Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi 6/2 (2004), 43-61

İKİ KİŞİLİ SIFIR TOPLAMLI OYUNLAR İLE İMKB'DE SEKTÖREL BİR DEĞERLENDİRME

Nihat BOZDAĞ* Sibel DUMAN*

A Sector Analysis for IMKB (Istanbul Stock Exchange) with Two – Person Zero – Sum Games

Game theory, in which two or more decision makers interact with one another in a system of decision process, provides an efficient approach investigating the situations that every player make a decision in a competitive framework. The most important and distinct feature of game theory, separating this approach from others, is that in many other approaches the benefits of only one decision maker are taken into account whereas game theory deals with the competition of complicated benefits concerning two or more decision - makers. Therefore, game theory based approach constitutes a substantial part of operations research. In the first stage of this application, it is evaluated the relative performances of economic sectors (defined in the Turkish economy). In the second stage, this paper attempted to assess the performance of certain stocks selected from the covered sectors. Thus, the model examined in practice, does not intend to form a portfolio but investigating of competition of sectors concerning the preferences of the investor.

1. Giriş

Doğa içinde canlılar, birbirine karşı üstün gelme veya birlikte hareket etme eğilimindedir. Bu davranış biçimi, kazanma veya kaybetmeyi de beraberinde getirir. Bu anlamda oyun kuramı, birden çok karar vericinin karar sistemi içinde birbiri ile etkileşimli olarak, yani birbirinin hareketlerini dikkate alarak karar aldıkları durumları inceleyen etkin bir yöntemdir. Bu yöntemde, karar vericiler birbiri ile çelişki içinde olabildikleri gibi kendi menfaatleri doğrultusunda anlaşmalı olarak da karar alabilir.

* Prof. Dr. G.Ü. İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, Öğretim Üyesi

** Arş. Gör. G.Ü. İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, Araştırma Görevlisi

Sistem analizinin, hızla gelişen teknolojinin sonucu ortaya çıkardığı etkileşimli ve rekabete dayalı karmaşık olayların çözümünde kullanılan oyun kuramı, bu alandaki ilk önemli teorem kabul edilen, 1928 yılında Neumann'ın iki kişili sıfır toplamlı oyunlar için geliştirdiği "***eyer noktası***" teoremi ile gelişim sağlamıştır.Daha sonra 1944 yılında Morgenstern ve Neumann'ın "Oyun Kuramı ve İktisadi Davranışlar" isimli çalışma ile hız kazanmıştır. Bu gelişmelerden sonra özellikle son yıllarda ilgi görmeye başlamış olup, gelişme bu alanda elde edilen başarıların bir sonucu olarak son 50 yılda sağlanmıştır. Özellikle John Forbes Nash'in 1950'li yıllarda yapmış olduğu çalışmalar bu tekniğin gelişim sürecini hızlandırarak başka bir yön vermiş ve daha geniş bir kitle tarafından duyulmasını sağlamıştır.

Karar kuramında uygulama, içinde bulunulan koşullar açısından karar sisteminin özelliklerine göre değişiklik gösterir. Yaşanılan süreç içinde belirli hedeflere yönelik kararlar verilirken, diğerlerinin verdiği veya vermeleri muhtemel kararlar göz önüne alınır. Bu noktadan hareketle geliştirilen oyun kuramı, belirli bir hedefe yönelik karar verme gücüne sahip birimlerden oluşan sistemleri incelemekte kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Birden fazla sayıda karar vericinin karşılıklı çekişmesini konu alan bu kuramı, bu yönü ile bazı yöntemlere göre daha üstün bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, kullanım sınırları yöneylem araştırmasında kullanılan diğer yöntemlere göre daha geniştir.

Bu çalışmada, iki kişili sıfır toplamlı oyuna ilişkin model tanımlanarak yatırım şekli belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışmanın amacı, daha önce yapılan portföy seçim modellerinden biraz farklıdır. Öncelikle ülke ekonomisinde tanımlanan sektörlerin birbirine karşı performans ölçümleri değerlendirilmiş ve daha sonra aynı anlamda bu sektörlerden seçilen hisse senetleri değerlendirmesi yapılmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla uygulamada incelenen model, portföy oluşturma amacından ziyade yatırımcının portföy oluşturma amacı için sektörlerin rekabetinin incelenmesine yöneliktir. Bu amaçla, çalışmanın ilk aşamasında İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'nda portföy performansının ölçümünde etkin bir araç olarak kullanılan sınai, hizmet, mali ve teknoloji sektör endeksleri kullanılarak öncelikle iki-kişili sıfır toplamlı oyun kuramı ile borsanın sektörel analizi yapılmış, ikinci aşamada aynı çerçevede bu sektörlere ait hisse senetlerinin durumu dönemsel olarak incelenmiştir.

İki kişili sıfır toplamlı oyun özelliğine uygun olarak oluşturulan model ile tanımlanan oyun yatırımcının piyasaya karşı oynadığı bir oyundur. Uygulama kapsamında, öncelikle İMKB'de işlem gören sektörel endeksler kullanılarak sektörlerin dönemsel performansları ölçülmüş, daha sonra ilgili dönem için ilgili sektörlere ait 30 adet hisse senedi ortalama işlem miktarı, işlem hacmi ve sözleşme sayısına göre seçilerek, oyun kuramı ile modellenerek incelenmiştir. Çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Çalışmanın 2. bölümünde iki kişili sıfır toplamlı oyunlar tanıtılmış ve doğrusal programlama ile çözüm yöntemi verilmiştir. Yukarıda tanımlanan kapsam çerçevesinde uygulama 3. bölümde ele alınmıştır. Son olarak çözüm sonuçlarına ilişkin yorumlar 4. bölümde anlatılmıştır.

2. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar

Oyun kuramı çerçevesinde incelenen problemlerin en temel olanı iki kişili sıfır toplamlı oyunlardır. "Le Her" veya "Morra" gibi bir çok salon oyunları iki oyuncunun sonlu sayıda olan hamlelerinden oluşur (Handbook, Vol. 2 : 736).[1] Sıfır toplamlı oyunlar sabit toplamlı oyunların özel bir halidir. Bu oyunlar, karşılıklı rakiplerin tamamen birbirine zıt yönde ilgileri olduğunu ve tam rekabet içinde olduklarını ifade eder. Bu oyunların en belirgin özelliği oyunculardan birinin kazancının diğerinin kaybına eşit olmasıdır. Dolayısıyla iki oyuncunun kazanç ve kayıp toplamı sıfıra eşittir. Bu oyunlarda kazanç-kayıp toplamı sıfıra eşit olduğundan, sabit toplam sıfıra eşittir.

