G.Ü. İ.İ.B.F. Dergisi, 1/2002, 1-10

Zaman Serilerinde Mevsimsel Etkiler ve En Küçük Kareler Yönteminin Kullanımı

Ayşe KAZAN*
Şenol ALTAN**

Time series include the influences of time and of various socio-economic factors dependent on time such as trend, cyclinical movements, seasonal fluctuations and random movements. These movements in economic time series generate problems. In this paper, one out of these four movements in time series, namely seasonal movements, has been analysed. After reviewing the criteria in evaluating the process of seasonal correction, we have focused upon the use of ordinary least squares(OLS) in correcting seasonal fluctuations.

Key words : Time Series, Ordinary Least Squares.

1. Giriş

Zaman serileri zamanın ve zamana bağlı olarak değişen çeşitli sosyo-ekonomik faktörlerin etkilerini taşırlar. Bu etkiler göz önüne alındığında zaman serilerinin trend, konjonktürel dalgalanmalar, mevsimsel dalgalanmalar ve tesadüfi dalgalanmalardan etkilendiği söylenebilir.

Ekonomik zaman serilerindeki bu dalgalanmalar, yapılan ampirik çalışmalarda çeşitli sorunlar yaratmaktadırlar. Sağlıklı bir çalışma yapabilmek için, zaman serilerinde var olabilecek bu etkilerin arındırılması gerekmektedir. Ekonometrisyenler zaman serilerinde var olan bu dalgalanmaların varlığını ortaya çıkaracak ve bu dalgalanmalardan herhangi birini diğerinden ayırmaya imkan verecek metodları araştırmaya çalışmaktadırlar. Bu çalışmada zaman serilerindeki bu dört etkiden mevsimsel dalgalanmalar incelenmiştir. Çalışmada zaman serilerinden mevsimsel etkiyi arındıracak değişik teknikler üzerinde değil, öncelikle düzeltme işlemini değerlendirmede kullanılacak ölçütlere değinilip daha sonra mevsimsel düzeltmede en küçük kareler yönteminin kullanımı üzerinde durulacaktır. Burada alternatif regresyon analizleri yapılarak sonuçları değerlendirilecektir.

Zaman serilerinde mevsim etkisi bir yıl veya daha az zaman süresinde tekrarlanan periyodik dalgalanmalardır. Mevsimlik dalgalanmaların incelenmesi;

* Öğr. Gör. Dr., Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü.
** Yrd. Doç. Dr., Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü.

kısa dönem dalgalanmaların anlaşılması ve açıklanması, kısa dönem tahminlerin yapılabilmesi ve son olarak zaman serilerinden mevsim etkilerinin arındırılması açısından önemlidir.

2. Mevsimsel Düzeltme Tekniklerinin Değerlendirilmesi Amacına Yönelik Ölçütler

Zaman serilerinde var olan mevsimsel etkilerin giderilmesi amacıyla düzeltilmiş bir veri setinin değerlendirilmesine yönelik özellikler aşağıda tanımlanmıştır. Bu tanımlamalarda Irving Fisher'in ideal indeks yaklaşımı temel alınmıştır.

Özellik I: Bir düzeltme işlemi, sadece ve sadece

$x^a_t + y^a_t = (x_t + y_t)^a$ tüm t'ler için,

koşulunu sağlıyorsa x^a_t ve y^a_t düzeltilmiş gözlemlerdir (toplam özelliği).

Özellik II: Düzeltme işlemi eğer sadece ve sadece

$x^a_t \; y^a_t = (x_t \; y_t)^a$ x_t ve y_t zaman serilerinin herhangi biri için,

koşulunu sağlıyorsa xat ve yat düzeltilmiş gözlemlerdir (çarpım özelliği).

Eğer bir düzeltme işlemi hem toplam koşulunu hem de çarpım koşulunu aynı anda sağlıyorsa, t'nin her değeri için düzeltme işlemi anlamsızlacaktır.

$x^a_t = x_t$ veya $x^a_t = 0$ veya

$y^a_t = y_t$ veya $y^a_t = 0$

Temelde bu iki özelliğin dışında aşağıdaki özelliklere de bakılabilir.

Özellik III: Eğer herhangi bir zaman serisi

$\Sigma(x_t - x^a_t)\, x^a_t = 0$

koşulunu sağlıyorsa, seri ortogonal'dir.

Özellik IV: Düzeltilmiş bir serinin ikinci defa düzeltilmiş değeri ilk düzeltilmiş değerine eşitse, seri idempotent'tir. Bu durumda,

$(x^a_t)^a = x^a_t$

eşitliği geçerlidir.

