

## İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi

Atilla GÖKÇE\*

In this study, ARCH-class models have been estimated by using daily data on stock exchange (2245 observations) and later appropriate model have been chosen. The relationship between changes in volatility and market returns has been analyzed by estimating the volatility equation. Parameter estimates indicated a positive relationship between stock exchange volatility and stock exchange return. However, in this case, according to "news", the direction of the relationship may change with a reasonable lag. Furthermore, a strong and positive relationship between daily trading volume and daily rate of return have been observed.

### 1. Giriş ve Amaç

Geleneksel ekonometrik modeller, otokorelasyonun bir zaman serisi, değişen varyansın ise bir yatay-kesit verisi sorunu olduğunu varsaymaktadır. Bu durumda geleneksel yöntemlere göre hata teriminin varyansının sabit olduğu, yani zaman içinde değişmediği kabul edilmektedir. Bununla beraber birçok makroekonomik ve finansal değişkenlere ait zaman serilerinin genellikle geniş bir volatilité sergilediği görülmektedir ve bu gibi makroekonomik büyüklüklere ait zaman serilerinde, hataların varyansının zaman periyodları içinde değişmez olduğu varsayımı uygun olmamaktadır (Greene 1993: 438). Aslında bu gibi durumlarda, öngörü varyanslarında bir tür otokorelasyonla karşılaşmış olmaktadır. Oysa geleneksel ekonometrik yaklaşımda, değişen varyansın daha çok yatay-kesit verilerinin kullanıldığı modellerde ortaya çıkacağından söz edilirken, zaman serisi verileri ise sabit varyans içeren modellerde kullanılmıştır. Engle (1982) zaman serisi verilerinde karşılaşılan ve özellikle öngörülerde ortaya çıkan ardışık korelasyonun başka bir tipi üzerinde durmuş ve bu tür ilişki içeren zaman serisi değişkenlerinin ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) olarak isimlendirilen ve daha kompleks bir yapıya sahip teknikle modellenmesi gerektiğini belirtmiştir

\* Araş.Gör.Dr., Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü.

(Ramanathan 1992: 384). Varyansın sabit olmadığı serilerin durağanlaştırılması amacıyla, Box-Cox dönüştürmesi gibi üstel dönüştürme teknikleriyle dönüştürülmesine gerek kalmadan uygulanabilecek doğrusal olmayan modellerden en popüler olanı ARCH ve Genelleştirilmiş ARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) modelleridir.

Yukarıda sözü edildiği gibi, yüksek frekans içeren ve özellikle geniş volatiliteye sahip serilerin modellemeleri için çok geniş bir zeminde uygulama alanı bulunan bu yeni tekniği kullanarak, İMKB Ulusal 100 endeksi getirilerinin modellenmesi ve işlem hacmi ile getiriler arasındaki ilişkinin incelenerek modele katılması, araştırmanın temel amacını oluşturmaktadır.

Bu makalede, piyasalardaki belirsizliğin bir ölçüsü olarak da değerlendirilen volatilitenin nasıl hesaplanabileceği, yüksek volatilitenin varlığı durumunda nasıl modelleme yapılacağı oldukça yeni sayılabilecek modelleme teknikleri incelenerek hangi durumlarda en küçük kareler yöntemine tercih edileceği ortaya konulmuştur.

## 2. Modelin Tanımı

Çok sık kullanılan geleneksel zaman serisi modellerine bir alternatif olarak sunulan ARCH modelleri, zaman serisi yöntemlerindeki sabit varyans varsayımını bir kenara bırakarak, varyansın gecikmeli öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine izin vermiştir. Bu nedenle ARCH modelleri, tahmin sürecindeki değişen varyansı regresyonla birleştirmeye uygun bir tanımlamadır (Harvey 1991: 220). ARCH modelinde öngörü hatalarının karakteristik davranışlarının, regresyon artıklarına dayandığı varsayılmıştır. Burada aynı zamanda, regresyon artıkları da otokorelasyonlu olacaktır.

ARCH modelinde kullanılan koşullu varyans ( $h_t$ ),  $\Psi_{t-1}$  gerçekleşmiş bilgi setine (information set) bağımlıdır. Bu bilgi seti, dışsal değişkenler ve gecikmeli içsel değişkenler ile bu değişkenlerin parametreleri olan  $\beta$  vektöründen oluşmaktadır. Burada  $\varepsilon$  en küçük kareler artıklarını  $q$ , ARCH sürecinin sırasını,  $\alpha$  ise bilinmeyen parametreler vektörünü temsil etmektedir. Buradan hareketle ARCH regresyon modeli, normallik varsayımını da içerecek şekilde,

$$y_t | \Psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}, \alpha) \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$$

şeklinde gösterilir ki, burada  $x_t \beta$  ve  $h_t$ , sırasıyla  $y_t$ 'nin koşullu ortalaması ve varyansıdır.  $\alpha$  ve  $\beta$  parametre vektörü,  $x_t$  ise dışsal ve gecikmeli içsel değişkenler vektörüdür.  $y_t \beta$  ve  $h_t$  bileşenlerinin her ikisi de,  $\Psi$  bilgi setinin birer fonksiyonudur.

Artık model koşullu hale gelmiştir ve geçmiş dönem bilgisinin ışığında, öngörü varyansının değişmesine izin vermiştir. Model, daha iyi bir öngörü aralığının sağlanmasına da olanak vermektedir (Engle 1982).

(1)'deki ARCH modeli, ARMA ya da en küçük kareler yöntemlerine ait tahmin artıklarının karelerini kullanarak,

$$h_t = \alpha_0 \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + v_t \quad (2)$$

şeklinde formüle etmek olanaklıdır.  $v_t$  burada, beyaz-gürültü sürecine sahip olacaktır ve  $\varepsilon_{t-q}$ 'dan bağımsızdır.  $q$ . sıra ARCH modeli olarak isimlendirilen bu model ile özellikle yüksek volatilité sergileyen birçok zaman serisinin modellenmesi yapılabilmektedir.

Bu koşullu varyans serileri, kovaryansları sıfır, parametre toplamları birden küçük ( $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ ) ve koşulsuz varyansı sonlu olduğu için beyaz gürültü sürecine sahip olacaklardır. ARCH dağılımına sahip bir koşullu varyans, tesadüfi bir değişkendir ve koşulsuz momenti hesaplanarak, değişen varyansı (heteroscedasticity) ihmal eden tahminlerde kullanılabilir (Engle, Hendry ve Trumble 1985).

(2)'de verilen ARCH( $q$ ) modelinde,  $\varepsilon_t$ 'nin koşullu varyansı,  $\varepsilon_{t-1}^2$ 'in gerçekleşmiş değerine bağımlıdır. Eğer  $\varepsilon_{t-1}^2$ 'nin gerçekleşmiş değeri büyük ise,  $t$  dönemindeki koşullu varyans da büyük olacaktır (Enders 1995: 143). Bu durumda gözlemler (dolayısıyla  $\varepsilon_t$ 'ler) serisel olarak korelasyonsuz olsalar da, birbirlerinden bağımsız olmayacaklardır. Çünkü  $\varepsilon_t$ 'ler ikinci ve daha yüksek momentleri ile ilişkilidir. İlişkinin varlığı, en küçük kareler yönteminin etkinlik özelliğinin yitirilmesine neden olacaktır. Bu durumda varyanstaki bağımlılığı da ölçen En Çok Olabilirlik Yönteminin kullanımı ile, tam etkin tahminler elde edilebilmektedir.

### 3. Modelin Kısıtlamaları

ARCH modelinde alışılmışın dışında otoregresyon parametreleri ( $\alpha_0$  ve  $\alpha_i$ 'ler) kısıtlanmaktadır. Koşullu varyans ( $h_t$ ),  $\varepsilon_t$ 'nin gerçekleşen bütün değerleri için pozitif olmak zorundadır. Bu koşulun sağlanabilmesi için ARCH( $q$ ) denkleminde  $\alpha_0$  ve  $\alpha_i$  parametrelerinin negatif olamayacakları belirlenmektedir. Böylece,

$$\alpha_0 > 0 \text{ ve } \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, q$$

kısıtları yazılabilir.  $\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$  değerleri negatif olmayacağından bütün  $\varepsilon_t$  değerleri için koşullu varyans denklemi negatif değer almamalıdır. (2)'deki ARCH( $q$ ) süreci için fark denklemi kurallarını uygulayarak, sürecin karakteristik denklemi oluşturabilir:

$$1 - \alpha_1 \lambda - \alpha_2 \lambda^2 - \dots - \alpha_q \lambda^q = 0 \quad (3)$$

Burada, kovaryans durağanlığının sağlanabilmesi için denklemin karakteristik köklerinin  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$  mutlak değeri olarak birden büyük olması gerekmektedir (Higgins, Bera 1992). Denklem dinamik istikrarının sağlanabilmesi için gerekli koşul,  $\alpha_i$ 'lerin toplamının birden küçük olmasıdır:  $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$

ARCH( $q$ ) denkleminin parametrelerine getirilen bu son kısıtlama ihlal edildiğinde, örneğin  $\alpha_i$ 'lerin toplamının birden büyük olduğu durumlarda, süreç sonsuz varyansa sahip olacaktır (Engle 1983).

