Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi 6/3 (2004). 17-30

KENDİNDEN UYARIMLI EŞİKSEL OTOREGRESSİP (SETAR) MODEL VE ALTIN FİYATLARI ÜZERİNE UYGULAMASI

Reşat KASAP* Nilüfer ÇELİK**

Özet:

Bu çalışmada, doğrusal modeller için otoregressif (AR) model, doğrusal olmayan diziler için SETAR (kendinden uyarımlı eşiksel otoregressif) model kullanıldı. SETAR'ın kuramsal yapısı verildikten sonra Merkez Bankası'nın Dolar cinsinden bir (1) ons altın fiyat dizilerine uygulandı. Kendinden uyarımlı eşiksel model tanıtıldıktan sonra, model belirleme, parametre tahmini, modelin uygunluğu ve en iyi modelin seçim ölçütleri verildi. Bu testler; Lin - Mudholkar testi, McLeod – Li testi ve Olabilirlik Oran (LR) testleridir. Bu çalışmada, Merkez Bankası'nın 1 ons altının Dolar cinsinden fiyat değerlerinin oluşturduğu, Ocak 1972 – Haziran 1997 tarihleri arasında aylık olmak üzere toplam 306 gözlemden meydana gelen veri uygulamada yer almıştır. İnceleme konusu olan dizi, kabaca ortalamada ve varyansta durağan olmayan ve doğrusallık yapısını taşımayan bir dizi olduğu söylenebilir. Öncelikle, ham veri için doğrusal ve doğrusal olmayan modelleme ve kestirim yapıldı. Daha sonra gerekli dönüşümler ve kestirimler gerçekleştirildi. Son olarak, en iyi modelin seçimi için, modeller birbiriyle MSE (ortalama hata kare) kullanarak karşılaştırıldı Analiz sonuçları dikkate alındığında, çeşitli adımlara ilişkin kestirim MSE değerleri, SETAR modelinde daha küçük olduğu görülmüştür. Bu durumda, söz konusu altın dizisi için doğrusal olmayan SETAR modeli, doğrusal AR modeline göre tercih edileceği söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: SETAR, zaman dizileri, doğrusal olmayan model, kestirim.

SELF EXITING THRESHOLD AUTOREGRESSIVE MODEL AND APPLICATION ON GOLD PRICES SERIES

Abstract:

In this study, autoregressive (AR) model is used for linear models, where SETAR (self exiting threshold autoregressive) model is used for non-linear series. Having given theoretical structure of SETAR, an application has been realized for series of monthly Central Bank price of one(1) ounce gold in terms of Dollars. After introduced self exiting threshold autoregressive model, have

* Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, rkasap@gazi.edu.tr

** Ziraat Bankası Genel Müdürlüğü

given theoretical process for model identification, estimation of parameter, diagnosing checking and criterion for selection the best model. These tests are Lin-Mudholkar test, McLeod –Li test and likelihood ratio (LR) test. In this paper, the series been used for illustration which is monthly Central Bank price of one ounce gold in terms of Dollars. The series contain 306 observations from January 1972 to June 1997 which is that for investigation have roughly both non-linearity and non-stationary of mean and variance. Firstly, for raw data, linear and non-linear models have been modelled and forecasted. After that, necessary transformation of data has been performed and forecasted. Then, each model has compared by MSE (mean square error) to select the best model. According to the analysis results, It has been seen that MSE values of forecasting were more smaller for various periods in SETAR model. In this case, for this related series, non-linear SETAR model would be preferable than linear AR model.

Keywords: SETAR, time series, non-linear model, forecasting

GİRİŞ

Günümüz dünyasında hedeflere varabilmek için geleceğe dönük planlar yapmak zorunluluğu vardır. Yapılacak planları gerçekleştirme noktasında, pek çok belirsizliklerle karşılaşılabilir. Bu belirsizlikler çerçevesinde bazı kararların alınması gerekecektir. Kararlar için ise, amaç doğrultusunda olayların geçmişi, gelecekteki belirsizlikler için yol gösterici olacaktır. Örneğin finansal kaynakların gelecekteki pozisyonlarını belirleyen faktörlerin etkisini önceden tam olarak bilmek mümkün değildir. Verilerin geçmişteki eğilimleri bilindiğinde, gelecekteki belirsizliği azaltarak sağlıklı kestirimler (forecasting) yapılabilir. Bu durumda zaman dizileri analizine ihtiyaç duyulacaktır. Zaman dizileri analizi ise belirli aralıklarla gözlenen ve değerleri kaydedilen herhangi bir değişkenden elde edilen verinin kendine özgü tekniklerle incelenmesi olarak ifade edilebilir. Bu analizde gözlem değerlerinin bağımlı olduğu varsayımı kabul edildiğinden, bir değişkenin geçmiş ve bugünkü gözlem değerlerine dayanarak, değişkenin gelecek dönemlerde alabileceği değerleri kestirilebilir.

