

Bazı Makro Ekonomik Zaman Dizilerinde Değişen Varyanslılığın İncelenmesi

Sabri Serkan KIZILSU*

Sezgin AKSOY**

Reşat KASAP***

This study has contained the application of models which is autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH) that improvised by Engle (1982) and its derivation models. At this research, firstly, theoretical structure of non-linear time series models are given and then their applications are introduced. In the application part, the modelling of time series which have different fluctuations has been done. These series are annual growth rates of the gross national product (GNP), rates of monthly consumer price index, monthly values of Istanbul Stock Exchange (ISE) National-100 index (based on Turkish Lira) for the end of term, and overnight interest rate of Esbank.

1.GİRİŞ

Günümüzde, karşılaşılabilecek zorluklar ve belirsizlikler ortamında karar alıcılar, gerek duydukları incelemeleri yapmak zorundadırlar. Bu incelemeler, karar alıcıların hedeflerine varmaları için olayların geçmişteki sonuçları ile gelecekteki belirsizlikleri aydınlatıcı unsurlar olacaktır. Örneğin makro ekonomik kaynakların gelecekteki durumlarını belirleyen faktörlerin etkisi önceden tam olarak kestirilemez. Verilerin zaman içindeki geçmiş eğilimleri bilinebilirse, gelecekteki belirsizlikler azaltılabilir. Bu ise sağlıklı kestirimler elde edilmesine yardımcı olabilir. Bundan dolayı zaman dizileri modellenmesine başvurulur.

Sabit ortalama ve varyanslı olmadıklarından dolayı çoğu ekonomik zaman dizilerinin modellenmesinde bilinen yöntemler yeterli olamamaktadır. Bundan dolayı yeni bazı açılımlar içeren yöntemler önerilmektedir. Bu yöntemlerden biri, otoregressif koşullu değişen varyans (ARCH) modeli olarak bilinip, bu konuya yönelik çalışmalar Engle (1982) tarafından başlatılmıştır.

* Esbank

** Yrd.Doç.Dr., Gazi Üniversitesi Ekonometri Bölümü Öğretim Üyesi.

*** Doç.Dr., Gazi Üniversitesi İstatistik Bölümü Öğretim Üyesi.

ARCH yönteminin Engle(1982) tarafından ortaya atılmasından sonra farklı türevleri önerilmeye başlanmıştır. Bunlardan ilki, uygulamada geniş yer bulan genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modelidir (Bollerslev, 1986). Diğer bazıları ise, üstel GARCH (EGARCH) modeli (Pagan ve Schwert, 1990), ARCH-M modeli, Eşiksel GARCH (TGARCH), Bileşke ARCH (C-ARCH) ve Asimetrik bileşke ARCH (AC-ARCH) (Engle *et al.*, 1987; Engle and Bollerslev, 1986; Rabemananjara and Zakoian, 1993) olarak yazılabilir.

Son yıllarda, yukarıda adı geçen modellemelerden bazıları kullanılarak, özellikle hisse senetleri ve döviz kurları dizileri gibi Türkiye verilerine ilişkin çalışmalar yapılmıştır (Yavan ve Aybar, 1998; Gökçe, 1998; Kasap, 1998; Türker, 1999; Kızılsu, 2000). Sözü edilen bu çalışmalar, benzer verileri kullanarak olaya daha çok modelleme açısından bakmışlardır.

Bu çalışmanın amaçlarından biri, doğrusal modellerin yanında, ARCH ve türev modelleri yardımıyla bazı ekonomik dizilerin belirsizlik durumlarını incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, farklı eğilimler gösteren yıllık GSMH büyüme hızı, aylık tüketici fiyat artışları, aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi (TL bazda) ve Esbank günlük repo oranlarına ait diziler analiz edildi. Buna göre önce uygun doğrusal modeller belirlenerek, eğer gerekiyor ise daha sonra, uygun koşullu değişen varyans yöntemleri kullanılarak modellenmişlerdir.

Bu çalışmanın İkinci Bölüm'ünde, doğrusal olmayan ARCH-GARCH modelleri ve türevleri tanıtılarak teorik çerçevesi özetlenmektedir. Üçüncü Bölüm ise uygulama kısmını içermektedir. Burada incelenen zaman dizileri tanıtıldıktan sonra, analizler yapılarak, sonuçları verilmiştir. Son olarak, Dördüncü Bölüm'de çalışmada elde edilen sonuçlar, yorumlanarak sunulmuştur.

2. ARCH - GARCH MODELLERİ VE TÜREVLERİ

Bu çalışmanın doğrusal olmayan teorik kısmını içeren konular bu bölümde verilecektir. Öncelikle temel modeller, ARCH (otoregressif koşullu değişen varyanslılık) ve GARCH (genelleştirilmiş ARCH) başlıklarında sunulmuştur. Daha sonra bunların türevleri olan diğer modeller özetlenmiştir.

2.1. ARCH Modeli

Bilinen zaman dizileri modellemesi artıkların sabit varyanslılık varsayımını ileri sürerler. Buna karşılık Engle (1982 ve 1983), artıkların varyansının sabit olmadığını, İngiltere enflasyon verilerini inceleyerek göstermiştir (Greene, 1993). İncelenen verinin adı geçen varsayımı sağlamaması durumunda Engle'in yapmış olduğu çalışmalar ARCH adını alarak literatüre girmiştir. Burada bu yöntem kısaca verilecektir.

