar cebirsel düşünme veya aritmetikle ilgiyi bilgiyi değerlendirmenin bir yolu olarak örüntü görevlerine odaklanmıştır (Kidd vd., 2019; Radford, 2014; Rittle-Johnson vd., 2017; Zazkis & Liljedahl, 2002). Ancak, farklı yaş grubu ve öğrenim düzeyindeki öğrencilerin değişen örüntüleri genelleme sürecine ilişkin pek çok çalışma yapılmasına rağmen (ör., Demonty vd., 2018; Pinto & Cañadas, 2021), öğrencilerin matematik performanslarının ve değişen örüntü becerilerinin önemli bir yordayıcısı olan tekrarlanan örüntü görevlerine odaklanan çalışmalar sınırlıdır (ör., Larkin, vd., 2022; Özdemir vd., 2015; Rittle-Johnson vd., 2013, 2019; Tanışlı, 2008; Warren & Cooper, 2006, 2007). Dolayısıyla, bu çalışma ile beşinci sınıf düzeyindeki özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerilerinin incelenmesi matematik eğitimi literatürünün genişletilmesine katkı sağlayacaktır.

Matematik bilgisindeki bireysel farklılıklar okul öncesi dönemde ortaya çıkarak ilkokul ve ortaokul dönemlerinde devam eder. Matematik bilgisi genç yaşta farklı derecelerde gelişmeye başladığından, bu gelişime katkıda bulunan temel bilişsel ve akademik becerilerin belirlenmesi ve varyasyonunu açıklamak zorunludur (Rittle-Johnson vd., 2019). Ayrıca, cebir öncesi dönemdeki öğrencilerin cebire yönelik beceri ve güçlük yaşadığı durumların belirlenmesi ileri düzey cebir başarısı için kritik önemdedir (Stephens vd., 2017; Türkmen & Tanışlı, 2019). Bunlara ek olarak, Türkiye'de cebir öncesi dönemde yer alan öğrencilerle tekrarlanan örüntüler gibi farklı bağlamları içeren çalışmalara ihtiyaç olduğu söylenebilir. Bu gereklilik çalışmanın planlanma gerekçelerinden biridir. Böylece, bu çalışma cebir öncesi veya erken cebir döneminde yer alan öğrencilerin performanslarını değerlendirerek gelecek çalışmalara yol gösterici olabilir.

Özel yeteneklilik ve matematiksel özel yeteneklilik alanında yürütülen çalışmalarda örüntülere daha sık yer verilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Eraky vd., 2022; Leikin & Sriraman, 2022).

Ancak, özel yetenekli öğrencilerin örüntü becerilerini inceleyen çalışmalar oldukça sınırlıdır (ör., Amit & Neria 2008; Assmus & Fritzlar, 2022; Eraky vd., 2022; Fritzlar & Karpinski-Siebold, 2012; Sriraman, 2003). Türkiye bağlamında ise oldukça az sayıda çalışmaya rastlanmıştır (ör., Dayan, 2017; Girit-Yıldız & Durmaz, 2021). Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problemleri çözme sürecinde ortaya koydukları bilişsel çabalar bilişsel istem modeliyle incelenebilir (Singer vd., 2016). Nitekim, son yıllarda araştırma eğilimleri özel yetenekli öğrencilerin örüntü görevlerinde (ör., Benedicto vd., 2015, 2017; Gutiérrez vd., 2018a) veya geometriye ilişkin problemlerde (ör., Gutiérrez vd., 2018b, 2021) sergiledikleri bilişsel istem düzeylerini incelemeye yöneliktir. Leikin ve diğerleri (2017) özel yeteneklilik ve matematik eğitimi çalışmalarının bütünleştirilerek artırılması gerekliliğine işaret etmektedir. Ancak, Türkiye'de matematik ve özel yeteneklilik eğitimini birlikte ele alan çalışmalar son yıllarda artma eğilimde olsa da sınırlıdır (ör., Keleş & Yazgan, 2022; Öztürk vd., 2018). Bu çalışmada, özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeyleri araştırılacaktır. Dolayısıyla, çalışma hem matematik eğitimi hem de özel yeteneklilik alanlarını birlikte içermesi bakımından önemlidir. Ayrıca, çalışmanın özel yetenekli öğrencilerin örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeyleriyle ilgili bilgi birikimine katkı sağlaması beklenmektedir. Tüm bunların yanında, özel yetenekli öğrencilerin örüntü becerilerine ve bilişsel istem düzeylerine ilişkin bilginin genişletilmesi, eğitimciler ve öğretim tasarımcılarının sınıflardaki özel yetenekli veya matematiksel özel yetenekli öğrencilerinin bireysel ihtiyaçlarını ele alarak öğretimlerini iyileştirmelerine katkı sunabilir. Belirtilenlerden yola çıkarak, bu çalışmanın amacı, özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerilerini ve tekrarlanan örüntülerle çalışma sürecinde ortaya koydukları bilişsel istem düzeylerini keşfetmektir. Belirtilen amaç doğrultusunda aşağıdaki problemlere yanıt aranmıştır:

1. Özel yetenekli öğrenciler tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulmak için ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
2. Özel yetenekli öğrenciler tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulma sürecinde hangi düzeyde bilişsel istem sergilemektedirler?

YÖNTEM

Bu bölümde sırasıyla, çalışmanın modeli, katılımcıları, veri toplama aracı, veri toplama süreci ve verilerin analizi, geçerlik ve güvenirlik açıklanmıştır.

Model

Bu çalışmanın amacı, özel yetenekli beşinci sınıf öğrencilerinin tekrarlanan örüntü becerilerini ve tekrarlanan örüntülerle çalışma sürecinde ortaya koydukları bilişsel istem düzeylerini keşfetmektir. Çalışmada nitel yaklaşım benimsenmiş ve durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışmasında, gerçek yaşamın, güncel bir bağlamın veya ortamın içinde yer alan bir durumun veya analiz birimi (sınırlı bir sistem) derinlemesine tasvir edilir (Merriam & Tisdell, 2015; Yin, 2014). Bu çalışmada, sınırlandırılmış bir durum olarak, özel yetenekli beşinci sınıf öğrencilerinin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinde gösterdiği stratejiler ve ortaya koyduğu bilişsel istem düzeyleri derinlemesine incelenmiştir. Çalışmanın analiz birimi, amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen beşinci sınıf seviyesinde öğrenim gören beş özel yetenekli öğrencidir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları, beşinci sınıf düzeyinde öğrenim gören, tanılama testleri aracılığıyla özel yetenekli tanısı konulan beş öğrencidir. Özel yetenekli öğrenciler, Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'nin, bir il merkezinde hem devlet ortaokulunda hem de Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim görmektedir. Beşinci sınıf düzeyince katılımcı seçilmesinin gerekçesi ölçüt örnekleme bağlamında ele alınmıştır. Katılımcılar amaçlı örnekleme çeşitlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Ölçüt örneklemede, belirlenen kriterler aracılığıyla önceden sağlanan durumlara yönelik örneklem dikkate alınır (Patton, 1990). Bu bağlamda, ölçütlerden biri öğrencilerin beşinci sınıf düzeyinde olmalarıdır. Bu doğrultuda, ileri düzey cebir başarısında cebir öncesinin önemi ve beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin cebir öncesi dönemde olmaları (Stephens vd., 2017; Türkmen & Tanışlı, 2019) önemli bir kriterdir. Cebir öncesi ile cebirsel döneme geçiş sürecinde yer alan özel yetenekli beşinci sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmaların sınırlı oluşu (Amit & Neria, 2008) ve matematiksel özel yeteneklilik açısından ortaokulun erken dönemindeki özel yetenekli öğrencilerle çalışmalar yapılması gerekliliği de (Gutiérrez vd., 2018a; Leikin & Sriraman, 2022) göz önüne alınmıştır. Ayrıca, katılımcıların matematik ve Türkçe öğretmenlerinin öğrencilerle ilgili görüşleri doğrultusunda ifade becerisi iyi olan özel yetenekli öğrencilerin katılımcı olarak belirlenmesine dikkat edilmiştir.

Çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde dilsel akıcılığın sağlanması sebebiyle "özel yetenekli öğrenci" yerine "öğrenci" ifadesi kullanılacaktır. Öğrencilerin çalışmaya katılımlarında gönüllülük esas alınmıştır. Öğrencilerin 2'si kız (%40), 3'ü erkektir (%60) ve tamamının birinci dönem matematik dersi not ortalamaları 95-100 aralığındadır. Öğrenciler "Bireysel Yetenekleri Farkettirme Programı" doğrultusunda BİLSEM'de öğrenimlerini sürdürmektedirler. Öğrencilerin gerçek isimleri verilmeyip, öğrenciler kodlanmıştır (Ö1, birinci öğrenci).