Zaman dizilerini analiz etmek için öncelikle bu dizileri bir modele oturtmak gerekir. Özellikle iktisadi olaylarla ilgili yapılan bilimsel araştırmaların çoğu dizilerin, doğrusal modellerle tam olarak ifade edilemeyeceğini göstermiştir. Çünkü genellikle iktisadi diziler bir takım sosyolojik, psikolojik, ekonomik kararlar gibi unsurların etkisinde kaldığı için orijinal veride bazı dalgalanmalar gözlemlenir. Bu ve benzeri bazı gelişmelerden kaynaklanan dalgalanmalar ile de doğrusallığı bozulabilmektedir. Bundan dolayı, doğrusal modelleme yetersiz kalabilmektedir. Bu nedenle, doğrusal yöntemlerle tespit edilemeyen durumlar için doğrusal olmayan yöntemlere başvurulmaktadır.

Doğrusal modellemede durağan olmayan diziler ile doğrusal olmayan diziler bir takım dönüşümlerle durağanlaştırıldığı ve doğrusal hale getirilebildiği için bilgi kaybına neden olunabilir. Bu ise yanlış hedeflere yönelmeye neden olabilir. Bundan dolayı literatürde doğrusal modellemeye alternatif olarak bazı doğrusal olmayan modelleme yöntemleri ortaya atılmıştır. Doğrusal olmayan zaman dizisi modelleri Wiener (1956) ile başlamıştır. Ancak pek çok gelişme son yıllarda gerçekleştirilmiştir. Örneğin, Subba Rao ve Gabr (1984) "Bilineer Modeller", Engle (1982: 988) "ARCH ve GARCH modelleri", Tong(1990) "Eşiksel Otoregressif Modeller", Haggan ve Ozaki (1980: 57) "Üstel AR Modelleri" üzerinde çalışmışlardır. Bu çalışmada ise söz konusu doğrusal olmayan tekniklerden SETAR incelenmektedir. SETAR tipinde doğrusal olmayan zaman dizisi modeli ve buna ilişkin testler Tong (1980, 1990), Petruccelli - Davis (1986: 687-694), Chan-Tong (1986: 181), Tsay (1987), Petruccelli (1987: 687) ve Moeanaddin-Tong (1988: 215) tarafından geliştirilmiştir. Bu yazarlar bir çok zaman dizisinin tek bir modelle ifade edilemeyeceğini savunuyorlar ve doğrusal olmayan dizilere eşikler koyarak modelin parça parça doğrusallaştırılmasını öneriyorlar.

Doğrusal olmayan modellerin kullanımıyla birlikte, verilen bir dizinin doğrusal olup olmadığını belirleyecek testlere de ihtiyaç duyulmuştur. Çoğunlukla yaklaşım, seçilmiş bir doğrusal olmayan modele karşı doğrusal modeli test etmek şeklindedir. Söz konusu yaklaşımla beraber, bu çalışmada aynı zamanda elde edilen modeli daha iyi kestirim vermesi bakımından da karşılaştırması yapılacaktır. Buna göre bu araştırmadaki asıl amaç ileriye dönük tahmin (kestirim) için, doğrusal modellerle doğrusal olmayan modelleri karşılaştırarak; Merkez Bankası'nın 1 ons altının Dolar cinsinden fiyatlarının oluşturduğu diziler için daha üstün tahmin kapasitesi olan modeller geliştirmektir. Burada doğrusal modeller için otoregressif (AR) ve doğrusal olmayan diziler için ise SETAR modellemesi kullanılmıştır (Box ve Jenkins, 1976; Çelik, 1998; Kasap, 2002).

Çalışmanın İkinci Kısmında, zaman dizilerinde doğrusal olmayan SETAR modeli ve bu modelin uygun olup olmadığını anlamak için kullanılan testler verilmiştir. Kısım 3' de T.C. Merkez Bankası'nın altın fiyatları rakamlarının doğrusal ve doğrusal olmayan modeller üzerindeki uygulaması ve analiz sonuçları verilmiştir. Kısım 4'de ise analizlerin kısa bir sonucu verilmiştir.