2.1.1. Modelin tanımı, belirlenmesi ve tahmini

Engle (1982)'in çalışmasından hareketle, öncelikle birinci dereceden otoregressif model düşünülecek olursa,

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

burada ε_t , $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$ ile beyaz gürültü sürecidir. y_t nin koşulsuz ortalaması sıfır iken koşullu ortalaması, γy_{t-1} dir. Bilindiği gibi zaman dizileri modelleri ile yapılan kestirimlerdeki başarı, koşullu ortalamanın kullanılmasından ileri gelmektedir. y_t nin koşullu varyansı σ^2 ve koşulsuz varyansı ise $\sigma^2/1-\gamma^2$ dir.

Değişen varyanslılığın standart yaklaşımı, varyans öngören bir x_t dışsal değişkeni ileri sürmektedir. Buna göre sıfır ortalama ile model $y_t = \varepsilon_t x_{t-1}$ şeklinde yazılabilir. Burada ε_t 'nin varyansı yukarıda verildiği gibidir. y_t nin varyansı $\sigma^2 x_{t-1}^2$ dir. Yetersiz gibi görünen bu çözüm, hem koşullu ortalamaların hem de varyansların birlikte zamana göre değişebileceğini göz önünde bulundurmamak yerine, varyansın değişme nedenlerinin bir özelliği olarak algılanır. Belki de bu farklılık nedeniyle, zaman verilerinde, ARCH (değişen varyanslılık) düzeltmeleri olarak ele alınmaktadır.

Koşullu varyansın, serilerin geçmişte gerçekleşen değerlerine bağlı olmasına izin veren bir model Granger ve Andersen (1978) tarafından tanımlanan bilineer modeldir. Basit bir örnekle, $y_t = \varepsilon_t y_{t-1}$ olduğunda, koşullu varyans $\sigma^2 y_{t-1}^2$ 'dir. Bununla birlikte, koşulsuz varyans ya sıfır ya da koşulsuzluktur. Bu ise formülasyonu kullanışsız hale getirir. Ancak bazı genellemelerle bu problemten kaçınılabilir. Diğer taraftan daha çok tercih edilebilir bir model,

$$\begin{aligned} y_t &= \varepsilon_t h^{1/2}_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

ve burada, $V(\varepsilon_t) = 1$ 'dir. Bu, Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) olarak bilinen bir örnektir. Tam olarak bilineer bir model değildir, ancak çok yakındır. Normallik varsayımı eklenerek ψ_t , t zamanındaki bilgi seti açısından daha direkt bir şekilde ifade edilebilir. Koşullu yoğunluklar (sıklıklar) kullanılırken;

$$\begin{aligned} y_t \mid \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

dir. Varyans fonksiyonu daha genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-q}, \alpha) \quad (4)$$

burada q, ARCH sürecinin derecesi olup α , bilinmeyen parametreler vektörüdür.

ARCH regresyon modeli, y_t nin ortalaması, β bilinmeyen parametreler vektörü ile ψ_{t-1} bilgi setinde yer alan gecikmeli dışsal ve içsel değişkenlerin bir doğrusal kombinasyonu, $x_t \beta$ olarak elde edilir,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}, \alpha),$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (5)$$

4

olmaktadır. Varyans fonksiyonu, şimdiki ve gecikmeli değerleri de içerdiğinde daha da genelleştirilerek, $h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}, x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-q}, \alpha)$ biçiminde yazılabilir. Daha basit olarak, $h_t = h(\psi_{t-1}, \alpha)$ olur. (5) deki ARCH modeli, yeniden aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Engle, 1982):

$$h_t = h_\varepsilon(\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}, \alpha) h_x(x_t, \dots, x_{t-q}) \quad (6)$$

Engle (1982) 'a göre, ARCH model denklemindeki parametrelerin her biri sıfıra eşit ve daha büyük (sabit terim sıfırdan büyük) ve sabit hariç toplamları birden küçük olmaları istenmektedir. α_i 'lerin toplamının birden büyük olması, sürece ait varyansı sonsuz kılacaktır.

Bilindiği gibi asimptotik durumda, en küçük kareler ve en çok olabilirlik tahmin edicileri birbirine yakınsamaktadır. Ancak en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak, ARCH artıklarına sahip bir doğrusal regresyon modelinin, daha etkin tahminler vereceği kabul edilmektedir (Engle, 1982). Literatürde ARCH etkisini tesbit edebilen bir çok ölçüt olmasına rağmen genellikle kullanılan test, Lagrange Çarpanı (LM) yöntemidir (Davidson ve MacKinnon, 1993). Bu sürece yönelik test işlemi ile ilgili detaylı bilgi benzerlik göstermesi bakımından, takip eden kısımda sunulacak GARCH modeli ile beraber verilecektir.

2.2. GARCH Modeli

Bu konudaki çalışmalarda, ARCH modelleme sürecinde koşullu varyansın belirlenebilmesi için uzun gecikme yapılarının modele alınmasından kaynaklanan bazı problemlerle karşılaşılmaktadır. Bunlardan en belirginini, parametre hatalarının pozitif olma kısıtının sağlanmasına yöneliktir (Engle, 1982 ve 1983; Engle ve Kraft, 1983). Bu sebeple, gecikme yapılarına kısıtlar konarak, uzunlukların doğrusal olarak azalmalarını sağlayabilecek ve benzeri sorunları çözmeye izin verebilecek ARCH sınıfı yeni modeller oluşturuldu (Bollerslev, 1986). Bu çözümler için önerilen modellerden biri genelleştirilmiş otoregressif koşullu değişen varyanslılık (GARCH) modelidir.