Veri Toplama Aracı

Çalışmanın verileri, açık uçlu problemlerden oluşan "Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görev Formu"yla toplanmıştır. Tekrarlanan örüntülerde kilit nokta, tekrar biriminin algılanmasıdır (Liljedahl, 2004; Rittle-Johnson vd., 2019; Threlfall, 1999). Bu nedenle, çalışmada tasarlanan örüntünün yapısı tekrarlanan olmakla birlikte, temsil biçimi olarak sayı örüntüsü tercih edilmiştir. Tekrarlanan sayı örüntüsü görevi araştırmacılar tarafından tasarlanmıştır. Tasarlama sürecinde öncelikle örüntüler ve özellikle tekrarlanan örüntülerle ilgili literatür taraması yapılmıştır (ör., Larkin, vd., 2022; Liljedahl, 2004; Özdemir vd., 2015; Rittle-Johnson vd., 2013, 2019; Tanışlı, 2008; Warren & Cooper, 2006, 2007). Tekrarlanan örüntülerdeki zorluğun tekrar birimiyle ilişkili olduğu (Larkin vd., 2022; Papic vd., 2011; Warren & Cooper, 2006) ve özel yetenekli öğrencilerin daha zorlayıcı görevlerle uğraşmayı tercih etmelerinden dolayı (Assmus & Fritzlar, 2022) tekrar birimi beş olan bir örüntü oluşturulmasına karar verilmiştir. Tekrarlanan sayı örüntü görevine literatürde (ör., Amit & Neria 2008; Gutiérrez vd., 2018a; Rivera & Becker, 2011; Stacey 1989) sıklıkla kullanılan alt problemler atanmıştır. Bu alt problemler örüntünün yakın, orta, uzak terimi ve örüntünün kuralını bulma şeklinde tasarlanmıştır. Belirtilenler doğrultusunda hazırlanan taslak görev uzman görüşüne sunulmuştur (Üç matematik eğitimi alanında görev yapan öğretim üyesi ve dört matematik öğretmeni). Uzmanlar, taslak görevin şu ölçütlere uygunluğunu değerlendirmişlerdir: çalışmanın amacı, örüntü yapı ve temsil biçimi, dil. Uzman görüşleri doğrultusunda, örüntünün kuralını bulmaya yönelik "Örüntüdeki rakamların dizilişinde nasıl bir ilişki vardır?" ifadesi "Örüntüde yer alan rakamların dizilişinde bir ilişki vardır mıdır?" şeklinde düzeltilmiştir. Uzmanlar taslak görevin belirtilen kriterler açısından uygun olduğunu belirtmişlerdir. Daha sonra, çalışmanın katılımcısı olmayan iki öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada örüntü görevinin anlaşılırlığı, işlerliği ve süre değerlendirilmiştir. Pilot çalışma her bir öğrenci ile ortalama 20 dakika sürmüştür. Pilot çalışma sonucunda taslak görev ve alt problemlerde değişiklik yapılmamıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan tekrarlanan sayı örüntüsü görevi ve alt problemleri aşağıda sunulmuştur:

3 4 5 1 2 3 4 5 1 2

a) Yukarıda rakamlarla oluşturulmuş bir örüntünün ilk 10 adımı verilmiştir. Örüntüyü inceleyin.
b) 17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
c) 29. adıma karşılık gelen rakam nedir? Cevaba nasıl ulaştığını açıklar mısın?
d) 103. adıma karşılık gelen rakam nedir? Cevaba ulaşırken izlediğin yolu ifade eder misin?
e) Örüntüde yer alan rakamların dizilişinde bir ilişki vardır mıdır? Cevabını açıklar mısın? Cevabının nedenini ifade eder misin?

Veri Toplama Süreci ve Verilerin Analizi

Çalışmada veriler görev temelli görüşme ile toplanmıştır. Kökeni, klinik görüşmelere dayanan görev temelli görüşmeler, matematik eğitiminde öğrencilerin var olan veya gelişmekte olan matematiksel bilgi yapısı veya problem çözme davranışları hakkında bilgi toplamak amacıyla kullanılır (Maher & Sigley, 2014). Keşfedici yapısı olan görev temelli görüşmede öğrenci ve görüşmeci çalışmanın amacına uygun şekilde hazırlanmış görev ortamında etkileşime girer (Goldin, 2000). Bu çalışmada, öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü becerileri ve bilişsel istem düzeyleri hakkında derinlemesine bilgi toplamak amaçlandığından, öğrenci ve bir görüşmeci görev temelli görüşmeler yürütmüştür. Görev temelli görüşmede kullanılan görev tekrarlanan sayı örüntüsü görevi ve alt problemleridir. Görüşmeler ikinci yazar tarafından gerçekleştirilmiştir. Görev temelli görüşmeler sürecinde, öğrenci cevaplarına müdahalede edilmemiştir. Ancak, görüşmeci öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmaya yönelik "Niçin?, Niçin değil?, Açıklayabilir misin?" gibi sorular yöneltmiştir. Böylece, öğrencilerin düşüncelerini daha detaylı olarak açıklamaları beklenmiştir. Görüşmeler dijital ortamda, görüntü ve ses kaydı alınarak gerçekleştirilmiştir. Her bir öğrenci ile görüşme ortalama 20 dakikada gerçekleştirilmiştir. Görüşme zamanları öğrencilerle görüşülerek önceden planlanmıştır. Görüşme, katılımcıların uygun oldukları zamanda, kendilerini rahat hissettikleri, sessiz bir ortamda yapılmıştır.

Çalışmanın veri kaynakları görev temelli görüşmeler ve öğrenci çözümlerinin yer aldığı yazılı dokümanlardır. Veri analizi sürecinde, öncelikle görüşme verilerinin yazılı dökümleri yapılmıştır. Daha sonra, veriler tematik analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Tematik analiz, tümevarımsal veya tümdengelimsel yollardan biriyle, verilerdeki örüntüleri/temaları belirlemek ve raporlaştırmak için kullanılan ideal bir yöntemdir. Tümdengelimsel tematik analizde, kuramsal çıktılarla temaların oluşturulma süreci söz konusudur (Braun & Clarke, 2006). Mevcut çalışmada tümdengelimsel tematik analiz kullanılmıştır. Yani, öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin alt problemlerini cevaplama sürecinde başvurdukları stratejileri incelerken literatürdeki (Lannin vd., 2006; Liljedahl, 2004; Papic, 2007; Tanışlı, 2008; Threlfall, 1999; Zaskis & Liljedahil, 2002) çalışmalardan yararlanılarak kavramsal bir çerçeve oluşturulmuştur. Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimi ve örüntünün kuralını bulma sürecinde başvurdukları stratejileri sınıflandırmak için kullanılan kavramsal çerçeve Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Problemlerinde Kullanılan Stratejileri Sınıflandırmak İçin Kullanılan Kavramsal Çerçeve

Strateji	Açıklama	Örnek Öğrenci Cevapları
Yinelemeli	Bir önceki terimden bir sonraki terimin elde edilmesidir. Genellikle terimler arası fark bulunarak örüntünün devam ettirilip sonucun bulunması yöntemidir.	G: 17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Ö4: Hocam 3'e 1 eklendi 4, 4'e 1 eklendi 5 sonra 4 azaldı 1 sonra tekrar 1 ekleyerek ilerliyor. Bu şekilde devam edersek 4 olur.
Sayma	İstenilen terimi hesaplamak için terimleri saymayı ifade eder. Genelde yakın terimi hesaplamak için tercih edilir.	G:17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın? Ö3: Eşit aralıklarda aynı sayılar var. G: Nasıl? Ö3: Yani (ımm) 4'ten 5 ilerlediğimiz zaman yine 4, 3'ten 5 ilerlediğimiz zaman yine 3 geliyor. 4'ten 5 adım sonrası yine 4 olacak.
Bölümden Kalanı Sayma	Problem çözümünde öncelikle tekrar birimi bulunur. İstenilen terim, tekrar birimine bölünüp kalan sayıya göre sonuca ulaşılmaya çalışılır.	G:29. adıma karşılık gelen rakam nedir? Ö5: 29'u 5'e bölünce (tekrar birimini 5 olarak belirledi) (ımm) 4 kalıyor. G: Evet. Ö5: Yani, 4 ilerlememiz gerekiyor. Yani, 1 olur.
Çarpım Üzerine Sayma	Problem çözümünde öncelikle tekrar birimi bulunur. İstenilen terime göre, tekrar biriminin en yakın katı alınarak genişletilir. Elde edilen sonuç ile istenen terim arasındaki farka göre ekleme ve çıkarma yapılarak istenen sonuca ulaşılır.	G: 103. adıma karşılık gelen rakam nedir? Ö4: Her 5 adımda bir aynı sayı oluyor. Aslında hocam 34512 diye tekrar ediyor diyebiliriz. Yani, beşinci adım 2 olduğundan 100 de 5'in katı oluyor. 100. adım da 2 olur. G: Evet. Ö4: Geriye 3 adım kalıyor. 3 adım ilerisi 101. adım 3, 102. adım 4, 103. adım 5 olur.
Tekrar Birimini Belirleme	Tekrar birimini belirleme, tekrarlanan örüntü içinde tekrar eden öğelerin en kısa dizilimini bulmayı gerektirir.	G: Örüntüde yer alan rakamların dizilişinde bir ilişki var mıdır? Cevabını açıklar mısın? Ö1: Evet, bir ilişki var. 34512 şeklinde 5'li tekrar eden sayılardır.

Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin alt problemlerine verdikleri yanıtların bilişsel istem düzeyleri Benedicto ve diğerleri (2017) ve Gutiérrez ve diğerlerinin (2018a) örüntüler açısından düzenlediği çerçeveye göre değerlendirilmiştir. Buna göre, bilişsel istem düzeylerinin karakteristikleri kategoriler altında Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2

Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Problemlerinde Sergilenen Bilişsel İstem Düzeylerini Sınıflandırmak İçin Kullanılan Kavramsal Çerçeve

Bilişsel İstem Düzeyi	Açıklama	Örnek Öğrenci Cevapları
Bağlantısız İşlemler	Çözüm sürecinde, öğrencilerin dikkatinin odağı doğru bir cevap üretmek üzerinedir. Örüntünün cebirsel yapısını anlamayı gerektirmez. Öğrenciler terimler üzerine sayarak ya da çizerek problemin cevabına ulaşır. Yalnızca kullanılan işlemi betimlemeye odaklanan açıklamalar gerektirir. Cevap ve terim arasındaki ilişkiyi tanımlamak gerekli değildir. Örüntüyü doğru bir şekilde çözmek için sınırlı bilişsel çaba gerekir. Çözüm için temsiller kullanılabilir. Fakat bu temsiller örüntünün cebirsel yapısıyla bağlantı kurulmadan kullanılır.	G: 17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın? Ö4: Hocam 3'e 1 eklendi 4, 4'e 1 eklendi 5, sonra 4 azaldı 1, sonra tekrar 1 ekleyerek ilerliyor. Bu şekilde devam edersek 4 olur.
Bağlantılı İşlemler	Çözüm sürecinde, öğrenciler örüntünün cebirsel yapısını anlar ve bunu problemi çözmek için kullanır. Ancak, genel bir cebirsel ifade elde edemezler. Doğru bir şekilde çözüm için önemli miktarda bilişsel çaba gerekir. Öğrenciler problemi çözmek için herhangi bir terim ile bu terim değeri arasındaki cebirsel ilişkiyi açıkça dikkate almaları gerekir. Öğrenciler yaptıkları çözümleri açıklarken belirli terimlerin kullanımına dayalı olarak, terimler ve değerleri arasındaki genel cebirsel ilişkiye atıfta bulunan açıklamalar gerektirir.	G: 17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın? Ö2: Hocam şimdi burada bir adımı 34512 olarak alırsak 17'i de 5'e bölersek 3 tane 12345 oluyor. Daha sonra 2 sayı fazla kaldığı için örüntünün başından 2 adım ileri geliyorum 3 ve 4 oluyor. Yani 4 oluyor.