I) KENDİNDEN UYARIMLI EŞİKSEL OTOREGRESSİF (SETAR) MODELLEME

Uygulamada, doğrusal modellemenin yetersiz kaldığı, özellikle iktisadi zaman dizilerinin doğrusal bir model tarafından yeterince ifade edilemediği durumlarda doğrusal olmayan modelleme tercih edilmektedir. Doğrusal olmayan diziler bazı gereksiz dönüştürmelerden sonra doğrusal ve durağanlaştırılmaya çalışıldığı için parametre tahminleri ve kestirimler çoğu kez yanlı olmakta ve daha yüksek hata kare ortalamalara yol açabilmektedir. Çalışmanın giriş kısmında ifade edilen ve her biri ayrı ayrı inceleme konusu olabilecek bu modellemelerden yalnızca SETAR modellemesi ayrıntıyla incelenecektir.

A) SETAR Modeli

Zaman dizilerinde doğrusal olmayan SETAR (self exiting threushold autoregressif-kendinden uyarımlı eşiksel otoregressif) modellemesi, ilk olarak Tong (1980, 1990) tarafından ortaya konulmuştur. Eşiksel AR modelleri olarak ifade edilen bu modellerde kümenin bir öğesinden ötekine geçiş bir eşik ile sağlanmaktadır. Başka bir ifadeyle zaman dizisinde eşikler koyarak doğrusal olmayan modellerin parça parça doğrusallaştırılmasıdır. Söz konusu doğrusal olmayan zaman dizileri modelleri aşağıdaki denklemle ifade edilebilir,

$$X_t=a_0+a_1X_{t-1}+...+a_pX_{t-p}+(b_0+b_1X_{t-1}+...+b_pX_{t-p})I(X_{t-d}-r)+a_t \quad (1)$$

Burada; d ≥ 1 ve $p \geq 0$ olmak üzere birer tamsayıdır. a_t rastgele seçilmiş değişkenler dizisi ve I ise işaret fonksiyonu olup,

$$I(X)=\begin{cases} 1, & X \leq r \\ 0, & X > r \end{cases} \quad (2)$$

dır. Burada r ise eşiksel parametre olarak adlandırılır. Yukarıdaki denklemden de anlaşılacağı üzere, doğrusal olmayan bir model, doğrusal alt modellerden oluşmaktadır. Her bir modelde kullanılan gözlem sayısı buna eşiksel parametreye göre belirlenmektedir. Bu model SETAR modeli olarak adlandırılır. Örnek verilecek olursa, denklem sayısı l=2 alınacak olursa, söz konusu SETAR modeli,

$$X_t=\begin{cases} \varphi_{10}+\sum_{i=1}^{P}\varphi_{1i}X_{t-i}+a_{1t}, & X_{t-d} \leq r \\ \varphi_{20}+\sum_{i=1}^{P}\varphi_{2i}X_{t-i}+a_{2t}, & X_{t-d} > r \end{cases} \quad (3)$$

şeklinde yazılır. Buradaki d, p, r ve a_t, (1)'de tanımlandığı gibidir.

SETAR tipi doğrusal olmayan zaman dizilerinde de doğrusal zaman dizilerindekine benzer bir modelleme süreci izlenir. Model seçim ölçütlerinden AIC ile seçilen model için daha önce yapılmış olan parametre tahmininin uygunluğu belirlenir ve doğrusallık testleri yapılır. Bu konudaki diğer bilgiler aşağıda verilmektedir.

1) SETAR Modelinde Parametre Tahmini

X_t aşağıdaki denklemi karşılayan bir zaman dizisi olduğunu kabul edilsin,

$$X_t = a_0 + a_1X_{t-1} + ... + a_pX_{t-p} + (b_0 + b_1X_{t-1} + ... + b_pX_{t-p})F(X_{t-d} - r / Z) + a_t \quad (4)$$

Ayrıca burada a_t, ortalaması sıfır ve varyansı σ^2 olan bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenler dizisidir. a_j ve b_j'ler katsayı, r eşik parametresi ve Z'de düzleştirme parametresidir. Bütün b_j'ler sıfırsa r ve Z'nin tanımsız olacağı açıktır. Bu durumda en az bir b_j sıfırdan farklıdır. θ, parametrelerin oluşturduğu bir vektör olsun ve aşağıdaki gibi yazılsın.