Özellik V: Mevsimsel düzeltme yapılmamış seri gözlemlerinde oluşan herhangi bir artışın, düzeltilmiş seriyi etkilemesi beklenebilir. Bu durum,

$$\frac{\partial x^a_t}{\partial x_t'} = \frac{\partial x^{a'}_t}{\partial x_t}$$

biçiminde ifade edilebilir.

Mevsimsel düzeltme için yukarıda belirtilen dört özellik birbirinden bağımsızdır.

3. Zaman Serilerinde Mevsimsel Dalgalanmaların Regresyon Yoluyla İncelenmesi

Zaman serilerinde bulunan trend (T_t), mevsimsel dalgalanmalar (S_t), konjonktürel dalgalanmalar (K_t) ve tesadüfi dalgalanmalar (ε_t)

$$Y_t = f(T_t, S_t, K_t, \varepsilon t)$$

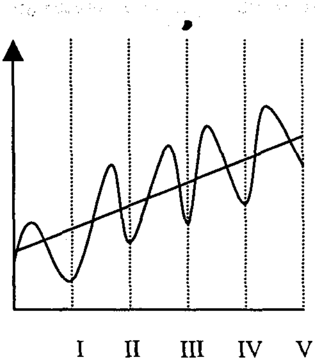
şeklinde gösterilebilir. Ekonometride bu dört etken, çarpım ve toplam halinde modellendirilebilir. Çarpımsal model;

$$Y_t = T_t \; S_t \; K_t \; \varepsilon_t$$

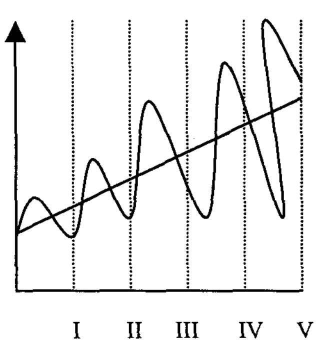
biçiminde gösterilebilir. Toplamsal model ise

$$Y_t = T_t + S_t + K_t + \varepsilon_t$$

şeklinde ifade edilir. Bu iki modelden hangisinin seçileceğine ilişkin olarak kesin bir bilgi olmamakla birlikte, trend ve mevsimsel dalgalanmalarla ilgili şu göstergelerden hareket edilir: Eğer mevsimsel dalgalanmalar, trend ile orantılı olarak değişiyorsa çarpımsal model daha uygundur. Toplama varsayımı ise bu dört bileşenin ortogonalliğine dayanmaktadır. Bu modelde genel olarak mevsimlik hareketler trend ile ilişkili olarak sabit bir seyir göstermektedir. Her iki modelin grafiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.



Toplamsal İlişki



Çarpımsal İlişki

Zaman serilerinden mevsimsel dalgalanmaların arındırılmasında uygulamada ençok kullanılan mutlak ve nisbi hareketli ortalamalar ve ortalama yüzde metodlarıdır. Bunun yanında regresyon modeline bu mevsimsel etkiyi yansıtan yapay değişkenlerin modele katılımı ile inceleme de mümkündür.

Zaman serilerinde var olan mevsimsel etkilerin arındırılmasına yönelik çalışmalarda enküçük kareler yönteminin uygulanmasına ilişkin ilk çalışmalar Arne Fisher, Horst Mendershausen, Dudley Cowden, A.Hald, L. Hurwicz, H. Eisenpress, Richard Stone, Julius Shiskin ve John Frechtling tarafından yapılmıştır.

Mevsimsel dalgalanmaların regresyon yoluyla incelenmesi sonucu elde edilen artıklar(hata terimi) toplamı, idempotentiyi, ortagonaliteyi ve simetriyi sağlayan düzeltilmiş bir zaman serisi meydana getirir.

Enküçük kareler yöntemi ile bir serinin mevsimsel etkilerden arındırılması için ilgili değişken, D ile gösterilen mevsimsel yapay değişkenler ile regresyona tabi tutulur. Bir yıldan diğer bir yıla değişmeyen düzenli bir mevsimsel etki için yapay değişkenlerin bir kümesi üzerinde y yılının m mevsimi için regresyon analizi Xym şu şekilde olacaktır:

$$X_{ym} = \sum_{i=1}^{k} b_i D_{ymi} + e_{ym} \tag{1}$$

Burada k, bir yıldaki mevsimsel dönem sayısını göstermektedir. Örneğin aylık veriler ile çalışılıyor ise k'nın alacağı değer 12 olacaktır.

$$D_{ymi} = \begin{cases} 1, & \text{i. mevsim için} \\ 0, & \text{diğer mevsimler için} \end{cases}$$

e_{ym} , klasik regresyondaki hata terimine ilişkin varsayımları sağlayan rassal şoklardır.

