



# Farklı Yeteneklere ve Önceliklere Sahip Ajanların ve Aynı Ajana Atanması Gereken İşlerin Olduğu Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Hedef Programlama Modeli

Feriştah ÖZÇELİK<sup>1</sup>, Tuğba SARAÇ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir

## Öz

Genelleştirilmiş atama problemi (GAP), kapasite kısıtları altında işlerin ajanlara atanması problemidir. GAP'ın özel bir çeşidi olan çok kaynaklı GAP (ÇK-GAP)'ta her ajanın farklı sayıda kısıtlı kaynağı vardır. Problemin amacı, atamalar sonucu oluşan toplam maliyeti enküçükleme olup her iş sadece bir ajana atanmaktadır. Bu çalışmada, farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu ÇK-GAP ele alınmıştır. Bu çalışmanın motivasyon kaynağı, bir buzdolabı işletmesinin plastik enjeksiyon kalıplarının yan sanayilerine atanması problemidir. Ele alınan problem için 0-1 karma tamsayılı bir hedef programlama modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen modelin performansı farklı özelliklere sahip test problemleri kullanılarak test edilmiştir. Problemlerin çözümünde GAMS/Cplex çözücüsü kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar geliştirilen modelin gerçek hayat problemlerinin çözümünde başarıyla kullanılabilirliğini göstermektedir.

## Makale Bilgisi

Başvuru: 29/07/2016  
Düzelme: 09/02/2017  
Kabul: 15/02/2017

## Anahtar Kelimeler

Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi  
Plastik enjeksiyon kalıplarının yan sanayilere atanması problemi  
Hedef programlama

## Keywords

Multi-resource generalized assignment problem  
Plastic injection mold assignment problem  
Goal programming

## A Goal Programming Model for Multi-Resource Generalized Assignment Problem that Contains Agents With Different Abilities and Priorities Along With Jobs to Be Assigned to the Same Agents

## Abstract

Generalized Assignment Problem (GAP) is assignment of jobs to agents with capacity constraints. For Multi Resource GAP (MR-GAP), as an extension of GAP, each agent has a certain number of constrained resources. The aim of the problem is to minimize the total assignment cost. Here, each job is assigned to exactly one agent. In this study, a special kind of MR-GAP, consisting of agents with certain aptitudes and priorities in association with jobs that necessitate assigning to the same agent is considered. The motivation of this study is the problem confronted by a refrigerator factory, to assign the plastic injection molds to supplier firms. A mixed binary integer goal-programming model is developed for considered problem. The performance of the proposed mathematical model is tested by using instances with different characteristics. GAMS/Cplex solver is used to solve those instances. The results obtained, proved that the proposed model is capable to solve the real life problems successfully.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Genelleştirilmiş atama problemi (GAP), kapasite kısıtları altında işlerin ajanlara atanması problemidir. Problemin amacı, atamalar sonucu oluşan toplam maliyeti enküçükleme olup her iş sadece bir ajana atanmaktadır. GAP'ın, yerleştirme problemleri, araç rotalama, grup teknolojisi, çizelgeleme gibi birçok uygulama alanı bulunmaktadır. GAP NP-zor bir yapıya sahiptir [1]. Bu nedenle literatürde kesin çözüm yöntemlerinin yanı sıra eniyiye yakın çözümler bulmaya yönelik birçok çalışma mevcuttur. GAP problemleri ile ilgili yapılan yayın taramasında GAP'ın çözümü için literatürde kullanılmış olan başlıca çözüm yöntemleri; yaklaşık çözüm yöntemleri [2-11], tavlama benzetimi [12-14], yasaklı arama [13, 15-

