BULANIK ORTAMDA PORTFÖY OPTİMİZASYONU

İbrahim GÜNGÖR*
Meltem AYCAN**
Yusuf DEMİR***

Özet

Portföy seçiminde etkili olan unsurlar bulanık bir yapıya sahiptir. Bu nedenle optimum portföyü belirlerken bu durumun dikkate alınması gerekmektedir. Bu çalışmada; beklenen getiri oranı, beklenen risk miktarı, riski artıran veya azaltan etkenlerin yapısı vb. durumları bulanık olarak dikkate alan bir doğrusal hedef programlama modeli önerilmiştir. Ayrıca, İMKB'de yer alan senetlerden portföy oluşturmak için bir uygulama yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Portföy Optimizasyonu, Bulanık Mantık, Hedef Programlama

Abstract

The components which are effective in portfolio preferences have a fuzzy structure. Because of this we must pay attention to this structure when we determine the optimum portfolio. In this study, we suggested a linear goal programming which attainted expected return, rate, expected risk amount and the structure of factors which increase or decrease the risk extc. In addition, we made an application using ISE stocks.

Keywords: Portfolio Optimization, Fuzzy Logic, Goal Programming.

Giriş

Portföy, bir yatırımcının elinde bulunan veya adına tutulan finansal varlıkların tümüne verilen isimdir (Yörük, 2000:3). Ağırlıklı olarak hisse senedi, tahvil gibi menkul kıymetler ve türev ürünlerinden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde bulunan finansal nitelikteki kıymetlerdir (Ceylan ve Korkmaz, 2000:257). **Ç**eşitli menkul kıymetlerin bir araya getirilmesiyle farklı kombinasyonlarda portföyler oluşturulabilir. Yatırımcılar için önemli olan optimal portföyün oluşturulmasıdır.

* Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
** Arş. Gör., Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
*** Yrd. Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

Optimal portföy, beklenen bir getiri miktarını sağlayan en düşük riske sahip portföy veya belli bir risk altında en yüksek beklenen getiriyi sağlayan portföydür. (Bekçi, 2001:59).

Portföy analizi çalışmaları 1950'li yıllarda başlamıştır. Modern portföy teorisinin öncülüğünü Markowitz (1952) ve Sharp (1963) yapmıştır. Markowitz'in portföy optimizasyon modeli büyük ölçekli portföylerde yaygın olarak uygulanamamıştır (Konno ve Yamazaki, 1991). Markowitz L_2 risk fonksiyonu (varyans) kullanarak kuadratik bir model geliştirmiştir. Markowitz tarafından geliştirilen bu modelden sonra Konno ve Yamazaki tarafından L_1 risk fonksiyonunda mutlak sapma değerleri dikkate alınarak portföy optimizasyonu için bir doğrusal programlama modeli ortaya konulmuştur. Konno ve Yamazaki ortaya koydukları modelde, 2T+2 kısıt (T=dönem sayısı) ve 2T+n değişken (n=dikkate alınan menkul kıymet sayısı) kullanmışlardır (Konno ve Yamazaki, 1991:524). Daha sonra Feinstein ve Thapa (1993: 1553), Konno ve Yamazaki'nin L_1 risk fonksiyonunu tekrar modelleyerek kısıt sayısını T+2 ye düşürmüşlerdir**.**

Parra ve arkadaşları bulanık ortamda hedef programlama yaklaşımı ile doğrusal olmayan bir model geliştirmişlerdir. Bu modelde getiri, risk ve likidite kriterleri bulanık olarak dikkate alınmıştır (Parra, Terol, Uria, 2001: 287-297).

Bekçi doktora tez çalışmasında 30 dönemi ve sürekli işlem görmüş 63 hisse senedini kapsayan veri seti kullanarak ve sadece beklenen getirinin bulanık olduğunu varsayarak doğrusal programlama modeli kurmuş ve bir uygulama yapmıştır (Bekçi, 2001:108).

Tiryaki ve Ahlatcioğlu ise yine bulanık mantığı dikkate alarak portföy seçimi yapmışlardır. Yazarlar çalışmalarında Chen Metodu diye bilinen bir metotta bir takım düzenlemeler yaparak ortaya koydukları yeni metodun İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında uygulanabilirliliğini araştırmışlardır (Tiryaki ve Ahlatcioğlu, 2004:1-14).

Ammar ve Khalifa bulanık mantığı kullanarak konveks kuadratik programlama yaklaşımı ile portföy optimizasyonu yapmışlardır (Ammar ve Khalifa, 2003:1045-1054).

Bu çalışmada; beklenen getiri oranı, beklenen risk miktarı, riski artıran veya azaltan etkenlerin yapısı, sektörler itibariyle yapılacak yatırım oranı, İMKB-30, İMKB-50 ve İMKB-100'de yer alan senetlere yapılacak yatırımların oranlarını bulanık olarak dikkate alan bir doğrusal hedef programlama modeli önerilmiştir.

