Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi 10 / 1 (2008). 1 - 18

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE İMKB ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Nihat BOZDAĞ* Hasan TÜRE**

Öz:

Portföy seçim problemi finans literatüründe oldukça ilgi çeken bir konudur. Portföy analizi ile ilgili yapılan çalışmalarda kullanılan deterministik doğrusal programlama teknikleri farklı birçok nedenle eleştirilmiştir. Bu alanda yapılan bazı çalışmalardan elde edilen sonuçların sosyo-ekonomik durumlardan kaynaklanan belirsizliklerden dolayı yetersiz oldukları gözlenmiştir. Bu durum yaklaşımlardan elde edilen sonuçların etkin olmamalarına sebep olmaktadır. Bu doğrultuda, yatırımcı ya da portföy yöneticilerinin deneyimlerinin yatırım kararlarının alınmasında anlamlı bir etkisi olduğuna inanılmaktadır. Ancak bilinen klasik yöntemlerle yatırımcı ya da portföy yöneticilerinin deneyimleri modele kolayca aktarılamamaktadır. Bu deneyim ve belirsizlik durumları doğrusal programlama tekniği bağlamında karar sürecine katılmasında bulanık küme kuramından faydalanılmaktadır. Bu çalışmada, oluşturulan portföy modeline yatırımcı deneyimlerinin bulanık doğrusal programlama modeli ile aktarılması amaçlanmaktadır. Çalışmada İstanbul menkul kıymetler borsasında işlem gören 26 hisse senedine ilişkin Ocak 2003 – Eylül 2005 dönemine ait veriler kullanılmıştır. Optimum portföy yatırımcının farklı risk davranışlarına göre tanımlanmış 6 farklı senaryoya göre belirlenmiştir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, riskten kaçınma ile getiri düzeyi arasında açık bir ilişki olduğuna işaret etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Doğrusal Programlama, Portföy Seçimi

FUZZY LINEAR PROGRAMMING AND AN APPLICATION ON ISE

Abstract:

Portfolio selection problem is a well established phenomenon in financial literature. Research into portfolio analysis using deterministic linear programming techniques have been criticized on different grounds. Mere fact

---

* Prof.Dr,, Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, bozdag@nihatbozdag.net

** Arş.Gör.,Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü, hasanture@gazi.edu.tr

that such approaches do not efficiently take into account uncertainties that stem from socio-economic conditions devalues the results that are obtained from such studies. It is believed that the experiences of first hand investors or portfolio managers are significant in directing investment activities. One way to incorporate these experiences and uncertainties into the decision making process is to utilize the fuzzy set concept within the linear programming context. This study is an effort in this direction. In the study, data on 26 different stocks that are traded in the İstanbul Stock Exchange through the period from January 2003 to September 2005 were used. Optimum stock portfolios were determined under six different scenarios defined in terms of risk behavior of the investors. The findings of the study indicated a clear relationship between risk aversion and return level.

Keywords: Fuzzy Linear Programming, Portfolio Selection

GİRİŞ

Yatırımcılar karşılaşabilecekleri tüm koşulları göz önünde bulundurarak elde ettikleri gelirlerini çeşitli şekillerde arttırmayı ve korumayı hedeflemektedir. Bu amaçla başvurulan yollardan biri de elde edilen gelirlerin finansal piyasalarda değerlendirilmesidir. Ancak finansal piyasaların iktisadi ve sosyal birçok olaydan etkilenmesi bu piyasaların belirsiz bir yapıda olmasına neden olmaktadır. Belirsizlik altında karar vermek ise yatırımcıların karşılaşabileceği en büyük zorluklardan biridir.

Ayrıca, finansal yönetimde yatırımcı bilgisi ve deneyimi karar verme aşamasında büyük önem taşımaktadır. Yatırımcının sahip olduğu deneyimlerin modelde kullanılması daha gerçekçi sonuçlar elde edilmesine yardımcı olacaktır. Deneyimin ve belirsiz durumların doğrusal programlama tekniği bağlamında karar verme sürecine katılmasında bulanık küme kuramından faydalanılmaktadır. Bu çalışmanın amacı da bu doğrultudadır.

Doğrusal programlama modellerine bulanıklık kavramının eklenmesiyle bulanık doğrusal programlama modelleri oluşturulmuştur. Bulanık doğrusal programlama, parametreleri bulanık olan ve doğrusal fonksiyonlar kullanılarak modellenebilen problemlerin çözümü için önerilmiştir. Geliştirilen modellerin kolayca çözümüne ve karar vericinin taleplerini esnek olarak ifade edebilmesine olanak sağlamaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde bulanık ortamda karar verme tekniği anlatılmıştır. Bu doğrultuda üyelik fonksiyonlarına ve amaç fonksiyonunun yapısına değinilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde ise bulanık doğrusal programlama yöntemi doğrultusunda portföy seçimi için oluşturulan model tanıtılmıştır. Üçüncü ve son bölümde ise İMKB-30 hisseleri arasından yatırımcı davranışlarına göre uygun portföyler oluşturulmuştur.

I) BULANIK ORTAMDA KARAR VERME

Bulanık küme teorisinin matematiksel formülasyonu ilk defa Zadeh(1965) tarafından oluşturulmuştur. Zadeh, çalışmasında belirsiz durumların modellenebileceği matemamatiksel bir yöntem geliştirmiştir (Mansur, 2002:1).