20], genetik algoritma [14, 21-25], sinir ağları [26-27], arı kolonisi [28-31], açgözlü algoritmalar [28, 32], parçacık sürü optimizasyonu [30], sezgisel algoritmalar [17, 19-20, 33-58], doğrusal programlama gevşetmesi [33-34, 59-61], Lagrange gevşetmesi [1, 3, 14, 43, 62-69], Lagrange ayrıştırması [7, 70-71], değişken derin arama sezgiseli [72-73], matematiksel model [74-78], dal-sınır algoritması [3, 4, 18, 19, 64, 65, 68, 69, 79-83], dal-fiyat algoritması [84-85], dal-kesme-fiyat algoritmasıdır [86-87]. Literatürde darboğaz, çok aşamalı, elastik, dinamik, stokastik, çok kaynaklı ve çok amaçlı gibi farklı GAP türleri mevcuttur.

GAP'ta ajanların sadece tek tip kaynağı olduğu varsayılmaktadır. Eğer her bir ajan birden fazla tipte kapasiteli kaynağa sahip ise bu problem literatürde çok kaynaklı GAP (ÇK-GAP) olarak adlandırılmaktadır. ÇK-GAP'ın matematiksel modeli aşağıda verilmiştir [88]:

$$\begin{aligned} \sum_j r_{ijq} x_{ij} &\leq b_{iq} && \forall iq \\ \sum_i x_{ij} &= 1 && \forall j \\ x_{ij} &\in \{0, 1\} && \forall ij \end{aligned}$$

kısıtları altında,

$$enk z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

Burada i ajanı, j işi ve q ise kaynağı gösteren indislerdir.  $x_{ij}$ , j. iş i. ajana atanırsa 1 diğer durumda 0 değerini alan karar değişkenidir.  $c_{ij}$ , j. işin i. ajana atanmasının maliyetini,  $b_{iq}$ , i. ajanın q. kaynağının kapasitesini,  $r_{ijq}$ , j. işin i. ajanın q. kaynağından kullandığı miktarı gösteren parametrelerdir.

Literatürde ÇK-GAP'ı ele alan az sayıda çalışma mevcuttur. [37], ÇK-GAP'ın dinamik versiyonunu ele almıştır. İşlerin makinelerle atandığı modelde talebin zamanla değiştiği ve kapasitelerin dinamik olduğu durum incelenmiştir. [14], hazırlık süreli ÇK-GAP'ı ele almıştır. Bu problemde işlerin birçok makineye paylaştırılmasına izin verilmektedir. Amaç fonksiyonunda hem hazırlık süreleri hem de hazırlık maliyetleri birlikte dikkate alınmıştır. [17] ve [39], klasik ÇK-GAP problemini ele almışlardır. [74], proje başvurularının değerlendirilebilmesi için, her bir projeye 3 ya da 4 hakem atanacak şekilde tercih kısıtlı bir ÇK-GAP modeli geliştirmiştir. Amaçlar atamaların dengeli bir şekilde yapılması ve hakemlerin tercihlerine göre atanması olarak belirlenmiştir. [83], en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklenmesinin amaçlandığı ajan darboğazlı ÇK-GAP'ı ele almıştır. [19], ÇK-GAP'ı iki amaçlı olarak ele almıştır. Bu amaçlar; tüm ajanlardaki toplam yükün enküçüklenmesi ve en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklenmesidir.

Bu çalışmada farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu ÇK-GAP ele alınmıştır. ÇK-GAP ile ilgili literatürdeki çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmada ele alınan kısıtlardan öncelik kısıtları [74] dışında hiçbirisi daha önce literatürde yer almamıştır. [74], proje önerilerine hakem ataması sırasında hakemlerin tercihlerini (öncelikleri) dikkate almıştır. Ele alınan problem için bir hedef programlama modeli geliştirilmiştir. Önerilen çözüm yaklaşımının performansı, farklı özelliklere sahip test problemleri kullanılarak test edilmiştir.