$$\theta = (a_0, a_1, ..., a_p, b_0, ..., b_p, r, z)$$

Daha sonra θ'nın doğal uzayı

$$\Omega = \cup_{i=1}^{p+1} \Omega_i$$

tanımlansın. Burada Ω_i,

$$\Omega_i = RxRx...xRx...x(R\backslash\{0\})x...xRxRxR \quad (5)$$

dır. Ayrıca

$$R = \{x: x>0 \text{ ve } x \in R\}$$

ve R gerçek sayıların toplamıdır. X_t, t = 1,2,..., n kümesi verildiği zaman aşağıdaki değerlerin toplamlarını minimize ederek θ_0'ı tahmin edilebilir,

$$Q_n(\theta) = \sum_{t=m}^{n-1} (X_{t+1} - g(\theta, B_t))^2 \quad (6)$$

Burada

$$m = \text{maks}(d,p),$$

$$g(\theta, B_t) = E_\theta(X_{t+1}/B_t) \quad (7)$$

ve

B_t, $X_1, X_2, ..., X_t$'den üretilen σ - cebirdir.

$$\hat{\theta}, \quad Q_n(\hat{\theta}) = \min_\theta Q_n(\theta)$$

olacak şekilde kabul edilsin. a_t'nin varyansı σ^2,

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{Q_n(\hat{\theta})}{n} \tag{8}$$

ile tahmin edilir (Chan ve T01ong, 1986: 184; Tong, 1990)

B) Testler

Pratikte uygulanan genel test yöntem, önceden belirlenen doğrusal olmayan modele karşı doğrusal modeli test etmek şeklindedir. Doğrusal olmama durumu AR modelleriyle daha kolay karşılaştırılabildikleri için önce doğrusal AR modeli verilere uygulanır ve χ^2 testiyle modelin uygun olup olmadığı test edilir. Daha sonra modelin artıkları tespit edilerek Ljung- Box ve Mcleod testlerine tabii tutulur (McLeod ve Li, 1983: 270). Hesaplanan istatistik tablo değerinden küçük ise modelin final model olduğuna karar verilir. Doğrusal ve doğrusal olmamayı karşılaştırmak için çeşitli test istatistikleri ortaya atılmıştır. Bunlar; Tsay, McLeod ve Olabilirlik Oran testleridir. Bu testlerden Tsay (1986) testi, ortalamada doğrusallıktan olan sapmaları doğrudan test ediyor. Li tarafından farklı doğrusal olmama modelleri ayırt edebilmek için Lagrange Çarpanı testi önerildi (De Gooijer ve Kumar, 1992: 135). Bu testler çalışmanın konusu dışı olduğundan burada detaylı olarak incelenmeyecektir. Bu çalışmada kullanılacak testler ise özetle aşağıda verilmektedir.

1) Lin - Mudholkar Testi

Hataların ($\hat{e}_t$), yaklaşık olarak beyaz gürültü süreci olarak kabul edildiğini varsayılsın. Genellikle bir histogram yeterli miktarda bilgi içerir ve iyi bir grafiksel gösterim sağlayabilir. Normal olasılık grafikleri de standart olarak uygulanmaktadır. Kural dışı yöntemler, değişmeyen normallik için kurallı testlerle tamamlanabilir. Örneğin; asimetrik alternatiflere karşı bir normallik testi uygulanabilir ki bu da Lin ve Mudholkar tarafından geliştirilen testtir. Buna göre;

$$Y_t = \left\{ \frac{1}{N} \left[\sum_{j \neq i}^{N} \hat{e}_j^2 - \frac{1}{N-1} \left(\sum_{j \neq i}^{N} \hat{e}_j \right)^2 \right] \right\}^{1/3} \qquad i = 1,2,\dots,N \tag{9}$$

ve

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\hat{e}_i - \bar{e})(y_i - \bar{y})}{\left[\sum_{i=1}^{N} (\hat{e}_i - \bar{e})^2 \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}} \tag{10}$$

dır. Lin-Mudholkar (L-M) test istatistiği $\frac{1}{2}(N/3)^{1/2} ln[(1+R)/(1-R)]$, sıfır ortalama ve birim varyansla, H_0 hipotezinin doğruluğu altında asimtotik olarak Gaussiandır (Tong, 1990). Bu test istatistiğinde sembol olarak verilen R, (10)'da ve Y_t ise (9)'da ifade edildiği gibi tanımlıdır.