Her bir oyuncunun tek bir hamle ile karar verdiği iki kişili sıfır toplamlı oyunlarda her iki oyuncu da birbirinden bağımsız olarak karar verir ve aynı anda çok sayıdaki davranıştan ancak birini seçer. Buna göre herhangi bir oyunda i ve j oyuncuların bağımsız stratejileri olmak üzere ilgili oyun, $A = (a_{ij})$ ve $B = (b_{ij})$ matris çifti ile tanımlanır. Bu durumda a_{ij} birinci oyuncu için ödeme değeri iken b_{ij} de ikinci oyuncu için ödeme değerini ifade eder. Burada, ödeme değerleri çifti için

$$a_{ij} + b_{ij} \equiv 0$$

olduğunda oyun "sıfır toplamlı" olarak adlandırılır. Dolayısıyla bu oyunlarda bir oyuncu kaybederken diğer oyuncu aynı miktarda kazanır. Genellikle oyunda birinci oyuncu olarak ifade edilen A oyuncusuna göre ödemeler oluşturulur.

2.1. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunların Nitelikleri

İki kişili sıfır toplamlı oyunlar, oyun kuramı çerçevesinde en kolay ifade edilen ve çözümlerinin hemen hemen her zaman elde edilebildiği oyunlardır. İki kişili sıfır toplamlı oyunlar, gerek model yapısı gerekse işleyiş yapısı açısından temel özelliklere sahiptir. Bu özellikler oyuncu sayısı, oyunun stratejik hareketleri ve oyun değeri açısından çeşitlenebilir. Aşağıda iki kişili sıfır toplamlı oyunlara ilişkin özellikler kısaca özetlenmiştir:

- Oyun içinde rekabet eden iki adet oyuncu vardır. Oyun matris biçiminde ifade edildiğinde bu oyuncular genellikle birinci oyuncu satırda ve ikinci oyuncu da sütunda yer alacak biçimde gösterilir.
- Oyunculardan birinin kazancı diğerinin kaybına yani zararına eşittir. Oyuncular hangi stratejilerini seçerlerse seçsinler, iki oyuncunun kazançları toplamı sıfıra eşittir. Başka bir ifadeyle, bir oyuncunun kazancı diğer oyuncudan gelmektedir.
- Satır oyuncusu toplam m adet stratejiden birini uygularken sütun oyuncusu da aynı anda n adet stratejiden birini kullanarak hareket eder.Bu strateji seçimleri birbirinden bağımsızdır.

[1] Raghavan, T.E.S. "Zero –Sum Two Person Games, Chapter 20.

2.2. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunların Modellenmesi

Yöneylem araştırmasında tanımlanan problemin modellenmesi aşaması oldukça önemlidir. Oyunda da öncelikle probleme ilişkin temel model oluşturulur. Bu model ödemeler matrisi yardımıyla ifade edilir. Oyuncuların bütün stratejilerine karşılık gelen kazanç değerleri matris şeklinde gösterilir ve daha önce de açıklandığı gibi bu matris "***kazanç matrisi***" olarak adlandırılır. Bu oyunlar, sıfır toplamlı olduğundan sütun oyuncusunun kazancı ödemeler matrisindeki değerler –1 ile çarpılarak elde edilir.

Oyunların matematiksel olarak ifade edilmesi için ödemeler matrisinin çok iyi tanımlanması gerekir. Bu matris, problem içinde verilen oyuncu stratejilerine göre oluşturulur. Ödemeler matrisi problemin yapısına göre değişiklik göstereceğinden model yapısı da bu matrise bağlı olarak değişiklik gösterir.

Oyunlar ileride çözüm aşamasında anlatılacağı üzere, ödemeler matrisi yardımıyla doğrusal programlama ile de modellenerek ifade edilebilir. Çözüm aşamasına geçilmeden önce oyun kuramının temel teoremleri aşağıda verilmiştir.

2.3. Oyun Kuramının Temel Teoremleri

Oyun kuramı, temeli matematiksel teoremlere dayalı bir disiplindir. Bu teoremler, oyun kuramının gelişim süreci içerisinde birbirinin uygulama eksikliğini gidermek amacıyla alternatif olarak geliştirilmişlerdir. Bu kuram çerçevesinde en önemli iki teorem von Neumann'ın minimaks teoremi (1928) ve Nash'in denge teoremidir (1950).

Aşağıda söz konusu teoremlerin matematiksel yapıları hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

2.3.1. Von Meumann'ın Minimaks Teoremi

Minimaks teoremi, daha önce de ifade edildiği üzere, 1928 yılında John Von Neumannn tarafından oyun kuramı problemleri için geliştirilmiştir. Borel, oyunlar karmaşık ve büyük bir yapıya sahip olduğunda mümkün çözümlerin olmadığını ifade ederken (von Neumann, 1953), buna karşılık Neumann minimaks teoremi ile oyun kuramının temellerini atmıştır. Bu teorem, oyun değeri v olan iki kişili sıfır toplamlı bir oyunun oluşturulabileceğini ifade ederken, sıfır toplamlı oyunlar için geliştirilen teoriye ışık tutmuştur. Bu teoreme göre, oyunu gerçekleştirecek her iki oyuncu uygun koşullar altında rasyonel olarak oyunu oynadığında, birinci oyuncunun ikinci oyuncudan ortalama bir değerde kazanç sağlayacağı beklenir. Neumann, bu öngörülen çıktının kabul edilebilir bir değer olduğunu bir takım sebepler doğrultusunda belirlemiştir. Bunlar;

1. İkinci oyuncunun birinci oyuncunun kazanacağı ortalama "v" değerindeki kazancını engelleyen stratejiye karşı kendini koruyacak bir stratejisi mutlaka vardır.
2. İkinci oyuncunun ortalama "v" değerinden daha çok kaybetmemek için mutlaka kendini garantiye alacak bir stratejisi vardır. Bu strateji, birinci oyuncunun v ortalama değerinden daha çok kazanmasını engelleyen stratejidir.

3. Oyunun sıfır toplamlı olduğu varsayımı ile, birinci oyuncu kazandığında, ikinci oyuncu birinci oyuncunun kazancı kadar kaybetmelidir. Yani birinci oyuncunun kazancı diğer oyuncunun kaybına eşittir.

Dolayısıyla ikinci oyuncunun amacı kendisinin kaybını minimize etmek olduğundan bu oyuncu ortalama "v değerini sınırlamak için uğraşacaktır. Bu varsayımlardan 3. varsayım en önemli varsayımdır. Bu bilgilere göre, Von Neumann'ın teoremi matematiksel olarak aşağıda verilmiştir.