Bu çalışmanın diğer çalışmalardan farkı, yapılacak yatırımın kısa veya uzun süreli olmasına göre, bulanık ortamda portföy seçiminin yapılabilmesine yönelik bir bulanık hedef programlama modelinin geliştirilmesidir. Geleceği belirlemede, geçmiş dönemlerin etkilerinin eşit olmayıp, günümüze yakın olan dönemlerin uzak dönemlere göre etkisinin daha fazla olacağı düşüncesiyle, her dönem için farklı ağırlıklar dikkate alınmıştır. Ayrıca, kısa süreli yatırım kararında, günümüze yakın olan geçmiş dönemlerin etkisi daha da fazla olacağından yakın dönemleri daha da etkili hale getirecek ağırlıklar kullanılmıştır. Ağırlık rakamlarının nasıl belirlendiği Uygulama bölümünde açıklanmaktadır. İMKB'de yer alan senetlerden portföy oluşturmak için bir uygulama yapılmıştır. Uygulamada, piyasa faiz oranından daha fazla getiri sağlayan hisse senetleri modele dahil edilmiştir.

1. Portföy Seçiminde Bulanık Çevre

Bulanık mantık kuramı, ilk kez 1965 yılında Azerbaycan Türkü Prof. Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya atılmış (Zadeh, 1965) ve hızla gelişerek birçok alanda kullanılmaya başlamıştır. Bulanık mantık, bir olay hakkında kesin ve net bilginin sağlanamadığı durumlarda doğru karar vermeye yardımcı olur. Bu mantık insan düşünüş tarzını esas alır (Şen, 1999: 6).

Gerçek hayatta portföy oluşturma işlemlerin bulanık durumdaki bir ortamda yapıldığı söylenebilir. Optimum portföy belirlemede kullanılan bilgilerin çoğu net ve kesin değil, bulanık yapıdadır. Bu bulanık durumlar aşağıdaki şekilde açıklanabilir:

- Bir senedin gelecek dönemdeki beklenen getirisinin tahmini değerini bulmak için, geçmişte yer alan kaç dönemin getirilerinin ortalaması alınmalıdır? Ortalama hesabında her dönemin ağırlığı eşit mi, son dönemlerin ağırlığı fazla mı olmalıdır? Son dönemlerin ağırlıkları fazla olmalı ise, bu fazlalığın derecesi ne olmalıdır? Bu soruların cevapları, kesin ve net olmayıp bulanıktır. Beklenen risk değerlerinin hesaplanmasında da benzer durum söz konusudur.

- Portföy oluşturmada hedeflenen getiri miktarı, üslenilecek risk seviyesi, sektörlere ayrılacak yatırım oranları, IMKB 30, İMKB 50 ve İMKB 100 grubundaki senetler için yapılacak yatırım oranları vb. kesin rakamlar değil, yaklaşık rakamlardır.

Bu çalışmada önerilen model ve çözümler, yukarıda belirtilen bulanık yapıyı dikkate alacak şekilde yapılmıştır.

2. Önerilen Model

Bu çalışmada, Konno ve Yamazaki'nin ortaya koydukları ve Feinstein ve Thapa tarafından geliştirilen doğrusal programlama modeli temel alınmıştır. Bu modelin dikkate alınmasının nedeni, kısıt sayısın önemli ölçüde azaltılmış olmasıdır.

Önerilen model aşağıdadır:

$$\text{Min } Z = 0.01(\delta_1+\delta_2+\delta_3+\delta_4+\delta_5+\delta_6+\delta_7+\delta_8+\delta_9+\delta_{10}) + \sum_{t=1}^{T} g_t(v_t + w_t)$$

Kısıtlar:

$$v_t - w_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j = 0 \qquad (t=1,.....,T) \qquad [1]$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + B_1\delta_1 \geq K_{\text{İMKB-30}} \qquad [2]$$

$$\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + B_2\delta_2 \geq K_{\text{İMKB-50}} \qquad [3]$$

$$\sum_{j=1}^{n} e_j x_j + B_3\delta_3 \geq K_{\text{İMKB-100}} \qquad [4]$$

$$\sum_{j=1}^{n} h_j x_j - B_f\delta_f \leq D_f \qquad (f = 4,.....,3+F) \qquad [5]$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j + B_0\delta_0 \geq G_0 \qquad [6]$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \qquad [7]$$

$0 \leq \delta_f \leq 1$ (f = 1,.....,3+F)

$0 \leq x_j \leq u_j$ (j = 1,...........,n)

v_t , $w_t \geq 0$ (t = 1,........,T)

$g_t \geq 1$

c_j = 0 veya 1 (j hisse senedi İMKB-30'da ise 1, diğer durumda 0)

d_j = 0 veya 1 (j hisse senedi İMKB-50'da ise 1, diğer durumda 0)

e_j = 0 veya 1 (j hisse senedi İMKB-100'da ise 1, diğer durumda)

h_j = 0 veya 1 (j hisse senedi f sektöründe ise 1, diğer durumda 0)