ARCH tesadüfi değişkenleri, dışsal ve gecikmeli içsel değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonu ile regresyon temellerine uygun olarak ifade edilebilir. Bu amaçla (1)'de verilen  $q$ . sıra ARCH modeli olabilirlik yaklaşımı da dikkate alarak tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned} y_t | \Psi_{t-1} &\sim N(x_t \beta, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q} \\ \varepsilon_t &= y_t - x_t \beta \end{aligned} \quad (4)$$

$$l = -\frac{1}{2} \sum \log h_t - \frac{1}{2} \sum \frac{\varepsilon_t^2}{h_t}$$

Modelin çözümü için olabilirlik fonksiyonu bilinmeyen parametreler  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya göre türevlenerek ençoklanmalıdır.

ARCH regresyon modeli iteratif bir tahmin süreci olduğu için modelin ARCH etkisi içerip içermediği uygun testler yardımı ile sınanmalıdır. Bu amaca en uygun test ise Lagrange Çarpanı ( $LM$ ) testidir (Davidson ve MacKinnon 1993: 558).

#### 4. ARCH Testi

Birinci sıra ARCH dağılımının testi, artık kareler arasındaki birinci sıra otokorelasyon sürecine dayanmaktadır ve  $q$  gecikme içeren duruma kolayca genişletilebilmektedir. ARCH dağılımının testi Lagrange Çarpanı ( $LM$ ) prensibine uygundur. ARCH regresyon modelindeki bilgi matrisinin blok diagonal olması nedeniyle, ARCH modelleri için en küçük kareler artıkları kullanarak Lagrange Çarpanı testini türetmek mümkündür (Harvey 1991: 221).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

Yardımcı regresyon olarak da isimlendirilen  $q$  gecikme uzunluğuna sahip bu koşullu varyans modelinde, ARCH etkisinin varlığının tesbiti hataların beyaz

gürültü sürecine sahip olduğunu ifade eden boş hipoteze karşı, ARCH etkisine sahip hataların varlığını savunan alternatif hipotez, aşağıdaki test istatistiği yardımı ile test edilerek belirlenecektir:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_q = 0$$

$$H_A : \text{en az bir } \alpha_i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

$$LM = (T - q)R^2 \quad (5)$$

işlemi ile bulunacaktır. Yardımcı regresyondan bulunan çoklu determinasyon katsayısı ( $R^2$ ) yardımı ile  $(T - q)R^2$  istatistik değeri hesaplanır.  $LM$  istatistiği, boş hipotez altında asimptotik olarak  $q$  serbestlik dereceli  $\chi^2_q$  dağılımına sahiptir. Boş hipotezin red edilmesi ile otokorelasyonlu olduğu anlaşılan en küçük kareler artıklarının kareleri, modelde ARCH etkisinin varlığını ortaya çıkaracaktır. Bu durumda modelde kullanılan en küçük kareler artıklarında ARCH etkisinin olduğuna karar verilmiş olacaktır. Etkinin varlığı tesbit edildikten sonra modeldeki regresyon denklemi ile yardımcı regresyon denkleminin artık ARCH regresyon tekniği ile tahmin edilmesi gereklidir.

Ekonometri yazınında ARCH modellemesi kullanımının başlaması ile birlikte zaman içinde, modelin teorik uzantıları da gelişmeye başlamış ve hızla uygulama alanı bulmuştur. ARCH sınıfındaki bu yeni yöntemlerin başlıcaları GARCH, ARCH-M, GARCH-M, EGARCH ve EGARCH-M modelleridir.

Beşinci bölümde, yukarıda söz edilen modeller içinde bir çok farklı alanda yüksek uyum sergileyen ve bu modellerin en önemli sayılanı Genelleştirilmiş ARCH: GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modeli incelenecektir. Bollerslev (1986) tarafından geliştirilen model, daha tutumlu bir gecikme yapısının varlığına izin verdiği için dikkat çekici özelliğe sahiptir.

## 5. GARCH( $p, q$ ) Modelleri

Varyansta meydana gelen değişme içsel ise, yani varyansın geçmiş dönem değerleri cari değerinin belirlenmesinde rol alıyorsa, GARCH modeli ARCH modeline bazı durumlarda tercih edilebilecektir. Aynı zamanda ARCH( $q$ ) modelindeki gecikme yapısının çok uzun olduğu durumlarda, GARCH modelinin kullanımı ile gecikme yapısı kısaldığı için bu modeller daha kullanışlı olabilmektedir (Cromwell, Labys ve Terraza 1994: 56).

GARCH modelinde, koşullu varyans zaman içinde  $p$  ve  $q$  parametrelerine karmaşık matematiksel ilişkiler ile bağımlı olarak değişmektedir. Bu durumda koşullu varyansın ( $h_t$ ), kendi gecikmeli değerleri ve artıkların gecikmeli değerlerinin bir fonksiyonu olarak modellenmesi uygun olacaktır.  $\varepsilon_t$ , en küçük karelerden elde edilen stokastik bir süreç ve  $\Psi_t$  ise  $t$  dönemine ait bilgi setini ifade etmek üzere, GARCH( $p, q$ )

$$\begin{aligned}
y_t | \Psi_{t-1} &\sim N(x_t \beta, h_t) \\
h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i} + \dots + \sum_{i=1}^p \gamma_i h_{t-i} \\
\varepsilon_t &= y_t - x_t \beta \\
l &= -\frac{1}{2} \sum \log h_t - \frac{1}{2} \sum \frac{\varepsilon_t^2}{h_t}
\end{aligned} \tag{6}$$

40

süreci denklem seti ile modellenecektir (6)'daki GARCH( $p, q$ ) modelindeki  $q$  simgesi ARCH( $q$ ) modelinde olduğu gibi gecikmeli hata karelerin uzunluğunu temsil ederken,  $p$  simgesi ise modelin otoregresif kısmının gecikme uzunluğunu temsil etmektedir. Modelde aynı zamanda  $y_t$ , bağımlı değişkeni,  $x_t$ ,  $K \times 1$  boyutunda açıklayıcı değişkenler vektörünü ve  $\beta$  ise  $K \times 1$  boyutunda parametre vektörünü temsil etmektedir.

### 6. Hisse Senedi Piyasasında Koşullu Değişen Varyans Etkileri

Döviz kuru ve menkul kıymetler gibi finansal verilerin karakteristik zaman serisi özelliği ikinci-sıra dinamik bir yapıya sahip olmasıdır. Bu özellik, uluslararası finans piyasalarında meydana gelen kısa dönemli hareketlerin açıklanmasında büyük önem arz etmektedir. Günlük veriler gibi yüksek frekanslı finansal serilerin bir çoğunda istatistiksel bağımlılık gözlenmektedir. Bu bulgu, döviz kuru ve menkul kıymet getirileri gibi spekülative fiyatların günlük verileri için doğrusal olmayan stokastik süreçlerin uygulanabilir olduğu sonucunu doğurmaktadır. Bu bağımlılık yapısı, getiri verilerinin dağılımlarına ait koşullu momentlerin öngörüsünün bulunmasına olanak vermektedir.

Engle(1982) ve Bollerslev(1986) tarafından temelleri atılan ve hızla gelişme olanağı bulan koşullu değişen varyans modelleri, finansal verilerin kısa dönemli hareketlerinin incelenmesi konusunda sıkça kullanılmıştır.

Çalışmanın takip eden bölümünde, İMKB Ulusal 100 endeksinin zaman serisi özellikleri incelenmiş ve getirilerin çeşitli koşullu değişen varyans modellerine olan uygunluğu deneyerek performansları karşılaştırılmış ve seri için en uygun olanının belirlenmesi amaçlanmıştır. Uygun modelleme yapıldıktan sonra, seriye ait volatilitenin tahmin edilmesi olanaklı hale gelecektir.