Geçerlik ve Güvenirlik

Çalışmada güvenirlik veya tutarlılık, iç geçerlik veya inanırlık, dış geçerlik veya nakledilebilirlik sağlanması açısından bazı önlemler alınmıştır. Nitel yaklaşımda güvenirlik veya tutarlılık, bulguların sunulan verilerle tutarlı olması ilkesine dayanır. Güvenirlik veya tutarlılığı sağlamak için "denetleme tekniği" kullanılabilir. Denetleme tekniğinde, araştırmacı veri toplama sürecini, kategorileri nasıl oluşturulduğunu, veri analiz sürecini detaylı şekilde açıklar (Merriam, 2018). Bu çalışmada, güvenirlik veya tutarlılığı sağlamak amacıyla denetleme tekniği kullanılmıştır. Bu teknik bağlamında, veri toplama ve veri analizi süreci detaylı bir şekilde ortaya konulmuştur. Veri analizi için kategorilerin oluşturulmasında kavramsal bir çerçeveden yararlanılması çalışmanın güvenirliğini artıran unsurlardan biridir.

Nitel araştırmaların iç geçerlik veya inanırlığı, doğruyu veya gerçeği yakalamayla ilişkilidir. Nitel bir araştırmanın inanırlığını artırmak için üçgenleme tekniği kullanılabilir. Üçgenleme, iki veya üç ölçüm noktasının birleştirilmesidir. Üçgenleme türlerinden biri "birden fazla araştırmacının katılımı"dır. Birden fazla araştırmacının katılımı, çalışmada iki veya üç kişinin veri analiz sürecinde bulunması ve aynı verileri bağımsız olarak analiz ettikten sonra ulaşılan bulguları karşılaştırmalarını gerektirir. Üçgenleme, aynı zamanda nitel araştırmanın güvenirliği kapsamında da ele alınabilir (Merriam, 2018). Bu çalışmada üçgenleme türü olarak "birden fazla araştırmacının katılımı" işe koşulmuştur. Bu doğrultuda, çalışmada, yazıya dökülen veriler bağımsız iki araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Kodlayıcılar arası uyum Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülü ile %92 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç, kodlamaların tutarlılığının işaretidir. Ancak, farklılığın ortaya çıktığı kodlamalarla ilgili araştırmacılar tartışarak uzlaşmaya varmıştır.

Nitel araştırmalarda dış geçerlik veya nakledilebilirlik, çalışma sonuçlarının genellenebilirliğiyle ilgilidir. Çalışma sonuçlarının nakledilebilirliğini artırmak için "zengin ve yoğun tanımlama" stratejisi kullanılabilir. Bu strateji, ortam ve katılımcıların tanımlanması, katılımcı görüşmelerinden ve dökümanlardan alınan doğrudan alıntılarla bulguların detaylandırılmasıdır (Merriam, 2018). Bu çalışmada, dış geçerlik veya nakledilebilirlik bağlamında katılımcıların nitelikleri ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Ayrıca, bulgular kısmında görüşmelerden ve öğrenci cevaplarından doğrudan alıntılar sunulmuştur.

Araştırma Etiği

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Fırat Üniversitesi Rektörlüğü Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi: 18.12.2020

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 97132852/302.14.01/

BULGULAR

Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Yakın, Orta, Uzak Terimini ve Kuralını Bulmak İçin Kullanılan Stratejilere İlişkin Bulgular

Tekrarlanan sayı örüntüsü görevinde, beşinci sınıf öğrencilerinin örüntünün yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler analiz edilmiş ve bulgular sunulmuştur.

Yakın terimi bulmak için kullanılan stratejiler

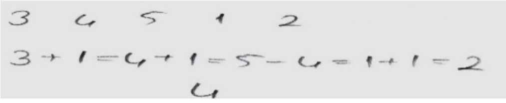
Yakın terimi bulma probleminde tüm öğrenciler problemi doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın terimini bulmak için kullandıkları stratejiler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3
Yakın Terimi Bulmak için Kullanılan Stratejiler

Strateji	Öğrenci	f
Yinelemeli	Ö4	1
Sayma	Ö3	1
Bölümden Kalanı Sayma	Ö1, Ö2, Ö5	3

Problemde, yakın terimi bulma kapsamında, öğrencilerden örüntünün 17. adımında yer alan terimi bulmaları istenmiştir. Tablo 3 incelendiğinde, öğrenciler yakın terimi bulmak için yinelemeli, sayma ve bölümden kalanı sayma stratejilerini kullanmışlardır. Yinelemeli ve sayma stratejilerini kullanan öğrenciler tekrar birimini belirleyememiştir. Öğrencilerden Ö4, örüntünün terimlerinin sıralanışını artış, azalış miktarına göre yani yinelemeli stratejiyi kullanarak ifade edip problemi çözmüştür. Ö4'ün açıklaması şöyledir: "*Hocam 3'e 1 eklendi 4, 4'e 1 eklendi 5, sonra 4 azaldı 1, sonra tekrar 1 ekleyerek ilerliyor. Bu şekilde devam edersek 4 olur.*".

Şekil 1
Ö4'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Yakın Terimine Ait Yanıtı



Sayma stratejisinin kullanan Ö3, tekrar birimini ifade edememiş fakat her terimin 5 adım sonrasında yine kendisi olduğunu tespit ederek çözüme ulaşmıştır. Ö3'e ait ifade ve işlemler aşağıda verilmiştir.

G: 17. adıma karşılık gelen rakam nedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

Ö3: Eşit aralıklarda aynı sayılar var.

G: Nasıl?

Ö3: Yani (ımm) 4'ten 5 ilerlediğimiz zaman yine 4, 3'ten 5 ilerlediğimiz zaman yine 3 geliyor. 4'ten 5 adım sonrası yine 4 olacak.

G: Evet.

Ö3: 4 olmaz mı?

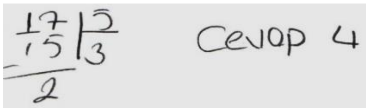
G: Neden?

Ö3: Çünkü 4'ten 5 adım sonrası yine 4 olacaktır (Örüntünün 12. terimi 4'tür. Öğrenci 5 adım ilerleterek 17. adıma ulaşmıştır).

Şekil 2
Ö3'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Yakın Terimine Ait Yanıtı

Bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan öğrenciler (Ö1, Ö2, Ö5), öncelikle tekrar birimini 3,4,5,1,2 olarak belirlemişlerdir. Daha sonra, adım sırası olan 17'yi 5'e bölüp kalan kadar örüntüyü ilerleterek problemi cevaplamışlardır. Bu öğrencilerden Ö1'e ait ifade ve işlemler şöyledir: "*Hocam tekrarlayan şey 34512 diye devam ediyor. Bunlar 5 tanedir. O yüzden 17 bölü 5'ten 2 kalıyor. O yüzden 4 olur.*".

Şekil 3
Ö1'in Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Yakın Terimine Ait Yanıtı



Orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullanılan stratejiler

Orta uzaklıktaki terimi bulma probleminde tüm öğrenciler doğru cevaba ulaşmıştır. Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin orta uzaklıktaki terimini bulmak için kullandıkları stratejiler Tablo 4'te verilmiştir.

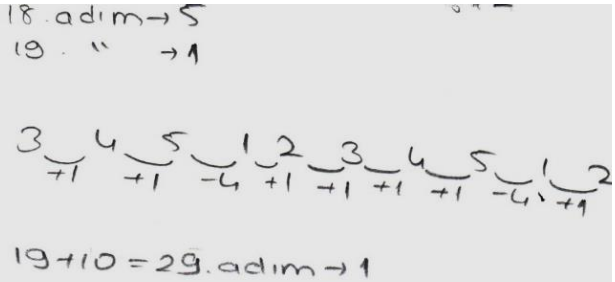
Tablo 4
Orta Uzaklıktaki Terimi Bulmak İçin Kullanılan Stratejiler

Strateji	Öğrenci	f
Sayma	Ö4	1
Bölümden Kalanı Sayma	Ö1, Ö2, Ö5	3
Çarpım Üzerine Sayma	Ö3	1

Tekrarlanan sayı örüntüsü görevinde, orta uzaklıktaki terimi bulma probleminde, öğrencilerden örüntünün 29. adımına karşılık gelen rakamını bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden Ö4 örüntünün terimlerini artış, azalışa göre oluşturmuştur. Ö4, yakın terimi bulurken yinelemeli stratejiyi kullanmıştır. Orta uzaklıktaki terimi hesaplarken ise her 5 adımda bir sıfır artış olduğunu yani 5 adımda bir aynı sayı olduğunu ifade edip, 19. adıma 10 adım eklemiş ve sayma stratejisini kullanarak problemi cevaplamıştır. Ö4'ün problem çözümüne ilişkin ifadeleri şöyledir: *"Sayarak uzun sürer kural arayacağım. 18. adımdan devam edeceğim. 18. adımda 5 var, 19. adımda da 1 olur. Aslında her 5 adımda bir sıfır artış var. Yani 5 adımda bir aynı sayı olacak. 10 adım eklersek 29. adımda da 1 olur.".*