Modeldeki değişkenler;

x_j = j hisse senedine yapılan yatırım oranı

v_t = t dönemindeki pozitif sapma

w_t = t dönemindeki negatif sapma

δ_f = bulanık miktarların kullanım oranları

Modeldeki katsayılar;

T = dönem sayısı

n = modelde dikkate alınan senet sayısı

$a_{jt} = r_{jt} - r_j$

r_j = j hisse senedinin ortalama getiri yüzdesi

r_{jt} = j hisse senedinin t dönemindeki getiri yüzdesi

$K_{İMKB\text{-}30}$ = İMKB-30'daki senetlere yapılacak yatırım oranı

B_1 = İMKB-30'daki senetlere yapılacak yatırım oranındaki bulanık miktar

$K_{İMKB\text{-}50}$ = İMKB-50'deki senetlere yapılacak yatırım oranı

B_2 = İMKB-50'deki senetlere yapılacak yatırım oranındaki bulanık miktar

$K_{İMKB\text{-}100}$ = İMKB-100'deki senetlere yapılacak yatırım oranı

B_3 = İMKB-100'deki senetlere yapılacak yatırım oranındaki bulanık miktar

F = sektör sayısı

D_f = f sektörüne yapılacak yatırımın oranı

B_f = f sektörüne yapılacak yatırımın oranının bulanık miktarı

G_0 = yatırımcının hedeflediği beklenen getiri yüzdesi

M_0 = toplam yatırım miktarı

u_j = j hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı

g_t = t dönemi için dikkate alınan ağırlık değeri

Bu modelde;

[1] Numaralı kısıtlar, modelde dikkate alınan senetlerin her dönem için beklenen getirilerinden sapmaların toplamını v_t veya w_t değişkenlerine yüklemektedir. [2] Numaralı kısıt, İMKB-30'da yer alan hisse senetlerine yapılacak yatırım oranının alt sınırını belirler. Bu sınır için B_1 oranı kadar bir miktar bulanık kabul edilebilir. [3] ve [4] numaralı kısıtlar da benzer mantıkla İMKB-50 ve İMKB-100'de yer alan senetler için düzenlenmiştir. [5] Numaralı kısıtlar, yatırımın farklı sektörlerde yer alan hisse senetlerine dağıtılarak riskini daha da azaltmak amacıyla, her sektör için yapılabilecek yatırımın üst sınırını belirlemektedir. Bu kısıtlarda da [2] numaralı kısıtlardaki bulanık durum yer almaktadır. [6] Numaralı kısıt, yatırımcının hedeflediği beklenen getiri yüzdesinin alt sınırını dikkate almaktadır. Beklenen getiri yüzdesinin bir kısmının [B_0] bulanık olarak kabul edilebileceği düşüncesiyle, bu kısıtta da bulanık duruma uygun düzenlemeler bulunmaktadır. [7] Numaralı kısıt, toplam yatırım miktarını belirleyen bütçe kısıtıdır.

Amaç fonksiyonunda, v_t veya w_t sapma değişkenlerinin toplamları (risk miktarı) minimize edilmektedir. Bu sapma değerleri her t dönemi için farklı bir değerdir. v_t veya w_t sapma değişkenlerinin katsayıları (g_t), her dönem için dikkate alınan ağırlık değerlerini ifade etmektedirler. Bulanık miktarların kullanım oranlarını ifade eden değişkenlerin (δ_f) amaç fonksiyonundaki katsayıları, bu fonksiyonda yer alan sapma değişkenlerinin katsayılarından çok küçük bir değer (0.01) olarak dikkate alınmasının nedeni, optimum çözüm planı bulunurken birinci öncelikli amacın risk değerini minimize etmek olmasıdır. Böylece, bulanık miktarların sadece risk değerinin minimize edebilmesi için kullanılmasına izin verilmektedir. [6] numaralı kısıtlarda yer alan j hisse senedinin beklenen getirisinin (r_j) hesaplanmasında da g_t ağırlık değerleri kullanılır.

3. Uygulama

Önerilen modelin İMKB'de yer alan senetlerden optimum portföy oluşturulması için bir uygulaması yapılmıştır. Bu amaçla, Haziran 2000 ve Mart 2005 tarihleri arası 3'er aylık dönemler şeklinde toplam 20 dönem dikkate alınarak, ilgili dönemlerdeki getiriler internet ortamındaki çeşitli kayıtlardan (www.analiz.com ve www.tcmb.gov.tr) derlenmiştir. Piyasa faiz oranının altında beklenen getirisi olan bir senede yatırım yapmanın mantıklı olmayacağı düşüncesi ile, bu durumdaki senetler dışlanarak faiz oranından daha fazla getiri sağlayan hisse senetleri değerlendirmeye alınmıştır. Buna göre, İMKB'de işlem gören toplam 261 adet hisse senedinden bu kritere uygun olan 114 tanesi modele dahil edilmiştir. Eleme işleminde aylık getiriler dikkate alınmıştır.