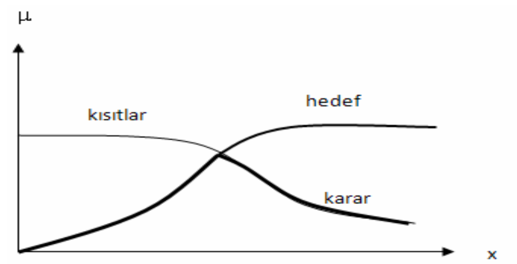
Doğrusal programlama problemleri genel olarak üç ana bileşenle ifade edilmektedir. Bu bileşenler; karar değişkenleri, kısıtlar ve amaç fonksiyonu olarak sıralanmaktadır. Bulanık doğrusal programlamada amaç fonksiyonu ve amaç fonksiyonu katsayısı bulanık hedef olarak adlandırılmaktadır ve G ile gösterilmektedir. Bulanık kısıtlar ise C ile gösterilmektedir. Sonuç olarak bulanık hedef ve bulanık kısıtlayıcılarla verilen karara ise bulanık karar denmektedir. Bulanık karar D ile gösterilmekte ve $\mu_D(x)$ ise bulanık karara ilişkin üyelik fonksiyonunu ifade etmektedir. Bulanık hedeflere ilişkin üyelik fonksiyonları ise $\mu_G(x)$, kısıtlara ilişkin üyelik fonksiyonları $\mu_C(x)$ ile ifade edilmektedir. Hedeflere ilişkin üyelik fonksiyonu $\mu_G(x) \in [0,1]$ şeklinde ifade edilmekte ve 0 ile 1 arası değerler almaktadır. Üyelik fonksiyonun 1 değerini alması halinde hedefe tam olarak ulaşıldığı, 0 değerini aldığında ise hedefe ulaşılmadığı anlaşılmaktadır. 0 ile 1 değerleri arasında değerler alması ise hedefe kısmen ulaşıldığı anlamına gelmektedir. Kısıtlara ilişkin üyelik fonksiyonu da $\mu_C(x) \in [0,1]$ ile gösterilip 0 ile 1 arası değerler almaktadır. Üyelik fonksiyonu 0 değeri alması ilgili kısıtın tam olarak sağlanmadığı, 1 değerini alması halinde ise ilgili kısıtın tam olarak sağlandığı anlamına gelmektedir. 0 ile 1 arası durumlarda ise kısıtın kısmen sağlandığı anlaşılmaktadır. Bulanık karar, bulanık hedefin ve bulanık kısıtlayıcıların birlikte sağlandığı durumu ifade etmektedir. Bu ifade ise,

$$D = G \cap C \tag{1}$$

ile gösterilmektedir. (1)'deki eşitlik üyelik fonksiyonları yardımı ile

$$\mu_D(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) = [\mu_G(x), \mu_C(x)] \tag{2}$$

şeklinde yazılabilir (Terano ve diğerleri, 1992). Şekil 1'de bulanık karar, bulanık kısıt ve bulanık hedef birlikte verilmektedir.



Şekil : 1
Bulanık Kısıt, Hedef ve Karar

(1) ve (2)'deki eşitlikler daha genel bir ifade ile $G_1, G_2, ..., G_n$ n adet bulanık hedef ve $C_1, C_2, ..., C_m$ m adet bulanık kısıt olmak üzere,

$$D = G_1 \cap G_2 \cap ... \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap ... \cap C_m \quad (3)$$

ve üyelik fonksiyonları ile

$$\mu_D(x) = \min\left[\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), ..., \mu_{G_n}(x)\mu_{C_1}(x), \mu_{C_2}(x), ..., \mu_{C_m}(x)\right] \quad (4)$$

şeklinde gösterilmektedir (Bellman ve Zadeh, 1970: 141-164).

BDP probleminde optimum kararın verilebilmesi için bulanık karar kümesi içinde en yüksek üyelik dereceli elemanın belirlenmesi gerekmektedir. Bu ise

$$\mu_D\left(x^M\right) = \max \mu_D(x) \quad (5)$$

şeklinde olacaktır (Terano ve diğerleri 1992). (5)'deki eşitlik max-min işlemcisi olarak da bilinmektedir. Max-min işlemcisi en kötü durumlar arasından, en iyi çözümü seçen güvenilir bir yöntemdir. Max-min işlemcisi açık olarak,

$$\max \mu_D(x) = \max\left(\min\left(\mu_G(x), \mu_C(x)\right)\right) \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir.

II) BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE POTFÖY ANALİZİ

Yatırımcılar gelecekte karşılaşabilecekleri maddi sıkıntıları göz önünde bulundurarak elde ettikleri gelirlerini çeşitli şekillerde büyütmeyi ve korumayı hedeflemektedir. Bu amaçla başvurulan yollardan biri de elde edilen gelirlerin finansal piyasalarda değerlendirilmesidir. Ancak finansal piyasalarda belirsiz bir yapının hakim olması karar verme sürecini oldukça zorlaştırmaktadır. Yatırım ortamının bu şekilde belirsiz bir yapıya sahip olması yatırımcı için birçok risk unsurunu beraberinde getirmektedir. Yatırımcılar servetlerini çeşitli menkul kıymetler arasında paylaştırarak oluşturdukları portföylerle yüklenecekleri risk unsurunu en aza indirmeye çalışmaktadır. Portföyün oluşturulması ve yönetilmesi ile risk azaltılmış olacaktır. Çünkü portföyün bir bütün olarak sahip olduğu risk, portföyü oluşturan her bir hissenin sahip olduğu riskler toplamından küçük olacaktır. Ancak portföy oluşturulurken aşırı çeşitlendirme yapmanın sakıncaları bulunmaktadır. Aşırı çeşitlendirme yaparken düşük performanslı yatırım araçları portföye dahil edilmiş olacaktır. Ayrıca yatırım aracı sayısı arttıkça bunlarla ilgili bilgilerin toplanması güçleşmektedir.

Genel olarak portföy için, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip olduğu birbiriyle ilişkisi olan ve kendine has ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlık denilebilir (Ceylan ve Korkmaz, 1998). Portföy, riski azaltmak ve üstlenilen riske göre en yüksek getiriyi sağlamak amacıyla en az iki çeşit menkul kıymetten oluşan bir havuzdur (Ercan ve Ban, 2005).

Modern portföy yaklaşımı 1952 yılında Markowitz'in ortaya attığı, yatırımcıların hedeflediği getiri düzeyine ulaşabilmek için gereken en az risk düzeyini ve bu risk düzeyindeki portföyün yapısını belirlediği modelle başlamaktadır (Ulucan, 2004). Markowitz'in portföy optimizasyon modelinin teorik olarak uygun olmasına rağmen uygulamada özellikle büyük ölçekli portföylerde tercih edilmemiştir. Markowitz'in modelinin uygulamadaki kullanışsızlığının arkasında yatan en önemli sebebi büyük ölçekli kovaryans matrislerine sahip karesel programlama problemlerinin çözümünde ortaya çıkan zorluklar oluşturmaktadır.