### 7. Veriler

Hisse senedi piyasasını en iyi temsil edebilecek değişken olarak Ulusal 100 endeksi (1986 = 1) belirlenmiş ve endeksin zaman serisi özellikleri ve bazı önemli istatistiksel büyüklükleri incelenmiştir.

Hisse senedi piyasasında volatilitenin sağlıklı olarak hesaplanabilmesi için getiri oranlarının bulunması gereklidir. Bu amaca uygun olarak önce Ulusal 100 endeksine ait günlük getiri oranları hesaplanmıştır. Analizde kullanılan veri seti, Meta Stock 4.5 paket programından 02.01.1989 -31.12.1997 tarihleri arasındaki 2245 işlem günü için derlenerek oluşturulmuştur. Günlük getiri oranları logaritmik birinci farklar alınarak,

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (7)$$

formülü ile hesaplanmıştır. Burada  $r_t$ ,  $t$  günündeki Ulusal 100 endeksi günlük getirisi ve  $P_t$  ise endeksin  $t$  günündeki kapanış değerini temsil etmektedir. Bu işlemle, serinin durağanlığının sağlanması amaçlandığı gibi aynı zamanda, Ulusal 100 endeksine ait bileşik getiri oranının da günlük bazda elde edilmiş olması hedeflenmiştir. Özellikle günlük veriler gibi yüksek frekanslı serilerde  $r_t$  serisi, aritmetik getiri oranı ile çok büyük benzerlik taşımaktadır (Akgiray 1989, Bollerslev, Engle ve Nelson 1994: 3018).

Ulusal 100 endeksinin hareket eğiliminin dolayısıyla endeks getirisinin, gün içindeki gerçekleşen işlem hacmi ile doğrudan ilişkisi bulunmaktadır. Bu nedenle, endeks getirisini açıklayabilmek için işlem hacmindeki değişim oranının analizde yer alması uygun yaklaşım olacaktır. Bu amaçla, günlük getiri oranının açıklanabilmesi için modele bir yenilik olarak, günlük işlem hacmindeki (volume) değişim oranı bir açıklayıcı değişken olarak dahil edilecektir. Günlük değişim oranı,

$$vol_t = \ln\left(\frac{Volume_t}{Volume_{t-1}}\right) \quad (8)$$

formülü ile hesaplanmıştır. Burada,  $vol_t$ , günlük işlem hacmindeki değişim oranı,  $Volume_t$  ise günlük işlem hacmidir.

## 8. İstatistiksel Yapı

Ulusal 100 endeksinin zaman içindeki eğilimi incelendiğinde, özellikle 1993 yılının ilk yarısına kadar olan dönemde çok büyük bir fiyat hareketinin olmadığı görülmektedir. Bu nedenle endeksin istatistiksel özellikleri incelenirken, serinin iki alt dönem halinde incelenmesi uygun görülmüştür. Bu amaca uygun olarak, endeks serisi, 1989 yılından 1993 yılının ilk yarısına ( $n_1 = 1120$ ) ve 1993 yılının ikinci yarısından 1997 yılı sonuna kadar ( $n_2 = 1125$ ) olan iki alt dönem halinde ve tüm örnek döneminde ( $n = 2245$ ) olmak üzere analiz edilmiştir. Tablo(1) ve Tablo(2)'de değişkenlere ait örnek istatistik değerleri yer almaktadır. Tablolar incelendiğinde

endeks değerine ait standart sapmanın ikinci alt dönemde dikkat çekici bir biçimde yükseldiği gözlenmektedir. Bununla beraber, getiri oranı serisine ait standart sapma ise ikinci alt dönemde azalma eğilimi göstermiştir. Bu tesbit ile, ikinci dönemde endeks değerinin ortalamaya göre daha sert hareket etme eğilimi içinde olduğu, ancak getirilerin ortalamaya yakın hareket ettiği sonucu çıkarılmaktadır. Aynı sonuçlar, günlük işlem hacmi ile hacimdeki değişim oranında da gözlenmektedir.

**Tablo1.** Ulusal 100 Endeksi Kapanış Değeri ve Günlük İşlem Hacmi İçin Örnek İstatistik Değerleri

İSTATİSTİK	$P_t$			$Volume_t$		
	$n$	$n_1$	$n_2$	$n$	$n_1$	$n_2$
Örnek Büyüklüğü	2245	1120	1125	2245	1120	1125
Ortalama	401.7295	35.5026	766.0032	766529.8	24777.55	1504985
Medyan	101.7550	37.0701	466.92	116462.6	10781.47	1054879
Maksimum	3543	117.86	3543	9554160	255042.2	9554160
Minimum	3.713	3.7130	90.65	48.6940	48.6940	62772.6
Standart Sapma	661.7581	19.3242	779.2235	1326337	32571.61	1554666
Çarpıklık	2.5296	0.7959	1.6914	2.8117	2.2681	2.0622
Basıklık-Diklik	9.3082	5.6362	5.0909	12.6023	9.5609	7.9533
Jarque-Bera	6114.07*	442.181*	741.401*	11683.1*	2969.13*	1947.51*
L.B(5)	10890*	5868*	5433*	9520.8*	4480*	4433.3*
L.B(10)	21288*	9960.4*	10584*	18432*	8267*	8474.7*
L.B(20)	40775*	17686*	20134*	34283*	14486*	15334*
L.B(30)	58608*	23908*	28737*	47823*	19799*	20804*
L.B(40)	74858*	29025*	36438*	59551*	24854*	25234*

\* .01 güven derecesinde anlamlıdır.

Tablo(1)'de Ulusal 100 endeksi için hesaplanan çarpıklık (skewness) değeri tüm örnek dönemi için 2.5296 olarak ile sağa çarpık bulunmuştur. Endeks değerinin büyüklük olarak özellikle ikinci alt dönemde değer kazanması sonucu aritmetik ortalama büyüyerek, endeksin günlük kapanış değerlerinin bir çoğunun ortalamanın altında oluşmasına neden olmuştur. Tablo(2)'deki endeks getirileri için durum daha farklıdır. Çarpıklık değeri bütün dönemler için negatif olarak bulunmuş ve dağılımın sola çarpık bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

Buna göre gerçekleşen günlük endeks getirilerinin çoğunluğu ortalamanın üzerinde yer almaktadır. Böylece, tüm örnek dönemi için İMKB getirilerinin aritmetik ortalamasının üzerinde getiri sağladığı gün sayısı, aritmetik ortalamanın



altında getiri sağladığı gün sayısından daha fazla olduğunu belirtmek uygun olacaktır. Bununla beraber, birinci alt dönemde getirilerin ortalamasının altında getiri sağladığı gün sayısı daha fazla olurken, ikinci alt dönemde ortalamasının üzerinde getiri sağladığı gün sayısı daha fazladır. Basıklık-diklik (kurtosis) katsayıları açısından değerlendirildiğinde ise, endeks kapanış değerleri getiri oranlarına göre daha fazla diklik özelliği sergilemektedir. Bu diklik ikinci alt dönemde küçük de olsa artış göstermiştir. Buna göre, endeks getirilerinin heterojen bir dağılım sergilemediği sonucu çıkmaktadır.

**Tablo2.** Ulusal 100 Endeksi Getiri Oranı ve Günlük İşlem Hacmi Değişim Oranı İçin Örnek İstatistik Değerleri

İSTATİSTİK	$P_t$			Volume <sub>t</sub>		
	$n$	$n_1$	$n_2$	$n$	$n_1$	$n_2$
Örnek Büyüklüğü	2245	1120	1125	2245	1120	1125
Ortalama	401.7295	35.5026	766.0032	766529.8	24777.55	1504985
Medyan	101.7550	37.0701	466.92	116462.6	10781.47	1054879
Maksimum	3543	117.86	3543	9554160	255042.2	9554160
Minimum	3.713	3.7130	90.65	48.6940	48.6940	62772.6
Standart Sapma	661.7581	19.3242	779.2235	1326337	32571.61	1554666
Çarpıklık	2.5296	0.7959	1.6914	2.8117	2.2681	2.0622
Basıklık-Diklik	9.3082	5.6362	5.0909	12.6023	9.5609	7.9533
Jarque-Bera	6114.07*	442.181*	741.401*	11683.1*	2969.13*	1947.51*
LB(5)	10890*	5868*	5433*	9520.8*	4480*	4433.3*
LB(10)	21288*	9960.4*	10584*	18432*	8267*	8474.7*
LB(20)	40775*	17686*	20134*	34283*	14486*	15334*
LB(30)	58608*	23908*	28737*	47823*	19799*	20804*
LB(40)	74858*	29025*	36438*	59551*	24854*	25234*

\* .01 güven derecesinde anlamlıdır.