Bu verilere göre oluşturulan bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\text{Min } Z = 0.01(\delta_1+\delta_2+\delta_3+\delta_4+\delta_5+\delta_6+\delta_7+\delta_8+\delta_9+\delta_{10}) + \sum_{t=1}^{20} g_t(v_t + w_t)$$

Kısıtlar:

$$v_t - w_t - \sum_{j=1}^{114} a_{jt}x_j = 0 \qquad (t=1,.....,20) \qquad [1]$$

$$\sum_{j=1}^{114} c_j x_j + 0.05\delta_1 \geq 0.30 \qquad [2]$$

$$\sum_{j=1}^{114} d_j x_j + 0.05\delta_2 \geq 0.40 \qquad [3]$$

$$\sum_{j=1}^{114} e_j x_j + 0.05\delta_3 \geq 0.50 \qquad [4]$$

$$\sum_{j=1}^{114} h_j x_j - 0.05\delta_f \leq 0.25 \qquad (f = 4,.....,3+6) \qquad [5]$$

$$\sum_{j=1}^{114} r_j x_j + 5\delta_0 \geq 15 \qquad [6]$$

$$\sum_{j=1}^{114} x_j = 1 \qquad [7]$$

$0 \leq \delta_f \leq 1$ (f = 1,.....,3+6)

$0 \leq x_j \leq 0.20$ (j = 1,...........,114)

v_t , $w_t \geq 0$ (t = 1,........,20)

$g_t \geq 1$

c_j = 0 veya 1 (j hisse senedi İMKB-30'da ise 1, diğer durumda 0)

d_j = 0 veya 1 (j hisse senedi İMKB-50'da ise 1, diğer durumda 0)

e_j = 0 veya 1(j hisse senedi İMKB-100'da ise 1, diğer durumda 0)

h_j = 0 veya 1 (j hisse senedi f sektöründe ise 1, diğer durumda 0)

Bu uygulama çalışmasında;

İMKB'de yer alan senetlerin yatırımcıya verdiği güven seviyelerinin İMKB-30, İMKB-50, İMKB-100, diğer senetler sırasına göre azaldığı kabul edilerek, daha güvenli bir yatırım portföyü oluşturmak amacıyla; $K_{İMKB\text{-}30}$ = 0.30, $K_{İMKB\text{-}50}$ = 0.40, $K_{İMKB\text{-}100}$ = 0.50 olarak dikkate alınmıştır. Modelde bu değerler alt sınır değerleri durumundadır. Risk değerini azaltabilmek için bu alt sınırların 0.05 kadar altına inilebileceği kabul edilerek, $B_1= B_2= B_3=0.05$ alınmıştır.

Yatırımın en az 4 sektöre dağıtılmasının riski azaltacağı varsayılmıştır. Modelde yer alan senetlere ilişkin firmalar 6 sektör grubunda toplanmış ve yatırımın en az 4 sektöre dağıtılmasını sağlamak için $D_4=D_5=D_6=D_7=D_8=D_9=0.25$ olarak dikkate alınmıştır. Modelde bu değerler üst sınır değerleri durumundadır. Risk değerini azaltabilmek için bu üst sınırların 0.05 kadar üstüne çıkılabileceği kabul edilerek, $B_4=B_5=B_6=B_7=B_8=B_9=0.05$ alınmıştır.

Yatırımcının gelecekteki üç aylık dönemde hedeflediği beklenen getiri yüzdesi olarak % 15 değeri dikkate alınmıştır. Risk değerini azaltabilmek için bu yüzdenin 5 puan altına inilebileceği kabul edilerek $B_0=5$ alınmıştır. Bu rakamlar yatırımcıya göre değişen sübjektif değerlerdir. Bu uygulamada bu değerleri dikkate alan bir yatırımcı için optimum portföy planı araştırılmaktadır. Kar oranı arttığında risk seviyesi de artabileceğinden, yatırımcı belli orandaki bir karı minimum risk seviyesinde veren ya da belli bir risk seviyesinde maksimum karı veren portföyü belirlemeye çalışır. Yani, optimizasyon mantığının gereği olarak, kar oranı veya risk seviyesinden birinin sabit olması gerekir.

$M_0 = 1$ alınarak, x_j değişkenlerinin optimum çözüm değerleri ile, hangi senede hangi oranda yatırım yapılması gerektiğinin bulunabilmesi sağlanmıştır.

Riskin dağıtılması için yatırımın en az 5 hisse senedine yapılmasının daha uygun olacağı düşüncesi ile, $u_j= 0.20$ alınmıştır.