2.2.1. GARCH (p,q) modelinin tanımı

Bollerslev (1986), göz önüne alınarak, ε_t , kesikli-zaman stokastik süreci ve ψ_t , t zamanı ile tüm bilgilerin bilgi seti olmak üzere, GARCH(p,q) süreci şöyle verilir:

$$\varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (9a)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b, \quad (9b)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (9c)$$

$$= \alpha_0 + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)h_t;$$

burada aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır:

$$p \geq 0, q > 0$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, q,$$

$$\beta_i \geq 0, i = 1, \dots, p.$$

$p = 0$ için süreç, ARCH (q) sürecine geçer ve $p=q=0$ alınırsa ε_t basit olarak beyaz gürültü sürecidir. ARCH(q) sürecinde, koşullu varyans yalnızca geçmiş örnek varyanslarının doğrusal bir fonksiyonu olarak verilirken, GARCH(p,q) süreci gecikmeli koşullu varyansların girişine de izin verir. Yukarıdaki kısıtlara ek olarak, α_i ve β_i parametrelerinin toplamı birden küçük olmalıdır (Bollerslev, 1986).

2.2.2. ARCH ve GARCH için test işlemi

Modelde GARCH etkisinin varlığı, tahmin işlemlerine başlanmadan önce yapılmalıdır. Bu ise bir takım test işlemlerini gerektirmektedir. Koşullu varyansın tespitinde kullanılan Engle (1982) 'ın ARCH testinde verilen LM testi, GARCH modelinde de bazı küçük değişikliklerle benzerlik gösterir (Mills, 1993). ARCH modeli için kurulan hipotez,

$$H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$$

$$H_1: \text{en az bir } \alpha_i > 0, i=1, 2, \dots, q$$

şekindedir. Bunun anlamı, sıfır hipotezinde ARCH etkisi olmadığıdır. Bu hipotez altında $LM=TR^2$ test istatistiği hesaplanarak, q serbestlik dereceli ki-kare dağılımının tablo değeri ile karşılaştırılarak hipotez hakkında karar verilir.

Benzer şekilde, LM testi GARCH (p,q) modelinin test edilmesinde de kullanılır (Bollerslev, 1986). Genelleştirilmiş ARCH(p,q) modeli için hipotez, ARCH modeli için yukarıda verilen hipotez göz önüne alınarak,

$$H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_q = \beta_1 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1: \text{en az bir } \alpha_i > 0, \beta_j > 0, i=1, 2, \dots, q \text{ ve } j=1, 2, \dots, p$$

şeklinde yazılabilir. GARCH etkisi olup olmadığına, $(p+q)$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip, LM test istatistiği kullanılarak karar verilir. Buna göre LM (Lagrange çarpanı) test istatistiği için öncelikle kısmi koşullu varyans eşitliği,

$$z'_t = (1, \varepsilon^2_{t-1}, \dots, \varepsilon^2_{t-q}, h_{t-1}, \dots, h_{t-p})$$

ve

$$\omega = (\alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)$$

olmak üzere,

$$h_t = z'_t \omega = z'_{1t} \omega_1 + z'_{2t} \omega_2 \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir (Engle ve Kraft, 1983). Buradan $H_0: \omega_2 = 0$ için söz konusu istatistik şöyle verilir:

$$LM = \frac{1}{2} f'_0 Z_0 (Z'_0 Z_0)^{-1} Z_0 f_0, \quad (8a)$$

burada,

$$f_0 = (\varepsilon^2_{1T} h_1^{-1} - 1, \dots, \varepsilon^2_{1T} h_T^{-1} - 1)', \quad (8b)$$

ve

$$Z_0 = \left(h_{1T} \frac{\partial h_1}{\partial \omega}, \dots, h_{1T} \frac{\partial h_T}{\partial \omega} \right) \quad (8c)$$

dır. Söz konusu test istatistiği yaklaşık olarak, $LM = T.R^2$ yazılır ve modelde GARCH etkisini görmek için hesaplanan LM test değeri, $(p+q)$ serbestlik dereceli ki-kare tablo değerinden büyük olmalıdır (Bollerslev, 1986).

2.3 ARCH-GARCH 'in Türev Modelleri

Bu alandaki geliştirilen ilk model olan ARCH dan sonra diğer bazı türevleri ortaya atılmıştır. ARCH ile birlikte uygulamada yaygın olarak kullanılan EGARCH, TGARCH, C-ARCH ve AC-ARCH modelleri bu kısımda kısaca verilecektir. Engle (1995) 'de ifade edilen bu modellerin ortalama (M) 'daki uzantıları ile diğer benzeri türevlerini içeren modeller burada verilmeyecektir.

2.3.1 Üstel GARCH(p,q) (EGARCH) modeli

Pagan ve Schwert (1990) ve Nelson (1991) tarafından geliştirilen üstel GARCH veya EGARCH(p,q) modeli,

$$\log h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i f(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \log h_{t-i} \quad (9a)$$

olarak yazılır. Burada,

$$f(z_t) = \phi z_t + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)] ; z_t = \varepsilon_t / (h_t)^{1/2} \quad (9b)$$

dır. Bu modelin avantajı, tüm parametre kümelerinde koşullu varyanstaki pozitifliği sağlamasıdır. EGARCH modeli, GARCH modelindeki gecikmeli artık karelerini, asimetrisinin algılanabileceği şekilde bir fonksiyon ile ikame etmesiyle meydana gelmektedir (Yavan ve Aybar, 1998).

2.3.2 Eşiksel GARCH (TGARCH) modeli

TGARCH modeli, eşiksel koşullu varyansı irdelemeye yönelik bir yaklaşımdır. Burada, koşullu varyans bir işaret fonksiyon olup, farklı yönlerde ve büyüklüklerde yapıyı modellemede kullanılabilir. Bu durumda yeni değişkenin katsayısının istatistiksel olarak anlamlı olması durumunda, koşullu varyansdaki ARCH etkisi ortaya çıkmış olur (Engle ve Bollerslev, 1986). Buna göre model aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (10)$$

eğer $\varepsilon_t < 0$ ise, $d_{t-1} = 1$ ve diğer durumlarda ise $d_{t-1} = 0$ olacaktır.