X değişkeni için mevsimsel düzeltme $X^{a}_{ym} = e_{ym} + \overline{X}$ şeklinde olacaktır. Burada $\overline{X}$, orijinal serinin aritmetik ortalamasıdır.

3.1 Matris Notasyonuyla Gösterim

Y bağımlı değişken, X ise bağımsız değişkenler kümesi olmak üzere mevsimsel düzeltmede enküçük kareler yönteminin uygulanmasının matris notasyonu ile gösterimi,

$$Y = X\beta + D\alpha + \varepsilon \qquad E(\varepsilon) = 0 \tag{2}$$

şeklinde olacaktır. Burada;

Y, tx1 boyutunda bağımlı değişken sütun vektörüdür,

X, txk açıklayıcı değişkenler matrisi,

ε, (tx1) boyutunda hata terimi sütun vektörü,

D, (txd) boyutlu mevsimsel kukla değişkenler matrisi,

β, a ise bilinmeyen parametreler vektörüdür.

e'e kareli artıkların toplamını minimize eden kx1 boyutlu b vektörünün regresyon katsayılarını hesaplamak için enküçük kareler uygulaması, e = Ya - b Xa b eşitliğinden,

$$b = (X'_a X_a)^{-1} X'_a Y_a = \beta + (X'_a X_a)^{-1} X'_a (Y_a - X_a\beta) \tag{3}$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlikteki "$_a$" alt indisi düzeltme işlemini göstermektedir.

Son eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimin beklenen değeri kaybolmadıkça mevsimsel olarak düzeltilmiş veriye (bilgiye) göre enküçük karelerin uygulanması, parametre vektörü b'nın yansız tahminlerini verecektir. Mevsimsel düzeltme tekniğinin toplamları sağladığı varsayıldığında, txt boyutlu bir A matrisi mevcut olacaktır. Bu durumda $Y_a = AY = AX\beta + AD\alpha + A\varepsilon$'dır. Ayrıca $AD = 0$ olduğu durumda $D\alpha$'yı yok edecek işlemde $Y_a - X_a\beta = A\varepsilon$'ya eşit olacaktır. Düzeltme işlemi bu iki özelliğe sahip olduğunda, (3) denklemi aşağıdaki eşitliğe indirgenir:

$$b = \beta + (X'_a X_a)^{-1} X'_a A\varepsilon \qquad (4)$$

X örnekten örneğe sabitse, b, β'nın yansız bir tahmin edicisi olacaktır. Orijinal veriler, açıklayıcı değişkenlerin kümesi olarak D matrisi ile enküçük kareler işlemi kullanılarak mevsimsel etkiden arındırılmıştır. Mevsimsel düzeltme matrisi,

$A = I - D(D'D)^{-1}D'$ şeklinde olacaktır. Bu matris, mevsimsel olarak düzenlenmiş bilgi ile yansız parametre tahmini için Da'yı yok edebilecektir.

4. Turizm Gelirlerinde Mevsimsel Dalgalanmaların İncelenmesi

Turizm gelirleri, yurtdışından gelen yabancı sayısı ile ilişkilendirilerek regresyon analizi yöntemi ile incelenecektir. Veri kümesi 1987 - 1997 yılları arası aylık gözlemlerden oluşmaktadır.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + u \qquad (5)$$

Burada Y; turizm gelirleri (milyon $)

X; yurtdışından gelen yabancı sayısı (kişi)

Her iki değişkende de mevsimsel etkiyi arındırmak için aşağıdaki regresyon analizleri yapılmıştır.

$$LnY_t = \Sigma\, \beta_i D_i + u_1$$

$$LnX_t = \Sigma\, \alpha_i D_i + u_2$$

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{i. ay için} \\ 0, & \text{diğer aylar için} \end{cases}$$

Bu iki regresyon sonuçları Tablo 1'de verilmiştir.

Her iki seride de mevsimsel yapay değişkenlere ait katsayılar istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. F testleri anlamlıdır. Bu sonuçlara göre serilerde mevsimsel dalgalanma olduğu söylenebilir.

X ve Y serilerinden mevsimsel etkilerin arındırılması için yukarıdaki doğrusal modellerden elde edilen hata terimlerinden yararlanılmıştır ve düzeltme işlemi aşağıdaki şekilde yapılmıştır.