Şekil 4

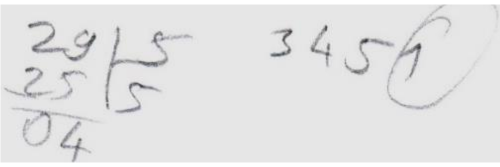
Ö4'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Uzak Terimine Ait Yanıtı



Bölümden kalanı bulma stratejisini kullanan öğrenciler (Ö1, Ö2, Ö5) yakın terimi bulurken de aynı stratejiyi kullanmışlardır. Bu öğrenciler tekrar birimini 5 olarak belirleyip, 29'u 5'e bölüp örüntüyü 4 adım ilerleterek doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu öğrencilerden Ö2'nin açıklaması şu şekildedir: "*29. adımı da yine aynı mantıkla düşünürsek yani her bir adım 5 sayıdan oluştuğu için 29'u da 5'e bölersek 5 tane tam oluyor yani geriye de 4 tana fazlalık kalıyor. Yani 4 adım ileri geliyorum 3451, yani o da 1 oluyor.".*

Şekil 5

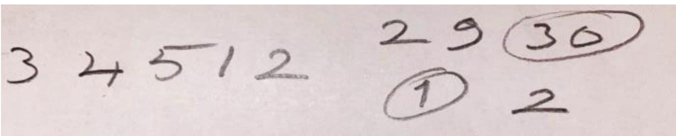
Ö2'nin Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Orta Uzaklıktaki Terimine Ait Yanıtı



Çarpım üzerine sayma stratejisini kullanan Ö3, tekrar birimini 5 olarak belirleyip, 29. adıma en yakın katını alarak problemi cevaplamıştır. Ö3, yakın terimi bulma probleminde tekrar birimini belirleyememişken, orta uzaklıktaki terimi bulma probleminde tekrar birimini belirleyebilmiştir. Artık tekrar birimini 5 olarak değil de 15'in katları olarak alıp, çarpım üzerine sayma stratejisini kullanarak çözüme ulaşmıştır. Ö3'ün çözüm süreci aşağıda verilmiştir.

> Ö3: (Immm) şöyle bir şey olabilir mi? Bu örüntüde tekrar eden şey 34512. Örüntüye bakıyorum, sonu tamamlanmamış. Yani tekrarlanma bitmemiş.
>
> G: Evet.
>
> Ö3: (Immm) 2'den devam edeceğiz yani tamamlayacağız. (Imm) 2'den sonra 3,4,5,1 gelir. Şu anda 15 elamanı var örüntünün. Şimdi ben bunu direk iki çarpıp yani uç uca koymuş oldum. Yani 30 elamanı oldu. (Imm) yine 2 ile bitiyor.
>
> G: (Hıhı).
>
> Ö3: 2'den bir öncekini bulacağız. 29 yapmak için (ımm) o da 1 olur.

Şekil 6
Ö3'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Orta Uzaklıktaki Terimine Ait Yanıtı



Uzak terimi bulmak için kullanılan stratejiler

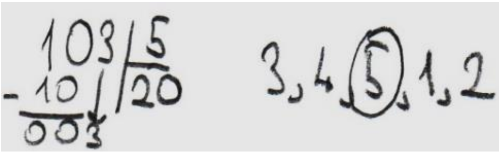
Öğrencilerin tamamı uzak terimi bulma problemini doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin uzak terimini bulmak için kullandıkları stratejiler Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5
Uzak Terimi Bulmak için Kullanılan Stratejiler

Strateji	Öğrenci	f
Bölümden Kalanı Sayma	Ö1, Ö2, Ö5	3
Çarpım Üzerine Sayma	Ö3, Ö4	2

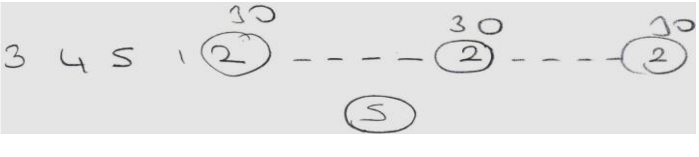
Uzak terimi bulma probleminde öğrencilerden 103. adıma karşılık gelen rakamı bulmaları istenmiştir. Tablo 5 incelendiğinde, öğrencilerin bölümden kalanı sayma ve çarpım üzerine sayma stratejilerine başvurduğu görülmüştür. Bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan öğrenciler (Ö1, Ö2, Ö5), tekrar birimini 5 olarak belirleyip 103'ü 5'e bölüp örüntüyü 3 adım ilerleterek doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu öğrencilerden Ö5'in ifadeleri şöyledir: "*103'ü 5'e bölünce (tekrar birimini 5 olarak belirledi) 3 fazlalık oluyor hocam. 3 adım ilerisi 5 olur.*".

Şekil 7
Ö5'in Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Uzak Terimine Ait Yanıtı



Öğrencilerden Ö3 ve Ö4 çarpımın üzerine sayma stratejisini kullanmıştır. Bu öğrencilerden Ö3 tekrar birimini 30 olarak alıp çarpımın üzerine sayma stratejisini kullanmıştır. Ö3'ün ifadeleri şöyledir: "*Yine bulduğum 30 adımları 3 kere kullanacağım. Eee 13 adıma ihtiyacım var. Buradaki 10 adımı da kullandım (Örüntünün en başında verilen 10 adımı kastediyor). Yani tekrar uç uca ekledim. Zaten örüntü 3 ile başlıyor, bir sıkıntı olmaz eklersem. (Immm) 10 adımı ekledim 3 adıma daha ihtiyacım var 3, 4'ten bir sonraki 5 olur.*".

Şekil 8
Ö3'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Uzak Terimine Ait Yanıtı



Çarpım üzerine sayma stratejisini kullanan bir diğer öğrenci Ö4 ise yakın ve orta uzaklıkta terimi hesaplarken tekrar birimini ifade edememiş, uzak terimi hesaplarken ise ifade etmiştir. Ö4'e ait diyalog ve işlemler aşağıda verilmiştir.

Ö4: Her 5 adımda bir aynı sayı oluyor. Aslında hocam 34512 diye tekrar ediyor diyebiliriz.

Yani beşinci adım 2 olduğundan 100 de 5'in katı oluyor. 100. adım da 2 olur.

G: Evet.

Ö4: Geriye 3 adım kalıyor.

G: (Hı hı).

Ö4: 3 adım ilerisi 101. adım 3, 102. adım 4, 103. adım 5 olur.

Şekil 9
Ö4'ün Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Uzak Terimine Ait Yanıtı

Örüntünün kuralını bulmak için kullanılan stratejiler

Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinde, örüntüde yer alan rakamların dizilişindeki ilişkileri belirlenmeye yönelik kullandıkları stratejiler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6
Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Kullanılan Stratejiler

Strateji	Öğrenci	f
Tekrar Birimini Belirleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5	5

Tablo 6 incelendiğinde, öğrencilerin tamamının tekrar birimini belirlediği görülmektedir. Buna göre, öğrenciler tekrarlanan sayı örüntüsünde rakamların dizilişinde ilişki olduğunu görebilmişlerdir. Öğrencilerden Ö1 bu ilişkiyi *"Evet, bir ilişki var. 34512 şeklinde 5'li tekrar eden sayılardır."* şeklinde açıklarken, Ö5 *"Evet, ilişki var. 34512 şeklinde tekrar eden sayılar vardır."* şeklinde ifade etmiştir.

Tekrarlanan Sayı Örüntüsü Görevinin Yakın, Orta, Uzak Terimini ve Kuralını Bulma Sürecinde Sergilenen Bilişsel İstem Düzeylerine İlişkin Bulgular

Tekrarlanan sayı örüntüsü görevinde, beşinci sınıf öğrencilerinin örüntünün yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulma sürecinde sergiledikleri bilişsel istem düzeyleri analiz edilmiş ve bulgular sunulmuştur.

Yakın terimi bulma sürecinde sergilenen bilişsel istem düzeyleri

Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın terimini bulma problemini çözme sürecinde sergiledikleri bilişsel istem bulguları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7
Yakın Terimi Bulma Sürecinde Sergilenen Bilişsem İstem Düzeyleri

Bilişsel İstem Düzeyi	Öğrenci	f
Bağlantısız İşlemler	Ö3, Ö4	2
Bağlantılı İşlemler	Ö1, Ö2, Ö5	3

Öğrenciler yakın terimi bulmak için yinelemeli (Ö4), sayma (Ö3) ve bölümden kalanı sayma (Ö1, Ö2, Ö5) stratejilerini kullanmışlardır. Yinelemeli ve sayma stratejilerinin ortak özellikleri tekrar birimini belirlemeden işlem yapmaktır. Bu stratejilerin kullanımında temel aritmetik işlemler yapılır. Dolayısıyla, örüntünün cebirsel yapısı anlaşılmamıştır ve oldukça sınırlı bir bilişsel çaba harcanır. Bu sebeple bu stratejileri kullanan öğrenciler bağlantısız işlemler düzeyinde bilişsel istem sergilemiştir. Ö4 ve Ö3'ün problem çözme sürecindeki açıklamaları bulgular bölümünde "Yakın terimi bulmak için kullanılan stratejiler" başlığı altında sunulmuştur.