2) McLeod – Li Testi

McLeod ve Li (1983) doğrusal bir modelden kareleri alınmış artıkları kullanıyor ve seri otokorelasyon için standart Box - Ljung portmanto testi uyguluyorlar. Bu test ortalamada doğrusallıktan sapmalara duyarlıdır. McLeod ve Li tarafından ortaya konan istatistik aşağıda ifade edildiği gibidir; m, artıkların tahmin edilen otokorelasyonların sayısı olmak üzere

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{m} r_k\left(\hat{e}_t^2\right)/(n-k)$$

dır. Burada,

$$r_k\left(\hat{e}_t^2\right) = \sum_{t=k+1}^{n}\left(\hat{e}_t^2 - \tilde{e}^2\right)\left(\hat{e}_{t-k}^2 - \tilde{e}^2\right) / \sum_{t=1}^{n}\left(\hat{e}_t^2 - \tilde{e}^2\right)^2 \qquad (11)$$

artıkların karelerinin örnek otokorelasyonu ve

$$\tilde{e}^2 = \sum_{t=1}^{n} \hat{e}_t^2 / n,$$

dir. H_0'ın doğruluğu altında, Q istatistiği yaklaşık $\chi^2(m)$ dağılır (De Gooijer ve Kumar, 1992: 140).

3) Olabilirlik Oran (LR) Testleri

Chan ve Tong (1986: 186) SETAR modellerini diğer doğrusal modellerden ayırt edebilmek için bir LR (olabilirlik oran) testi düşündüler. Kolaylık olması için d'nin, r ve p'nin bilinmediği bir SETAR (2;p,p) modeli düşünülsün. Buna göre, $\{a_t\}\sim$ bağımsız aynı dağılımlı $N(0,\sigma^2)$ olduğu varsayılsın. a_t de Y_s, s < t'den bağımsız olsun; bu durumda LR testi,

$$LR_1 = \left(\hat{\sigma}^2 (NL, r) / \hat{\sigma}^2 (L) \right)^{(1/2)(n-p+1)} \quad (12)$$

dır. Burada $\hat{\sigma}^2(NL,r)$ ve $\hat{\sigma}^2$(L), sırayla SETAR(2, p, p) ve AR(p)'den $\{Y_t\}$ için σ^2 'nin tahmin edicileridir.

$H_0 : \Phi_i^{(1)} = \Phi_i^{(2)}$, $(i = 0,1,...,p)$,

altında $-2\ln(LR_1)$ de $\chi^2(p+1)$ olur. Uygulamada r genel olarak bilinmeyebilir ve tahmin edilmesi gerekir. O zaman LR_1,

$$LR_2 = \left(\hat{\sigma}^2 (NL, \hat{r}) / \hat{\sigma}^2 (L)\right)^{(1/2)(n-p+1)} \quad (13)$$

olarak yazılabilir (Tong, 1990; De Gooijer ve Kumar, 1992: 145).

II) UYGULAMA

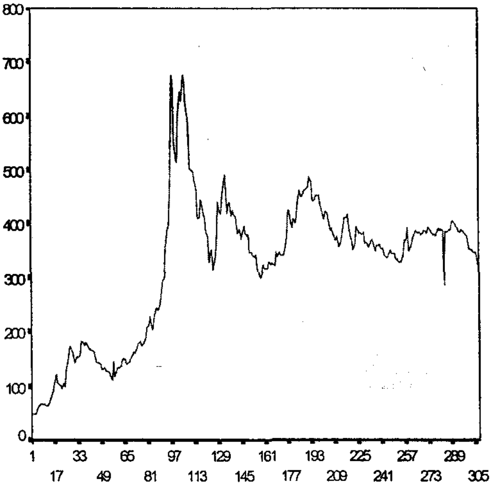
Bu bölümde, doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin karşılaştırmalı uygulamasını görmek açısından, Merkez Bankası'nın 1 ons altının Dolar cinsinden fiyatlarının oluşturduğu zaman dizisi kullanılmıştır. Bu veriler için, doğrusal AR modelleri ve doğrusal olmayan SETAR modelleri tahmin edildi. Öncelikle veriye herhangi bir dönüşüm uygulamadan (ham-orijinal veri) doğrusal ve doğrusal olmayan modelleme süreci gerçekleştirildi. Dönüşüm yapılmadan tespit edilen doğrusal AR modelleri için hesaplanan ki-kare değerleri tablo değeriyle karşılaştırılarak veri için uygun olan modeller belirlendi. Bu modeller arasından AIC model seçme ölçütüne göre model seçimi yapıldı. Aynı şekilde her bir orijinal veri için doğrusal olmayan model oluşturuldu ve McLeod-Li ve Ljung Box testlerine göre de oluşturulan modelin uygun olup olmadığına karar verildi.