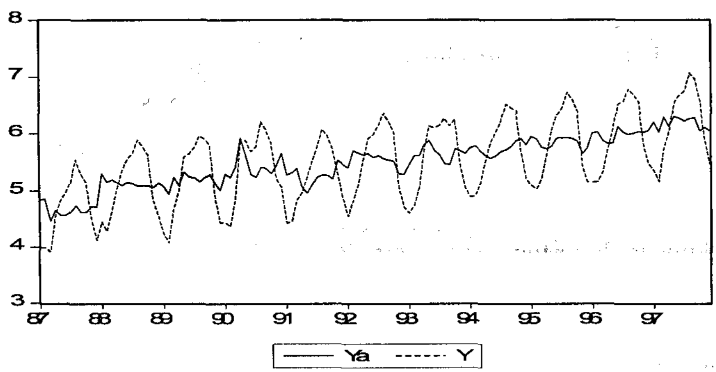
$$X_a = Ln\bar{X} + u_1$$
$$Y_a = Ln\bar{X} + u_2$$

Orijinal verilerin ve regresyon analizi ile mevsimsel olarak düzeltilmiş serilerin grafikleri çizilmiş, sonuçlar Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir.

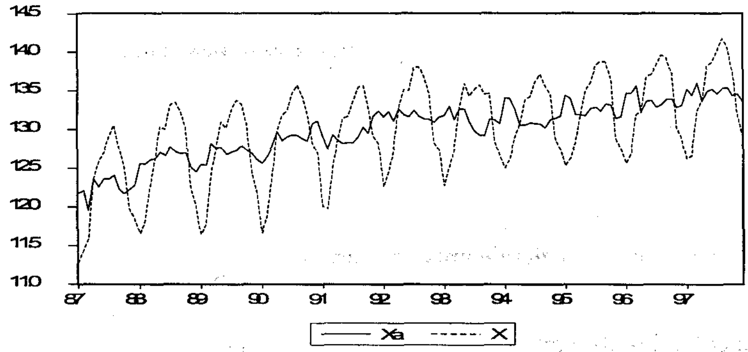
Tablo 1: Serilerin Mevsimsel Yapay Değişkenlerle Olan Regresyon Sonuçları

Bağımsız Değişkenler	**Bağımlı Değişken Y**		**Bağımlı Değişken X**	
D_1	4.656664	(34.09)	12.08949	(105.30)
D_2	4.640106	(33.96)	12.21849	(106.42)
D_3	4.958088	(36.29)	12.62201	(109.94)
D_4	5.412379	(39.61)	12.99893	(113.22)
D_5	5.767947	(42.22)	13.32052	(116.02)
D_6	5.911663	(43.27)	13.33110	(116.12)
D_7	6.033115	(44.16)	13.53568	(117.89)
D_8	6.308219	(46.17)	13.63576	(118.77)
D_9	6.187328	(45.29)	13.53068	(117.85)
D_{10}	6.030496	(44.14)	13.32170	(116.04)
D_{11}	5.280193	(38.65)	12.73180	(110.89)
D_{12}	4.922143	(36.03)	12.56947	(109.48)
R^2, F, DW	0.64, 19.80, 0.12		0.66, 21.57, 0.11	

Parantez içindeki değerler t istatistikleridir.



Şekil 1: Turizm Geliri(Y) ve Mevsimsel Olarak Düzeltilmiş Değeri(Ya)



Şekil 2: Yurtdışından Gelen Yabancı Sayısı(X) ve Mevsimsel Olarak Düzeltilmiş Değeri(Xa)

Şekil 1 ve Şekil 2 incelendiğinde her iki seride de mevsimsel dalgalanmaların arındırıldığı görülmektedir.

Turizm gelirlerinin yurtdışından gelen yabancı sayısı ile ilişkilendirilerek regresyon analizi yoluyla incelenmesi amacına yönelik olarak 1987- 1997 yılları arası aylık veriler kullanılarak aşağıdaki alternatif regresyon analizleri yapılmıştır:

1. $Y = b_1 X + \sum_{j=1}^{12} a_j D_j + e_1$
2. $Y_a = b_0 + b_2 X_a + e_2$
3. $Y = b_0 + b_3 X + e_3$
4. $Y = b_0 + b_4 Xa + e_4$
5. $Y_a = b_0 + b_5 X + e_5$
6. $Y = b_6 X_a + \sum_{j=1}^{12} a_j D_j + e_6$
7. $Y_a = b_7 X + \sum_{j=1}^{12} a_j D_j + e_7$

Bu yedi tane alternatif regresyon sonuçları Tablo 2'de özetlenmiştir.