A = (a_{ij}) herhangi m x n boyutlu bir matris olarak tanımlansın.

$$x^* = \left(x_1^*, x_2^*, \ldots x_m^*\right) \text{ ve } y^* = \left(y_1^*, y_2^*, \ldots y_n^*\right) \tag{2.1}$$

olasılık vektörleri olmak üzere önceden tanımlanan oyun değeri v için

$$\begin{aligned} &\sum_i a_{ij}\, x_i^* \geq v, \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ &\sum a_{ij}\, y_i^* \geq v, \qquad i = 1,2,\ldots,m \end{aligned} \tag{2.2}$$

ifade edilir. Bu eşitsizlikler dikkate alındığında

$$K(x,y) = \sum_i \sum_j a_{ij}\, x_i\, y_j \tag{2.3}$$

ise, (x^*, y^*) noktası K(x , y) fonksiyonu için bir eyer noktasıdır.

X ve Y tüm karma stratejiler kümesi olmak üzere sıfır toplamlı bir oyunda,

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} \Phi_1(x, y) = \min_{x \in X} \max_{y \in Y} \Phi_1(x, y) \tag{2.4}$$

Burada minimum ve maksimum birinci oyuncu için X ve ikinci oyuncu için de Y olasılık vektörleri dikkate alınarak uygulanır (Handbook: Vol. 2: 738).

2.4. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunların Doğrusal Programlama ile Çözümü

Oyun kuramı, daha önce de ifade edildiği gibi yöneylem araştırmasında kullanılan diğer yöntemlere göre birden fazla karar vericinin yer aldığı modelleri incelemesi nedeniyle farklılık gösterir. Bu yöntem, birden fazla karar vericinin menfaatleri doğrultusunda, kendi stratejileri arasından yine kendileri için en iyi olanı seçmelerine yönelik kararlar alınmasını sağlar. Başka bir ifadeyle, her bir karar verici kendi faydasını veya kazancını maksimize etmeye çalışır. Bu anlamda oyun kuramı ile modellenen problemler yapılarına göre incelenerek çeşitli çözüm algoritmaları oluşturulabilir.

Oyun kuramı, oyuncuların belirli bir süreçte birbirlerine karşı mücadelesi temeline dayanan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşımın en temel özelliği oyuncuların strateji seçimine bağlı olarak kazanç ve kayıp durumlarının belirlenmesidir. Daha önce de ifade edildiği gibi, oyuncuların strateji seçimleri doğrultusunda kazanç ve kayıpları ödemeler matrisi ile ifade edilir. Ödemeler matrisi 2 x 2 boyutlu bir matris ise, diğer bir deyişle oyun iki kişili ve oyuncuların her birinin strateji sayısı yalnız iki tane ise oyun grafik yöntemi ile kolaylıkla çözülebilir. Ancak her zaman oyuncuların stratejileri iki tane olmayabilir. Başka bir ifadeyle büyük boyutlardaki oyunlara grafik yöntemiyle çözüm aranamaz. Bu durumda grafik ile çözüm yerine yöneylem araştırmasında önemli bir yeri olan doğrusal programlama kullanılarak oyun çözülebilir.

Doğrusal programlama, probleme ilişkin modelin gerek amaç fonksiyonu gerekse kısıtlayıcı fonksiyonları doğrusal yapıda olduğunda kullanılabilen bir yöntemdir. Oyun kuramında ödemeler matrisi oluşturulduğunda oyuna ilişkin model doğrusal programlama ile kolaylıkla ifade edilir (Gliksman, 2001: 23). Kısaca karma stratejilere sahip herhangi bir oyun problemi doğrusal programlama problemine dönüştürülerek kolaylıkla çözülebilir. Oyuna ilişkin problem için kullanılan bu dönüşümde, diğer yöntemlerden farklı olarak alt ve üst sınır değerleri ile "minimaks teoremi"nde istenilenden daha fazla bilgiye ihtiyaç vardır (Hillier & Lieberman, 1989: 379).

Doğrusal programlama ile oyunun tanımlanmasında model yapısı satır ve sütun oyuncusuna göre değişiklik gösterir. Ancak hangi oyuncu için oyunun doğrusal programlama modeli tanımlanırsa tanımlansın öncelikle oyunun ilgili oyuncu açısından ödemeler matrisinin belirlenmesi gerekir. Buna bağlı olarak her iki oyuncunun stratejilerinin bilinmesi istenir (Dantzig, 1951: 333-335). Herhangi bir iki kişilik sıfır toplamlı oyunda, bu teknik kullanılarak oyunun değeri va hem satır hem de sütun oyuncusu için optimal stratejiler bulunur (Winston, 1994: 837).

Doğrusal programlama modelleri primal ve dual olmak üzere iki farklı yapıda incelenir. İki kişili sıfır toplamlı oyunların çözümleri de problem dual yapıya göre modellenerek elde edilir. Dolayısıyla çözüm aşamasına geçmeden önce dualite teoremi verilmiştir (Janeiro, 2000: 520). Minimaks ve dualite teoremlerinin denkliği aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$A = (a_{ij})$ $m \times n$ boyutlu bir matris, b ve c sırasıyla, $1 \times m$ boyutlu ve $1 \times n$ boyutlu sütun vektörleri olmak üzere,

Primal model	**Dual model**
Amaç fonksiyonu:	Amaç fonksiyonu
min b.y	maks c . x
Kısıtlayıcılar:	Kısıtlayıcılar:
$A^t y \leq c,\ y \geq 0$	$Ax \leq b,\ x \geq 0$

problem çifti birbirinin dual doğrusal modelleri olarak tanımlanır. Primal ve dual modelde, sırasıyla kısıtları sağlayan herhangi bir x ve y değeri bu modellerin uygun çözüm değeri olarak isimlendirilir.[2] Bu açıklamalara göre aşağıda verilen dualite teoremi, von Neumann' ın geliştirdiği doğrusal programlamanın temel teoreminin oyun kuramı modellerine uyarlamasıdır (Dantzig, 1951).

Primal ve dual problemlerin her ikisi için de geçerli en az bir tane uygun çözüm var ise, bu durum bu iki problemin de optimal çözümünün olduğunu ifade eder. Başka bir deyişle, bu iki problemin herhangi bir optimal değeri her iki amaç fonksiyonunun değeridir.

Bu açıklamalara göre, dualite ve minimaks teoremleri birbirine denktir. Dolayısıyla bu iki teorem birbirinin yerine kullanılır.