Sharpe (1967, 1971) çalışmalarında Markowitz'e alternatif yeni yöntemler geliştirilmiştir. Konno (1990) çalışmasında Markowitz'in yaklaşımında kullanılan karesel programlama yaklaşımı yerine doğrusal programlama kullanılmıştır. Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında ise Markowitz risk fonksiyonu yerine mutkak sapmalı risk fonksiyonu tercih edilmiştir. Simaan (1997) çalışmasında ise ortalama varyans modeli ile ortalama mutlak sapma modelleri karşılaştırılmıştır. Speranza (1993) çalışmasında ise portföy riskini ölçmek için yarı mutlak sapmalı portföy seçim modeli kullanılmıştır.

Bir portföy modelinin formülasyonu işlevsel olarak, portföyü oluşturan hisselerin getirilerinin ve risklerinin dağılımlarının tahmin edilmesini gerektirmektedir. Seçilen zaman aralığı içerisinde bu hisselere ilişkin getiri ve risk dağılımlarının rasgele olmasından dolayı portföy yöneticisinin hisse senetlerine ilişkin bilgilere olan yorumu büyük önem göstermektedir. Bu sebepten aynı bilgi kümesine farklı portföy yöneticileri tarafından farklı yorumlar getirilebilmektedir. Portföy yöneticilerinin sahip oldukları farklı yorumlar bulanık küme kuramının kullanılması ile oluşturulacak portföy modellerine aktarılabilecektir.

Bellman ve Zadeh (1970:141-164) tarafından bulanık karar teorisinin geliştirilmesinin ardından, bulanık doğrusal programlama portföy optimizasyonu için de kullanılabilir bir araç halini almıştır. Ramaswamy (1998) çalışmasında bulanık karar teorisi kullanılarak portföy seçim modeli oluşturmuştur. Benzer çalışmalara Östermark (1996: 243-254) ve Leon ve diğerleri (2002: 178-189) 'de rastlanmaktadır. Östermark çalışmasında dinamik portföy yönetim modeli oluşturmuştur. Watada (2001: 141-162) ise yine bulanık karar kuramı kullanılarak bir portföy seçim modeli oluşturulmuştur. Tanaka ve Guo (1999) çalışmasında belirsizliği ele alabilmek için olasılık teorisinden faydalanılmıştır. Lai ve diğerleri (2002), Wang ve Zhu (2002) çalışmalarında portföy seçimi için doğrusal aralık programlama modeli kullanılmıştır.

Bu çalışmada Konno ve Yamazaki (1991: 515-531) tarafından önerilen modeli temel alan, Fang ve diğerleri (2005:879-893)'de önerilen model doğrultusundan optimum portföyü elde edilmeye çalışılacaktır. Bu model genel hatlarıyla (M1) de verilmiştir.

(M1)

$$\text{Max} \ \sum_{i=1}^{n} r_i \, x_i \tag{7}$$

$$\min \sum_{t=1}^{T} \frac{\left| \sum_{i=1}^{n} \left(r_{it} - r_i \right) x_i \right| + \sum_{i=1}^{n} \left(r_i - r_{it} \right) x_i}{2T} \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\frac{a_j + b_j}{2} + \frac{\beta_j - \alpha_j}{6} \right) x_j \geq \ell \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{10}$$

$$x_i \leq u_i \ , \ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{11}$$

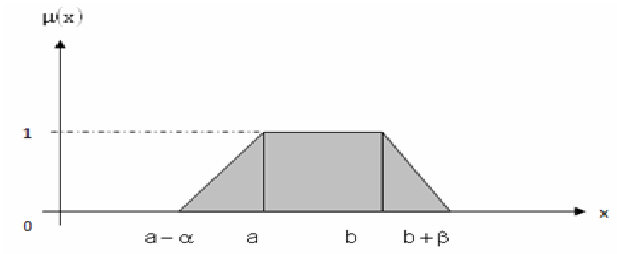
(M1)'de (7) ile portföyü oluşturan hisselerin maksimum getiriyi sağlayacak şekilde ağırlıklandırılması sağlanmaktadır. Bu amaçla her hisseye ait portföy ağırlıkları x_i'ler, o hissenin incelenen dönemde gerçekleşen ortalama getirisi (r_i) ile çarpılır. Ayrıca hisselerin portföy içerisindeki ağırlıkları u_i gibi bir üst değer ile sınırlandırılabilmektedir. r_i ise,

$$r_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} r_{it} \ , \ i = 1, 2, \ldots, n \tag{12}$$

ile hesaplanır. r_{it} ile i. hisse senedinin j. ayda gerçekleşen getirisi ifade edilmektedir. (7) nolu amaç fonksiyonunda kullanılan T ile modelde kullanılan toplam dönem sayısı ifade edilmektedir.

(8) nolu amaç fonksiyonunda portföyün toplam riskini minimum yapacak hisselerden oluşması amaçlanmıştır. (8)'deki amaç fonksiyonunun Konno Yamazaki (1991) ile önerilen makaleden farklı tarafı ortalamanın üzerindeki dalgalanmaları önemsememesi, portföyün varyansını minimum yaparken ortalamanın altında kalan hisse senetlerini göz önüne almasıdır. Watada (2001:141-162)'de yine portföy riski ölçülürken yarı mutlak sapmalı fonksiyon kullanılmıştır.