Gelecek dönemde hangi senetlere ne oranda yatırım yapılacağı, ilgili senetlerin geçmiş dönemlerdeki verileri dikkate alınarak belirlenmektedir. Geleceği belirlemede, geçmiş dönemlerin etkilerinin eşit olmayıp, günümüze yakın olan dönemlerin uzak dönemlere göre etkisinin daha fazla olacağı düşünülmüştür. Bu nedenle, amaç fonksiyonunda v_t veya w_t sapma değişkenlerinin katsayıları (g_t) için, Tablo.1'de verilen 11 farklı ağırlık kullanılarak Tablo.2'de verilen 11 farklı alternatif çözüm elde edilmiştir. Bu ağırlıklar (g_t), her hisse senedinin beklenen getirisinin (r_j) hesaplanmasında da kullanılmıştır. Beklenen getirilerin hesaplanmasında, uzak dönemlere göre yakın dönemlere daha fazla ağırlık verilerek ağırlıklı ortalama bulunmuştur. Amaç fonksiyonunda toplam risk miktarı minimize edildiği için ve yakın dönemlerde daha az riskli senetlerin seçimini sağlamak için, amaç fonksiyonunda v_t veya w_t sapma değişkenlerinin katsayıları (g_t) olarak uzak dönemlere göre yakın dönemlere daha az ağırlık verilmiştir.

Tablo 1. Her Dönem İçin Kullanılan Ağırlıklar

		AĞIRLIK GRUPLARI										
DÖNEMLER	**NO(i,j)**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Haziran 00	20	1	2.9	4.8	6.7	8.6	10.5	12.4	14.3	16.2	18.1	20
Eylül 00	19	1	2.8	4.6	6.4	8.2	10	11.8	13.6	15.4	17.2	19
Aralık 00	18	1	2.7	4.4	6.1	7.8	9.5	11.2	12.9	14.6	16.3	18
Mart 01	17	1	2.6	4.2	5.8	7.4	9	10.6	12.2	13.8	15.4	17
Haziran 01	16	1	2.5	4	5.5	7	8.5	10	11.5	13	14.5	16
Eylül 01	15	1	2.4	3.8	5.2	6.6	8	9.4	10.8	12.2	13.6	15
Aralık 01	14	1	2.3	3.6	4.9	6.2	7.5	8.8	10.1	11.4	12.7	14
Mart 02	13	1	2.2	3.4	4.6	5.8	7	8.2	9.4	10.6	11.8	13
Haziran 02	12	1	2.1	3.2	4.3	5.4	6.5	7.6	8.7	9.8	10.9	12
Eylül 02	11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Aralık 02	10	1	1.9	2.8	3.7	4.6	5.5	6.4	7.3	8.2	9.1	10
Mart 03	9	1	1.8	2.6	3.4	4.2	5	5.8	6.6	7.4	8.2	9
Haziran 03	8	1	1.7	2.4	3.1	3.8	4.5	5.2	5.9	6.6	7.3	8
Eylül 03	7	1	1.6	2.2	2.8	3.4	4	4.6	5.2	5.8	6.4	7
Aralık 03	6	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
Mart 04	5	1	1.4	1.8	2.2	2.6	3	3.4	3.8	4.2	4.6	5
Haziran 04	4	1	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	2.8	3.1	3.4	3.7	4
Eylül 04	3	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
Aralık 04	2	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
Mart 05	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo.1'de verilen 11 farklı ağırlık gurupları aşağıdaki formül ile elde edilmiştir:

A_{ij}= 1+(i-1) (0.1) (j-1)

Bu formülde;i = Dönem numarası (Tablo1'in ikinci satırında)

j = Ağırlık grubu numarası (Tablo.1'in ikinci satırında)

A_{ij} = i döneminin j ağırlık grubundaki ağırlık değeri

Tablo.1 incelendiğinde; j=1 numaralı ağırlık grubunda tüm dönemlerin ağırlıkları eşittir ($A_{i,1}$ = 1). Yani geleceği belirlemede geçmişte kalan tüm dönemler aynı etkiyi göstermektedir. j=2 numaralı ağırlık grubunda; günümüze en yakın dönemin ağırlığı $A_{1,2}$ =1 iken, iki numaralı dönemin ağırlığı 0.1 artarak $A_{2,2}$ =1.1 olmaktadır. 0.1 değerindeki artışlar devam ettiğinde, J=2 numaralı ağırlık grubundaki yirminci dönemin ağırlığı $A_{20,2}$=2.9 olmaktadır. Bu artış mantığı diğer ağırlık grupları için de aynı şekilde uygulanmıştır. Her dönem için artış değerleri, üç numaralı ağırlık grubunda 0.2 , dört numaralı ağırlık grubunda 0.3 , ... onbir numaralı ağırlık grubunda 1.0 olarak alınmıştır.

Bu çalışmada önerilen doğrusal modelde amaç fonksiyonu minimize edildiği için, Tablo.1'de verilen ağırlıklar ters etki yapmaktadır. Örneğin 3 numaralı ağırlık grubu dikkate alınarak elde edilen çözümde; en yakın dönem (mart 2005) 2.9 kat, Haziran 2000 dönemi 1 kat etki etmektedir. 11 numaralı ağırlık grubu dikkate alınarak elde edilen çözümde; en yakın dönem (mart 2005) 20 kat, Haziran 2000 dönemi 1 kat etki etmektedir.