Bölümden kalanı sayma (Ö1, Ö2, Ö3) stratejilerini kullanan öğrenciler tekrar birimini belirleyerek işlem yapmışlardır. Öğrenciler tekrar birimini istenen adım sayısına bölerek (bölümden kalanı sayma) problemi çözmüştür. Tekrar birimini doğru belirleyen öğrenciler, örüntünün adımlarındaki rakamlar arasındaki ilişkileri doğru çözümlemişlerdir. Dolayısıyla örüntünün genel yapısını anlamışlardır. Bu durum önemli miktarda bilişsel çaba gerektirir. Dolayısıyla bağlantılı işlemler seviyesine karşılık gelir. Bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan Ö2'ye ait açıklamalar şöyledir: *"Hocam şimdi burada bir adımı 34512 olarak alırsak 17'i de 5'e bölersek 3 tane 12345 oluyor. Daha sonra 2 sayı fazla kaldığı için örüntünün başından 2 adım ileri geliyorum 3 ve 4 oluyor. Yani 4 oluyor.".*

Orta uzaklıktaki terimi bulma sürecinde sergilenen bilişsel istem düzeyleri

Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin orta uzaklıktaki terimini bulma problemini çözme sürecinde gösterdikleri bilişsel istem bulguları Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8

Orta Uzaklıktaki Terimi Bulma Sürecinde Sergilenen Bilişsem İstem Düzeyleri

Bilişsel İstem Düzeyi	Öğrenci	f
Bağlantısız İşlemler	Ö4	1
Bağlantılı İşlemler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5	4

Öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için sayma (Ö4), bölümden kalanı sayma (Ö1, Ö2, Ö5), çarpım üzerine sayma (Ö3) stratejilerini kullanmışlardır. Sayma stratejisini kullanan Ö4, tekrar birimine ulaşamamıştır. Yani, örüntünün adımlarındaki rakamlar arasındaki ilişkiyi belirleyememiştir. Bu durum çok az bilişsel çaba gerektirdiği için bilişsel istemin bağlantısız işlemler düzeyine karşılık gelmektedir. Ö4'ün problem çözme sürecindeki açıklamaları bulgular bölümünde "Orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullanılan stratejiler" başlığı altında sunulmuştur.

Bölümden kalanı sayma ve çarpımın üzerine sayma stratejilerini kullanan öğrenciler ise tekrar birimini belirleyerek işlem yapmışlardır. Bu stratejileri kullanan öğrenciler örüntünün genel yapısını kavramışlardır. Yani, örüntüyü oluşturan rakamlar arasındaki ilişkiyi çözümleyebilmişlerdir. Dolayısıyla, örüntünün cebirsel yapısının kısmen anlaşıldığına işaret eden bu durum önemli miktarda bilişsel çaba gerektirir ve bağlantılı işlemler düzeyindedir. Bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan Ö1'e ait açıklama ise şöyledir: *"Hocam yine 29 bölü 5'ten 4 kalıyor. O da o yüzden 1 oluyor. Sayarak 4 adım ilerisini buldum.".*

Uzak terimi bulma sürecinde sergilenen bilişsel istem düzeyleri

Öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin uzak terimini bulma problemini bulma sürecinde gösterdikleri bilişsel istem düzeyleri Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9

Orta Uzaklıktaki Terimi Bulma Sürecinde Sergilenen Bilişsem İstem Düzeyleri

Bilişsel İstem Düzeyi	Öğrenci	f
Bağlantılı İşlemler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5	5

Öğrenciler, tekrarlanan sayı örüntüsünün uzak terimini bulurken, bölümden kalanı sayma (Ö1, Ö2, Ö5) ve çarpım üzerine sayma (Ö3, Ö4) stratejilerini kullanmıştır. Bu stratejileri kullanan öğrenciler tekrar birimini belirleyerek örüntünün istenen adımlarına ulaşmışlardır. Yani örüntünün genel cebirsel yapısını kısmen anlamışlardır. Öğrencilerin yaptıkları çözümleri açıklarken belirli terimleri kullanmışlar ve oldukça çok bilişsel çaba göstermişlerdir. Bu durum bağlantılı işlemler düzeyine karşılık gelir. Bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan Ö2'ye ait ifadeler şunlardır: "*103'ü 5'e bölersek 20 tane tam 34512 oluyor. 3 tane fazlalık kalıyor. 345 yani 3 adım ilerleyince 5 oluyor.".*

Örüntünün kuralını bulma sürecinde sergilenen bilişsel istem düzeyleri

Öğrencilerin, tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin kuralını belirlemeleri amacıyla "Örüntüde yer alan rakamların dizilişinde bir ilişki vardır mıdır?" problemine yanıt vermeleri istenmiştir. Örüntünün kuralını bulma sürecinde sergilenen bilişsel istem düzeyleri ise Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10

Örüntünün Kuralını Bulma Sürecinde Sergilenen Bilişsem İstem Düzeyleri

Bilişsel İstem düzeyi	Öğrenci	f
Bağlantılı İşlemler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5	5

Çalışma bulgularına göre, öğrencilerin tamamı örüntünün tekrar birimini doğru olarak belirlemiştir. Dolayısıyla, bu durum öğrencilerin örüntünün genel cebirsel yapısını kısmen kavradıklarına işaret eder. Öğrenciler terimler ve değerleri arasındaki ilişkiye atıfta bulunmuşlardır. Önemli miktarda bilişsel çaba içeren bu düzey bağlantılı işlemlerdir. Ö3'ün örüntüdeki rakamların dizilişine yönelik açıklamaları ise şöyledir: "*Ne kadar rakam olursa olsun 5'er 5'er gruplar halinde düşünebilirim. Yani, 5'li 5'li başa dönüyor gibi bakabilirim. Böylece, istenen adımlara ulaştım. Bu örüntüde tekrar eden şey 34512.".*

TARTIŞMA ve SONUÇ

Öğrencilerin örüntü becerileri, özel yeteneklilik ve matematiksel özel yeteneklilik çalışmalarında güncel araştırma konularından biridir, çünkü, genel özel yeteneklilik veya matematiksel uzmanlık öğrencilerin örüntü becerileriyle yordanabilir (Assmus & Fritzlar, 2022; Paz-Baruch vd., 2022). Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap verebilecek nitelikte zorlayıcı matematiksel görevlerin tasarlanması bağlamında, özel yetenekli öğrencilerin bilişsel istem düzeylerini ele alan çalışmalar yapılması gerekliliği vurgulanmaktadır (Leikin vd., 2017; Gutiérrez vd., 2021). Belirtilenler doğrultusunda, bu çalışmada, özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve tekrarlanan örüntülerle çalışma sürecinde sergiledikleri bilişsel istem düzeyleri incelenmiştir. Özel yeteneklilik ve matematik eğitimini bütünleştiren çalışmaların yetersiz olduğu (Leikin vd., 2017), buna ek olarak, özel yetenekli öğrencilerin örüntü becerilerini inceleyen çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir (ör., Amit & Neria 2008; Assmus & Fritzlar, 2022; Eraky vd., 2022; Fritzlar & Karpinski-Siebold, 2012; Sriraman, 2003). Bu durumdan hareketle, çalışma sonuçları özel yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerle yürütülen çalışma sonuçlarıyla da tartışılmıştır. Böylece, daha zengin bir bakış açısı sunulması beklenmektedir.

Çalışmanın birinci alt problemi kapsamında, öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler keşfedilmiştir. Bulgulara göre, tüm öğrenciler, tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimini ve kuralını doğru bir şekilde belirlemiştir. Bu sonuç, Dayan'ın (2017) özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerilerinin yüksek olduğu sonucuyla tutarlıdır. Mevcut çalışmada, öğrenciler yakın terimi bulma probleminde, yinelemeli (bir öğrenci), sayma (bir öğrenci) ve bölümden kalanı sayma (üç öğrenci) stratejilerini kullanmışlardır. Yinelemeli ve sayma stratejilerini kullanan öğrenciler tekrar birimini belirlememiştir. Ancak, öğrencilerin çoğunluğu, tekrar birimini belirleyerek bölümden kalanı sayma stratejisine başvurmuştur. Tekrarlı örüntülerde, öğrencilerin yinelemeli stratejiye başvurduğunu saptayan çalışmalar, bu stratejinin öğrencilerin örüntünün genel yapısını görmelerini engellediğini belirtmiştir (Liljedahl, 2004; Orton & Orton, 1999). Ayrıca, çalışma sonuçları, özel yetenekli öğrencilerin karmaşık durumlar üzerinde daha çok zihinsel çaba harcadıklarını göstermektedir (Leikin vd., 2017). Dolayısıyla, yakın terimi bulma problemleri özel yetenekli öğrenciler için yeterince güç problemler olmayabilir. Bu durumdan dolayı, öğrenciler örüntünün genel yapısına odaklanmaktan ziyade tekrar birimini gerektirmeyen stratejilerle istenen problemleri cevaplamış olabilir.

Orta uzaklıktaki terimi bulma probleminde, yakın terim için yinelemeli stratejiye başvuran öğrenci sayma stratejisini kullanmıştır. Yinelemeli ve sayma stratejileri tekrar birimini bulmayı gerektirmeyen stratejilerdir. Yakın terimi bulmak için sayma stratejisine başvuran diğer öğrenci orta uzaklıktaki terim için çarpım üzerine sayma stratejisine geçiş yapmıştır. Diğer üç öğrenci ise, yakın terimi bulma sürecinde kullandıkları bölümden kalanı sayma stratejisini kullanmayı sürdürmüştür. Çalışma sonuçlarına göre, öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulma problemlerinde farklı stratejiler arasında geçiş yaptıkları görülmüştür. Bu sonuç, özel yetenekli öğrencilerin farklı stratejiler belirleme ve bu stratejiler arasında geçiş yapma becerilerini ortaya koyan çalışmaları destekler niteliktedir (Assmus & Fritzlar, 2022; Sriraman, 2003). Ayrıca, çalışma sonuçları Benedicto ve diğerlerinin (2015) çalışma sonucuyla tutarlıdır. Benedicto ve diğerleri (2015) beşinci sınıf seviyesindeki özel yetenekli öğrencilerin sayı örüntüsünün yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için yinelemeli stratejiye başvurduklarını ortaya koymuştur.