2.3.3 Bileşke ARCH (C-ARCH) modeli

Koşullu varyansın sabit terimini, zaman-değişken ve sabit olmak üzere iki parçaya ifade eden C-ARCH modeli, kısa ve uzun dönem varyansını ve ayrıca, kısa-dönem varyansından, uzun dönem varyansına nasıl vardığını ifade etmektedir. C-ARCH(1,1) modeli, GARCH (1,1) modelinde bulunan ω parametresinin q_t parametresiyle değiştirilmesiyle elde edilmektedir. q_t parametresi, koşullu varyansın zaman-değişken kalıcı bileşkesi olarak düşünülmelidir. Buna göre,

$$h_t = q_t + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \quad (11a)$$

$$q_t = \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \quad (11b)$$

yazılır. Burada q_t , h_t 'de yerine konursa h_t , şöyle yazılabilir (Bollerslev *et al.*, 1994);

$$h_t = \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}). \quad (11c)$$

Burada ρ , q_t 'nin ω 'ye varma hızını göstermektedir. ϕ ise ARCH-GARCH'ın kalıcı bileşik etkisini ifade etmektedir. Ayrıca β , geçici GARCH etkisi ve α da geçici ARCH etkisidir.

2.3.4 Asimetrik bileşke ARCH (AC-ARCH) modeli

Asimetrik bileşke (AC-ARCH) modeli, bileşke-ARCH (C-ARCH) modelinin ileri bir yapısı olarak, C-ARCH modelinin asimetrik durumunu, eşiksel ARCH modelindeki gösterge değişkeni gibi bir değişken ile incelemektedir. Bu tarz gösterim, geçici ARCH etkisini bölerek koşullu varyansın asimetrisi ve büyüklüğü hakkında bilgi verebilmektedir. Söz konusu model,

$$h_t = \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \gamma(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1})d_{t-1} + \beta(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}), \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $e_t < 0$ ise $d_{t-1} = 1$ ve diğer durumlarda 0 değerini almaktadır (Rabemananjara ve Zakoian, 1993).

3. UYGULAMA

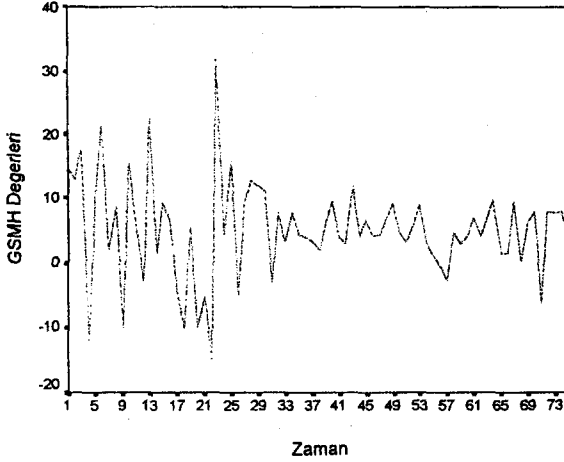
Bu bölümde, çalışmanın temel çatısını oluşturacak veriler ve bunların daha önceki bölümlerde verilen yöntemlere göre analizi ve bunlara ilişkin sonuçları verilecektir.

3.1. Diziler

Çalışmada, uygulama için güncel önemi olan bazı ekonomik diziler kullanılmıştır. Bu diziler, tamamen aynı yapıya sahip olmayan zaman dizilerinden seçilmeye çalışılmıştır. Buna göre inceleme konusu olan veriler; gayri safi milli hasıla (GSMH) büyüme hızı, aylık tüketici fiyat artışları (%), aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi (TL) ve Esbank'ın günlük repo oranları dizileridir. Bu diziler aşağıda kısaca açıklanmıştır.

3.1.1. Gayri safi milli hasıla (GSMH) büyüme hızı

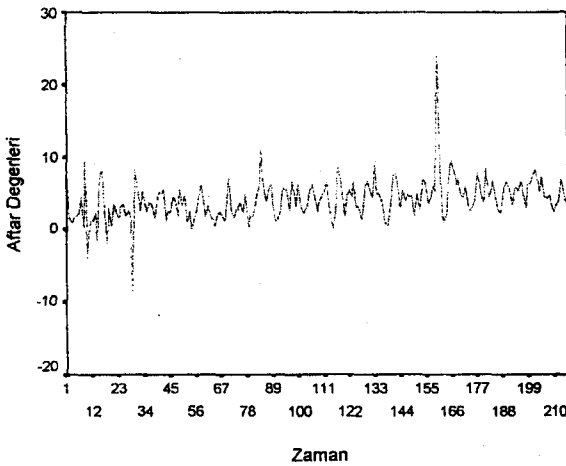
GSMH büyüme hızı verileri yıllık bazda, 1923-1998 yıllarını kapsamaktadır. (Capital, 1999). Söz konusu zaman dizisi DİE verilerinden yararlanılarak hazırlanmıştır. 1923-1947 dönemi, 1948 yılı fiyatlarıyla; 1948-1967 dönemi, 1968 fiyatlarıyla değerlendirilmiştir. Diziye ait grafik Şekil 3.1'de görülmektedir.