Bütün değişkenlerde tüm örnek dönemi ile karşılaştırıldığında, alt dönemlerde çarpıklık ve diklik katsayılarında bir azalma görülmektedir ve seriler normal dağılıma sahip değildir, ancak serilere uygulanan logaritmik dönüşümler sonucu seriler normal dağılıma yaklaşmışlardır. Bu bulgu aynı dönemde derlenen günlük döviz kuru getirileri için bulunan sonuçlarla paralellik göstermektedir. Bu benzerlik, finansal verilerin ortak özelliği olduğu için beklenen bir durumdur.

### 9. Bileşik Endeks Getirisi için Model Belirlenmesi

Ulusal 100 endeksi günlük getiri oranı serisi için farklı gecikme uzunlukları içeren ARMA modelleri denenerek uygun model belirlenmesi amaçlanmıştır.

Tahmin edilen modeller Akaike (*AIC*) ve Schwarz (*SCJ*) bilgi kriterleri ile Log-Olabilirlik (*LL*) değerleri ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

44

Tahminlere ait bilgi kriterleri değerlendirildiğinde MA(1) modelinin daha uygun bir model olduğu sonucuna varılmaktadır. Ancak, getiri oranı serisini açıklamak üzere kullanılacak olan günlük işlem hacmi değişkeni ile birlikte MA(1) modeli istatistiksel ve ekonometrik açıdan iyi sonuçlar vermemiştir. MA(1) modeli başka açıklayıcı değişken kullanılmadan tek başına koşullu değişen varyans modellerinden biri ile tahmin edildiğinde ise örneğin AR(1) modeline göre daha düşük performans göstermektedir. Bu nedenlerle gerek işlem hacmindeki değişimin, günlük getiri oranı üzerindeki etkisinin görülmesinde ve gerekse koşullu varyans modelindeki uyumu nedeni ile denenen ARMA modellerinden AR(1) modeli tercih edilerek, günlük işlem hacmi değişim oranı, modele açıklayıcı değişken olarak ilave edilmiştir. Böylece getiri oranı için en küçük kareler tahmin denklemi,

$$r_t = b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 vol_t + e_t \quad (9)$$

şeklini almıştır. (9) denklemi, günlük işlem hacmi ile gecikmeli getiri oranı değişkenleri kullanılarak, günlük getiri oranının açıklanmasına olanak sağlamaktadır.

Menkul kıymetler borsasında oluşan işlem hacmi ile menkul kıymet fiyatları arasındaki ilişki literatürde bir çok araştırmanın konusu olmuştur. Örneğin, ilk olarak fiyat-hacim ilişkisi, Karpoff(1987) makalesi ile incelenmiştir. Karpoff makalesinde, işlem hacmi ile hisse getirileri arasındaki beklenen ilişkiyi araştırarak doğrusal Granger nedensellik testini uygulamıştır. Test sonuçlarına göre, işlem hacmindeki değişim oranından getiri oranına doğru var olan güçlü doğrusal ilişki kanıtlanmıştır. Aynı çalışmada doğrusal olmayan ilişki ise zayıf olarak bulunmuştur. Hiemstra ve Jones(1994) ise yaptıkları çalışmada, doğrusal ve doğrusal olmayan Granger nedensellik testlerini kullanarak, Dow Jones endeksi getirileri ile New York Menkul Kıymetler Borsası (NYSE) işlem hacmindeki yüzde değişim arasındaki dinamik ilişkiyi araştırmış ve ilişkinin yönünün hacimden getiriye doğru olduğunu kanıtlamışlardır.

(9) modelinin en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilmesinden sonra modelde ARCH etkisinin varlığı belirlendiğinde ise model, ARCH/GARCH sınıfı modellerle tahmin edilecek ve takip eden aşamada günlük volatilitenin hesaplanması gerçekleştirilecektir. (9) denkleminin en küçük kareler tahmin sonuçları alt dönemleri ve tüm örnek dönemini kapsamak üzere Tablo(3)'de sunulmuştur.

**Tablo 3. En Küçük Kareler Regresyon Sonuçları<sup>a</sup>**

PARAMETRE/ İSTATİSTİK	ÖRNEK DÖNEMİ		
	<i>N</i>	<i>n</i> <sub>1</sub>	<i>n</i> <sub>2</sub>
<i>b</i> <sub>0</sub>	0.0024* (0.0005)	0.0023* (0.0008)	0.0024* (0.0008)
<i>b</i> <sub>1</sub>	0.1647* (0.0201)	0.1604* (0.0287)	0.1702* (0.0281)
<i>b</i> <sub>2</sub>	0.0261* (0.0019)	0.0251* (0.0029)	0.0273* (0.0026)
<i>R</i> <sup>2</sup>	0.1079	0.0955	0.1228
F	135.5236*	58.9164*	78.5388*
<i>LM</i> <sup>b</sup>	51.0688*	27.1452*	33.8538*
<i>SCI</i>	-7.1274	-7.0259	-7.2213
Log-Olabilirlik	4822.356	2351.659	2476.261
Örnek Büyüklüğü	2245	1120	1125

<sup>a</sup> Parantez içindeki değerler parametrelere ait standart hatalardır.

<sup>b</sup> Otokorelasyon için beşinci-sıra *LM* test istatistiğidir.

\* .01 güven düzeyinde anlamlıdır.

En küçük kareler tahmin sonuçlarına göre model, parametrelerin anlamlılığı ve denklemin tümel anlamlılığı yönden başarılıdır. Modelde açıklayıcı değişken olarak kullanılan işlem hacmi değişim oranı değişkeni, oldukça güçlü bir anlamlılığa sahiptir.

Tahmin denklemi incelendiğinde, modelin istatistiksel açıdan anlamlı bir kesit parametresinin olduğu, endeks getirisinin bir günlük gecikmesi ile aynı yönde hareket etme eğilimi içinde bulunduğu ve günlük işlem hacmi değişim oranındaki 1 puanlık artışın endeks getirisini yaklaşık olarak 0.03 puan yukarı yönlendireceği sonuçlarına varılmaktadır. Tahmin sonuçlarında dönemler arasında önemli bir farklılık gözlenmemiştir.

Bu aşamada, en küçük kareler artıkları ve artık kareleri için uygunluk kontrolleri yapılmalıdır. Artıklardaki serisel korelasyon için Brusch-Godfrey test modeli 5, 10 ve 20 gecikme için tahmin edilerek uygulanmış ve her bir gecikme için otokorelasyon olmadığını ifade eden boş hipotez .01 güven derecesinde red edilerek, otokorelasyon parametreleri anlamlı bulunmuştur. Artıklardaki değişen varyanslılığın testi için White testi uygulanmış ve artıklarda değişen varyanslılığın olmadığını savunan boş hipotez .01 güven derecesinde red edilerek modelde güçlü bir değişen varyansın olduğuna karar verilmiştir. İlgilenilen zaman serisi modelinde

güçlü bir otokorelasyon ve değişen varyanslılık yapısının bir arada bulunması, modelde koşullu değişen varyansın varlığının (ARCH etkisi) önemli bir işarettir.

Tüm bu istatistiklere ilave olarak, zaman serisi modelinde varlığından şüphelenilen koşullu değişen varyansın en belirgin bir şekilde ortaya konabilmesi için Engle'nin ARCH testinin uygulanarak kararın desteklenmesi gerekmektedir.

### 10. ARCH Testi

Test algoritmasının ilk basamağında en küçük kareler tahminlerinin elde edilip, artık karelerin hesaplanması yer alır. Bu amaca göre (9) modelinden artık kareler hesaplanarak en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilir:

$$e_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + a_q \varepsilon_{t-q}^2 + v_t$$

Yardımcı regresyon olarak anılan bu denklemden elde edilecek olan  $R^2$  ile,

$$LM = (T - q)R^2$$

test istatistik değeri hesaplanır.

Test algoritması işletilirken, a priori beklentiler dikkate alınmaksızın birinci-sıra ARCH testi ile başlanarak gecikme sayısı ardışık olarak artırılmıştır. Testin uygulandığı bütün gecikmelerde  $LM$  istatistiği .01 güven derecesinde anlamlı bulunmuştur. Buna göre artıkların ARCH/GARCH etkisine sahip olmadığını savunan boş hipotez kabul edilmeyerek, (9) modelinde ARCH/GARCH etkisinin varlığı ispatlanmış olmaktadır. Bu durumda, modeldeki değişen varyanslılık yapısına uygun olan bir tahmin tekniği kullanılarak, tahminlerin elde edilmesi gerekmektedir.