Yakın terim için yinelemeli ve sayma stratejilerini kullanan öğrenciler, uzak terimi bulmak için stratejilerini çarpım üzerine sayma olarak değiştirmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin strateji seçimlerinde esnek oldukları belirlenmiştir. Çalışmanın bu sonucu, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel aktivitelerde zihinsel süreçlerde esneklik gösterdiğini ortaya koyan Assmus ve Fritzlar'ın (2022) çalışma bulgularıyla paraleldir. Üç öğrenci ise yakın ve orta uzaklıktaki terime ulaşırken başvurdukları bölümden kalanı sayma stratejisini kullanmaya devam etmiştir. Böylece, tüm öğrenciler uzak terimi bulma probleminde tekrar birimini belirleyerek problemi çözebilmiştir. Tekrarlanan örüntü becerileriyle ilgili zorluklar tekrar birimini belirleme ile ilişkilendirilmiştir (Larkin vd., 2022; Papic vd., 2011; Warren & Cooper, 2006). Dolayısıyla, uzak terimi bulmak için öğrencilerin tekrar birimine ulaşmaları gereklidir. Yakın ve orta uzaklıktaki terime tekrar birimini belirlemeden ulaşan öğrenciler uzak terim için tekrar birimini belirlemek zorunda kalmış ve başarılı performans göstermişlerdir.

Son olarak, örüntünün kuralını bulmaya yönelik, örüntüde yer alan rakamların dizilişindeki ilişkiyi tüm öğrenciler tekrar birimini belirleyerek açıklamıştır. Bu sonuç, özel yetenekli öğrencilerin karakteristik özelliklerin birinin örüntüleri genelleme becerisi olduğunu ifade eden çalışma sonuçlarıyla tutarlıdır (ör., Amit & Neria, 2008; Assmus, 2018; Assmus & Fritzlar, 2022; Leikin, 2021; Leikin vd., 2017; Paz-Baruch vd., 2022). Örneğin, Amit ve Neria (2008) cebir öncesi dönemde yer alan özel yetenekli öğrencilerin, girdi-çıktı ilişkisini göz önüne alarak, örüntüleri genelleyebildiklerini ortaya koymuşlardır. Assmus'un (2018) çalışması, matematiksel özel yetenekli veya yüksek başarılı öğrencilerin örüntüleri genellemede akranlarından daha başarılı olduğunu göstermektedir. Genelleme yapmak ve örüntünün kuralını bulmak özellikle cebir öncesi dönemdeki öğrenciler için oldukça zor beceriler olarak kabul edilir. Ancak, çalışmalarda, matematiksel özel yeteneklilik ve örüntü görevlerinde başarının ilişkili olduğu saptanmıştır. Özel yetenekli öğrenciler, örüntüleri genellemek için sayıları, şekilleri, sayı ve şekil ilişkilerini görebilmektedir (Assmus & Fritzlar, 2022; Benedicto vd., 2015; Rivera, 2018).

Çalışmanın ikinci alt problemi kapsamında, öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntüsü görevinin yakın, orta, uzak terimini ve kuralını bulma sürecinde sergiledikleri bilişsel istem düzeyleri keşfedilmiştir. Çalışmada, yakın terime yinelemeli ve sayma stratejileriyle ulaşan öğrencilerin bağlantısız işlemler düzeyinde bilişsel istem sergilediği belirlenmiştir. Bölümden kalanı bulma stratejisini kullanan öğrencilerin gösterdiği bilişsel istem düzeyi ise bağlantılı işlemlerdir. Çalışma bulgularına göre, orta uzaklıktaki terimi bulmak için sayma stratejisini kullanan öğrenci bağlantısız işlemler, diğer öğrenciler ise bağlantılı işlemler düzeyine karşılık gelen bilişsel istem göstermiştir. Bağlantısız işlemler düzeyi örüntülerde girdi çıktı ilişkisini görmeyi gerektirmez. Bu düzeyde bilişsel istem sergileyen öğrenciler temel aritmetik işlemlerle sonuç odaklı düşünür. Örüntünün cebirsel yapısı anlaşılmamıştır. Dolaysıyla, sınırlı bilişsel çaba harcanır. Çalışmanın bilişsel istem düzeyiyle ilgili sonuçları Gutiérrez ve diğerlerinin (2018a) çıkarımlarıyla örtüşmektedir. Gutiérrez ve diğerleri (2018a) çalışmalarında, özel yetenekli ve cebir öncesi dönemde yer alan bir öğrencinin, örüntülerin özellikle yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulurken bağlantısız ve bağlantılı işlemler düzeyinde bilişsel istem gösterdiğini raporlamıştır.

Çalışmanın dikkat çeken sonuçlarından biri, uzak terim ve örüntünün kuralını bulma problemlerinde tüm öğrencilerin bağlantılı işlemler düzeyinde bilişsel istem sergilemeleridir. Bu durum, öğrencilerin örüntünün genel cebirsel yapısını kısmen kavradıklarına ve örüntünün tekrar birimini belirleyerek genellemeye vardıklarına işaret eder. Bu sonuç, yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için örüntünün genel yapısını göz önüne alma ihtiyacı duymayan öğrencilerin, görev içeriği zorlaştıkça daha üst düzey bilişsel istem sergiledikleri şeklinde yorumlanabilir. Nitekim, literatürdeki çalışma sonuçları da bu çıkarımı desteklemektedir. Tekrarlanan örüntü becerileriyle ilgili zorluklar tekrar birimini belirleme ile ilişkilendirilmiştir (Larkin vd., 2022; Papic vd., 2011; Warren & Cooper, 2006). Tekrar birimini belirleme, öğrencinin örüntü serisinin altında yatan yapıya odaklanmasını gerektirir. Bu bağlamda, daha büyük kontrol ve üst düzey bilişsel istem öğrencinin daha etkili ilişkisel akıl yürütmesine yardım eder (Collins & Laski, 2015). Bu konuya ilişkin, Pinto ve Cañadas (2021) yinelemeli stratejiyle çözülebilecek örüntü görevlerinin, fonksiyonel düşünmeye yani ilişkileri görmeye engel olduğunu belirtmişlerdir. Örüntüleri genelleme, fonksiyonel düşünmenin bir göstergesidir. Ayrıca, Gutiérrez ve diğerleri (2018a) çalışmalarında, özel yetenekli bir öğrencinin örüntünün uzak terimini ve kuralını belirleme sürecinde bağlantılı işlemler ve matematik yapma düzeyinde bilişsel istem gösterdiğini saptamıştır. Mevcut çalışmanın bu sonucu, özel yetenekli öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmek için onları zorlayıcı görevlerle karşılaştırma gerekliliğini vurgulayan (Silver & Mesa, 2011) çalışma sonuçlarını da desteklemektedir.

Araştırmanın Sınırlılıkları ve Öneriler

Literatürde yer alan araştırma sonuçları, farklı temsillerde sunulan örüntü görevlerinde özel yetenekli öğrencilerin farklı düzeyde performans sergilediğini göstermektedir (Eraky vd., 2022). Ancak, bu çalışmanın sınırlılıklarında biri, tekrarlanan örüntü görevinin sayı temsiliyle verilmesidir. Yapılacak araştırmalarda, özel yetenekli öğrencilerin şekil veya günlük hayat bağlamıyla sunulan tekrarlanan örüntü görevlerindeki becerileri ve bilişsel istem düzeyleri incelenebilir. Çalışmanın, bir diğer sınırlılığı beşinci sınıf düzeyindeki özel yetenekli öğrencilerle çalışılmasıdır. Oysaki, cebirin erken yaşlardan başlaması gerekliliği ve cebir öncesi dönemdeki öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerinin incelenmesi ve geliştirilmesi gündemdeki konulardan biridir (Pinto & Cañadas, 2021; Türkmen & Tanışlı, 2019). Tekrarlanan örüntüler de erken yaşlarda cebirsel ve fonksiyonel düşünmenin gelişimi için öne çıkmaktadır (Kabael & Tanışlı, 2010; Tirosh vd., 2019). Bu bilgiler doğrultusunda, ileriye dönük çalışmalarda, farklı yaş gruplarını içeren özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeylerinin araştırılması önerilmektedir.

Ayrıca, bu çalışma bir durum çalışmasıdır ve az sayıda katılımcı ile derinlemesine analizler yürütülmüştür. Larkin ve diğerleri (2022) yaklaşık 3200 öğrencinin tekrarlanan örüntü becerilerini incelediği çalışmada, büyük ölçekli örneklemden ulaşacağı kanıtlarla eğitimcilere öneriler sunmuştur. Bu bağlamda, daha çok sayıda özel yetenekli öğrenciyi örneklem kabul eden nicel çalışmalar yapılması ihtiyacı doğmuştur. Bu önerilerin ötesinde, boylamsal çalışmalarda öğrencilerin okul öncesi dönemden itibaren tekrarlanan örüntü becerileri incelenmiştir (Nguyen vd., 2016; Rittle- Johnson vd., 2017; Wijns vd., 2019). Türkiye'de de okul öncesi veya ilköğretimin ilk yıllarından itibaren özel yetenekli öğrencilerle tekrarlanan örüntü ve sonrasında değişen örüntü becerilerini incelemeye dönük çalışmalar planlanmalıdır. Boylamsal çalışmalar, hem matematiksel özel yetenekli öğrencilerin tanılanması hem de öğretimsel uygulamaları geliştirmek açısından faydalı olabilir.

Literatür, öğretmen adaylarının tekrarlı örüntülere ilişkin matematiksel bilgilerini araştıran çalışmalara ihtiyaç olduğunu vurgulamaktadır (Cabral vd., 2021; Tirosh vd., 2019). Bu vurgu doğrultusunda, öğretmen adaylarının tekrarlayan örüntü bilgilerini belirlemeye ve geliştirmeye yönelik çalışmalar tasarlanabilir. Ayrıca, öğretmenler veya öğretmen adayları öğrencilerin tekrarlayan örüntüler hakkındaki düşünme süreçlerinin farkına varmalı, böylece bir örüntünün yapısının ve genellemenin nasıl algılanacağına yönelik stratejiler geliştirmelidir (Tirosh vd., 2019). Dolayısıyla, özel yetenekli öğrencilerle çalışan matematik öğretmenlerinin tekrarlı örüntüler hakkında düşünme süreçleri araştırılabilir.