Dualite teoremi $\longrightarrow$ Minimaks Teoremi

Ödemeler matrisi $A = (a_{ij})$ olmak üzere, bu matrisin her bir elemanına c sabit değeri eklenerek her i ve j için tüm a_{ij} değerlerinin ve oyun değeri v' nin sıfırdan büyük olduğu varsayılsın. Daha önce (2.2)' de tanımlanan eşitsizlikler,

$$\sum_i a_{ij}\left(\frac{x_i}{v}\right) \geq 1, \quad \text{tüm j değerleri için} \tag{2.5}$$

$$\sum_i a_{ij}\left(\frac{y_i}{v}\right) \leq 1, \quad \text{tüm i değerleri için} \tag{2.6}$$

şekline dönüşür. Daha sonra $p = (p_1, p_2, \ldots, p_m)$ ve $q = (q_1, q_2, \ldots q_n)$ vektörleri

$$p_i = \frac{x_i}{v} \geq 0, \sum_i p_i = \frac{1}{v} \tag{2.7}$$

$$q_{ij} = \frac{y_j}{v} \geq 0, \sum_j q_j = \frac{1}{v} \tag{2.8}$$

şeklinde tanımlanır. Yukarıda tanımlanan problemler bu dönüşümlerden sonra;

Problem I:

$$\min \sum_i p_i$$

Kısıtlar tüm jler için ve $p_i \geq 0$ tüm i'ler için

$$\sum_i a_{ij} p_i \geq 1$$

[2] Oyunda x ve y sırasıyla satır ve sütun oyuncularının göreli frekanslarıdır. (Özdil,1998: 72)

Problem II:

$$\text{maks}\sum_j q_j$$

Kısıtlar tüm $i$ler için ve $q \geq 0$ tüm $j$ler için

$$\sum_j a_{ij}\, q_j \leq 1$$

olarak ifade edilir. Burada Problem II için $q = 0$ uygun bir çözümdür. Problem I için ise, N büyük bir sayı olmak üzere $p = (N, ..., N)$ vektörü uygun bir çözümdür. Dualite teoremi yardımıyla, her iki problem için p^* ve q^* değerleri optimal çözüm değerleri olarak elde edilir. Daha açık olarak ifade edilirse, herhangi bir optimal çözüm çifti için,

$$q_{ij} = \frac{y_j}{v} \geq \sum_i p_i^* = \sum_j q_j^* \qquad (2.9)$$

eşitliği geçerlidir. Yukarıda verilen Problem I ve Problem II sırasıyla satır ve sütun oyuncularına göre oluşturulmuş modellerdir.

3. Uygulama

Hisse senetleri piyasası, oldukça ilgi gören bir yatırım merkezidir. Ancak bu piyasada işlem yapılırken dikkat edilmesi gereken en önemli kural, olaya yatırımcılık zihniyetiyle ve gerçekten yatırımcı olarak yaklaşıp daha önce belirlenen akılcı, kararlı ve doğru yöntem ve stratejilerle oldukça teknik ve sistematik olarak hareket edilmesi gereğidir.

Hisse senetleri piyasasının işleyiş yapısı sektörel olarak incelendiğinde sektörlere göre hisse senetlerinin gelişim yapısının değişiklik gösterdiği düşünülür. Dolayısıyla borsada işlem gören senetler performansları açısından sektörlere ayrılarak da incelenir. Bu amaçla, daha önce de değinildiği gibi sektörel endeksler oluşturulmuş ve sektör analizlerine önemle yer verilmiştir.

Bu anlamda çalışmanın asıl amacı, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası' nda kullanılan sektör endekslerinin ilgili dönemlere göre bireysel yatırım açısından birbirine olan üstünlüklerinin ve rekabetinin oyun kuramı yaklaşımı ile incelenmesidir. Bu amaçla, bu endekslere göre yatırımcının isteklerini ve hedeflerini en iyi derecede sağlayabilecek yatırım portföyü seçimi için bir oyun kuramı modeli oluşturulmuştur. Sektör endekslerinin durumları, 2003 döneminde Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül ve Ekim dönemleri olmak üzere 10 aylık periyot için ayrı ayrı incelenmiştir.

Bu bölüm, sektör ve hisse senetlerine ilişkin oyun olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada öncelikle İMKB' de işlem gören sınai, hizmet, mali ve teknoloji sektörlerine ait dört endeks kullanılarak oyun kuramı yaklaşımı ile bu sektörlere ait göreceli performans analizi yapılmış olup sektörlerin aylara göre dönemsel rekabeti incelenmiştir. İkinci aşamada ise, bu sektörlere ait hisse senetleri daha önce belirtilen kriterlere göre seçilip hisselerin aynı dönemler için birbirine olan rekabetine ilişkin analiz yapılmıştır.

Bilindiği üzere rakibin oyun içinde nasıl hareket edeceği, hangi stratejiyi benimseyeceği her zaman tam olarak bilinemez. Bu gibi tam belirsizliğin hakim olduğu finansal piyasalarda yatırımcının en düşük risk düzeyinde en iyi getiriyi veren yatırım şeklini belirlemesi oyun kuramı yaklaşımı ile sağlanabilir. Bu çalışmada oluşturulan oyun kuramı modeli, yatırımcının finansal piyasaya yani doğaya karşı oynadığı iki kişili sıfır toplamlı oyundur. Yani oyunu oynayan oyunculardan biri yatırımcı ve diğeri de finansal piyasadır.

Oyun kuramı modeli oluşturularak İMKB' de işlem gören hisse senedi endekslerinin üstünlüklerini incelerken yatırımcı açısından araştırmanın sınırlarını belirleyen bazı kısıtlamalar yapılarak oyunun varsayımları belirlenmiştir. Bu varsayımlar, gerek modelin incelendiği periyot, gerekse ödemeler matrisinin yapısını sınırlamıştır. Aşağıda modellenen oyun ile ilgili varsayımlar verilmiştir:

- Oyun her ay için ayrı ayrı oluşturulmuş, haftalık değişimler dikkate alınmıştır. yatırımcıya sadece 2003 dönemi başlangıcından itibaren Ekim ayı sonuna kadar yatırımına nasıl yön vereceği hakkında bilgi verilmiştir. Bu model oluşturulurken yatırımcının yatırımını bir aylık süre için yapacağı varsayılmış, ancak bu yatırıma günlük verilere göre karar vereceği düşünülmüştür. Ödemeler matrisi için elde edilen verilerde günlük bilgiler kullanılmış ve değişimler günlük veriler üzerinden elde edilmiştir.
- Bu haftalık değişimler sürekliliği sağlamak açısından her haftanın Pazartesi ve Cuma günlerine ait kapanış fiyatları arasında hesaplanmıştır.
- Oyunun kuralların dönemlere göre değişmeyeceği varsayılmıştır. Yani oyun statik olarak düşünülmüştür. Dolayısıyla geleceğe ait bir öngörü söz konusu değildir.
- Oyunun çözümü sonucunda birinci aşamada hangi endekse ve ikinci aşamada hangi hisse senedine ne kadar miktarda pay ayrılacağı oransal olarak elde edilmek istendiğinden her bir endekse ayrılan yatırım payı elde edilmiştir. Yatırımcının yatırım için elinde tuttuğu miktar 1 TL. olarak kabul edilmiştir.
- Çalışmanın ilgili olduğu dönem 30/12/2002 – 31/10/2003 sürecini kapsamaktadır.

3.1. Oyunun Stratejileri

Oyun kuramında model yapısı ödemeler matrisine göre belirlenir. Ödemeler matrisi oyun içinde yer alan oyuncuların stratejilerine göre oluşturulur. Bu oyunda oyuncular; yatırımcı ve piyasa şeklinde düşünülüp iki kişilik sıfır toplamlı oyuna göre ödemeler matrisi oluşturulmuştur.