Geleceği tahmin etmekte, geçmiş dönemlerden yakın olanların uzak olanlara göre etki farkının ne kadar olacağı durumu bulanık bir yapı gösterdiğinden, bu bulanık ortamı olabildiğince açık hale getirmek amacıyla yukarıda açıklanan bir mantık içinde elde edilen Tablo.1'deki ağırlıklar kullanılmıştır. Ağırlık gruplarının sayısı daha da artırılabilir. Bu çalışmada, en yakın dönemin en uzak dönemden 20 kattan daha fazla etkili olmaması gerektiği ve bu üst sınır dikkate alınarak elde edilen 11 farklı ağırlık gurubu ile bulunacak çözümlerin, bulanık durumu berraklaştırmaya yeterli olacağı kabul edilerek Tablo.1'deki ağırlıklar dikkate alınmıştır.

Ağırlıkların belirlenmesinde belli düzeyde sübjektif davranılmıştır. Ağırlıkların belirlenmesi konusunda daha objektif kuralların belirlenmesi amacıyla başka çalışmalar yapılabilir. Bu çalışmada, farklı ağırlıkların kullanılması gerektiği vurgulanmakta, bu gereğe uygun bir optimizasyon modeli önerilmekte ve modelin kullanılabilirliğini araştırmak amacıyla bir uygulama yapılmaktadır.

Tablo 2. Uygulama Sonuçları

	ALTERNATİF ÇÖZÜMLER (Farklı ağırlıklı)										
DEĞİŞKEN	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
X4	0	0.1015	0	0	0	0	0	0	0.0452	0.045	0.0452
X9	0.0232	0	0.1087	0	0	0	0	0	0	0	0
X10	0.0336	0	0	0	0	0	0	0.143	0	0	0
X13	0	0	0	0	0	0	0	0.076	0	0	0
X21	0.1475	0.1443	0.1372	0.142	0.1438	0.1438	0.1438	0.155	0.1445	0.145	0.1445
X28	0	0.0777	0.12	0.0804	0.0927	0.0927	0.0927	0.14	0.0952	0.095	0.0952
X29	0.0704	0.1485	0.25	0.1547	0.166	0.166	0.166	0	0.142	0.142	0.142
X41	0.0689	0	0	0	0	0	0	0.157	0	0	0
X42	0.0009	0.0072	0	0.0184	0.0295	0.0295	0.0295	0.02	0.03	0.03	0.03
X45	0	0	0.0571	0	0	0	0	0	0	0	0
X53	0	0.0383	0.0692	0.0187	0.0165	0.0165	0.0165	0	0	0	0
X57	0.0706	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X58	0	0	0	0.0627	0	0	0	0	0	0	0
X60	0.0065	0	0	0.0953	0.134	0.134	0.134	0	0.1128	0.113	0.1128
X64	0	0.0551	0	0.0679	0.0498	0.0498	0.0498	0	0.046	0.046	0.046
X67	0.1682	0.1238	0.0363	0	0	0	0	0	0	0	0
X68	0.0334	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X70	0.0126	0.0654	0.0856	0.0812	0.0822	0.0822	0.0822	0.031	0.0647	0.065	0.0647
X71	0.0612	0.0382	0.0642	0.0618	0.0749	0.0749	0.0749	0.123	0.0861	0.086	0.0861
X94	0.1607	0.1015	0.05	0.1272	0.134	0.134	0.134	0.143	0.158	0.158	0.158
X97	0.1285	0.0986	0	0.0896	0.0766	0.0766	0.0766	0	0.0755	0.076	0.0755
X99	0.0139	0	0.0218	0.0001	0	0	0	0.0135	0	0	0
δ1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
δ2	0	0	0.5554	0.4035	0	0	0	0	0	0	0
δ3	0	0	0	0.4067	0	0	0	0.664	0.0641	0.064	0.0641
δ4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
δ5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
δ6	1	0	0.5504	0	0	0	0	0.249	0	0	0
δ7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tablo 2'nin Devamı

DEĞİŞKEN	ALTERNATİF ÇÖZÜMLER (Farklı ağırlıklar)										
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
δ8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
δ9	1	0	1	0.6375	1	1	1	1	1	1	1
δ10	0.3799	0.3697	0.6185	0.2489	0.3028	0.2984	0.2952	0.526	0.3222	0.321	0.3202
min Z	88.049	159.25	306.82	478.436	600.401	724.53	848.66	884	1096.6	1221	1344.5
Risk	**88.005**	**98.3**	**93.521**	**102.885**	**103.867**	**103.87**	**103.87**	**111.1**	**105.11**	**105.1**	**105.11**
Getiri (%)	**13.101**	**13.152**	**11.908**	**13.7555**	**13.486**	**13.508**	**13.524**	**12.37**	**13.389**	**13.4**	**13.399**
İMKB 30	0.25	0.25	0.25	0.25	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
İMKB 50	0.4	0.4	0.3722	0.37983	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
İMKB 100	0.5	0.5	0.5	0.47967	0.5	0.5	0.5	0.467	0.4968	0.497	0.4968
Sektör 1	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Sektör 2	0.3	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Sektör 3	0.3	0.25	0.2775	0.25	0.25	0.25	0.25	0.262	0.25	0.25	0.25
Sektör 4	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Sektör 5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Sektör 6	0.3	0.25	0.3	0.28188	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