1, 2, 4, 6, 7 no'lu modellerde X değişkenine ait katsayılar aynı sonucu verecektir. Yani, $b_1 = b_2 = b_4 = b_6 = b_7$ olacaktır.

İster mevsimsel yapay değişkenleri kullanılarak regresyon analizleri yapılsın (1 no'lu modelde), isterse de düzeltilmiş verilerle regresyon analizi yapılsın sonuç değişmeyecektir. Yine önceden mevsimsizleştirme işlemine girilecekse, bu işi açıklanan değişken için yapmanın gerekli olmadığı görülmektedir(4 no'lu model).

Yukarıdaki yedi modelin katsayılarına ilişkin aşağıdaki çıkarımları da yapmak mümkündür:

$$b_1 = b_3 + (X'X)^{-1} X' [(X - X_a)b_1 - (Y - Y_a)]$$

$$b_1 = b_5 - (X'X)^{-1} X' (X_a - X)b_1 ,$$

Eğer i. regresyonun gözlemlenmiş artıkları ei ile gösterilirse,

$$e_1 = e_2 = e_4 - (Y - Y_a) = e_6 = e_7 \text{ olacaktır.}$$

Ayrıca çoklu korelasyon katsayılarına bakıldığında,

$$R_5 \leq R_7 = R_2 \leq R_1 = R_6$$

$$R_4 \leq R_6$$

$$R_3 \leq R_1$$

durumları beklenmektedir.

Turizm gelirlerine ilişkin yapılan bu yedi alternatif modelin regresyon sonuçları Tablo 2'de topluca verilmiştir. Regresyon katsayıları ve korelasyon katsayılarına ilişkin sayısal sonuçlar tüm beklentilerle uyumludur.

KAYNAKÇA

GREENE, W.,H.,(1993), Econometric Analysis, Macmillan Publishing Company, Second Edition, New York.

İŞÇİL, N.,(1973), İstatistik Metotları ve Uygulamaları, Ankara.

KÖKSAL, A.B.,(1976), İstatistik Analizi Metotları, B.Ü. Yayınevi, Ankara.

LOVELL, M.,(1963), "Seasonal Adjustment of Economic Time Series And Multiple Regression Analysis", American Statistical Association Journal, December.

SARAÇOĞLU, B.,(1990), "Ekonomik Zaman Serileri ve DİE Toptan Eşya Fiyat İndeksinde Trend ve Mevsimlik Dalgalanmaların Regresyon Yoluyla İncelenmesi", Gazi Üni. İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt 6, Sayı 1.

Tablo 2 : Alternatif Regresyon Sonuçları

Model	Sabit	X	X_a	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}	R^2	F	DW
$Y = b_1 X + D + e_1$	---	1.112758 (28.79)	---	-8.7960 (-18.72)	-8.9561 (-18.86)	-9.0871 (-18.56)	-9.0528 (-17.93)	-9.0546 (-17.50)	-8.9226 (-17.24)	-9.0288 (-17.18)	-8.8650 (-16.75)	-8.8690 (-16.88)	-8.7933 (-17.00)	-8.8872 (-17.97)	-9.0646 (-18.56)	0.95	212	0.64
$Y_a = b_2 X_a + e_2$	-8.9480 (-18.62)	---	1.1127 (30.09)	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0.87	905	0.64
$Y = b_3 X + e_3$	-9.0305 (-26.91)	1.1191 (43.39)	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0.93	1882	0.95
$Y = b_4 X_a + e_4$	-8.9480 (-4.73)	---	1.1127 (7.65)	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0.31	58	0.35
$Y_a = b_5 X + e_5$	0.6536 (0.98)	0.3737 (7.35)	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0.29	54	0.23
$Y = b_6 X_a + D + e_6$	---	---	1.1127 (28.79)	-9.8004 (-19.42)	-9.8169 (-19.45)	-9.4990 (-18.82)	-9.0447 (-17.92)	-8.6891 (-17.22)	-8.5454 (-16.93)	-8.4239 (-16.69)	-8.1488 (-16.15)	-8.2697 (-16.39)	-8.4266 (-16.70)	-91769 (-18.18)	-9.5349 (-18.89)	0.95	212	0.64
$Y_a = b_7 X + D + e_7$	---	1.1127 (28.79)	---	-7.9436 (-16.90)	-8.0871 (-17.03)	-8.5362 (-17.41)	-8.9556 (-17.74)	-9.3134 (-18.00)	-9.3252 (-18.01)	-9.528 (-18.18)	-9.6642 (-18.25)	-9.5473 (-18.17)	-9.3147 (-18.01)	-8.6583 (-17.50)	-8.4777 (-17.36)	0.87	69	0.64