Oyunda, piyasanın doğal olarak somut oyuncu gibi davranması beklenemez. Ancak piyasanın da yatırımcı karşısında belirlenen stratejilerini kullanarak yatırımcıya karşı oyuncu mantığı ile yaklaştığı varsayılmıştır. Özellikle ülkemizde menkul kıymetler piyasası ekonomide oluşabilecek istikrarsızlıklar, ekonomik göstergelerdeki ani değişimler, vb. durumlardan etkilenmektedir. Dolayısıyla piyasanın stratejileri, sektör analizinin amacı doğrultusunda ilgili dönemler için bu değişimlerin etkileridir. Bu değişimlerin sonucu ödeme değeri olarak piyasaya yansır.

Birinci aşama için satır oyuncusu olarak alınan yatırımcının stratejilerini sektörel endeksler belirlemektedir. Bu stratejiler,

I. Strateji: Sınai sektörü endeksindeki yatırım araçlarına yatırım yapılması

II. Strateji: Hizmet sektörü endeksindeki yatırım araçlarına yatırım yapılması

III. Strateji: Mali sektör endeksindeki yatırım araçlarına yatırım yapılması

IV. Strateji: Teknoloji sektörü endeksindeki yatırım araçlarına yatırım yapılması

şeklindedir. Piyasanın stratejileri ise, ilgili ay içinde yer alan haftalar yani kabul edilen dönemdeki zamansal değişim olarak ifade edilir.

Belirlenen stratejiler oyunun matematiksel modeli oluşturulurken sırasıyla birinci strateji X_1, ikinci strateji X_2, üçüncü strateji X_3, dördüncü strateji X_4 ile gösterilmiş olup hangi stratejiye ne kadar pay ayrılacağını veya ilgili stratejiye yatırım yapma olasılığını ifade eder.

Çalışmanın ikinci aşamasında ise, daha önce de ifade edildiği üzere, yatırımcının stratejileri; borsada işlem gören tüm hisse senetleri arasından en yüksek ortalama *işlem miktarı, işlem hacmi ve sözleşme sayısı* kriterlerine göre her bir sektörden seçilen 30 adet hisse senedidir. Bu hisse senetlerinin 10 tanesi sınai, 10 tanesi mali, 5 tanesi hizmet ve 5 tanesi de teknoloji sektörüne aittir. Burada belirtilen hisse senedi sayıları araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Ayrıca her bir sektörden farklı sayılarda hisse senedi seçilmesi ilgili sektörlere ilişkin hisse senedi sayılarından kaynaklanmaktadır. Başka bir ifadeyle, özellikle teknoloji endeksi dahilindeki hisse senedi sayısı diğer sektörlerdeki hisse senedi sayısı ile aynı sayıda alınması için yeterli değildir. Belirtilen kriterlerden hareketle seçilen hisse senetleri sektörlere göre Ek-2 de verilmiştir. Bu aşamada belirtilen yatırımcının stratejisi, ilgili hisse senetlerine yatırım yapılması olarak tanımlanır.

3.2. Ödemeler Matrisinin Oluşturulması

Çalışmanın birinci ve ikinci aşamasında 2003 yılı Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül, Ekim aylarının her biri için ödemeler matrisi oluşturulmuştur. Bu matrislerde satır oyuncusu olarak yatırımcı ve sütun oyuncusu olarak da piyasa alınmıştır. Piyasanın stratejileri sütunlarda her ay içindeki haftalar olarak belirlenmiştir. İlgili periyot için aylara göre her bir ödeme matrisinin boyutu ay içinde hafta sayısına göre değişiklik gösterebilir. Ödemeler matrisinde birinci oyuncunun stratejileri satırları ikinci oyuncunun stratejileri de sütunları belirlemiştir.[3]

[3] Bu çalışmada, sadece Ocak ayına ilişkin birinci ve ikinci aşama ödeme matrisleri Ekte verilmiştir.

Ödemeler matrisindeki hücrelerde yer alan ödeme değerleri her bir yatırım aracının bir önceki döneme göre değişimine yatırımcının elindeki varlığı 1 TL eklenerek hesaplanmıştır.

3.2.1. Birinci Aşamada Oyunun Doğrusal Programlama Matematiksel Modeli

Bu aşama için ödemeler matrisindeki ödeme değerleri kullanılarak oyunu tanımlayan doğrusal programlama modeli oluşturulmuş ve çözüm sonucunda yatırımcının her bir aya ilişkin yatırım şekli belirlenmeye çalışılmıştır. Aşağıda her bir ayda her hafta için yatırımcının beklenen kazançlarına göre oluşturulan kısıtlara göre model yapısı verilmiştir.[4] Bu kısıtlar,

$$\sum_{i=1}^{4} a_{ij} X_i \geq v, \quad j = 1,2,3,4,5$$

Burada,

a_{ij}: Yatırımcı, i. stratejisini piyasa aynı zamanda j. stratejisini benimsediğinde oluşan ödeme değeri

X_i: i. stratejiye yapılacak yatırım payı veya i. stratejiyi seçme olasılığı

v: Oyun değeri

j: Piyasanın strateji veya seçenek sayısıdır.

Modele ayrıca yapısal kısıt olarak eklenmesi gereken yatırım payları veya stratejileri seçme olasılıkları toplamı kısıtı;

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$$

alınır. Modelde öncelikle algoritma gereğince her bir eşitsizlik ve eşitliklerin her iki tarafı oyun değeri v' ye bölünerek $X_i' = X_i / v$ dönüşümü yardımıyla

$$\sum_{i=1}^{4} a_{ij} X_i' \geq 1$$

elde edilir. Yatırımcının amacı oyunun değerini (v) en iyilemektir yani maksimize etmektir. Dolayısıyla yatırımcının oyun değerini en büyüklemek istemesi ile 1/v' yi en küçüklemek istemesi aynı anlama gelmektedir. Dolayısıyla modelin amaç fonksiyonu;

$$\min z : \min\left(\frac{1}{v}\right) = X_1' + X_2' + X_3' + X_4'$$

---

[4] Aylara ilişkin hafta sayısını gösteren j indis değeri ilgili ayın periyoduna göre değişmektedir.

elde edilir. Ayrıca doğrusal programlamanın yapısı gereği modelde tanımlanan tüm karar değişkenleri için pozitif kısıtlama;

$$X'_1 + X'_2 + X'_3 + X'_4 \geq 0$$

modele eklenir.