Çalışmanın izleyen bölümünde ele alınan problem tanımlanmış, üçüncü bölümde geliştirilen hedef programlama modeli açıklanmış, dördüncü bölümde deneysel sonuçlar sunulmuş ve son bölümde ise elde edilen sonuçlar ve gelecek çalışmalara yönelik öneriler verilmiştir.

## 2. Ele Alınan Problem (Considered Problem)

Otomotiv ve beyaz eşya gibi sektörlerde üretilen ürünler, pek çok parçadan oluşmaktadır. Bu parçaların bir kısmı ana sanayi bünyesinde üretilirken önemli bir kısmı da yan sanayilerden tedarik edilmektedir. Her yan sanayi, sınırlı bir kapasiteye ve belirli uzmanlıklara sahiptir. Bu aşamada tedarik edilecek parçaların hangi yan sanayilerden temin edileceği önemli bir problemidir. Yan sanayilerin kapasite kısıtı nedeniyle, ana

sanayinin her üretim planı değiştiğinde kapasite aşımının olup olmadığı kontrol edilmeli ve eğer kapasite aşımı söz konusu ise dağıtım problemi yeniden çözülmelidir. Temin edilecek parça sayısı ve tedarikçi sayısı arttıkça problemin zorluğu da artmaktadır.

Bu çalışmanın motivasyon kaynağı, bir buzdolabı işletmesinin plastik enjeksiyon kalıplarının yan sanayilerine atanması problemi. Bir buzdolabında yüzü aşkın plastik parça yer almaktadır. Parçanın yan sanayiye atanması o parçaya ait plastik enjeksiyon kalıbının ilgili firmaya tahsis edilmesi anlamına gelmektedir. Kalıplar yan sanayilere etkin bir şekilde dağıtılamadığında, yan sanayilerin kapasitelerinin üzerinde yüklenmeleri ya da boş kalmaları, ana sanayinin üretiminin durması gibi riskler ortaya çıkmaktadır. Bu problemin sık sık yaşanması hem yan sanayilere hem de ana sanayiye önemli bir maliyet getirmektedir.

Bu çalışmada, bir buzdolabı fabrikasında, plastik enjeksiyon kalıplarının yan sanayilere atanması problemi ele alınmıştır. Bir kalıbın tamamen aynı özelliklere sahip kopyaları olabilmektedir. Yan sanayilerin birden fazla makine tonaj grubu vardır ve her tonaj grubunun kapasitesi sınırlıdır. Kalıplar, farklı tonaj gruplarına atanabilmekle beraber, bazı tonajlarda daha verimli olabildiklerinden her kalıp mümkün olduğunca tercih edilen tonaj grubuna atanmalıdır. Yan sanayiler bazı konularda uzmandır. Örneğin, yan sanayilerin bazıları plastik parçaları boyayabilmekte, bazıları çok büyük gramajlı parça üretebilmekte, bazıları ise montaj da yapabilmektedir. Kalıp atamaları aşamasında bu uzmanlıklar dikkate alınmalıdır. Her yan sanayinin farklı bir önceliği (hedef doluluğu) vardır. Bu öncelikler, yan sanayilerin o dönemde yaptığı yatırım, sevkiyat ve kalite başarısı, fiyat politikası, ödeme dengeleri, uzmanlıkları gibi kriterler dikkate alınarak belirlenmektedir. Kalıp atamaları yapılırken firmaların öncelik değerleri göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca bazı işlerin aynı ajana atanmasını gerektiren durumlar olabilmektedir. Örneğin; birden fazla plastik parçanın montajı ile oluşan (gruplu) bir ürün söz konusu ise, sevkiyat ve kalite açısından mümkünse bu parçaların aynı yan sanayide üretilmesi tercih edilmektedir. Kalıplar, üretim miktarlarına bağlı olarak farklı kârlılıklara sahiptir. Bu nedenle kalıp atamaları yapılırken yüksek kârlı ve düşük kârlı kalıpların firmalara dengeli bir şekilde atanması oldukça önemlidir.