Model ayrıca hisse senetlerinin likitidesine ilişkin bir kısıt da içermektedir. Bilindiği gibi likidite değerlenebilir bir kavramdır. Likiditesi yüksek firmanın, daha fazla borç ödeyebilme ve yeni varlık satın alma kabiliyetine sahip olduğu kabul edilmektedir (Ercan ve Ban, 2005). Ayrıca likidite, yatırımları anlamlı bir kayıp olmadan nakde dönüştürebilme olasılığı şeklinde tanımlanabilir. Bu sebeple yatırımcılar yüksek likiditeli hisseleri tercih ederler. (9) nolu eşitsizlikte portföyün likitidesine ilişkin kısıt verilmiştir. Likiditeyi ölçmek için ise işlem hacimleri kullanılacaktır ve işlem hacmi oranları trapezoidal bulanık sayılarla temsil edilecek-lerdir. Şekil : 2'de trapezoidal üyelik fonksiyonuna ait grafiksel gösterim verilmiştir. Modelin çözüm aşamasında her bir hisseye ait işlem hacim miktarları için Şekil 2'de gösterilen trapezoidal üyelik fonksiyonu çizilecektir. (9) nolu eşitsizlikte kullanılan a_j, b_j, α_j ve β_j değerleri trapezoidal üyelik fonksiyonunun x ekseni üzerindeki kesim noktalarıdır ve Şekil : 2'de gösterilmektedir. ℓ ise oluşturulacak portföyün sahip olması istenen minimum işlem hacmi değerini ifade etmektedir.



Şekil : 2
Trapezoidal Üyelik Fonksiyonu

Şekil 2'de verilen trapezoidal bulanık fonksiyonun üyelik fonksiyonu ise,

$$A(t)=\begin{cases} 1-\dfrac{a-t}{\alpha} & a-\alpha \le t \le a \\ 1 & a \le t \le b \\ 1-\dfrac{t-b}{\beta} & a \le t \le b+\beta \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases} \tag{13}$$

şeklinde yazılabilir. $A=(a,b,\alpha,\beta)$ olmak üzere, γ -seviye kümesini kısaca,

$$[A]^{\gamma}=[a-(1-\gamma)\alpha, b+(1-\gamma)\beta] \ \forall\gamma\in[0,1] \tag{14}$$

şeklinde gösterebiliriz. (14)'de verilen fonksiyonun beklenen değerini ise

$$E(A)=\int_0^1 \gamma\left[a-(1-\gamma)\alpha+b+(1-\gamma)\beta\right]d\gamma \ =\int_0^1 \gamma\left[\ a+b+(1-\gamma)(\beta-\alpha)\ \right]d\gamma$$

$$=\int_0^1 \gamma(a+b)+\gamma\left[(1-\gamma)(\beta-\alpha)\right]d\gamma=\int_0^1 \gamma(a+b)\,d\gamma+\int_0^1 \gamma\left[(1-\gamma)(\beta-\alpha)\right]d\gamma$$

$$=\frac{a+b}{2}+\frac{\beta-\alpha}{6} \tag{15}$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

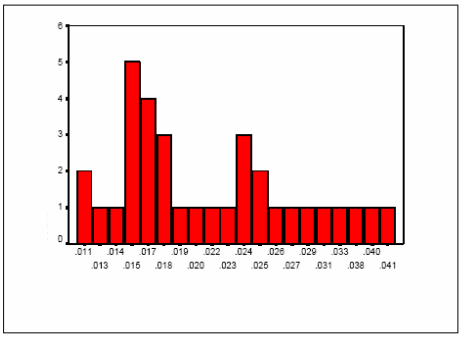
$$[A+B]^{\gamma} = [a_1(\gamma)+b_1(\gamma), a_2(\gamma)+b_2(\gamma)]$$
$$[kA]^{\gamma} = k[A]^{\gamma} \qquad (16)$$

özelliklerinden yaralanılmıştır (Carlson ve Fuller, 2002: 315-326). Tablo : 1'de örnek olarak bazı hisseler için trapezoidal bulanık fonksiyonun parametleri verilmiştir. Bunlar her hissenin tek tek histogram grafiklerinin çizilmesi ile elde edilmiştir. Çizilen bu histogramlar sayesinde Şekil : 2'deki grafiğe benzer grafikler elde edilip, bu grafikler yardımı ile de parametreler bulunmaktadır. Tablo : 1'de verilmeyen diğer hisseler için değerler bu şekilde grafikler çizilerek hesaplanabilmektedir. Şekil : 3'de örnek olarak Akbank için çizilen histogram verilmektedir.

Tablo : 1

Bazı Hisselerin İşlem Hacmi Miktarlarına İlişkin Trapezoidal Fonksiyonun Parametleri

		a	b	b+β	a-α	β	α
Akbank	x1	0.015	0.018	0.041	0.011	0.023	0.004
Arçelik	x2	0.003	0.007	0.14	0.03	0.133	-0.027
Doğan Hl.	x3	0.144	0.16	0.258	0.028	0.098	0.116
Doğan Yay.	x4	0.02	0.028	0.264	0.009	0.236	0.011
Ereğli	x5	0.003	0.007	0.199	0.003	0.192	0



Şekil : 3

Akbank İçin İşlem Hacmi Histogram Grafiği

Yukarıda kapalı haliyle verilen M1 modeli, bulanık yapının modele eklenmesiyle daha açık şekilde yazılabilmektedir. M1 modeli yapılan çeşitli düzenlemeler ile M2, M3, M4 ve son olarak M5 modeline dönüşmektedir. Bu modeller arasındaki geçişler aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

(M1) modelinde,

$$y_t = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i\right| + \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i}{2}$$

$$2y_t - \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i = \left|\sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i\right|$$

olur. Mutlak değerin özelliğinden,

$$-2y_t + \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i \le \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \le 2y_t - \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i$$

$$-2y_t + \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i - \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \le 0 \qquad (17)$$

$$2y_t - \sum_{i=1}^{n}(r_i - r_{it})x_i - \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \ge 0 \qquad (18)$$

elde edilir. (17) nolu eşitsizliğin düzenlenmesiyle

$$y_t + \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \ge 0$$

elde edilmiştir. Ayrıca (18) nolu eşitsizlikten ise

$$y_t \ge 0$$

elde edilmiştir. Yani mutlak değer işlemcisi açılarak model tekrar düzenlenmiştir. Bulunan bu sonuçlar yerine konulduğunda (M2) elde edilmiş olur.