3.3. İkinci Aşamada Oyunun Doğrusal Programlama Matematiksel Modeli

Birinci aşamada tanımlanan modele benzer şekilde aşağıda her bir ay için yatırımcının beklenen kazançlarına göre oluşturulan kısıtlara göre model yapısı belirlenmiştir. Bu kısıtlar

$$\sum_{i=1}^{30} a_{ij}X_i \geq v, \quad j=1,2,3,4,5$$

Modele ayrıca yapısal kısıt olarak eklenmesi gereken yatırım payları veya stratejileri seçme olasılıkları toplamı kısıtı;

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 1$$

alınır. Modelde önceki bölümde ifade edildiği üzere her bir eşitsizlik ve eşitliklerin her iki tarafı oyun değeri v' ye bölünerek $X'_i = X_i/v$ dönüşümü yardımıyla

$$\sum_{i=1}^{30} a_{ij} X'_i \geq 1$$

elde edilir. Modelin amaç fonksiyonu,

$$\min z : \min\left(\frac{1}{v}\right) = \sum_{i=1}^{30} X'_i$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca doğrusal programlamanın yapısı gereği modelde tanımlanan tüm karar değişkenleri için pozitif kısıtlama;

$$X'_1, \ldots\ldots, X'_{30} \geq 0$$

modele eklenir.

3.4. Birinci Aşama İçin Oyunun Çözüm Sonuçları

Doğrusal programlama yardımıyla ifade edilen birinci aşama modeli, WINQSB paket programı yardımıyla çözülerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Tablo 1. de, her bir aya ilişkin birinci aşamada tanımlanan modelin çözüm sonuçları verilmiştir.

Tablo1. Aylara ilişkin birinci aşama çözüm sonuçları

AYLAR	ENDEKSLER	YATIRIM PAYLARI	OYUN YAPISI
Ocak	Sınai, Teknoloji	0.336 ; 0.671	Karma strateji
Şubat	Teknoloji	1	Tam strateji
Mart	Hizmet	1	Tam strateji
Nisan	Sınai, Mali	0.800 ; 0.200	Karma strateji
Mayıs	Sınai	1	Tam strateji
Haziran	Sınai	1	Tam strateji
Temmuz	Teknoloji	1	Tam strateji
Ağustos	Hizmet, Mali	0.972 ; 0.028	Karma strateji
Eylül	Mali	1	Tam strateji
Ekim	Sınai	1	Tam strateji

Bu tabloya göre, Ocak, Nisan ve Ağustos ayları dışında tam stratejili sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar, ters dönüşüm yardımıyla bulunan nihai sonuçlardır.

Bilindiği üzere uygulamanın birinci aşamasında İMKB'de işlem gören sektör endeksleri kullanılarak ilgili sektörlerin performansları çalışma kapsamındaki periyot dahilinde incelenmişti. İkinci aşamada ise sınai, mali, hizmet ve teknoloji sektörlerinden işlem miktarı, işlem hacmi ve sözleşme sayısı kriterlerine göre belirlenen hisse senetlerinin her ay için haftalık değişimleri dikkate alınarak ilgili dönem için hisse senetlerinin performans ölçümleri yapılmıştır.[5]

3.5. İkinci Aşama Oyunun Çözüm Sonuçları

İkinci aşama için tanımlanan model, yine WINQSB paket programı yardımıyla çözülerek ters dönüşüm yardımıyla elde edilen nihai sonuçlar Tablo. 2' de sunulmuştur.

---

[5] Hisse senetleri, Ek.2' de tanımlanmış olup belirtilen kriterlerin en yüksek sıra sayıları ortalaması ile seçilmiştir.

Tablo 2. Aylara ilişkin ikinci aşama çözüm sonuçları

AYLAR	HİSSE SENETLERİ	YATIRIM PAYLARI	OYUN YAPISI
Ocak	X_3, X_4, X_{10}, X_{22}	0.37 ; 0.05 ; 0.56 ; 0.14	Karma strateji
Şubat	X_2, X_{23}, X_{30}	0.33 ; 0.22 ; 0.45	Karma strateji
Mart	X_{23}	1	Tam strateji
Nisan	X_{13}, X_{20}, X_{21}, X_{29}	0.08 ; 0.50 ; 0.24 ; 0.18	Karma strateji
Mayıs	X_4, X_{13}, X_{29}	0.33 ; 0.42 ; 0.25	Karma strateji
Haziran	X_9, X_{16}, X_{29}	0.09 ; 0.29 ; 0.62	Karma strateji
Temmuz	X_8, X_9, X_{30}	0.03 ; 0.86 ; 0.11	Karma strateji
Ağustos	X_7, X_{14}, X_{27}, X_{28}	0.52 ; 0.37 ; 0.07 ; 0.04	Karma strateji
Eylül	X_3, X_{12}, X_{28}	0.11 ; 0.23 ; 0.66	Karma strateji
Ekim	X_3, X_{14}, X_{18}, X_{29}	0.11 ; 0.77 ; 0.04 ; 0.08	Karma strateji

Tablo.2' de elde edilen sonuçlar belirtilen aylarda seçilen yani diğerlerine göre üstün gelen hisse senetlerini gösterir. Bu tablodaki sonuçlar, sadece Mart ayı Net Turizm hisse senedinin tam strateji ile üstün geldiğini göstermektedir. Bu tabloya göre, Mart ayı dışında diğer aylarda hisse senetleri karma strateji ile seçilmiştir.

4. Sonuç ve Değerlendirme

Bu çalışmanın amacı, 2003 yılı Ocak – Ekim aylarına ilişkin periyotta İMKB' de işlem gören dört ayrı sektörün birbirine olan dönemsel üstünlüklerini ve rekabetini inceleyerek sektörel performans değerlendirmesi yapmak ve yatırımcıya yön vermektir. Ayrıca bu sektörlerden seçilen hisse senetlerinin birbirine göre durumlarını oyun kuramı çerçevesinde incelemektir.

Uygulamada kullanılan oyun kuramı yapısı ve çözüm aşamalarının yer verildiği üçüncü bölümde iki kişili sıfır toplamlı oyun yapısına uygun iki alternatif finansal yatırım modeli oluşturulmuş ve daha sonra elde edilen veriler kullanılarak problem çözülmüştür. Bu bölümde, modellere ilişkin çözüm sonuçları değerlendirilip karar verici, yani yatırımcı için en iyi çeşitlendirmeyi sağlayan model belirlenmiştir.

Elde edilen sonuçlar; minimum risk düzeyinde Ocak ayında sınai ve teknoloji, Şubat ayında sadece teknoloji, Mart ayında hizmet, Nisan ayında sınai ve mali, Mayıs ayında sadece sınai, Haziran ayı yine sadece sınai, Temmuz ayında sadece teknoloji, Ağustos ayında hizmet ve teknoloji, Eylül ayında sadece mali, Ekim ayında ise sınai sektörlerinin yatırım açısından daha yüksek getiri sağlayacağını göstermektedir.