Ele alınan problemde ana sanayinin her üretim planı değiştiğinde (yaklaşık 15 günde bir) tüm yan sanayilerin kapasitelerinin yeterliliği hesaplanmaktadır. Herhangi bir yan sanayinin kapasitesi aşıldığında, ilgili yan sanayiden hangi kalıpların alınacağı ve bu kalıpların hangi firmalara atanacağını belirlemek gerekmektedir. Atamalar yapılırken aşağıdaki kısıtlar dikkate alınmalıdır:

- Kalıplar sadece ihtiyaç duydukları uzmanlıklara sahip firmalara atanabilir
- Kalıplar sadece üretilebilecekleri makine tonaj gruplarına atanabilir
- Makine tonaj gruplarına en fazla kapasiteleri kadar kalıp atanabilir
- Karlı kalıplar firmalara mümkün olduğunca dengeli dağıtılmalıdır
- Aynı gruba ait parçalar mümkün olduğunca aynı firmaya atanmalıdır
- Aynı kalıbın kopyaları mümkün olduğunca aynı firmaya atanmalıdır
- Firmalara mümkün olduğunca hedef doluluklarına yakın kalıp ataması yapılmalıdır
- Kalıplar mümkün olduğunca tercih ettikleri tonaja sahip makine tonaj grubuna atanmalıdır
- Kalıp atamaları mümkün olduğunca az kalıp değişikliği ile yapılmalıdır

### **3.Geliştirilen Hedef Programlama Modeli (Proposed Goal Programming Model)**

Ele alınan problemin çözümü için bir 0-1 karma tamsayılı matematiksel model geliştirilmiştir. Modelde gerçekleştirilmesi istenen birden çok hedef söz konusudur. Bu hedefler; kalıpların en az firma değişikliği ile atanması (hedef 1), aynı gruba ait parçaların kalıplarının aynı firmaya atanması (hedef 2), bir kalıbın tüm kopyalarının aynı firmaya atanması (hedef 3), her firmaya en az hedef doluluğu kadar kalıp atanması (hedef 4) ve kalıpların tercih edilen tonaja sahip makinalara atanmasıdır (hedef 5). Hedeflerin öncelikleri birbirinden farklı olduğundan öncelikli hedef programlama yaklaşımı kullanılmıştır. Öncelikler sırasıyla hedef 1, hedef 2, hedef 3, hedef 4 ve hedef 5 şeklindedir. Her öncelik için ayrı bir model çözülmüştür.

Model#1'de sadece enbüyük önceliğe sahip olan hedefl dikkate alınmıştır. Sonraki modellerde, önceki model çözümleri ile elde edilen hedef değerleri korunarak, modele yeni hedefler sırasıyla dahil edilmiştir.

Önerilen hedef programlama modellerinin indisleri, karar değişkenleri, parametreleri, kısıtları ve amaç fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

#### İndisler

$i, i'$  : kalıp indisi

$j, j'$  : kalıp kopya indisi

$k$  : firma indisi

$r$  : uzmanlık indisi

$l$  : tonaj grubu indisi

$h$  : grup indisi

#### Karar Değişkenleri

$x_{ijkl}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyası  $k$ . firmanın  $l$ . tonaj grubuna atandıysa 1, d.d. 0

$\alpha_{ik}$  :  $k$ . firmaya atanan  $i$ . kalıp karlı ise 1, d.d. 0

$S1n_{ijk}$  ;  $S1p_{ijk}$  ;  $S2n_{ii'jj'hk}$  ;  $S2p_{ii'jj'hk}$  ;  $S3n_{ijj'k}$  ;  $S3p_{ijj'k}$  ;  $S4n_k$  ;  $S4p_k$  ;  $S5n_{ij}$  ;  $S5p_{ij}$  : sapma değişkenleri

#### Parametreler

$a_{ijkl}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyası  $k$ . firmanın  $l$ . tonaj grubuna mevcutta atandıysa 1, d.d. 0