### 11. Bileşik Endeks Getirisi için Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Modelde ARCH etkisinin varlığı belirlendikten sonra bu aşamada, (9) modeline farklı matematiksel fonksiyonlara sahip koşullu değişen varyans modelleri uygulanacaktır. Modelin tahmini, çok sayıdaki farklı gecikme uzunlukları denenerak ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Denenen her bir model için  $p = 1$  ve  $q = 1$  derecelerinde elde edilen tahminler, uzun gecikme dönemlerini içeren modellere göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu nedenle Tablo(4)'de sadece birinci-sıra modellere ait tahmin değerleri sunulmuştur. Tabloda elde edilen tahminler, (9)'daki endeks getirisi denkleminin aşağıdaki koşullu değişen varyans modellerine uyarlanması ile bulunmuştur:

i. ARCH(1)

$$\begin{aligned}
 r_t \mid \Psi_{t-1} &\sim N(x, \beta, h_t) \\
 r_t &= b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 \text{vol}_t + \varepsilon_t \\
 h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \\
 \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
 \end{aligned} \tag{10}$$

ii. ARCH(1)-M

$$\begin{aligned}
 r_t \mid \Psi_{t-1} &\sim N(x, \beta + wh_t^{\frac{1}{2}}, h_t) \\
 r_t &= b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 \text{vol}_t + wh_t^{\frac{1}{2}} + \varepsilon_t \\
 h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \\
 \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
 \end{aligned} \tag{11}$$

iii. GARCH(1, 1)

$$\begin{aligned}
 r_t \mid \Psi_{t-1} &\sim N(x, \beta, h_t) \\
 r_t &= b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 \text{vol}_t + \varepsilon_t \\
 h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} + v_t \\
 \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
 \end{aligned} \tag{12}$$

iv. GARCH(1, 1)-M

$$\begin{aligned}
 r_t \mid \Psi_{t-1} &\sim N(x, \beta + wh_t^{\frac{1}{2}}, h_t) \\
 r_t &= b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 \text{vol}_t + wh_t^{\frac{1}{2}} + \varepsilon_t \\
 h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} + v_t \\
 \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
 \end{aligned} \tag{13}$$

v. EGARCH(1, 1)

$$\begin{aligned}
 r_t \mid \Psi_{t-1} &\sim N(x, \beta, h_t) \\
 r_t &= b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 \text{vol}_t + \varepsilon_t \\
 \log h_t &= \alpha_0 + \delta_1 \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{h_{t-1}^{\frac{1}{2}}} + \delta_2 \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{\frac{1}{2}}} + \delta_3 \log h_{t-1} \\
 \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
 \end{aligned} \tag{14}$$

## vi. EGARCH(1, 1)-M

$$r_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(x_t \beta + w \log h_t^{\frac{1}{2}}, h_t)$$

$$r_t = b_0 + b_1 r_{t-1} + b_2 vol_t + w \log h_t^{\frac{1}{2}} + \varepsilon_t$$

$$\log h_t = \alpha_0 + \delta_1 \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{h_{t-1}^{\frac{1}{2}}} + \delta_2 \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{\frac{1}{2}}} + \delta_3 \log h_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = r_t - x_t \beta$$

(15)

Tablo(4)'de farklı koşullu değişen varyans modellerinin, bileşik endeks getirisini açıklamak üzere elde edilen tahmin değerleri yer almaktadır. Tahmin sonuçlarına göre, getiri denkleminde ve koşullu değişen varyans denklemlerindeki parametre büyüklüklerinde bazı farklılıklar meydana gelmiştir. Mutlak değer olarak parametre büyüklüklerinde dikkat çekici farklılıklar olmazken, bazı parametrelerin işaretlerinde değişiklikler gözlenmiştir.

Tahmin sonuçları olabilirlik fonksiyonunu ençoklayan optimum iterasyonla bulunmuştur. Burada olabilirlik fonksiyonunun ençoklanması için Berndt, Hall, Hall ve Hausman(1974) (BHHH) metodu kullanılmıştır. En küçük kareler ve koşullu değişen varyans tahminleri, Econometric Views 2.0 paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Tahmin edilen parametreler, işaretleri yönünden değerlendirildiğinde, özellikle varyans denkleminde ait parametrelerin işaretleri daha önem kazanmaktadır. Çünkü, değerlendirme kriterlerine göre bir denklem diğerlerine göre daha tercih edilebilir olsa dahi, denklemin tahmin edilen parametreleri, modelin gerekli ve yeterli koşullarını yerine getiremiyorsa, modelde yer alan bağımlı değişken ile olan uyumunun yeterli ölçüde olmadığı sonucuna varılır. Buna göre, tablodaki koşullu varyans modellerine ait tahminler incelendiğinde, EGARCH ve EGARCH-M modelleri dışında

Tablo 4. Koşullu Değişen Varyans Modelleri<sup>a</sup>

	ARCH	ARCH-M	GARCH	GARCH-M	EGARCH	EGARCH-M
$b_0$	0.0022* (0.0005)	-0.0066* (0.0027)	0.0019* (0.0005)	-0.0007 (0.0021)	0.0019* (0.0005)	-0.0012 (0.0011)
$b_1$	0.1518* (0.0186)	0.1513* (0.0188)	0.1428* (0.0210)	0.1455* (0.0213)	0.1583* (0.0216)	0.1661* (0.0168)
$b_2$	0.0231* (0.0013)	0.0227* (0.0013)	0.0195* (0.0015)	0.0198* (0.0015)	0.0202* (0.0015)	0.0223* (0.0010)
$w$	-	0.3401* (0.1000)	-	0.1143* (0.0858)	-	0.1312* (0.0533)
$a_0$	0.0005* (0.00001)	0.0005* (0.00001)	0.00005* (0.000007)	0.00006* (0.000008)	-2.3566* (0.1806)	-1.8293* (0.0554)
$a_1$	0.3152* (0.0377)	0.3286* (0.0371)	0.1728* (0.0171)	0.1905* (0.0193)	-	-
$\gamma_1$	-	-	0.7687* (0.0195)	0.7383* (0.0217)	-	-
$\delta_1$	-	-	-	-	0.4945* (0.0383)	0.4534* (0.0302)
$\delta_2$	-	-	-	-	0.0052 (0.0226)	-0.0005 (0.0170)
$\delta_3$	-	-	-	-	0.7276* (0.0236)	0.7969* (0.0040)
$R^2$	0.1086	0.1043	0.1022	0.1032	0.1037	0.1073
$F$	66.7464*	52.1214*	50.9566*	42.8962*	43.1603*	38.4108*
$SCI$	-7.1191	-7.1131	-7.1108	-7.1084	-7.1091	-7.1096
Log-Olabilirlik	4898.734	4901.704	4992.401	4990.545	4975.196	4982.479
İterasyon Sayısı	8	12	14	19	100	6

<sup>a</sup> Prantez içindeki değerler parametrelere ait standart hatalardır.

\* .01 güven derecesinde anlamlıdır.

diğer koşullu varyans parametrelerinin tamamen anlamlı olarak bulunduğu görülür. Bu üssel modellerde  $\delta_2$  parametresi istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Yine bu modellerde koşullu varyans denkleminin kesit parametresi ( $\alpha_0$ ) diğer modellerden farklı olarak sıfırdan küçük olarak tahmin edilmiştir. Ancak, bu modellerde parametrelere negatif olmama kısıtı getirilmediğinden, bu negatiflik istenmeyen bir durum değildir.

Modellere ait bilgi kriterlerinin karşılaştırılması, modellerin performansları hakkında yorum yapılmasına zemin hazırlayacaktır. Modellerde farklı parametre sayıları olduğu için bu aşamada Schwarz bilgi kriterinin (*SCI*) değerlendirilmeye alınması daha uygun olacaktır. Buna göre ARCH(1) modeli -7.1190 değeri ile en küçük *SCI* değerine sahiptir. Bu kritere göre ikinci en iyi model ARCH(1)-M modeli olurken, üçüncü en iyi ise GARCH(1,1) modelidir. Ancak bilgi kriterlerindeki başarının, diğer uygunluk testlerindeki performansı ile de desteklenmesi gereklidir. Bu nedenle tahmini elde edilen koşullu değişen varyans modellerinin standartlaştırılmış artıkları için Ljung-Box ve ARCH-LM sınaması olmak üzere iki test uygulanmıştır ve sonuçları Tablo(5)'de derlenmiştir.