Şekil 3.1 GSMH büyüme hızları zaman dizisi (1923-1998)

3.1.2. Aylık tüketici fiyat artışları (Aftar)

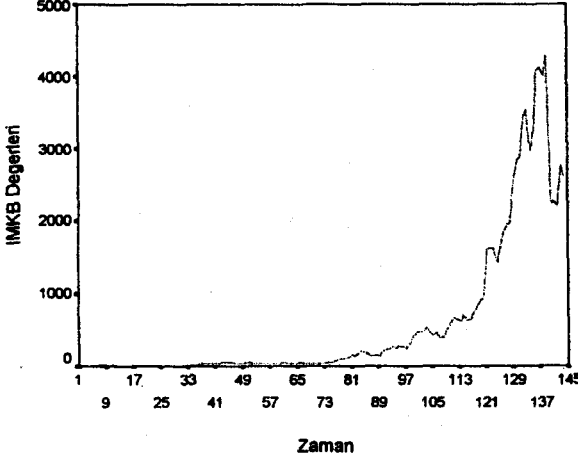
Aylık tüketici fiyat artışları (%) dizisi, Ocak 1981 - Aralık 1998 yıllarını kapsamaktadır (Capital, 1999). Söz konusu zaman dizisi DİE verilerinden yararlanılarak hazırlanmıştır. Değerler 1980=100 bazlı endekse göre hesaplanmıştır. Diziye ait grafik Şekil 3.2'de görülmektedir.



Şekil 3.2 Aylık tüketici fiyat artışları (%) (1981-1998)

3.1.3. Aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi (TL)

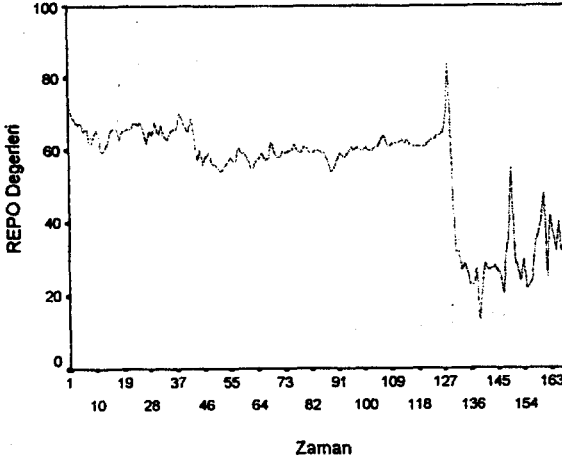
Aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi dizisi, Ocak 1987 - Aralık 1998 yıllarını kapsamaktadır (Capital, 1999). Burada 1986=100 dür. Söz konusu zaman dizisi İMKB verilerinden yararlanılarak hazırlanmıştır. Diziye ait grafik Şekil 3.3'de görülmektedir.



Şekil 3.3 İMKB-100 aylık dönem sonu bileşik endeksi (1987-1998)

3.1.4. Esbank günlük repo oranları

Esbank'ın 1 Temmuz 1999-29 Şubat 2000 tarihleri arasında günlük repo oranlarına ilişkin zaman dizisi. Bu değerler gün içerisindeki maksimum kapanış değerleridir. Diziye ait grafik Şekil 3.4'de verilmiştir.



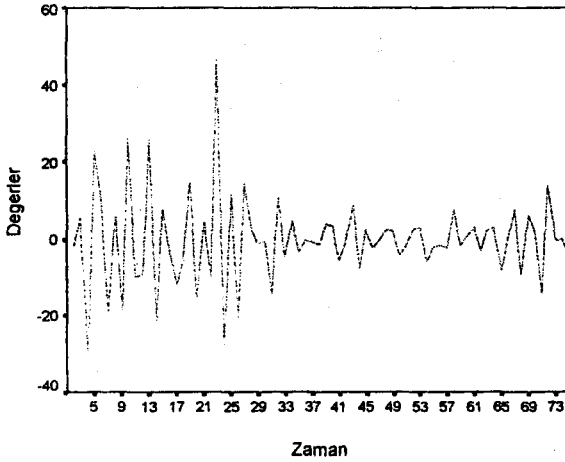
Şekil 3.4 Esbank günlük repo oranları dizisi (1 Temmuz 1999-29 Şubat 2000)

3.2. Analizler

Bu incelemede, önce ham veri bakımından doğrusal zaman dizileri modellemesi yapılmadan önce birim-kök testi yapılmış daha sonra doğrusal modellerin en uygunu, gerekli dönüşümler yapıldıktan sonra analiz edilerek, modeller seçilmiştir. Tüm dizilere ait seçilen bu en uygun doğrusal modellerin artıkları üzerinde, ARCH etkisi içerip içermedikleri araştırılarak ARCH-GARCH modeli ve diğer türevleri bakımından model tahmini yapılmıştır. 3.1 'de verilen zaman dizileri için elde edilen bütün analiz sonuçları aşağıda kısaca verilmiştir.

3.2.1. Gayri safi milli hasıla (GSMH) büyüme hızı için modelleme

Dizi, Şekil 3.1 'de verilen orijinal grafiğinde görüldüğü gibi durağan olmayan yapı içermektedir. Bu durum öncelikle dizinin ACF ve PACF değerleriyle, daha sonra yapılan birim-kök (Dickey ve Fuller (1979) ADF) testi (hesaplanan ADF= -3.174349) ile de birinci dereceden fark alınmasına karar verilmiştir. Şekil 3.5 'den görüldüğü gibi, uygulanan 1.fark dönüşümünden sonra elde edilen grafik, ARCH etkisinin varlığı şüphesini uyandırmaktadır.



Şekil 3.5 GSMH büyüme hızları dizisinin dönüştürülmüş değerlerine ait grafik

Öncelikle doğrusal modeller elde edilir. Elde edilen bu modeller için, model belirleme, tahmin, uygunluğunun tesbiti ve en iyi modelin seçimi şeklinde bilinen süreç izlenir (Box ve Jenkins, 1976; Wei, 1990). Bu konuda detaylı bilgi burada verilmeyecektir.