Model seçimi için bilinen ölçütlerin yanında uygulamada başarılı bir şekilde kullanılan bir başka yöntem de modellerin kestirimleriyle en iyi modelin tespit edilebilmesidir. Buna göre; bundan sonraki aşamada hem doğrusal model hem de doğrusal olmayan model için son on verinin kestirimi yapıldı ve her bir modelin kestirimleri "hata kareler ortalaması" (MSE) ölçütü ile karşılaştırıldı. Hangi modelin MSE'si küçük ise o model bizim için daha iyi modeldir diyebiliyoruz. Fakat modeller farklı kestirim adımları için farklı performanslar verebilir. Bu açıdan bir model için en iyi modeldir demek her zaman kolay olmamaktadır.

Şimdi analizi yapılacak veri için analiz sonuçlarına geçmeden önce kullanılan veri hakkında aşağıda genel bilgiler verelim.

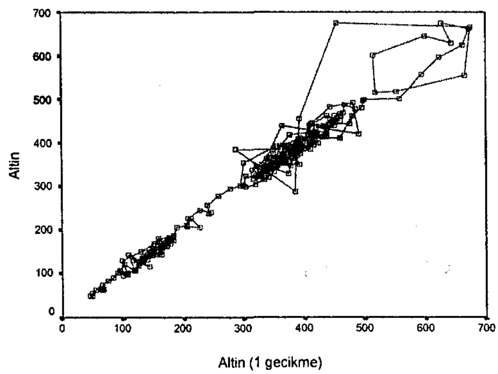
A) Veri ve Ön İnceleme

Bu çalışmada Şekil: 1'de verilen Merkez Bankası'nın 1 ons altının Dolar cinsinden fiyat değerlerinin oluşturduğu dizi kullanılmıştır.



Şekil : 1
Aylık Altın Fiyatları

Ocak 1972– Haziran 1997 tarihleri arasında aylık olmak üzere toplam 306 gözlemden meydana gelen veri uygulamada yer almıştır. İnceleme konusu olan diziye ait Şekil: 1 ve Şekil: 2'de verilen grafikler incelendiğinde, kabaca ortalamada ve varyansta durağan olmayan ve doğrusallık yapısını taşımayan bir dizi olduğu söylenebilir.



Şekil : 2
1 Gecikmeye Göre Altın Fiyatları Dizini

B) Altın Verisi İçin Modelleme

Burada inceleme konusu olan dizinin, öncelikle orijinal yapısı için doğrusal ve doğrusal olmayan modellemesi yapılacaktır. Daha sonra ihtiyaç olan dönüşümden sonra modelleme tekrarlanacaktır. Burada model seçimi AIC ölçütüne göre yapılmıştır. Her bir durumda tahmin edilen modeller, kestirim yapmak için kullanılacaktır.

1) Orijinal Dizi

Altın dizisi için öncelikle ham verinin doğrusal modellemesi yapılmıştır.

Doğrusal Model :

$$Y_t = 0,072+0,998Y_{t-1}+a_t \qquad (14)$$

$\chi^2_H = 43,988$

${}_{0,95}\chi^2_{20} = 31,400$

Hesaplanan değer tablo değerinden büyük çıktığı için artıkların otokorelasyonları sıfır değildir.

Doğrusal Olmayan Model :

SETAR modeldeki birinci doğrusal denklem için 277 tane gözlem kullanılmıştır. Standart sapma 16,293 ve parametre değerleri de 5,441 ile 0,987 olarak tahmin edilmiştir. Parametre tahminlerinin standart hataları ise 2,696 ve 0,008 dir. İkinci doğrusal denklem için 28 gözlem kullanılarak standart sapma 54,887, parametre değerleri ise 103,035 ile 0,799 olarak tahmin edilmiştir. Parametre tahminlerinin standart hataları ise 73,339 ile 0,135 dir. Ayrıca, 305 gözlem kullanılarak varyans 517,645 ve eşik değerde 454,214 olarak elde edilmiştir. Elde edilen model ve orijinal veriye ait diğer sonuçlar şöyledir:

$$Y_t = \begin{cases} 5,441 + 0,987Y_{t-1} + a_t, & Y_{t-1} \leq 454,214 \\ 103,035 + 0,799Y_{t-1} + a_t, & Y_{t-1} > 454,214 \end{cases} \qquad (15)$$

AIC = 5,837

LR Testi = 9,560

Lin-Mudholkar Testi = 1,950

%1'e göre kritik değer = 15,160 ve %5'e göre kritik değer = 11,180 dir. LR testiyle elde edilen değer tablo değerinden küçük olduğu için doğrusallık red edilemez. Ayrıca, Lin-Mudholkar testiyle elde edilen değer, % 5 kritik değere göre red bölgesine düştüğü için normallik red edilir.