Genel özel yeteneklilik ve matematiksel özel yeteneklilik ayrışımında, öğrencilerin matematiksel yaratıcılık becerileri ön plana çıkmaktadır. Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcıklarının belirlenmesi sürecinde örüntü görevleri son yıllarda dikkat çekmektedir (Assmus & Fritzlar, 2022; Eraky, 2022). Dolayısıyla, özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü görevleriyle çalışma sürecinde ortaya koydukları matematiksel yaratıcılık becerileri ve bilişsel istem düzeyleri araştırılabilir.

Farklı zorluklardaki görevler farklı düzeyde bilişsel istem gerektirir (Gutiérrez vd., 2021). Mevcut çalışma sonuçları da, öğrencilerin örüntünün kuralını bulma gibi daha kompleks görevlerde daha üst düzey bilişsel istem sergilediklerini göstermiştir. Tekrar birimi, tekrarlayan örüntü görevlerinin zorluk derecesini belirleyen durumlardan biridir. Dolayısıyla, tekrarlanan örüntülerin tekrar birimlerine göre karmaşıklık durumları artırılabilir (Larkin vd., 2022). Bu sonuca dayanarak, özel yetenekli öğrencilere sınıf ortamlarında farklı temsil ve zorluklarda tekrarlanan örüntülerle deneyim yaşamalarını sağlayacak görevler sunulması önerilmektedir.

Destek ve Teşekkür

Yazarlar olarak, araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecine yönelik herhangi bir destek ya da teşekkür beyanımız bulunmamaktadır.

Araştırmacıların Katkı Oranı

Araştırmanın birinci ve sorumlu yazarı araştırmanın planlanması, literatür taraması, yöntem, veri analizi ve tartışma süreçlerine katkı sağlamış olup, araştırmanın ikinci yazarı verilerin toplanması, analizi, bulguların raporlanması ve sonuç bölümlerine katkı sağlamıştır.

Çatışma Beyanı

Araştırmanın yazarları olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız olmadığını ifade ederiz.

Yayın Etiği Beyanı

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Fırat Üniversitesi Rektörlüğü Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi: 18.12.2020

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 97132852/302.14.01/

KAYNAKÇA

Amit, M., & Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM, 40*(1), 111-129.

Assmus, D. (2018). Characteristics of mathematical giftedness in early primary school age. F. M. Singer (Ed.) içinde, *Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students* (ss. 145–167). Springer.

Assmus, D., & Fritzlar, T. (2022). Mathematical creativity and mathematical giftedness in primary school age-An interview study on creating figural patterns. *ZDM-Mathematics Education, 54,* 113–131. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01328-8

Benedicto, C., Gutiérrez, A., & Jaime, A. (2017). When the theoretical model does not fit our data: a process of adaptation of the cognitive demand model. T. Dooley & G. Gueudet (Eds.) içinde, *Proceedings of the CERME 10* (ss. 2791-2798). ERME.

Benedicto, C., Jaime, A., & Gutiérrez, A. (2015). Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos. C. Fernández, M. Molina, & N. Planas (Eds.) içinde, *Investigación enEducación matemática XIX* (ss. 153–162). SEIEM.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Cabral, J., Oliveira, H., & Mendes, F. (2021). Preservice teachers' mathematical knowledge about repeating patterns and their ability to notice preschoolers algebraic thinking. *Acta Scientiae Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *23*(7), 30-59.

Collins, M. A., & Laski, E. V. (2015). Preschoolers' strategies for solving visual pattern tasks. *Early Childhood Research Quarterly, 32,* 204–214. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.04.004

Dayan, Ş. (2017). *Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarılarının incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi.

Demonty, I., Vlassis, J., & Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, *99*(1), 1-19. *https://doi.org/10.1007/s10649-018-9820-9*

Diago, P. D., Yáñez, D. F., & Arnau, D. (2022). Relations between complexity and difficulty on repeating-pattern tasks in early childhood (Relaciones entre complejidad y dificultad en tareas con patrones reiterativos en la primera infancia). *Journal for the Study of Education and Development*, *45*(2), 311-350. https://doi.org/10.1080/02103702.2021.2000127

Eraky, A., Leikin, R., & Hadad, B. S. (2022). Relationships between general giftedness, expertise in mathematics, and mathematical creativity that associated with pattern generalization tasks in different representations. *Asian Journal for Mathematics Education, 1*(1), 36-51.

Fritzlar, T., & Karpinski-Siebold, N. (2012). Continuing patterns as a component of algebraic thinking—An interview study with primary school students. Pre-proceedings of the *12th International Congress on Mathematical Education* içinde (ss. 2022–2031). ICMI.

Girit-Yildiz, D., & Durmaz, B. (2021). A gifted high school student's generalization strategies of linear and nonlinear patterns via gauss's approach. *Journal for the Education of the Gifted, 44*(1), 56-80. https://doi.org/*10.1177/0162353220978295*

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. A. E. Kelly & R. Lesh (Eds.) içinde, *Handbook of research design in mathematics and science education* (ss. 517–546). Lawrence Erlbaum.

Gutiérrez, A., Benedicto, C., Jaime, A., & Arbona, E. (2018a). The cognitive demand of a gifted student's answers to geometric pattern problems. F. M. Singer (Ed.) içinde, *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (ss. 196-198). Springer International Publishing.

Gutiérrez, A., Jaime, A., & Gutiérrez, P. (2021). Networked analysis of a teaching unit for primary school symmetries in the form of an e-book. *Mathematics, 9*(8), 832. https://doi.org/10.3390/math9080832

Gutiérrez, A., Ramírez, R., Benedicto, C., Beltrán-Meneu, M. J., & Jaime, A. (2018b). Visualization abilities and complexity of reasoning in mathematically gifted students' collaborative solutions to a visualization task. A networked analysis. K. S. S. Mix, & M. T. Battista (Eds.) içinde, *Visualizing mathematics. The role of spatial reasoning in mathematical thought* (ss. 309-337). Springer.

Hadar, L. L., & Ruby, T. L. (2019). Cognitive opportunities in textbooks: the cases of grade four and eight textbooks in Israel. *Mathematical Thinking and Learning, 21*(1), 54-77.

Kabael, T. U., & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, *9*(1), 213-228.

Keleş, T., & Yazgan, Y. (2022). Indicators of gifted students' strategic flexibility in non-routine problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(10), 2797-2818. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2105760

Kidd, J. K., Pasnak, R., Gadzichowski, K. M., Gallington, D. A., McKnight, P., Boyer, C.E., et al. (2014). Instructing first-grade children on patterning improvesreading and mathematics. *Early Education & Development, 25,* 134–151. http://dx.doi.org/10.1080/10409289.2013.794448

Kidd, J., Lyu, H., Peterson, M., Hassan, M., Gallington, D., Strauss, L., Patterson, A., & Pasnak, R. (2019). Patterns, mathematics, early literacy, and executive functions. *Creative Education, 10*(13), 3444–3468. https://doi.org/10.4236/ce.2019.1013266

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching. G. Kaiser (Ed.) içinde, *ICME-13 Topical surveys*. Springer Open. https://doi.org/10.1007/978-3-319- 32258-2

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* University of Chicago Press.

Lannin, J.K., Barker, D., & Townsend, B. (2006). Algebraic generalization strategies: Factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal, 18*(3), 3-28.

Larkin, K., Resnick, I., & Lowrie, T. (2022). Preschool children's repeating patterning skills: Evidence of their capability from a large scale, naturalistic, Australia wide study. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-16. https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2056320

Leikin R. (2018). Giftedness and high ability in mathematics. S. Lerman (Ed.) içinde, *Encyclopedia of mathematics education* (ss. 315-325). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_65

Leikin, R. (2021). When practice needs more research: The nature and nurture of mathematical giftedness. *ZDM-Mathematics Education, 53,* 1579–1589. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01276-9

Leikin, R., Koichu, B., Berman, A., & Dinur, S. (2017). How are questions that students ask in high level mathematics classes linked to general giftedness? *ZDM-Mathematics Education, 49*(1), 65-80. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0815-7

Leikin, R., & Sriraman, B. (2022). Empirical research on creativity in mathematics (education): From the wastelands of psychology to the current state of the art. *ZDM-Mathematics Education, 54*(1), 1–17. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01340-y

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 26*(3), 24–42.

MacKay, K., & De Smedt, B. (2019). Patterning counts: Individual differences in children's calculation are uniquely predicted by sequence patterning. *Journal of Experimental Child Psychology, 177,* 152–165. https://doi.org/10.1016/j. jecp.2018.07.016.

Maher, C. A., & Sigley, R. (2014). Task-based interviews in mathematics education. S. Lerman (Ed.) içinde, *Encyclopedia of Mathematics Education* (ss. 579–582). Springer.

Masingila, J. O., Olanoff, D., & Kimani, P. M. (2018). Mathematical knowledge for teaching teachers: knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*(5), 429-450.

Merriam, S. B. (2018). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (Çeviri Ed. S. Turan). Nobel Yayıncılık.

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: A guide to design and implementation.* John Wiley & Sons.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *An expanded source book: Qualitative data analysis.* Sage Publications.

Miller, R. C. (1990). *Discovering mathematical talent*. Eric Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children.

Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 33–49. https://doi.org/10.1007/BF03217544

Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., et al. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly, 36,* 550–560. http://dx.doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003

Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the approach to algebra. A. Orton (Ed.) içinde, *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (ss. 104-120). Cassell.

Özdemir, E., Dikici, R., & Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 523-548.