Buna göre, yukarıda grafiği verilen söz konusu veri için model aşağıdaki gibi bulunur.

$$\nabla Z_t = (1+0.98B)a_t$$

Modeldeki parametre tahmininin standart hatası, 0.000126 'dır. Ayrıca $R^2 = 0.58$ ve $AIC=6.97$ olarak bulunmuştur. Doğrusal modelin artıkları üzerinde yapılan incelemeye göre, $LM=5.8080$ ve ona karşılık gelen $p=0.0159$ olasılık değeri, kabul edilen anlamlılık düzeyleri 0.01 ve 0.05 için ARCH etkisinin varlığı tespit edilmiştir.

Çizelge 3.1 GSMH dizisi için koşullu değişen varyans modeli

	Parametre Tahmini	Standart Hata	Z-Değeri	p-Değeri
MA(1)	-0.989947	0.003364	-294.31920	0.0000
C	35.168240	4.287431	8.20264	0.0000
ARCH(1)	0.377958	0.138444	2.73004	0.0063

Yapılan modellemede artıklara ilişkin LM testi sonucuna göre ARCH etkisi ortadan kalkmıştır. Ayrıca Jarque-Bera Normallik Testi (Jarque and Bera-JB, 1987) 'ne göre de artıklar normallik varsayımını sağlamaktadır. Ayrıca artıklara ilişkin ACF ve PACF 'de herhangi bir model derecesinin işaretine rastlanmamıştır.

3.2.2. Aylık tüketici fiyat artışları (Aftar) için modelleme

Aylık tüketici fiyat artışları (Aftar)'a ilişkin 3.1'de verilen grafik ve hesaplanan $ADF = -7.749840$ değeri göz önüne alındığında, dizinin durağandışılık içermediği tesbit edilmiştir. Buna göre söz konusu verinin doğrusal modeli orijinal veriden hareketle,

$$Z_t = 4.03 + 0.28 Z_{t-1} + a_t$$

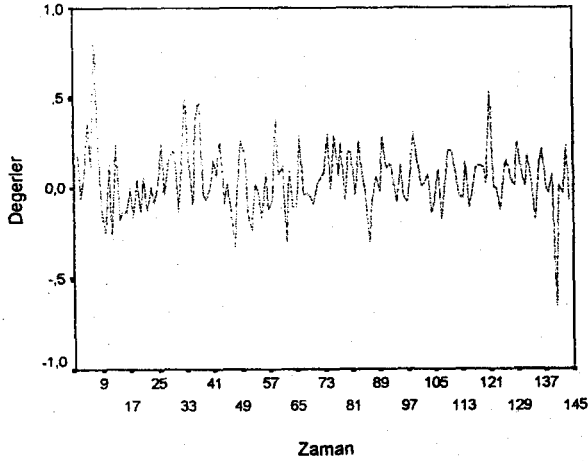
şeklinde bulunur. Parametre tahmininin standart hatası, 0.265027 olup, $R^2=0.08$ ve $AIC=4.90$ 'dır. Modelin artıkları için yapılan LM testi ARCH etkisini açıkça tesbit etmemiştir. Yani dizi bu test sonucuna göre ARCH etkisi içermemektedir.

3.2.3. Aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi (TL) için modelleme

Şekil 3.3'de verilen orijinal verinin grafiği dikkate alınarak, öncelikle bir logaritmik dönüşüm uygulanma gereği vardır. Daha sonra hesaplanan $ADF = -$

1.554215 sonucuna göre de fark dönüşümü yapılmıştır. Buna göre, logaritmalı İMKB-100 bileşik endeks verisinin 1. dereceden mevsimsel olan ve olmayan farkını gösteren Şekil 3.6 dikkate alındığında, dönüşümden sonraki dizinin sabit varyanslılık içerebileceği söylenebilir. Bu ifadeyi aşağıda verilen tüm analiz sonuçları da destekler şekildedir.

13



Şekil 3.6 İMKB-100 aylık dönem sonu bileşik endeks dizisinin dönüşüm grafiği

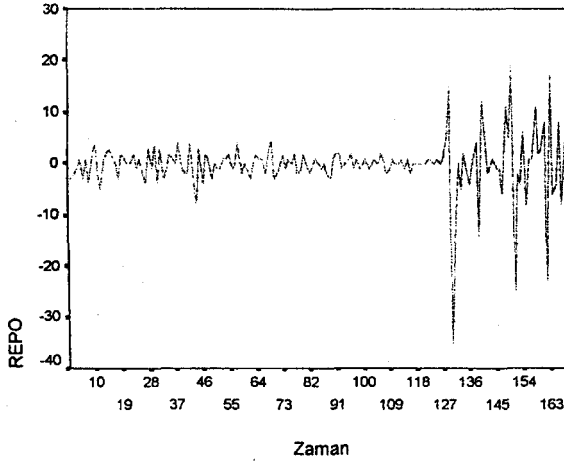
Öncelikle dönüşüm verisine ilişkin doğrusal modelleme yapılır. Buna göre

$$\nabla \nabla_{12} \log Z_t = (1 + 0.88B^{12})a_t$$

dır. Modelin tahmin edilen parametresinin standart hatası, 0.000103, R^2 değeri, 0.53 ve AIC ölçütü, -0.62 bulunmuştur. Artıklara ilişkin LM testi dikkate alındığında, hemen hemen hiç ARCH etkisinin bulunmadığı söylenebilir.