(M2) $\quad \max \sum_{i=1}^{n} r_i x_i$

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_j + b_j}{2} + \frac{\beta_j - \alpha_j}{6}\right)x_j \ge \ell$$

$$y_t + \sum_{i=1}^{n}(r_{it} - r_i)x_i \ge 0, \quad t = 1,2,...,T$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \le u_i\,,\quad i = 1,2,\ldots,n\,,\quad y_t \ge 0\,,\quad t = 1,2,\ldots,T$$

Yatırımlar genellikle, sosyal ve ekonomik ortamdaki olaylardan etkilenmektedir. Böylesi durumlarda da optimizasyon her zaman en iyi çözüm olmamaktadır. Bazı durumlarda memnuniyet derecesine yönelik yaklaşımlar daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Gerçek hayatta özellikle de finansal yönetimde, yatırımcının bilgisi ve deneyimi karar verme aşamasında önem kazanmaktadır. Bulanık üyelik fonksiyonları sayesinde yatırımcı problemlere daha kolay müdahale edebilmektedir. Portföy yöneticileri yatırımcıların tiplerine göre (riski seven, riskten kaçınan) portföy modeline kolaylıkla şekil verebilmektedir. Bu amaçla portföyün getirisine, riskine ve likiditesine ilişkin üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

Portföyün beklenen getiri oranına ilişkin üyelik fonksiyonu:

$$\mu_r(x) = \frac{1}{1+\exp\left(-\alpha_r\left(E\left(r(x)\right)-r_M\right)\right)} \tag{19}$$

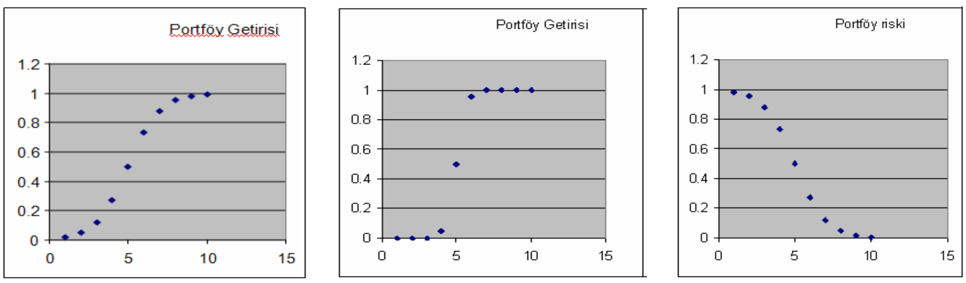
Portföyün riskine ilişkin üyelik fonksiyonu:

$$\mu_W(x) = \frac{1}{1+\exp\left(\alpha_W\left(w(x)-w_M\right)\right)} \tag{20}$$

Portföyün likiditesine ilişkin üyelik fonksiyonu:

$$\mu_\ell(x) = \frac{1}{1+\exp\left(-\alpha_\ell\left(E\left(\ell(x)\right)-\ell_M\right)\right)} \tag{21}$$

Yukarıda verilen üyelik fonksiyonlarının daha iyi anlaşılabilmesi için getiri ve riske ilişkin fonksiyonlara çeşitli değerler verilerek grafikleri çizdirilmiştir. Şekil : 4'de sırasıyla $\alpha_r = 1$ ve $\alpha_r = 3$ değerleri için portföy getirisine ilişkin örnek bir üyelik fonksiyonu grafiği verilmiştir. Son olarak da $\alpha_r = 1$ için portföy riskine ilişkin örnek bir üyelik fonksiyonu grafiği verilmiştir.



Şekil : 4
Üyelik Fonksiyonu Grafikleri

(M2) modeli Bellman ve Zadeh'in maksimizasyon prensibine göre tekrar yazılırsa (M3) modeli elde edilir.

$$\eta = \min\left\{\mu_r(x), \mu_w(x), \mu_\ell(x)\right\} \tag{22}$$

(M3) $\max \eta$

$$\eta_r(x) \geq \eta$$

$$\eta_w(x) \geq \eta$$

$$\eta_\ell(x) \geq \eta$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \quad x_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, ..., n, \quad 0 \leq \eta \leq 1$$

(19), (20) ve (21)'de verilen üyelik fonksiyonları (M3)'de açık yazılırsa (M4) elde edilir. Bu sayede artık modele bulanıklık ilave edilmiş olmaktadır.

(M4) $\max \eta$

$$\eta + \exp\left(-\alpha_r\left(E\left(r(x)\right) - r_M\right)\right)\eta \leq 1,$$

$$\eta + \exp\left(-\alpha_W\left(w(x) - w_M\right)\right)\eta \leq 1$$

$$\eta + \exp\left(-\alpha_\ell\left(E\left(\ell(x)\right) - \ell_M\right)\right)\eta \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \quad x_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, ..., n, \quad 0 \leq \eta \leq 1$$

M4 modelinde üstel ifadeler bulunmaktadır. Üstel ifadelerden kurtulmak için $\theta = \log \frac{\eta}{1-\eta}$, $\eta = \frac{1}{1+\exp(-\theta)}$ dönüşümü yapılırsa (M5) elde edilmiş olur (Fang ve diğerleri, 2005: 879-893). Artık M5 ile model son halini almaktadır.

(M5) $\max \theta$

$$\alpha_r\left(\sum_{i=1}^{n} r_i x_i\right) - \theta \geq \alpha_r r_M$$

$$\theta + \frac{\alpha_w}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t \leq \alpha_w w_M$$

$$\alpha_\ell \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_j + b_j}{2} + \frac{\beta_j - \alpha_j}{6}\right)x_j - \theta \geq \alpha_\ell \ell_m$$

$$y_t + \sum_{i=1}^{n} \left(r_{it} - r_i \right) x_i \geq 0 , \quad t = 1, 2, ..., T,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 , \quad y_t \geq 0 , \quad x_i \leq u_i , \quad i = 1, 2, ..., n,$$

(M5) modeli artık doğrusal programlama çözüm yöntemleri ile çözülebilir (Fang ve diğerleri, 2005, 879-893). M5 modeli bu haliyle uygulama da kullanılacaktır. M5 modelinde bulunan tüm kısıtlar oluşturulup çözüm aşamasına geçilecektir.