Tablo.2'nin 1. sütununda değişkenler, 1. satırında ağırlık guruplarının numaraları, diğer sütunlarda her bir ağırlık grubuna göre bulunan çözüm sonuçları yer almaktadır. Örneğin; 1 numaralı ağırlık grubuna göre bulunan çözüm değerleri 2. sütunda yer almaktadır. Bu çözüme göre, KRTEK (X9), FROTO (X10), CEYLN (X21), AKGRT (X29), AKBNK (X41), DERIM (X42), SİSE (X57), EREGL (X60), ECILC (X67), UCAK (X68), MMART (X70), DEVA (X71), TOPFN (X94), KAPLM (X97) senetlerine sırayla 0.0232 ; 0.0336 ; 0.1475 ; 0.0704 ; 0.0689 ; 0.0009 ; 0.0706 ; 0.0065 ; 0.1682 ; 0.0334 ; 0.0126 ; 0.0612 ; 0.1607 ; 0.1285 ; 0.0139 oranlarında yatırım yapmalıdır. Bu durumda beklenen risk seviyesi 88.005, beklenen getiri %13.101 olarak ortaya çıkmıştır. Bulanık miktarların kullanım oranları; $\delta_1=\delta_5=\delta_6=\delta_9=1$ ve buna uygun olarak İMKB 30, İMKB 50, İMKB 100 ve sektörlere yapılan yatırım oranlarına ilişkin kısıt değerleri sırayla 0.25 ;0.4 ; 0.5 ; 0.25 ; 0.3 ; 0.3 ; 0.25 ; 0.25 ; 0.3 olarak ortaya çıkmıştır.

Tablo 3. Modelde Dikkate Alınan Senetlere İlişkin Değişkenler

X1	KAVPA	**X39**	ARCLK	**X77**	IZOCM
X2	CMLOJ	**X40**	ASUZU	**X78**	CEMTS
X3	ATEKS	**X41**	AKBNK	**X79**	BURCE
X4	TOASO	**X42**	DERIM	**X80**	KERVT
X5	CLEBİ	**X43**	BERDN	**X81**	DMSAS
X6	MİPAZ	**X44**	EDIP	**X82**	ISYAT
X7	TİRE	**X45**	KONYA	**X83**	OYSAC
X8	HEKTS	**X46**	MUTLU	**X84**	TUDDF
X9	KRTEK	**X47**	KRSTL	**X85**	GRGYO
X10	FROTO	**X48**	LUKSK	**X86**	SKTAS
X11	YATAS	**X49**	KİPA	**X87**	ESEMS
X12	KUTPO	**X50**	HURGZ	**X88**	ADNAC
X13	SONME	**X51**	MAALT	**X89**	EGGUB
X14	GUBRF	**X52**	BOLUC	**X90**	YKYRO
X15	ANHYT	**X53**	IHEVA	**X91**	BISAS
X16	GARFA	**X54**	FNSYO	**X92**	FFKRL
X17	FRIGO	**X55**	MAALT	**X93**	ATLAS
X18	ERBOS	**X56**	TACYO	**X94**	TOPFN
X19	ATAYO	**X57**	SİSE	**X95**	PINSU
X20	RAYSG	**X58**	MRDIN	**X96**	CYTAS
X21	CEYLN	**X59**	GOLTS	**X97**	KAPLM
X22	MZHLD	**X60**	EREGL	**X98**	TSKB
X23	AKYO	**X61**	DYHOL	**X99**	PRKTE
X24	ECZYT	**X62**	BRYAT	**X100**	ANACM
X25	NTHOL	**X63**	GARAN	**X101**	TEKST
X26	VKFYT	**X64**	ASELS	**X102**	DITAS
X27	UZEL	**X65**	CIMSA	**X103**	FINBN
X28	CMBTN	**X66**	OZFIN	**X104**	ARFYO
X29	AKGRT	**X67**	ECİLC	**X105**	YKFIN
X30	PNSUT	**X68**	UCAK	**X106**	DUROF
X31	TRKCM	**X69**	ANSGR	**X107**	BUMYO
X32	OTKAR	**X70**	MMART	**X108**	AVIVA
X33	HZNDR	**X71**	DEVA	**X109**	FMİZP
X34	ATSYO	**X72**	VARYO	**X110**	KRDMD
X35	DOKTS	**X73**	DOHOL	**X111**	KRDMA
X36	BEKO	**X74**	BRSAN	**X112**	MYZYO
X37	SERVE	**X75**	IZMDC	**X113**	DNZYO
X38	NTTUR	**X76**	EVREN	**X114**	BFREN