Tablo : 1
Dönüşüm Yapılmadan Önce altın Dizisine Ait Modelin Uygunluk Testi

Test İstatistiği	İstatistiğin Değeri	Tablo Değeri (%5)
Ljung - Box Testi	20,862	31,400
McLeod - Li Testi	55,968	31,400
LR Testi	45,750	11,180

LR testinin sonucuna göre artıklar doğrusal değildir. McLeod-Li testine göre modelimiz yetersiz ancak Ljung-Box testine göre yeterlidir. Bundan sonraki aşamada, dönüşüm yapılmadan önce doğrusal modellemedeki kestirimlerin MSE'leri ile doğrusal olmayan modellemedeki kestirimlerin MSE'lerinin karşılaştırmasını yapalım.

Tablo : 2
Dönüşüm Yapılmadan Önce Altın Dizisine Ait Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Modellerin Farklı Kestirim Adımları İçin MSE Değerleri

	1	3	7	10
AR	14,780	12,332	45,843	37,318
SETAR	20,493	17,967	54,910	46,654

Burada doğrusal AR modelin MSE'leri, doğrusal olmayan SETAR modeline göre daha küçük çıkması dikkat çekicidir.

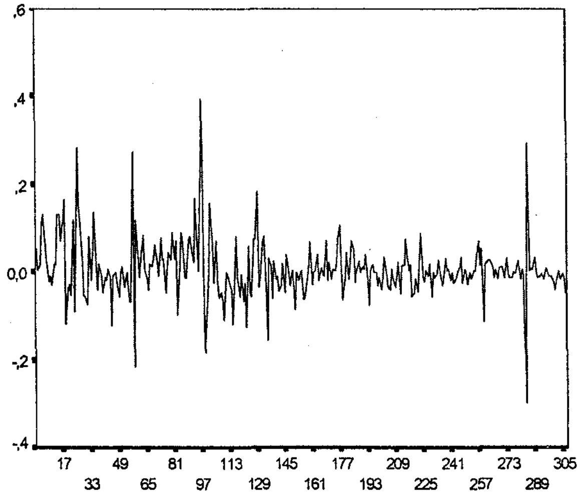
2) Dönüştürülmüş Dizi

Altın dizisinin logaritması ve birinci farkı alındıktan sonraki durumu Şekil: 3'de gösterilmiştir.

Doğrusal Model:

$$Y_t = 0{,}006 + 0{,}047Y_{t-1} + a_t \qquad (16)$$

$\chi^2_H = 24{,}726 < {}_{0,95}\chi^2_{20} = 31{,}400$ olduğu için model uygundur.



Şekil : 3
Dönüştürülmüş Aylık Altın Fiyatları

Doğrusal Olmayan Model:

Birinci doğrusal denklem için parametre tahminleri; -0,024 ile –0,577 ve parametre tahminlerinin standart hataları ise 0,050 ve 0,264 olarak elde edilmiştir. İkinci doğrusal denklem için parametre tahminleri 0,011 ile –0,496 ve parametre tahminlerinin standart hataları ise 0,004 ile 0,059 dur. Ayrıca eşik değer de –0,085 olarak elde edilmiştir. Elde edilen model ve diğer analizler aşağıda verilmiştir:

$$Y_t = \begin{cases} -0{,}024 - 0{,}577Y_{t-1} + a_t, & Y_{t-1} \leq -0{,}085 \\ 0{,}011 - 0{,}496Y_{t-1} + a_t, & Y_{t-1} > -0{,}085 \end{cases} \qquad (17)$$

AIC = -5,144

LR Testi = 3,900

Lin-Mudholkar Testi = -1,110

%1'e göre kritik değer = 15,160 ve %5'e göre kritik değer = 11,180 dir. LR testiyle elde edilen değer tablo değerinden küçük olduğu için doğrusallık red edilemez. Ayrıca, Lin-Mudholkar testiyle elde edilen değer, % 5 kritik değere göre kabul bölgesine düştüğü için normallik red edilemez. Tablo: 3'den hareketle,