III) UYGULAMA

Uygulama kısmında, İMKB-30 indeksinde bulunan hisse senetleri arasından; getiri, risk ve işlem hacmine ilişkin kısıtları sağlayan uygun portföyler belirlenmeye çalışılacaktır. Hisselerin Ocak 2003 - Eylül 2005 tarihleri arasındaki ortalama getiri performansları, sahip oldukları risk miktarları ve ortalama işlem hacmi miktarları kısıtların oluşturulmasında kullanılmıştır. Veri aralığı çeşitli hisselerin bu indekse girip çıkmaları da göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Ayrıca diğer spekülatif hareketler sabit varsayılmıştır.

Portföy yöneticisi modelde kullanılan bazı parametreleri kendi bireysel kararlarına göre belirleyecektir. Yani kullanılan model değiştirilen parametrelere göre farklı sonuçlar vermektedir. Bu sayede inisiyatif portföy yöneticisinin elinde bulunmaktadır. İçinde bulunulan duruma göre veya portföyünü yönettiği kişinin tutum ve arzularına göre portföye dışarıdan müdahale edebilmektedir. Böylece bulanık doğrusal programlama yöntemi ile farklı yatırımcı tiplerine, farklı öneriler sunulabilmektedir.

Uygulamada, İMKB-30 endeksinden Ocak 2003 ile Eylül 2005 aylarını kapsayan ilgilenilen dönem aralığında sürekli işlem gören 26 hisse kullanılmıştır. Bu hisseler, Akbank, Arçelik, Doğan Holding, Doğan Yayın Holding, Ereğli Demirçelik, Finansbank, Garanti Bankası, Hürriyet Gazetecilik, İhlas Holding, İşbankası C, İş GMYO, Koç Holding, Migros, Pektim, Petrol Ofisi, Sabancı Holding, Şekerbank, Şişe Cam, T.S.K.B., Tansaş, Tofaş Oto. Fab., Turkcell, Tüpraş, Türk Hava Yolları, Vestel, Yapı Kredi Bankası dır.

Uygulamada yatırımcı tiplerinin gösterecekleri tutumu sonuçlara yansıtabilmek için altı farklı senaryo oluşturulmuştur. Bu senaryolar sayesinde farklı yatırımcı tiplerine farklı yatırım önerilerinde bulunulabilmiştir. Birinci senaryoda getiri, risk ve işlem hacmi kısıtlarına ilişkin üyelik fonksiyonlarının α katsayıları sırasıyla 600, 800, 600 olarak seçilmiştir. Ayrıca tutucu bir yatırımcı portresi çizilerek, getiri için 0.0475 değerine, risk için 0.058 değerine ve işlem hacmi için 0.040 değerine 0.5 üyelik derecesi atanmıştır. İkinci senaryoda ise yukarıda sırasıyla 600, 800, 600 olan α_r , α_w ve α_ℓ değerleri 500, 1000, 500 olarak, üçüncü senaryoda ise 400, 1200, 400 olarak değiştirilmiştir. Atanan bu α değerleri üyelik fonksiyonlarının yapısının belirlenmesinde kullanılmaktadır. Bu değerler sayesinde üyelik fonksiyonlarının eğimleri değiştirilerek farklı yatırımcı tipleri için farklı eğime sahip üyelik fonksiyonları oluşturulabilmektedir. Örneğin riski seven bir yatırımcı için daha dik bir eğime sahip bir üyelik fonksiyonunun oluşturulması uygun olacaktır. α'lar için atanan bu değerlerin değiştirilmesi sayesinde farklı senaryolar oluşturulabilmektedir.

Tablo : 2

Senaryo 1, 2 ve 3'e İlişkin Sonuçlar

				Hisselerin Sıralanması (Gerçekleşmiş Verilere Göre)		
	Hisse Kodu	**Hisse İsmi**	**Portföy İçerisindeki oranı**	**Getirilere Göre**	**Riske Göre**	**İşlem Hacmine Göre**
Senaryo 1	X6	Finansbank	0.1433	1	6	8
	X7	Garanti Bankası	0.5722	6	18	4
	X23	Tüpraş	0.2844	11	24	22
Senaryo 2	X6	Finansbank	0.2161	1	6	8
	X7	Garanti Bankası	0.5919	6	18	4
	X23	Tüpraş	0.1919	11	24	22
Senaryo 3	X6	Finansbank	0.2911	1	6	8
	X7	Garanti Bankası	0.6121	6	18	4
	X23	Tüpraş	0.0966	11	24	22

Tablo : 2'de, senaryo 1'e göre Finansbank, Garanti Bankası ve Tüpraş sırasıyla %14, %57 ve %28 oranında portföye katılmaktadır. Senaryo 2'ye geçildiğinde ise Finansbank'ın oranı %21'e, Garanti Bankasının oranı ise % 59'a çıkmaktadır. Tüpraşın oranı ise %19'a düşmektedir. Hisselerin gerçekleşmiş verilerine göre sıralamaları incelendiğinde ise, oranı artan hisselerin getiri yönlü riskleri çok olan hisseler oldukları gözlenmektedir. Oranı düşen Tüpraş'ın getirisinin diğerlerine göre az olduğu gözlenmektedir. Bu doğrultuda senaryolara ilişkin oluşturulan portföylerin getiri risk ve işlem hacmi miktarları Tablo : 3'de verilmektedir.