Tablo.1'deki sonuçlara göre çalışmanın Ocak, Nisan ve Ağustos ayları dışındaki tüm oyunların tam stratejili olduğu gözlenmiştir. Bu durum bu aylar için oyunun tepe noktasına sahip olduğunu ifade eder. Karma stratejili dönemler ise, yatırımcının ilgili sektörlere ait birden çok sayıda stratejileri benimseyerek çıkan yatırım oranında tercihlerini belirleyeceğini göstermektedir. Bu tabloya göre, Şubat ve Temmuz aylarında sadece teknoloji endeksinin seçilmesi dikkat çekmektedir. Bu durum, endeks dahilindeki bilişim ve savunma sektörlerinin belirtilen dönemlerde canlandığını göstermektedir. Telekomünikasyon sektöründe yeni yıl ürünleri bu dönemlerde piyasaya sürüldüğünden bu sektöre etkisi olumlu olmuştur. Sınai endeksinin, özellikle yılın ilk yarısında etkin olduğu gözlenmiştir. Bunun yanı sıra mali endeks Nisan, Ağustos ve Eylül aylarında üstün gelmiştir. Bu dönemlerde bankaların dönem sonu bilançolarını kapama dönemleri Mart ayıdır. Bu ayda iyileşmenin etkisi Nisan ayında gözlenebilir. Hizmet endeksi ise Mart ve Ağustos aylarında özellikle Mart ayında etkin sektör olarak belirlenmiştir. Sektörde bu dönemdeki iş yoğunluğu sonucunun firmaların faaliyetlerine yansıması ve bunun sonucunda firmaların hisse senetleri performansını olumlu yönde etkilemektedir.

Birinci aşama modeli, yatırımcıya hangi hisse senedine yatırım yapması gerektiği konusunda bilgi vermez. Ancak sektörel endekslerin kullanılması portföy performansının ölçülmesinde önemli araçlardır. Bu nedenle, endeksler kullanılarak yapılan analizler sonucunda elde edilen çözüm değerleri yatırımcının ilgili dönemde hangi sektöre yönelmesi gerektiği konusunda önemli bir açıklama getirir.

Çalışmanın ikinci aşamasında, İMKB'nin belirlemiş olduğu ilgili dört sektörden en yüksek ortalama işlem hacmi, işlem miktarı ve sözleşme sayısına göre belirlenen hisse senetleri seçilerek hangi hisse senedine ne kadar yatırım yapılması gerektiği açıklanmıştır. Bu aşamada oluşturulan oyun modeli, yatırımcı için sadece hisse senetleri piyasası olmak üzere bir portföy çeşitlemesi sağlamaktadır. Bu modele göre yatırımcının hangi ayda hangi sektördeki endekse yatırım yapması gerektiği sonucu elde edilmiştir.

Bu sonuçlara göre, Ocak ayında sınai sektörü ağırlıklı olmak üzere sınai ve hizmet; Şubat ayında sınai, hizmet ve teknoloji; Mart ayında sadece hizmet; Nisanda mali sektör ağırlıklı olmak üzere hizmet ve teknoloji; Mayısta sınai, mali ve teknoloji; Haziran ayında sınai, mali ve teknoloji; Temmuz ayında sınai ağırlıklı olmak üzere sınai ve teknoloji; Ağustos ayında sınai, mali ve teknoloji; Eylül ayında sınai, mali ve teknoloji ve Ekim ayında ise, mali ağırlıklı olmak üzere mali, sınai ve teknoloji sektörlerine ilişkin hisse senetleri benimsenmiştir. Birinci aşama ve ikinci aşama sonuçları incelendiğinde, aynı dönemler için birinci aşamada benimsenen sektörler ile ikinci aşamada seçilen hisse senetlerinin ait olduğu sektörler hemen hemen benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmada oluşturulan oyun kuramı modeli gerek incelenen dönem, gerek piyasanın stratejileri ve gerekse de oyuncunun stratejileri açısından çeşitli şekillerde oluşturulabilir. Ayrıca model deterministik yapıya karşılık, dinamik yapıda düşünülerek her aşamada meydana gelen değişiklikler dikkate alınarak geliştirilebilir ve yatırımcı için bir öngörü yapılabilir. Diğer taraftan oyuncu sayısına göre de farklı yapılarda yatırım modelleri oluşturularak analiz yapılabilir.

KAYNAKÇA

ALIPRANTIS, Charalambos D., CHAKRABARTI S. K. (2000), **Games and Decision Making**, Oxford University Press Inc.

ARROW, Kenneth J., (2003), "Introductory Remarks on The History of Game Theory", **Games and Economic Behaviour**, 45, page:15-18.

AUMANN, Robert ve HART , S., (1994) **Handbook of Game Theory with Economic Applications**, K. J. Arrow & M. D. Intriligator (Ed.), Vol. 2.

BACKUS, D., BLANCO, H., and LEVINE, K. (1986), "The Financial Sector in the Planning of Economic Development", **Financing Problems of Developing Countries**. New York: Martin's res. 42-58.

BINMORE, Ken (1990), **Essays on the Foundations of Game Theory**, USA: Basil Blackwell Inc.

BUCHANAN, James M. (2001), "Game Theory, Mathematics, and Economics", **Journal of Economic Methodology**, 8:1, 27 – 32.

CEYLAN, A. ve KORKMAZ, T. (1997), **Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi**, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa.

ÇAPANOĞLU, M.B. (1990), **Türkiye ve Dış Ülkelerde Sermaye Piyasası, Özelleştirme Uygulamaları ve Menkul Kıymet Borsaları**, Beta Basım, Yayım, Dağıtım A.Ş. İstanbul.

DANTZIG, George B. (1951), **A Proof of The Equivalence of The Programming Problem and The Game Problem: In Activity Analysis of Production and Allocation**, Cowles Commission Monograph 13. Edition, T.C. Koopmans. New York: John Wiley. London: Chapman and Hall, 333 – 335.

DEARDEN, J., ARONSON, J.R., et. al., "Pension Plan Portfolios: Why Public Plans Have Taken On More Risk Plans?"

ELTON, J.E., GRUBER, M.J. (1984), **Modern portfolio theory and investment analysis,** Canada John Wiley & Sons, Inc.

FRIEDMAN, James, W. (1996), **Game Theory with Applications to Economics**, USA: Oxford University Press.

GIBBONS, Robert (1990), **A Primer in Game Theory**, Great Britain: Hartnolls Ltd., Bodmin.

GLIKSMAN, Abraham M. (2001), **An Introduction to Linear Programming and The Theory of Games**, USA: Dover Publications.

JAMUS, Jerome Lim (1997), "Fun, Games & Economics: An Appraisal of Game Theory in Econonmics", **Undergraduate Journal of Economics**.

JANEIRO, M.G.Fiestras, JURADO, I.Garcia, PUERTO, J. (2000), "The Concept of Proper Solution in Linear Programming", **Journal of Optimization Theory**, Vol.106, No.3, 511-525.