**Tablo 5.** Koşullu Değişen Varyans Modelleri Artıkları İçin Uygunluk Sınaması

	ARCH	ARCH-M	GARCH	GARCH-M	EGARCH	EGARCH-M
LB(5)	6.3161	7.1412**	13.1970**	13.9650**	9.5626	12.9220**
LB(10)	19.0010**	20.0230**	24.5010*	25.4550*	20.9750**	24.0470*
LB(20)	28.1220	29.1910	37.5910*	38.4190*	32.5590**	36.1920**
LB(30)	32.7400	34.4900	41.9980	43.7310**	37.9470	41.5270
LB(40)	48.4480	50.0360	57.0230**	57.9890**	53.9301	56.1800**
LM(5)	95.7393*	86.9150*	9.4192	8.3872	21.5929*	12.9602**
LM(10)	117.5711*	108.9330*	14.3391	12.2485	28.1630*	15.0318
LM(20)	148.7709*	141.0940*	23.6301	23.2979	53.9291*	37.6902*
LM(30)	149.8254*	143.1297*	26.4704	26.0304	55.3669*	39.5802
LM(40)	153.2587*	146.0270*	34.6115	34.2397	60.5083**	45.8608

\* .01 güven derecesinde anlamlıdır.

\*\* .05 güven derecesinde anlamlıdır.

Bu aşamada, en küçük bilgi kriterine sahip olan ARCH(1) modelinin uygunluk testlerinin yapılması gereklidir. Modelin artıkları 10. gecikme dışında otokorelasyonsuzdur ancak, getiri denkleminin ARCH(1) modeli ile tahmin edilmesi ile denkleminde var olan güçlü koşullu değişen varyans etkisinden hala kurtulmak olanaklı olmamıştır. Çünkü 5, 10, 20, 30 ve 40. sıra ARCH testleri .01 güven



derecesinde anlamlılıklarını korumaktadırlar. Benzer bulgular ARCH(1)-M modeli içinde geçerlidir.

GARCH(1, 1) modeline ait sonuçlar dikkat çekicidir. Modelin artıklarında çok güçlü olmayan otokorelasyon görülse de, modele ait artık karelerde otokorelasyon katsayıları anlamlılıklarını tamamen kaybetmektedir. 5, 10, 20, 30 ve 40. sıra için uygulanan ARCH testleri sonucu, test kritik değerleri  $\chi^2$  tablo değerinden küçük kalmış ve her bir gecikmede ARCH etkisinin olmadığını ifade eden boş hipotez red edilememiştir. Böylece getiri denkleminin artıklarında var olan güçlü koşullu değişen varyans yapısı GARCH(1, 1) tahmini ile elimine edilerek, ortadan kaldırılmış olmaktadır.

GARCH(1, 1)-M modelinin artıklarına uygulanan ARCH testi de GARCH(1, 1) modeli gibi olumlu sonuç vermiştir ancak, GARCH(1, 1)-M modelinin iki parametresi anlamsızdır ve bilgi kriteri de göreceli olarak daha büyüktür.

Modellere ait log-olabilirlik değerlerinin de incelenmesi uygun olacaktır. Buna göre log-olabilirlik değerlerinin daha fazla parametre içeren modellerle karşılaştırıldığında bile, GARCH(1, 1) modelinde daha yüksek değere ulaştığı görülür. Log-olabilirlik değeri aynı zamanda Tablo(3)'de sunulan en küçük kareler tahminine ait değerden de daha büyüktür. Log-olabilirlik değeri için elde edilen bu bulgu, GARCH(1, 1) modelinin diğer modellere göre daha iyi öngörüler vereceğinin bir göstergesidir (Akgiray 1989).

Yukarıda sıralanan nedenlerle, Tablo(4)'de sunulan koşullu değişen varyans modellerinden GARCH(1, 1) modeli diğerlerine tercih edilerek, bileşik endeks getiri oranı denklemini en iyi açıklayan model olarak belirlenmesi uygun görülmüştür.

Bu aşamada, hisse senedi piyasası getirilerindeki yüksek volatiliteyi açıklamak üzere belirlenen GARCH modelinin, uygunluk sınamalarının yapılp tercih kararının desteklenmesi uygun olacaktır.

## 12. Modelin Uygunluk Araştırması

Bu aşamada, endeks getirisini açıklamak üzere uygun model olarak belirlenen GARCH(1, 1) modelinin, artıkları ve standartlaştırılmış artıklarına ait istatistiksel özellikler derlenerek Tablo(6)'da sunulmuştur. Tablodaki parametre ve istatistiklerdeki en dikkat çekici nokta, GARCH(1, 1) modelinin artıklarına ait  $Q$  istatistiğinin en küçük kareler artıklarına göre küçülmüş olmasıdır. Standartlaştırılmış artık karelerde ise otokorelasyonlar .69 güven derecesinde bile anlamlı bulunmayarak, serisel bağımlılığın artık görülmediği sonucuna varılmıştır. Bununla beraber GARCH(1, 1) tahmini ile artıklar tamamen normal dağılmasa bile, en küçük kareler artıklarına göre normale daha yakın dağılıma sahiptir.

**Tablo 6.** GARCH(1, 1) Artıkları ve Standartlaştırılmış Artıkları İçin Örnek İstatistikleri

İSTATİSTİK	$\hat{\varepsilon}_t$	$\hat{\varepsilon}_t^2$	$\hat{\varepsilon}_t h_t^{-1}$	$\hat{\varepsilon}_t^2 h_t^{-1}$
Örnek Büyüklüğü	2243	2243	2243	2243
Ortalama	0.0005	0.0008	0.0166	0.9997
Medyan	0.0007	0.0002	0.0298	0.3428
Maksimum	0.1507	0.0227	4.6984	26.1525
Minimum	-0.1351	8.78E-15	-5.1139	2.78E-11
Standart Sapma	0.0282	0.0015	0.9999	1.8911
Çarpıklık	-0.1343	4.8549	-0.1877	5.2007
Basıklık-Diklik	4.8301	40.5707	4.5873	43.4944
Jarque-Bera	319.7842*	140733.7*	248.6711*	163364.4*
LB(5)	4.9345	341.3400*	13.1970**	9.8270
LB(10)	23.4890*	467.6400*	24.5010*	14.6840
LB(20)	36.4230**	657.6100*	37.5910**	23.6290
LB(30)	41.9980	737.3900*	42.6340	26.9630
LB(40)	56.7060**	761.1000*	57.0230**	35.0510

\* .01 güven derecesinde anlamlıdır.

\*\* .05 güven derecesinde anlamlıdır.

GARCH(1, 1) modelinin uygunluğu sağlandıktan sonra bileşik endeks getirisine ait volatilitenin hesaplanması artık olanaklı hale gelmiştir.

### 13. Volatilitenin Tahmini

Yatırımcılar ve araştırmacılar için menkul kıymet fiyatları, döviz kurları, hazine bonusu faiz oranları gibi finansal zaman serileri ile enflasyon oranı gibi makroekonomik verilerin öngörüsü çok büyük öneme sahiptir. İşte burada bazı zaman periyodları için öngörü hataları göreceli olarak küçük, bazı periyodlarda ise göreceli olarak büyük olabilir. Öngörü hatalarındaki bu oynaklık finansal piyasalarda volatilité olarak adlandırılır ve özellikle politik belirsizliklerle, hükümetlerin mali ve parasal politikalarındaki değişikliklerine karşı çok fazla duyarlılığa sahiptir. Yüksek volatilitenin gerçekleştiği zaman periyodlarında değişkenlerin ortalama değerlerine göre sert hareket etme eğilimleri içinde olduğu gözlenmektedir. Bu durumda özellikle yüksek frekans içeren finansal ve makroekonomik büyüklüklere ait zaman serilerinde, hataların varyansının zaman periyodları içinde değişmez olduğu varsayımı uygun olmamaktadır. Aslında bu gibi durumlarda, öngörü varyanslarında bir tür otokorelasyonla karşılaşmış olmaktadır.

Oysa geleneksel ekonometrik yaklaşımda, değişen varyansın daha çok yatay-kesit verilerinin kullanıldığı modellerde ortaya çıkacağından söz edilirken, zaman serisi verileri ise sabit varyans içeren modellerde kullanılmıştır.