Tablo : 3
Senaryo 1,2 ve 3'e İlişkin Toplu Sonuçlar

Senaryo	θ	α_r	α_W	α_ℓ	Elde edilen getiri	Elde edilen risk	Elde edilen işlem hacmi
Senaryo1	8.1009	600	800	600	0.0609	0.0192	0.0534
Senaryo2	8.5666	500	1000	500	0.0646	0.0203	0.0571
Senaryo3	8.3507	400	1200	400	0.0683	0.0214	0.0608

Tablo : 3'de yukarıdan aşağıya doğru değişen α değerleri karşısında portföyün ortalama getirisi, riski ve işlem hacminde artış gözlenmiştir. Senaryo 1'de portföye ait ağılıklı getiri 0.0609 iken, bu değer senaryo 2'de 0.0646'ya, senaryo 3'de ise 0.0683'e çıkmıştır. Aynı şekilde portföyün hesaplanan risk değeri de, senaryo 1'de 0.0192 iken bu değer senaryo 2'de 0.0203'e senaryo 3'de 0.0214'e çıkmıştır. Benzer şekilde portföyün ağırlıklı işlem hacmi miktarı da senaryo 1'de 0.0535, senaryo 2'de 0.0571 ve senaryo 3'de 0.0608 olarak gerçekleşmiştir.

Dördüncü senaryoda α değerleri sırasıyla, $\alpha_r = 600$**,** $\alpha_W = 800$, $\alpha_\ell = 600$ olarak alınmıştır. Ayrıca getiri için $r_m = 0.049$ değerine, risk için $w_M = 0.065$ değerine ve işlem hacmi için $\ell_m = 0.042$ değerine 0.5 üyelik değeri atanmıştır. Beşinci senaryoda α değerleri sırasıyla, $\alpha_r = 500$**,** $\alpha_w = 1000$, $\alpha_\ell = 500$ olarak alınmıştır. r_m, w_M, ℓ_m değerleri ise dördüncü senaryodaki değerlerle aynı seçilmiştir. Altıncı ve son senaryoda α değerleri sırasıyla, $\alpha_r = 400$**,** $\alpha_W = 1200$ $\alpha_\ell = 400$ olarak alınmıştır. r_m, w_M, ℓ_m değerleri ise dördüncü senaryodaki değerlerle aynı seçilmiştir. Bu senaryolara ilişkin sonuçlar Tablo : 4'de verilmektedir.

Senaryo 4, senaryo 1 ile karşılaştırıldığında, Finansbank'ın oranı %27.92'ye yükselmiş, Garanti Bankası'nın oranı %61.71'e yükselmiş, Tüpraş'ın oranı ise %10.36'ya gerilemiştir. Yani yatırımcı portföy riskini düşünmekten vazgeçip portföy getirisine önem vermeye başlamıştır. Senaryo 5, senaryo 2 ile karşılaştırıldığında Finansbank'ın oranının %38.42'e yükseldiği, Garanti Bankası'nın %59.01'e yükseldiği ve risk yönlü Tüpraş'ın portföyden ayrıldığı, yerine %2.55 oranı ile Yapı Kredi Bankası'nın girdiği görülmektedir. Yapı Kredi Bankası'nın Tüpraş'a göre nispeten hem getirisinin hem de işlem hacminin yüksek olduğu göze çarpmaktadır. Senaryo 6 ile senaryo 3 karşılaştırıldığında getiri yönlü ve işlem hacmi bakımından yüksek hisselerin oranın arttığı gözlenmektedir. Finansbank'ın oranının %50.17 seviyelerine ulaştığı, yine aynı şekilde Garanti Bankasının oranın ise %34.45'e ve Yapı Kredi Bankasının oranının %15.36 seviyelerine geldiği görülmektedir.

Tablo : 4
Senaryo 4, 5 ve 6'ya İlişkin Sonuçlar

				Hisselerin Sıralanması (Gerçekleşmiş Verilere Göre)		
	Hisse Kodu	**Hisse İsmi**	**Portföy içerisindeki oranı**	**Getirilere Göre**	**Riske Göre**	**İşlem Hacmine Göre**
Senaryo 4	X6	Finansbank	0.2792	1	6	8
	X7	Garanti Bank.	0.6171	6	18	4
	X23	Tüpraş	0.1036	11	24	22
Senaryo 5	X6	Finansbank	0.3842	1	6	8
	X7	Garanti Bank.	0.5901	6	18	4
	X23	Yapı Kredi B.	0.0255	8	5	2
Senaryo 6	X6	Finansbank	0.5017	1	6	8
	X7	Garanti Bank.	0.3445	6	18	4
	X23	Yapı Kredi B.	0.1536	8	5	2

Senaryo 4, senaryo 5 ve senaryo 6'ya ilişkin ortalama getiri, risk ve ortalama işlem hacmi sonuçları ise Tablo : 5'de verilmiştir.

Tablo : 5
Senaryo 4,5 ve 6'ya İlişkin Toplu Sonuçlar

	θ	α_r	α_w	α_ℓ	**Elde edilen getiri**	**Elde edilen risk**	**Elde edilen işlem hacmi**
Senaryo4	12.0141	600	800	600	0.0678	0.0213	0.0608
Senaryo5	12.6600	500	1000	500	0.0727	0.0231	0.0657
Senaryo6	11.5206	400	1200	400	0.0768	0.0259	0.0698

Tablo : 3 ile Tablo : 5'in karşılaştırması aynı α'lar için yapılmıştır. Senaryo 1'de elde edilen getiri 0.0609 iken bu oran senaryo 4'de 0.0678'e yükselmiştir. Aynı şekilde elde edilen risk 0.0192'den 0.0213'e ve elde edilen işlem hacmi ise 0.0534'den 0.0608'e çıkmıştır. Senaryo 1 ve senaryo 4 arasındaki fark senaryo 4 de daha büyük değerlere 0.5 üyelik derecesinin atanmasıydı. Bu da yatırımcının kendine güvenen bir yatırımcı olmasından kaynaklanmaktaydı.

Senaryo 2 ile senaryo 5 karşılaştırıldığında elde edilen getirinin 0.0646'dan 0.0727'ye, elde edilen riskin 0.0203'den 0.0231'e, elde edilen işlem hacminin ise 0.0571'den 0.0657'ye yükseldiği gözlenmektedir.