LARAKI, Lida (2001), "The Splitting Game and Applications", **International Journal of Game Theory**, Vol:30: 359-376.

NASH, John F. (1953), "Two-Person Cooperative Games" , **Econometrica**, Vol.21: 128-140. Essays on Game Theory Edward Elgar Publishing Company (1996).

OWEN, Guillermo (1982), **Game Theory**, England: Academic Press Inc.

ÖZÇAM, Ferhat (1996), **Teknik Analiz ve Menkul Kıymetler Borsası**, Sermaye Piyasası Kurulu, Ankara.

PARKES,D. and HUBERMAN, B.A. (2001), "Multiagent Cooperative Search for Portfolio Selection", **Games and Economic Behaviour**, 35, 124 - 165

RAPOPORT, Anatol (1997), **N-Person Game Theory:Concepts and Applications**, USA: Dover Publications.

ROTH, Alvin, E. (1991), "Game Theory As A Part Of Empirical Economics", **Economic Journal**, Vol. 101, 107-114.

SAMUELSON, Paul, A. (2001), "Some Game Theory Anecdotes", **Japan and World Economy**, Vol. 13, 299-302.

SELTEN, Reinhard (1997), **Game Theory and Economic Behaviour Selected Essays**. Great Britain: Biddles Ltd. Volume 2

ŞAHİN, Hüseyin (2000), **Yatırım projeleri analizi**, Bursa: Ezgi Kitabevi Yayınları.

VON NEUMANN, JOHN (1953), "Communication on the Borel Notes", **Econometrica**, 21:124127.

VOROB' ev N.N. (1985), **Game Theory: Lectures for Economists and Systems Scientists**.USA: Springer- Verlag, New York Inc.

WINSTON, Wayne (1994), **Operations Research: Applications and Algoritms**, USA: Duxbury Press.

Sermaye Piyasası ve Temel Bilgiler Kılavuzu, **İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Yayınları**, 14. basım.

Ek.1. Birinci aşama için Ocak ayına ilişkin ödemeler matrisi

Piyasa stratejileri / Yatırımcı Stratejileri	1. Hafta	2. Hafta	3. Hafta	4. Hafta	5. Hafta
Sınai (X_1)	1.051	0.989	1.001	1.029	1.006
Hizmet (X_2)	1.040	0.990	0.995	1.015	1.006
Mali (X_3)	1.059	0.983	0.918	1.020	1.017
Teknoloji (X_4)	1.024	0.955	0.989	1.028	1.016

Ek-2. İkinci aşamada sektörlere göre belirlenen hisse senetleri

Karar değişkenleri	Seçilen hisse senetleri	İşlem hacmi	İşlem miktarı	Sözleşme sayısı
		Sınai Sektörü		
X_1	Arçelik	3551141042857	498254000	510
X_2	Deva	1141019690476	485880527	419
X_3	Ereğli Demir Çelik	7351962904762	345312113	405
X_4	Milliyet	1159944056887	390469941	312
X_5	Menderes Tekstil	1186973014286	1344504889	670
X_6	Şişe Cam Sanayi	3326011623810	1807319723	550
X_7	Tansaş	2599677847619	2416438133	555
X_8	Tüpraş	11320732047619	1128456715	965
X_9	Vanet	951730928571	362229624	429
X_{10}	Vestel	6165912095238	1622944481	774
		Mali Sektör		
X_{11}	Akbank	7039512238095	1349492979	646
X_{12}	Doğan holding	17383244900000	12032579239	1927
X_{13}	Finansbank	4640413557143	4994271097	829
X_{14}	Garanti Yatırım	20492098285714	9309454805	1616
X_{15}	Global Men. Değ.	1598009152381	1529329352	633
X_{16}	Gsd holding	1197307042857	1211816710	473
X_{17}	İhlas Holding	9722277238095	7887485229	2461
X_{18}	IŞCTR	24065541142857	4497542158	1947
X_{19}	Net Holding	1776644466667	2696771145	926
X_{20}	Y. Kredi Bankası	25472217952381	15040889741	2316
		Hizmet Sektörü		
X_{21}	Ak Enerji	1073931866667	166492846	268
X_{22}	Emek Elektrik	47039269048	205030853	221
X_{23}	Net Turizm	853364103762	1103747438	505
X_{24}	Tek Turizm	226399209812	100748692	188
X_{25}	THY Anonim Ort.	780541203715	117354525	223
		Teknoloji Sektörü		
X_{26}	Aselsan	1757806404762	154021215	445
X_{27}	Escort Computer	566330971429	275012048	287
X_{28}	Link Yazılım	224535942857	87704592	196
X_{29}	Logo Yazılım	47039269048	3720886	74
X_{30}	Turkcell	10437325380952	1085601169	683

Ek.3. İkinci aşama için Ocak ayına ilişkin ödemeler matrisi

FİRMALAR	OCAK				
	30.12.2002	06.01.2003	13.01.2003	20.01.2003	27.01.2003
ARCELİK	1.038	0.962	1.038	1.017	1.000
DEVA	1.024	0.915	0.973	1.000	1.107
EREGLİ	1.092	1.058	0.987	1.027	1.013
MILLİYET	1.116	1.020	1.038	0.931	1.018
MENDERES	1.061	0.976	0.975	1.012	1.013
SISE	1.049	1.000	1.000	0.985	1.000
TANSAS	1.051	0.959	0.979	0.989	0.989
TUPRAS	1.025	0.974	1.000	1.053	0.988
VANET	0.959	0.922	1.021	1.021	1.041
VESTEL	1.048	1.000	1.046	1.029	1.029
AKENR	1.042	1.014	0.973	1.000	0.986
EMEKEL	1.078	1.015	0.941	1.015	1.031
NETTUR	1.087	1.065	0.981	0.981	0.941
TEKTUR	1.074	1.014	0.973	1.056	0.986
THYAO	1.088	1.050	0.938	1.032	0.929
AKBANK	1.055	1.037	1.017	1.069	1.000
DOHOL	1.078	0.980	0.980	1.000	1.020
FINBANK	1.064	0.949	0.987	0.974	1.078
GARANTİ	1.035	0.976	0.988	1.023	0.977
GLMDE	1.063	0.968	0.957	0.989	1.000
GSDHO	1.073	0.988	0.976	1.012	1.025
IHLAS	1.057	0.962	0.898	0.936	1.159
ISCTR	1.071	0.953	0.988	1.000	1.036
NETHOL	1.045	1.023	1.023	0.978	0.955
YKBANK	1.109	0.932	0.964	1.000	1.031
ASELSAN	1.000	0.908	1.034	1.069	1.048
ESCOM	1.070	0.949	0.741	0.928	0.976
LINK	0.875	1.040	0.940	1.043	0.617
LOGO	1.059	0.956	1.000	1.000	1.015
TURKCELL	1.062	1.020	1.015	1.048	0.978