3.2.4. Esbank günlük repo oranları için modelleme

Şekil 3.4. 'da verilen orijinal verinin grafiği incelendiğinde açık bir düzensizlik içerdiği görülmektedir. Hesaplanan ADF= -2.423378 değeri dikkate alınarak birinci dereceden fark alınmıştır. Şekil 3.7 'den görüldüğü üzere 1.dereceden farkı alınmış repo dizisinin açık bir şekilde ARCH etkisi içerdiği söylenebilir.



Şekil 3.7 Esbank repo oranlarının dönüştürülmüş dizisinin grafiği

Buna göre elde edilen doğrusal model

$$Z_t = (1+0.28B)a_t$$

olarak bulunur. Modeldeki parametre tahmininin standart hatası, 0.074401 'dir. Ayrıca $R^2= 0.06$ ve $AIC=6.23$ olarak bulunmuştur. Bu modelleme sonucundaki artıklarında LM test istatistiği değeri 60.2721 ve buna karşılık gelen olasılık değeri sıfıra yakın çıkmıştır. Bu da artıkların yüksek dereceden ARCH etkisi içerdiğini göstermektedir.

Çizelge 3.4 Repo dizisi için koşullu değişen varyans modeli

	Parametre Tahmini	Standart Hata	Z-Değeri	p-Değeri
MA(1)	-0.290230	0.078850	-3.68078	0.0002
C	0.626448	0.197989	3.16406	0.0016
ARCH(1)	0.605135	0.082515	7.33367	0.0000
GARCH(1)	0.537999	0.035769	15.04103	0.0000

Çizelge 3.4 'da ifade edilen modelin artıkları dikkate alınarak yapılan LM testi sonucunda ARCH etkisinin azaldığı, fakat tamamen ortadan kalkmadığı tespit edilmiştir. Bu sonucu, ARCH (1) ve GARCH (1) 'e ait parametre tahminlerinin toplamalarının birden büyük olması desteklemektedir. Bu aynı zamanda dizideki belirsizliğin bir işareti olarak düşünülebilir.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, yıllık GSMH büyüme hızı, aylık tüketici fiyat artışları, aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksi (TL bazında) ve Esbank günlük repo oranlarına ait değerlerin oluşturduğu zaman dizileri kullanılmıştır. Diziler, doğrusal zaman dizileri açısından modellenerek, bunların artıklarından hareketle değişen varyanslılık yapıları, yani ARCH (otoregressif koşullu değişen varyanslılık) etkisi araştırılarak artıkların yapısı düzeltilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla değişen varyanslılık modellemesi olarak bilinen ARCH-GARCH modellemesi yapılmıştır. Bunlara, diğer türev modelleri EGARCH, ARCH-M, TGARCH ve diğerleri denenerek açıklayıcı model tespit edilmeye çalışılmıştır.

Bu işlemlere geçmeden önce, dizilerin durağanlık yapıları incelenerek, veriler için gerekli dönüşümler yapılmıştır. Çalışmada kullanılan dizilerden Aftar dizisi hariç diğer dizilere çeşitli dönüşümler uygulanmıştır. GSMH ve repo dizilerine yapılan ADF testinden sonra yalnızca birinci dereceden mevsimsel olmayan fark uygulanmıştır. Diğerlerinden İMKB-100 logaritmali dizilerine birinci dereceden mevsimsel olan ve olmayan fark uygulandı. Daha sonra bu dönüşüm dizileri için uygun en iyi doğrusal zaman dizisi modelleri elde edilmiştir.

Ardından, incelenen hata terimlerine ait testler sonucu, ARCH etkisinin olup olmadığı tesbit edilmeye çalışılmıştır. Bu test sonuçlarından hareketle, etki içeren diziler için ARCH-GARCH ve onların türevlerine ilişkin modelleme yöntemleri ile yeni modeller elde edilmiştir.

Buna göre, yıllık GSMH dizisi, durağan ve doğrusal zaman dizileri modellemesi bakımından ele alınarak, MA (1) modeli elde edilmiştir. Bu modele ilişkin artıklar için ARCH-LM testi sonucunda, modelde ARCH etkisinin varlığı belirlenmiştir. Tesbit edilen etkinin varlığının ortadan kaldırılması amacı ile yapılan modelleme ile ARCH (1) modeli elde edilmiştir. Bu modelin uygunluğu ise yine LM testi yapılarak sınanmış, etkinin ortadan kalkmış olduğu JB testi ile de desteklenmiştir. Ayrıca artıkların ACF ve PACF 'leri de herhangi bir model derecesi işaret etmemektedir. GSMH dizisini baz alarak yapılan bu inceleme sonucunda şu söylenebilir; bu tür diziler için otoregressif değişen varyanslılığın ortadan kalkması ile hataların belirsizliğini azaltmaya yönelik olarak elde edilebilecek en uygun tahminlerin, ARCH-GARCH yöntemleriyle yapılabileceği söylenebilir.

Aylık tüketici fiyat artışları (Aftar) dizisi için durağanlık testi sonucu ham veri üzerinden analiz yapılmış ve AR (1) modeline karar verilmiştir. Ardından LM testi sonucu güçlü bir değişen varyanslılık tespit edilememiştir. Bu bağlamda Aftar dizisi için doğrusal zaman dizisi modelinin en iyi tahminleri verebileceği düşünülebilir. Bunun anlamı, böyle zaman dizileri için değişen varyanslılık modellemesinin yapılmasına gerek olmayacağıdır.

Aylık dönem sonu İMKB-100 bileşik endeksine ait dizi için yapılan dönüşümler sonucunda en iyi doğrusal modelin SMA (12) olduğu tespit edilmiştir. Bu modelin

yapılan LM testine göre hemen hemen hiç değişen varyanslılık içermediği görülmüştür. Bu da bize, böyle bir dizi için ARCH türü modellemenin yapılamayacağı sonucunu gösterebilir. Her ne kadar İMKB-100 dizisinde ham veri bakımından Şekil 4.3'deki grafik incelendiğinde, belirsizlik varmış gibi görülse de, yapılan dönüşümden sonraki modellemede artıklara ilişkin belirsizliğin gerçekte var olmadığı ve doğrusal modelin uygun tahmin sonuçlar verebileceği söylenebilir.