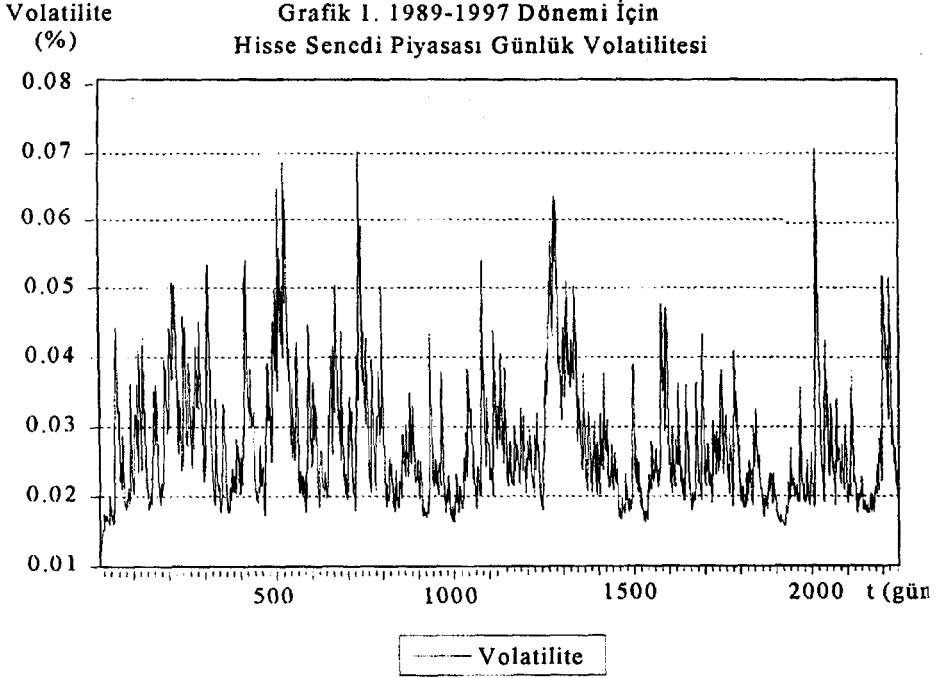
Koşullu varyans modellerinin kullanımı, volatilitenin tahmininin hızlı ve güvenilir olarak bulunmasına olanak vermektedir. Daha önce performansı değerlendirilerek başarılı bulunan GARCH (1, 1) modelindeki koşullu varyansa ait denklem değerleri (fitted),

$$\hat{h}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1}$$

tahmin denklemi ile hesaplanacaktır. Volatilitenin hesaplanması için ise,  $\hat{h}_t$ 'nin kare kökünün alınarak koşullu standart sapma (conditional standart deviation) denkleminde ulaşılabilmektedir. 1989 - 1997 yıllarını kapsayan 2245 işlem gününe ait veriler kullanılarak elde edilen volatilitenin zaman içindeki eğilimi Grafik(1)'de verilmiştir.

Volatilité grafiği incelendiğinde, büyük bir mali krizin yaşandığı 1994 yılında (n=1000-1250 aralığı) volatilitede çok büyük artışların gözlemlendiği görülmektedir. Özellikle aynı dönem için hesaplanan döviz piyasasındaki volatilité, bu sonuçlarla karşılaştırıldığında daha yüksek olarak bulunmuştur. Bununla beraber hisse senedi piyasasındaki volatilitenin, döviz piyasasındaki volatilitéye göre daha yüksek bir dalgalanma aralığında süreklilik içinde olduğu da belirtilmelidir. Hisse senedi piyasasında iki alt dönem için ( $n_1$  ve  $n_2$ ) bulunan GARCH(1, 1) parametre tahminleri, volatilitenin tüm örnek dönemi ( $n=2245$ ) ve her iki alt örnek dönemi ( $n_1=1120$  ve  $n_2=1125$ ) için önemli bir farklılık göstermeyip yüksek seyrettiğini ispatlayarak, yukarıda ifade edilen bulguları desteklemektedir. GARCH parametreleri toplamı ( $\alpha_1 + \gamma_1$ ),  $n$ ,  $n_1$  ve  $n_2$  alt dönemleri için sırasıyla 0.9461, 0.9417 ve 0.9415 olarak bulunmuştur. Parametre toplamlarının değerlendirilmesiyle, hisse senedi piyasasındaki volatilitenin sürekli olarak çok yüksek seyrettiği (bire yakın) ve bu eğilimi koruduğunu (persistence) belirtmek uygun bir tesbit olacaktır.

Piyasayla ilgili ortaya konulması gereken başka bir olgu ise, volatilité ile endeks getirisi arasındaki ilişkidir.  $t$  gününe ait endeks getiri oranı ile  $t$  günündeki volatilité arasındaki korelasyon  $r=0.0052$  olarak hesaplanmuştur. İlişki zayıf olsa da yönünün pozitif olması, risk ile getiri arasında var olan pozitif yönlü hareket etme eğilimi ile paralellik taşımaktadır. Zaten volatilitenin yükseldiği dönemlerde piyasa riski de artma eğilimi içinde olacaktır. Burada ilginç olan nokta ise,  $t$  günündeki endeks getirisi ile  $t-1$  gününe ait volatilité arasındaki  $r=-0.0035$  olarak hesaplanan negatif yönlü ilişkidir. Hesaplanan bu değer, endeks getirilerinin ve volatilitenin piyasaya ulaşan bilgilere göre, çok kısa zaman aralıklarında yön değiştirebileceğini



ispatlamaktadır. Bu bulguya paralel olarak,  $t$  günündeki endeks getirisinin  $t+1$  günündeki beklenen volatilite artışı ile negatif yönlü ilişkisinin  $r=-0.0359$  olarak bulunması da sonuçları desteklemektedir.  $t$  günündeki getiri oranı ile  $t$  günündeki işlem hacmi artış oranı arasında hesaplanan  $r=0.2849$  korelasyon katsayısı ise, gerek ilişkinin yönü, gerekse de katsayının büyüklüğü açısından beklendiği gibidir.

Literatürdeki, sermaye piyasası getirileri ile volatilite arasındaki araştırmalarda bulunan sonuçlar da aynı yöndedir. Özellikle GARCH modelleri, sermaye varlıklarının getirilerindeki geniş volatilite kümesini başarıyla açıklayabilmektedir. Sermaye varlıklarındaki volatilite yapısının analizini yaparak, orijinal makalesinde sunan Mandelbrot(1963)'e göre; "büyük değişimler, büyük değişimleri -her iki işaret içinde- takip etmeye yönlendirir ve küçük değişimler küçük değişimleri -her iki işaret içinde- takip etmeye yönlendirir." Getirilerdeki bu eğilim gibi, benzer bağımlılık yapısı sergileyen verilere olan uyumu, GARCH modellerinin gerek teorik zeminde ve gerekse de amprik uygulamalarda başarısını artırmaktadır (Booth, Hatem v.d. 1992).

Diğer taraftan Black(1976) makalesi ile başlayan çalışmalarda, sermaye piyasası getirileri ile, getirilere ait volatilite değişim oranları arasındaki negatif ilişki kanıtlanmış ve bu negatif ilişki literatürde "kaldıraç etkisi" (leverage effect) olarak isimlendirilmiştir. Diğer bir ifade ile volatilite, piyasaya ulaşan "iyi haberlere" karşı

tepki olarak düşmeye yönelirken, ulaşan “kötü haberlere” karşı tepki olarak yükselmeye yönelmektedir (Nelson 1991). Schwert(1989) ise yaptığı çalışmada, volatilitenin ekonomideki resesyon ve mali krizlerin olduğu dönemlerde yükselme eğilimi içinde olduğunu kanıtlamıştır. Ancak çalışmanın ilginç sonucu, getirilerdeki volatilitenin ile makroekonomik belirsizlik arasında çok zayıf bir ilişkinin bulunmuş olmasıdır.

Getiri oranları ile volatilitedeki değişim oranı arasında piyasanın yapılarına bağlı olarak, makul bir gecikmenin olması doğaldır. Black(1976), Pagan ve Schwert(1990) ile Day ve Lewis(1992) makalelerinde bu gecikmenin varlığını doğrulamışlardır. Black(1976)’ya göre ise, cari dönem getirileri ile gelecekteki volatilitenin artışları arasında negatif korelasyon bulunmaktadır.

## SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Geleneksel ekonometrik yaklaşıma göre, zaman serisi çalışmalarında otokorelasyon sorunu ile ve yatay-kesit çalışmalarında ise değişen varyans sorunu ile karşılaşılması olağandır ve bu sorunların çözümü için geliştirilen standart çözümler vardır. Fakat günümüzde, gelişerek daha karmaşık ilişkiler ile birbirine bağlanan ve gittikçe globalleşen piyasa yapıları mevcutken, piyasalardaki iktisadi ve finansal hareketleri açıklamak için kullanılan ekonometrik modellere ait karşılaşılabilecek sorunları, bu kadar belirgin bir ayırımı tabi tutmak gerçekçi bir yaklaşım yapısı olamaz. İşte, ARCH veya GARCH sınıfı modellemeler bu tür gereksinimler sonucu geliştirilen yöntemlerden, özellikle yüksek frekanslı finansal verilere gösterdiği uyum nedeniyle dikkat çeken modelleme teknikleridir. Değişen varyanslılığın sadece yatay-kesit çalışmalarında karşılaşılan bir sorun olmadığı aynı zamanda, zaman serisi çalışmalarında otokorelasyonla birlikte görülebileceği ve bu durumda izlenmesi gerekli çözüm yollarının neler olabileceği çalışmanın temel konusunu oluşturmuştur. Bu durumda kullanılan modelde hem değişen varyansın hem de otokorelasyonun olası varlığına karşı yeni bir çözüm tekniği geliştirilmelidir. Kullanılan zaman serisi modelleri yüksek frekansa sahipse, modelde mutlaka ARCH etkisinin varlığı sınanmalıdır. Bu sınama için uygun test Lagrange Çarpanı mekanizması ile geliştirilen ARCH-LM testidir.

Bu makalede, İMKB günlük getirilerinin zaman serisi özellikleri incelenmiş ve serinin modellenmesi için koşullu değişen varyans metodolojisi kullanılmıştır. Getiri serisi çarpıklık ve diklik özelliği sergilemekte ve normal dağılmamaktadır. Bununla birlikte seride otokorelasyon ve değişen varyans birlikte görülmektedir. Bu özellikler, yüksek frekanslı finansal verilerde gözlenen ortak özelliklerdir.

Literatürdeki araştırmalarda, menkul kıymet piyasasında belirlenen fiyatlar ile aynı işlem gününde oluşan işlem hacmi arasındaki çok güçlü ilişki belirlenmiştir. Bu nedenle, menkul kıymet getirilerini açıklamak üzere günlük işlem hacmi değişim oranı, modele açıklayıcı değişken olarak alınmıştır. Hacim değişkeni oldukça

yüksek parametre anlamlılığına sahiptir ve beklenen pozitif yönlü ilişkiyi başarıyla temsil etmektedir. Getiri denkleminin modellemesi için altı farklı koşullu değişen varyans modeli çeşitli gecikme uzunlukları ile denerek, değerlendirmeye alınmış ve GARCH(1,1) modelinin uygun model olduğuna karar verilmiştir. Bu yeni tahmin süreci ile modeldeki otokorelasyon ve değişen varyanslılığın birlikte görülen etkileri arındırılmış olmaktadır ve volatilitenin tahmin edilmesi olanaklı hale gelmektedir.

Piyasa volatilitesi incelendiğinde, volatilitenin sürekli olarak yüksek ve dalgalı hareket eğilimi içinde bulunması dikkat çekicidir. Piyasa getirisi ile volatilitenin arasındaki ilişki incelendiğinde, ilişkinin pozitif olduğu görülmekle birlikte, piyasaya ulaşan haberlere göre bu ilişkinin çok hızlı yön değiştirebileceği kanıtlanmıştır. Piyasa volatilitesi, piyasaya ulaşan “iyi haberlere” karşı tepki olarak düşmeye yönelirken, “kötü haberlere” karşı tepki olarak yükselmeye yönelmektedir. Bu hareket eğiliminin hızlı ve daha küçük gecikme ile gerçekleşmesi ise İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının karakteristik özelliğidir. Diğer bir ifade ile, finans literatüründe sıkça yer alan “kaldıraç etkisi” etkinliğini sürdürmektedir.

Bu makalede, aslında piyasalardaki belirsizliğin bir ölçüsü olan volatilitenin nasıl hesaplanabileceği, yüksek volatilitenin varlığı durumunda nasıl modelleme yapılacağı, oldukça yeni sayılabilecek modelleme teknikleri kullanılarak incelenmiştir. Kendi karmaşık yapılarıyla ARCH modelleri, tahminlerinde bazı durumlarda teknik zorluklarla karşılaşılrsa da getirdikleri yorumlama kolaylıkları ve finansal verilere olan uyumları nedeniyle geniş bir uygulama alanı bulmaktadır.

Makalede farklı koşullu değişen varyans modellerinin birbirlerine olan üstünlüklerinin belirlenmesi amaçlanmayarak, modellerin işleyiş mantıkları ve matematiksel yapıları kısaca değerlendirilmiş, hangi durumlarda en küçük kareler yöntemine tercih edilmesi gerektiği ortaya konulmuştur. ARCH modellerinin kullanımı ile hesaplanabilen volatilitenin, bir “öncü gösterge” olarak yorumlanabilir. Böylece volatilitedeki hareket eğilimi gözlenerek, yatırımcıların yatırım kararlarını daha belirgin ortamlarda almaları sağlanabileceği gibi, alınacak iktisat politikası kararlarını da yönlendirici olabilecektir.

## KAYNAKLAR

- AKGİRAY, V. (1989) “Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecast” **Journal of Business**. 62, 1: 55-80.
- BLACK, F. (1976) “Studies of Stock Market Volatility Changes”, **1976 Proceedings of American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section**. 177-81.
- BERNDT, E.K., B.H. HALL, R.E. HALL ve J.A. HAUSMANN (1974) “Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models”, **Annals of Economic and Social Measurement**. 4: 653-65.

- BOLLERSLEV, T. (1986) "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity" **Journal of Econometrics**. 31: 307-27.
- BOLLERSLEV, T., R.F. ENGLE, D.B. NELSON (1994) "ARCH Models", **Handbook of Econometrics**. Edited By R.F. Engle, 4: 2959-3038.
- BOOTH, G. G., J. HATEM, I. VIRTANEN ve P. Y. OLLI (1992) "Stochastic Modelling of Security Returns: Evidence from the Helsinki Stock Exchange", **European Journal of Operational Research**. 56: 98-106.
- CROMWELL J.B., W.C. LABYS., M. TERRAZA (1994) **Univariate Tests For Time Series Models**. Sage Publications, London.
- DAVIDSON, R., J. G. MACKINNON (1993) **Estimation and Inference in Econometrics**. Oxford University Press, New York.
- DAY, Theodore E., Craig M. LEWIS (1992) "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", **Journal of Econometrics**. 52: 267-87.
- ENDERS, Walter (1995) **Applied Econometric Time Series**. John Wiley and Sons, Inc., USA.
- ENGLE, Robert F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica**. 50: 987-1007.
- (1983) "Estimates of the Variances of U.S. Inflation Based on the ARCH Model" **Journal of Money, Credit and Banking**. 15: 286-301.
- ENGLE, R.F., D.F. HENDRY, D. TRUMBLE (1985) "Small-Sample Properties of ARCH Estimators and Tests", **Canadian Journal of Economics**. 18: 66-93.
- GREENE, William H. (1993) **Econometric Analysis**. Second Edition, Macmillan Publishing Co., New York.
- HARVEY, A.C. (1991) **The Econometric Analysis of Time Series**. Second Edition, The MIT Press, Cambridge.
- HIEMSTRA, C. ve J.D. JONES (1994) "Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Realiation", **Journal of Finance**. XLIX, 5: 1639-64.
- HIGGINS, M.L., A.K. BERA (1992) "A Class of Nonlinear ARCH Models", **International Economic Review**. 33,1: 137-58.
- KARPOFF, J. (1987) "The Realiation Between Price Changes and Trading Volume: A Survey", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**. 22: 109-26.
- MANDELBROT, B. (1963) "The Variation of Certain Speculative Prices", **Journal of Business**. 36: 394-419.
- NELSON, D. B (1991) "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach", **Econometrica**. 59, 2: 347-70.
- PAGAN, A. R., G.W. SCHWERT (1990) "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", **Journal of Econometrics**. 45: 267-90.
- RAMANATHAN R. (1992) **Introductory Econometrics with Applications**. Second Edition. Dryden Press.
- SCHEWRT, G. W. (1989) "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?", **Journal of Finance**. 44: 1115-54.