Tablo.2'de verilen alternatif çözümler incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır:

- Beklenen getiri ve risk miktarının hesabında uzak dönemlere göre yakın dönemlerin daha fazla dikkate alınmasını sağlayan farklı ağırlık uygulamalı çözümler, doğal olarak farklı portföyler ortaya çıkarmıştır.
- Buna rağmen, risk seviyelerinde ve beklenen getiri oranlarında önemli ölçüde bir farklılık çıkmamıştır.
- Bulanık miktarların kullanım oranlarında önemli değişiklikler olmuştur.
- İMBK-30, İMBK-50, İMBK-100'da yer alan senetler için sırayla en az 0.30, 0.40, 0.50 oranında yatırım şartı konmuş ve bu oranların 0.05 altına inilebileceği şeklinde bulanık bir miktar belirlenmişti. Çözümlerin bir kısmında bulanık miktarların kullanım oranları sıfırdan büyük çıkmıştır. Yani, bazı çözümlerde İMBK-30, İMBK-50, İMBK-100'da yer alan senetlerin diğerlerine göre daha riskli olduğu gözlenmektedir.
- Üç ayda yaklaşık %15 oranında getiri hedefleyen ve uygulamada dikkate alınan diğer kısıtları kabul eden bir yatırımcı 11 farklı çözümden birini seçebilir. Çok kısa dönem için bir yatırım düşünüyor ise 11 numaralı çözüme göre, çok uzun dönemli bir yatırım düşünüyor ise 1 numaralı çözüme göre portföy oluşturmasının uygun olacağı önerilebilir.

Sonuç

Portföy seçiminde etkili olan unsurlar bulanık bir yapıya sahiptir. Bu nedenle optimum portföyü belirlerken bu durumun dikkate alınması gerekmektedir.

Bu çalışmada beklenen getiri oranı, beklenen risk miktarı, riski artıran veya azaltan etkenlerin yapısı gibi durumlar bulanık olarak düşünülerek doğrusal hedef programlama modeli ortaya konulmuş ve İMKB'de bir uygulama yapılmıştır.

Geleceği belirlemede geçmiş dönemlerin etkilerinin eşit olmayıp günümüze yakın dönemlerin uzak dönemlere göre etkisinin daha fazla olacağı düşüncesiyle beklenen getiri ve risk miktarının hesabında farklı ağırlık uygulamalı 11 değişik çözüm ortaya konmuştur. Bu çözümler, yatırımcıya alternatifler sunmaktadır. Üç ayda yaklaşık %15 oranında getiri hedefleyen ve uygulamada dikkate alınan diğer kısıtları kabul eden bir yatırımcı 11 farklı çözümden birini seçebilir. Çok kısa dönem için bir yatırım düşünüyor ise 11 numaralı çözüme göre, çok uzun süreli bir yatırım düşünüyor ise 1 numaralı çözüme göre portföy oluşturmasının uygun olacağı önerilebilir. Yatırım süresine göre bu alternatif çözümlerden biri tercih edilmelidir.

Kaynakça

Ammar, E., Khalifa, H. A. (2003), "Fuzzy Portfolio Optimization A Quadratic Programming Approach", **Chaos, Solitions And Fractals, 18,** 1045-1054.

Bekçi, İsmail (2001); **Optimal Portföy Oluşturulmasında Bulanık Doğrusal Programlama Modeli ve İMKB'de Bir Uygulama,** (Yayınlanmamış doktora tezi), Isparta.

Ceylan, Ali, Korkmaz, Turhan(2000); **Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi**, Bursa: Umut Matbaacılık.

Feinstein, Charles D., Thapa, Mukund N. (1993), "Notes: A Reformulation Of A Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model", **Management Science, Vol.39, no 12,** 1552-1553.

Konno, Hiroshi, Yamazakı H. (1991). "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model And Its Applications To Tokyo Stock Market", **Management Science, Vol.37, No 5,** 519-531.

Parra, M. Arenas, Terol, A. Bilbao, Uria, M. V. Rodriguez(2001) "A Fuzzy Goal Programming Approach To Portfolio Optimization", **European Journal Of Operational Research, 133,** 287-297.

Şen, Zekai(1999) "Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Modelleme İlkeleri", **İ.T.Ü. Uçak Ve Uzay Bilimleri Fakültesi,** İstanbul.

Tiryaki, Fatma, Ahlatcioğlu, Mehmet(2005) "Fuzzy Stock Selection Using A New Fuzzy Ranking and Weighting Algorithm", **Applied Mathematics And Computation,** 1-14.

Yörük, Nevin(2000); **Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj fiyatlama Modelinin İMKB'de Test Edilmesi,** İstanbul, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası.

Zadeh, Lotfi, A., (1965) Fuzzy sets, **Inform Control, 8**, 338–353