Esbank günlük repo oranları dizisine ait orijinal verinin grafiğinin, açık bir düzensizlik içerdiği görülmektedir. Dönüşümden sonra da, dizinin grafiğine bakılarak ARCH etkisi içerdiği söylenebilir. Buna göre, elde edilen durağan doğrusal zaman dizisi modeli MA (1) 'dir. Bu modelleme sonucunda artıkların LM test istatistiğine göre yüksek dereceden ARCH etkisi içerdiği tespit edilmiştir. Analiz sonucunda, GARCH (1,1) modelinin artıkları dikkate alınarak yapılan LM testi ile ARCH etkisinin azaldığı, fakat tamamen ortadan kalkmadığı belirlenmiştir. Bu sonucu, ARCH (1) ve GARCH (1) 'e ait parametre tahminlerinin toplamalarının birden büyük olması desteklemektedir. Bu aynı zamanda dizideki belirsizliğin bir işareti olarak düşünülebilir.

Bütün bu sonuçlara ek olarak şöyle bir yorum yapılabilir; doğrusal zaman dizisi modelinin artıklarının yüksek dereceden belirsizlik içermesi, otoregressif koşullu değişen varyans modellerini kullanma ihtiyacını getirmiş olsa da, ekonomik ve finansal dizilerin kimilerinin ARCH tekniği ile modellenmeleri de yetersiz kalabilir. Bu ise, doğrusal zaman dizileri modellemesinin sonucunda ortaya çıkabilecek belirsizliklerin giderilmesinde, ARCH-GARCH ve onların türevleri ile yapılacak modellemelerin, daima geçerli olmayacağını ortaya koymaktadır. Her ne kadar doğrusal olmayan ARCH tekniği doğrusal modellemeye göre üstün gibi görülse de, bunun her zaman böyle olamayacağı, veriden veriye farklılık gösterebileceğini söyleyebilmek, bu çalışmanın temel sonucudur.

KAYNAKLAR

- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-27.
- Bollerslev, T. and Engle, R.F. and Nelson, D.B. (1994), "ARCH Models", *Handbook of Econometrics*. Edited By R.F. Engle, 4, 2959-3038.
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M.. (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day Inc, California.
- Capital Dergisi (Agustos 1999), Sayı 8, Infocard Eki.
- Davidson, R., MacKinnon, J.G. (1993), *Estimation and Inference in Econometrics*. Oxford University Press, New York.

- Dickey, D.A. and Fuller, W.A. (1979), "Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root", *Journal of American Statistical Association* 74, 427-431.
- Engle, R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK inflation". *Econometrica* 50, 987-1008.
- Engle, R.F. (1983), "Estimates of the Variances of U.S. Inflation Based on the ARCH Model", *Journal of Money, Credit and Banking*, 15, 286-301.
- Engle, R.F. (1995), *ARCH Selected Readings*, Oxford University Press, New York.
- Engle, R.F. and Bollerslev, T.(1986), "Modelling The Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews*. 5, 1, 1-50.
- Engle, R. F. and Lilien, D. M. and Robins, R.P. (1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", *Econometrica*. 55, 391-407.
- Engle, R.F. and Kraft, D. (1983), "Multi-period Forecast Error Variances of Inflation Estimated from ARCH Models", in A. Zellner (ed.), *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, Washington DC, 293-302.
- Gökçe, A. (1998), *Zaman Serilerinde Koşullu Değişen Varyanslılık Yapısı: ARCH Modelleri-Döviz ve Sermaye Piyasalarına bir Uygulama*, Basılmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ekonometri Bölümü, Ankara.
- Greene, W.H. (1993), *Econometric Analysis*, Second Edition, Macmillan Publishing Co., New York.
- Granger, C.W.J. and Anderson, A.P. (1978), *An Introduction to Bilinear Time Series Models*. Vandenhoeckand Ruprecht, Göttingen.
- İMKB Bültenleri, 1988-1996, İstanbul.
- Jarque, C. M. and Bera, A. K. (1987), "A Test for Normality of Observations and Regression Residuals", *International Statistical Review*, 55, 163-72.
- Kasap, R. (1998), "İMKB Bileşik İndeksinin Değişim Oranlarına İlişkin Dizisinin Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Zaman Dizileri Açısından Modellenmesi", *İstatistik Günleri Sempozyumu Bildiriler Kitabı*, Çukurova Üniversitesi ve Başbakanlık DİE, Ankara, 51-55.
- Kızılsu, S. S. (2000), *Doğrusal Olmayan Zaman Dizilerinde ARCH GARCH Modelleri ve Uygulaması*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Mills, T.C. (1993), *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Nelson, D. B. (1991), "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach" *Econometrica*. 59, 2, 347-70
- Pagan, A., and Schwert, G. (1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, 267-290.
- Rabemananjara, R. and Zakoian, J. M. (1993), "Threshold ARCH Models and Asymmetries in Volatility", *Journal of Applied Econometrics*, 8, 31-49.

Türker, Ö. (1999), Structural Time Series Modeling of Inflation Behaviour in Turkey, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Wei, W. W. S. (1990), Time Series Analysis: Univariate and Multivariate, Addison-Wesley Pub., UK.

18 Yavan, Z. A., ve Aybar, C. B.(1998), "İMKB'de Oynaklık", İMKB Dergisi, 2, 6, 35-47.