Öztürk, M., Akkan, Y., *&* Kaplan, A. (2018). 6-8. sınıf üstün yetenekli öğrencilerin problem çözerken sergiledikleri üst bilişsel beceriler: Gümüşhane örneği. *Ege Eğitim Dergisi, 19*(2), 446-469. https://doi.org/10.12984/egeefd.316662

Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children-more than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom, 12*(3), 8-13.

Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing thedevelopment of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education, 42,* 237–268.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2. Baskı). Sage.

Paz-Baruch, N., Leikin, M., & Leikin, R. (2022). Not any gifted is an expert in mathematics and not any expert in mathematics is gifted. *Gifted and Talented International, 37*(1), 25-41. https://doi.org/10.1080/15332276.2021.2010244

Pinto, E., & Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal*, *33*(1), 113-134. *https://doi.org/10.1007/s13394-019-00300-2*

Pitta-Pantazi, D. (2017). What have we learned about giftedness and creativity? an overview of a five years journey. Leikin, R., Sriraman, B. (Eds.) içinde, *Creativity and giftedness. advances in mathematics education* (ss. 201-223)*.* Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-38840-3_13

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257–277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan, 60*(3), 180–184

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., & McEldoon, K. L. (2013). Emergingunderstanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development, 14,* 376–396. http://dx.doi.org/10.1080/15248372.2012.689897

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G., & Farran, D. C. (2017). Early math trajectories: Low-income children's mathematics knowledge from ages 4–11. *Child Development, 88*(5), 1727-1742. http://dx.doi.org/10.1111/cdev.12662

Rittle-Johnson, B., Zippert, E., & Boice, K. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly, 46*(1), 166–178. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006

Rivera, F. D. (2018). Pattern generalization processing of elementary students: Cognitive factors affecting the development of exact mathematical structures. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(9), Article em1586. https://doi.org/10.29333/ejmste/92554

Rivera, F. D., & Becker, J. R. (2011). Formation of pattern generalization involving linear figural patterns among middle school students: Results of a three-year study. J. Cai, & E. Knuth (Eds.) içinde, *Early algebraization* (ss. 323-366). Springer.

Silver, E. A., & Mesa, V. (2011). Coordinating characterizations of high quality mathematics teaching: Probing the intersection. Y. Li & G. Kaiser (Eds.) içinde, *Expertise in mathematics instruction* (ss. 63–84). Springer.

Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V., & Brandl, M. (2016). *Research on and activities for mathematically gifted students.* Springer Nature.

Smedsrud, J. (2018) Mathematically gifted accelerated students participating in an ability group: A qualitative interview study. *Front. Psychol., 9,* 1-12.

Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations: The problem-solving experiences of four gifted students. *Journal of Secondary Gifted Education*, *14*(3), 151-165.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics, 20*(2), 147-164.

Steen, L. A. (1988). The Science of patterns. *Science, 240*(4852), 611–616. https://doi.org/10.1126/science.240.4852.611

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455–488.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical task as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-277.

Stephens, A. C., Fonger, N. L., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 19*(3), 143-166.

Sternberg, R. J. (2003). A broad view of intelligence: The theory of successful intelligence. *Consulting Psychology Journal: Practice and Research, 55*(3), 139–154.

Sternberg, R. J., Chowkase, A., Desmet, O., Karami, S., Landy, J., & Lu, J. (2021). Beyond transformational giftedness. *Education Sciences*, *11*(5), 192. https://doi.org/10.3390/educsci11050192

Sternberg, R. J., & Davidson, J. E. (Eds.). (1986). *Conceptions of giftedness*. Cambridge University Press.

Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2004). Successful intelligence in the classroom. *Theory into Practice, 43*(4), 274–280.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. A. Orton (Ed.) içinde, *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (ss. 18-30). Cassell.

Tirosh, D., Tsamir, P., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2019). Preschool teachers' knowledge of repeating patterns: Focusing on structure and the unit of repeat. *Journal of Mathematics Teacher Education, 22*(3), 305–325. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9395-x

Tural-Sönmez, M. (2019). Ortaya çıkan modelleme yaklaşımıyla parantez kullanımının anlamlandırılma süreci. *Journal of Computer and Education Research, 7*(13), 62-89. https://doi.org/10.18009/jcer.499845

Türkmen, H., & Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 7*(1), 344-372. https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c1s.16m

Warren, E., & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 11*(1), 9–14.

Warren, E., & Cooper, T. (2007). Repeating patterns and multiplicative thinking: Analysis of classroom interactions with 9-year-old students that support thetransition from the known to the novel. *Journal of Classroom Interaction, 41*, 7–17.

Wijns, N., Torbeyns, J., Bakker, M., De Smedt, B., & Verschaffel, L. (2019). Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. *Early Childhood Research Quarterly, 49,* 152–163. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.06.004

Yin, R. K. (2014). *Case study research design and methods* (5. Baskı). Sage Publication.

Zaskis, R., & Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49,* 379-402.

Zippert, E., Douglas, A., & Rittle-Johnson, B. (2020). Finding patterns in objects and numbers: Repeating patterning in pre-K predicts kindergarten mathematics knowledge. *Journal of Experimental Child Psychology*, *200*, Article 104965. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104965

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Although there is no clear definition of mathematical giftedness, "A student is mathematically gifted if he/she performs at a high level in a reference group and can create new mathematical ideas" (Leikin, 2018). One of the cognitive characteristics of mathematical gifted students is the ability to generalize. Generalization is linked to mathematical patterns (Assmus & Fritzlar, 2022). Especially repeating patterns come to the fore as a context for the development of algebraic and functional thinking at early ages (Kabael & Tanışlı, 2010; Tirosh et al., 2019). Besides, the cognitive demand model can be applied to evaluate the cognitive effort students spend while solving a mathematical problem (Gutiérrez et al., 2018a). However, studies examining the patterning skills of gifted students are quite limited (e.g., Amit & Neria 2008; Assmus & Fritzlar, 2022; Eraky et al., 2022). In the context of Turkey, there are very few studies (e.g., Girit-Yıldız & Durmaz, 2021). In addition, research trends in recent years have focused on examining the cognitive demand levels of gifted students in pattern tasks (e.g., Gutiérrez et al., 2018a). In line with what has been stated, the aim of this study was to explore the repeating patterning skills of gifted students and their cognitive demand levels.

Method

In the study, case study design was used. Participants are five fifth grade students who were diagnosed as gifted through diagnostic tests. Participants were determined by criterion sampling, one of the purposive sampling types. In this context, one of the criteria is that the students are at the fifth grade level. In this respect, the importance of pre-algebra in the success of advanced algebra and the fact that the fifth grade students are in the pre-algebra period (Stephens et al., 2017; Türkmen & Tanışlı, 2019) are important criteria. The data were collected with the "Repeating Number Pattern Task Form" consisting of open-ended problems. Sub-problems are assigned to the pattern task: finding the immediate, near, far term of the pattern and the rule of the pattern.

The data collection method is task-based interview. The data were analyzed by thematic analysis method. While examining the strategies used by the students in the process of solving the sub-problems of the repeating number pattern task, a conceptual framework was created by making use of the studies in the literature (e.g., Lannin et al., 2006; Liljedahl, 2004; Papic, 2007; Tanışlı, 2008; Threlfall, 1999; Zaskis & Liljedahil, 2002). Cognitive demand levels of student responses were evaluated according to the framework arranged for patterns by Benedicto et al. (2017) and Gutiérrez et al. (2018a).

Results

According to the findings, all students correctly determined the immediate, near, far term and rule of the repeating number pattern task. According to the results of the study, students used recursive, counting, division with remainder, counting up/down from a multiple strategies to find the immediate, near, and far term. All students explained the relationship in the arrangement of the numbers in the pattern by determining the unit of repeat. The results of the study show that students exhibit cognitive demand at the level of "procedures without connections" and "procedures with connections" to find the immediate and near distance term of the pattern task. In addition, students exhibited cognitive demand at the level of "procedures with connections" to find the far term and rule of the pattern.

Discussion and Conclusion

Bu Students' use of recursive strategy in repeating patterns prevents them from seeing the general structure of the pattern. (Liljedahl, 2004). In addition, the results of the study show that gifted students spend more mental effort on complex situations (Leikin et al., 2017). Therefore, problems of finding the immediate term may not be difficult enough for gifted students.

According to the results of the study, it was observed that the students switched between different strategies in the problem of finding the immediate and near distance term. This result supports the studies that reveal the ability of gifted students to identify different strategies and to switch between these strategies (Assmus & Fritzlar, 2022; Sriraman, 2003). In addition, the study results are consistent with the study result of Benedicto et al. (2015). The researchers revealed that gifted students at the fifth grade level use recursive strategy to find the immediate and near distance terms of the number pattern. Difficulties with repeating pattern skills have been associated with determining the unit of repeat (Larkin et al., 2022; Warren & Cooper, 2006). Therefore, students need to reach the unit of repeat to find the far term. The students who reached the immediate and near distance term without specifying the unit of repeat had to determine the unit of repeat for the far term and showed a successful performance. Finally, in order to find the rule of the pattern, all students explained the relationship in the arrangement of the numbers in the pattern by determining the unit of repeat. This result is consistent with the results of studies stating that one of the characteristic features of gifted students is the ability to generalize patterns (e.g., Assmus & Fritzlar, 2022; Leikin, 2021; Paz-Baruch et al., 2022).

In the study, it was determined that students who reached the immediate term with recursive and counting strategies exhibited cognitive demand at the level of "procedures without connections". The student who used the counting strategy to find the near term showed "procedures without connections", while others "procedures with connections". Gutiérrez et al. (2018a) reported that a gifted student in the pre-algebraic period showed cognitive demand at the level of "procedures without/with connections" while finding the immediate and near distance terms of the patterns. Another result that emerged in this study is that all students exhibit cognitive demand at the level of "procedures with connections" in the problems of finding the far term and rule of the pattern. This result can be interpreted as students who do not need to consider the general structure of the pattern in order to find the immediate and near distance term exhibit higher cognitive demand as the task content becomes more difficult.