Aynı şekilde senaryo 3 ile senaryo 6 karşılaştırıldığında elde edilen getirinin 0.0683'dan 0.0768'e, elde edilen riskin 0.0214'den 0.0259'a, elde edilen işlem hacminin ise 0.0608'den 0.0698'e yükseldiği gözlenmektedir. Yukarıda yapılan üç farklı karşılaştırmada da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Karşılaştırılan senaryolarda hep bir sonraki senaryoda diğerine göre yüksek getiri, risk ve işlem hacmi elde edilmiştir.

SONUÇLAR

Finansal piyasalardaki belirsizlik ve bu piyasaların ekonomik ve sosyal birçok olaydan etkilenmesi doğrusal programlama modelinin sunduğu önerileri yetersiz kılmaktadır. Gerçek hayatta özellikle finansal yönetimde, yatırımcının bilgisi ve deneyimi karar verme aşamasında önem kazanmaktadır. Böylece bulanık doğrusal programlama yönteminin, belirsiz olan durumların modellenmesindeki başarısı bu yöntemin finansal piyasalarda kullanılmasını sağlamıştır. Bu sayede portföy yöneticisinin portföy üzerine müdahale miktarı artmakta ve modelde kullanılan bazı parametreleri kendi bireysel kararlarına göre belirleyebilmektedir. Ayrıca bulanık üyelik fonksiyonları sayesinde yatırımcı problemlere daha kolay müdahale edebilmektedir. Portföy yöneticileri, içinde bulunulan duruma göre veya yatırımcıların tiplerine göre (riski seven, riskten kaçınan) portföy modeline kolaylıkla şekil verebilmektedir. Böylece bulanık doğrusal programlama yöntemi ile farklı yatırımcı tiplerine, farklı öneriler sunulabilmektedir.

Bu çalışmada, İMKB-30 endeksinde bulunan ve incelenen dönem içerisinde verilerine ulaşılabilen hisselerden, bulanık doğrusal programa yöntemi yardımıyla portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır.

Uygulama çerçevesinde 6 farklı alternatif portföy modeli için senaryo oluşturulmuş ve senaryolardaki farklılıkların oluşturulan portföyler üzerindeki etkileri gözlenmeye çalışılmıştır.

KAYNAKÇA

BELLMAN, R. ve ZADEH, L.A. (1970). "Decision Making in A Fuzzy Environment", *Management Science*, Vol : 17, pp. 141-164.

CARLSSON, C. ve FULLER, R. (2001). "On Possibilistic Mean Value and Variance of Fuzzy Numbers", *Fuzzy Sets and Systems,* Vol : 122, pp. 315-326.

CEYLAN, A. ve KORKMAZ, T. (1998). *Borsa'da Uygulamalı Portföy Yönetimi*, Ekin Kitabevi Yayınları, Ankara.

ERCAN, M.K. ve BAN, Ü. (2005). *Finansal Yönetim,* Gazi Kitabevi, Ankara.

FANG, Y.; LAI K.K. , ve WANG S.Y. (2002). "Portfolio Rebalancing Model with Transaction Cost Based on Fuzzy Decision Theory", *European Journal of Operational Researc,* Vol : 175, Issue. 2, pp. 879-893.

KONNO, H. (1990). "Piece Wise Linear Risk Functions and Portfolio Optimization", *J. Oper. Res. Soc. Japan*, Vol : 33, pp. 139-156.

KONNO, H. ve YAMAZAKI, H. (1991). "Mean Absolute Portfolio Optimization Model and Its Application to Tokyo Stock Market", *Management Science*, Vol : 37, No. 5, pp. 515-531.

LAI, K. K.; WANG, S. Y.; XU, J. P.; ZHU, S. S. ve FANG, Y. (2002). "A Class of Linear Interval Programming Problems and its Appliication to Portfolio Selection", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol : 10, pp. 698-704.

LEO´N, T.; LIEM, V. ve VERCHER, E. (2002). "Viability of Infeasible Portfolio Selection Problems: A Fuzzy Approach", *European Journal of Operational Research,* vol. 139, pp. 178–189.

MANSUR M. M. (2002). *Fuzzy Sets and Economics*, Edward Elgar, Publishing Lim. Cheltenham, UK.

MARKOWITZ, H. M. (1952). "Portfolio Selection", *J. Finance*, Vol : 7, pp. 77-91.

ÖSTERMARK, R. (1995). "Fuzzy Control Model (FCM) for Dynamic Portfolio Management", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol : 78, No. 3, pp. 243–254.

RAMASWAMY, S. (1998). "Portfolio Selection Using Fuzzy Decision Theory", *Working Paper of Bank for International Settlements*, Working paper No : 59.

SHARPE, W. F. (1967). "A Linear Programming Approximation For Mutual Fund Portfolio Selection", *Management Science*, Vol : 13, No. 7.

SHARPE, W. F. (1971). "A Linear Programming Approximation For The General Portfolio Selection Problem", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol : 6.

SIMAAN, Y. (1997). "Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model and The Mean – Absolute Deviation Model", *Management Science*, Vol : 43, pp. 1437-1446.

SPERANZA, M. G. (1993). “Linear Programming Model For Portfolio Optimization”, *Finance*, Vol : 14, pp. 107-123.

TANAKA, H. ve GUO, P. (1999). “Portfolio Selection Based on Upper and Lower Exponential Possibility Distributions”, *European Journal of Operational Research*, Vol : 114, pp. 115-126.

TERANO, T.; ASAI, K. ve SUGENO, M. (1992). *Fuzzy systems theory and its applications*, Academic Pres Inc., 268s., San Diego.

ULUCAN, A. (2004). *Portföy Optimizasyonu*, Siyasal Kitabevi, Ankara.

WANG, S. Y. ve ZHU, S. S. (2002). “On Fuzzy Portfolio Selection Problems”, *Fuzzy Optimizations and Decision Making*, 1, pp. 361-377.

WATADA, J. (2001). “Fuzzy Portfolio Model for Decision Making in Investment, in: Y. Yoshida (Ed.), Dynamical Aspects in Fuzzy Decision Making”, *Physica-Verlag*, Heidelberg, pp. 141–162.

ZADEH, L. A (1965). “Fuzzy Sets”, *Information Control*, Vol : 8, pp. 338-353.