Tablo : 3
Dönüşüm Yapıldıktan Sonra Altın Dizisine Ait Modelin Uygunluk Testi

Test İstatistiği	İstatistiğin Değeri	Tablo Değeri (%5)
Ljung - Box Testi	66,270	31,400
McLeod - Li Testi	56,510	31,400
LR Testi	18,490	11,180

LR testinin sonucuna göre artıklar doğrusallığı ve Ljung-Box ve McLeod-Li testlerine göre de modelin yeterliliği kritiktir. Fakat buna rağmen doğrusal modellemedeki MSE ile doğrusal olmayan modellemedeki MSE'lerin karşılaştırması yapılacaktır. Çünkü burada amaç, daha çok bulunan modellerin kestirimlerini AR ve SETAR bakımından karşılaştırmaktır.

Tablo : 4
Dönüşüm Yapıldıktan Sonra Altın Dizisine Ait Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Modellerin Farklı Kestirim Adımları İçin MSE Değerleri

	1	3	7	10
AR	0,004	0,003	0,005	0,004
SETAR	0,002	0,002	0,003	0,003

Tablo: 4'e göre doğrusal olmayan modelin MSE'leri, bütün kestirim adımlarında daha küçük çıktığı için doğrusal olmayan model daha iyi olduğu söylenebilir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, Merkez Bankası'nın 1 ons altının Dolar cinsinden fiyatlarından oluşan dizi doğrusal otoregressif (AR) modelin kestirimleriyle, SETAR (kendinden uyarımlı eşiksel otoregressif) modelin kestirimleri karşılaştırılmıştır. Bunun için öncelikle orijinal dizinin AR ve SETAR modellemeleri yapılmıştır. Daha sonra dizi için uygun olabilecek dönüşüm yapılarak, AR ve SETAR modelleri yeniden elde edilmiştir. Analiz sonuçları dikkate alındığında Tablo 4'deki çeşitli adımlara ilişkin kestirim MSE değerleri, SETAR modelinde daha küçüktür. Bu durumda söz konusu altın dizisi için doğrusal olmayan SETAR modeli, doğrusal AR modeline göre tercih edilebileceği söylenir.

KAYNAKÇA

BOX, G.E.P and JENKINS, G.M. (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day Inc, California.

CHAN, W.S. and TONG, H. (1986), "On Estimating Thresholds in Autoregressive Models", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 7, 179-190.

ÇELİK, N. (1998), *Zaman Dizilerinde Doğrusal ve Doğrusal Olmayan SETAR Modeli ve Uygulamaları*, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

DE GOOIJER, J.G. and KUMAR, K. (1992), "Some Recent Devolopmemts in Non-Linear Time Series Modelling, Testing And Forecasting", *International Journal of Forecasting*, Vol.8, pp.135-156.

ENGEL, R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimation of the Variance of UK Inflation", *Econometrica*, Vol.50, pp. 987-1008.

HAGGAN, V. and OZAKI, T. (1980), "Amplitude Dependent Exponential AR Model Fitting for Non-Linear Random Vibrations", *Time Series*, Ed. O.D. Anderson, 57-71, North Holland.

KASAP, R. (2002), *Basılmamış Zaman Dizileri Analizi Ders Notları*, Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Ankara.

McLEOD, A.I. and LI, W.K. (1983), "Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Square Residual Autocorrelations", *Journal of Time Series Analysis*, Vol.4, pp. 269-273.

MOEANADDIN, R. and TONG, H. (1988), "A Comparison of Likelihood Ratio Test and CUSUM Test for Threshold Autoregression", *Statistician*, 37, pp. 213-227.

PETRUCCELLI, J.D. (1987), "On Tests for SETAR Type Non-Linear in Time Series", *Technical Report*, WPI, Worcester, MA.

PETRUCCELLI, J.D. and DAVIES, N. (1986), "A Partmentue Test for Self Exciting Threshold Autoregressive Type Non-Linearity in Time Series", *Biometrika*, 73, pp. 687-694.

SUBBA RAO, T. and GABR, M.M. (1984), *An Introduction to Bispectral Analysis and Bilinear Time Series*, Lecturer notes in statistics, Springer-Verlag, London.

TONG, H. (1980), "A View on Non-Linear Time Series Building", *Time Series*, Ed. O.D. Anderson, North Holland.

TONG, H. (1990), *Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach*, Oxford University Press, Oxford.

TSAY, R.S. (1987), "Testing and Modelling Threshold Autoregressive Processes", *Technical Report*, JASA, 406.

WIENER, N. (1956), Non-linear Problems in Random Theory, JW, New York.