$u_{kr}$  :  $k$ . firma  $r$ . uzmanlığa sahipse 1, d.d. 0

$g_{ir}$  :  $i$ . kalıp  $r$ . uzmanlığa gerek duyuyorsa 1, d.d. 0

$d_{ij}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının aylık üretim adedi

$t_{ij}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının çevrim süresi

$n_{ij}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının göz adedi

$\beta_i$  :  $i$ . kalıbın kopya sayısı

$p_{ij}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının üretim süresi

$$p_{ij} = \frac{d_{ij}}{n_{ij}} * t_{ij}$$

$c_{lk}$  :  $k$ . firmanın  $l$ . tonaj grubundaki makinelerinin aylık toplam kapasitesi

$m_{ijl}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyası  $l$ . tonaj grubunda üretilebiliyorsa 1, d.d. 0

$q$  : kalıbın karlı olup olmadığını belirleyen miktar (aylık üretim süresi)

$f_{ih}$  :  $i$ . kalıp  $h$ . gruba aitse 1, d.d. 0

$e_k$  :  $k$ . firma için hedef doluluk

$z_{lk}$  :  $k$ . firmanın  $l$ . tonaj grubundaki ana sanayiye ayrılan makine sayısı

$o_k$  :  $k$ . firmanın aylık kapasitesi (süre)

$$o_k = \sum_l c_{lk}$$

$y_{ij}$  :  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının tercih ettiği tonaj grubu

KKS: her firmada olması istenen en az karlı kalıp sayısı

$MM$  : çok büyük pozitif tamsayı (Bu sayı en büyük kapasiteli firmanın kapasitesine eşit alınabilir.)

$OEE_k$  :  $k$ . firmanın toplam ekipman etkinliği

$ACG_k$  :  $k$ . firmanın aylık çalışma günü

$GVS_k$  :  $k$ . firmanın günlük vardiya sayısı

$VCS_k$  :  $k$ . firmanın vardiya çalışma süresi (saat)

$c_{lk} = z_{lk} * OEE_k * ACG_k * GVS_k * VCS_k$

Model#1:

$$\sum_l \sum_k u_{kr} * x_{ijkl} \geq g_{ir} \quad \forall i, j \leq \beta_i, r \quad (1)$$

(1) nolu kısıt grubu,  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının sadece tüm uzmanlık gereksinimlerini sağlayan firmalara atanmasını garanti etmektedir.

$$\sum_l \sum_{k|z_{lk}>0} x_{ijkl} = 1 \quad \forall i, j \leq \beta_i \quad (2)$$

$$\sum_l \sum_{k|z_{lk}=0} x_{ijkl} = 0 \quad \forall i, j \leq \beta_i \quad (3)$$

$$\sum_l \sum_k x_{ijkl} = 0 \quad \forall i, j > \beta_i \quad (4)$$

(2)-(4) nolu kısıtlar,  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının mutlaka bir firmanın bir tonaj grubuna atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_k x_{ijkl} \leq m_{ijl} \quad \forall i, j \leq \beta_i, l \quad (5)$$

(5) nolu kısıt grubu,  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının bağlanabileceği tonaj gruplarından birisine atanmasını sağlar.

$$\sum_i \sum_{j \leq \beta_i} p_{ij} * x_{ijkl} \leq c_{lk} \quad (z_{lk} > 0) \quad \forall l, k \quad (6)$$

(6) nolu kısıt grubu,  $k$ . firmanın  $l$ . tonaj grubuna atanan kalıpların toplam üretim sürelerinin bu grubun kapasitesini aşmamasını garanti eder.

$$\sum_j \sum_l p_{ij} * x_{ijkl} + (1 - \alpha_{ik})MM \geq q \quad \forall k \quad (7)$$

$$\sum_i \alpha_{ik} \geq KKS \quad \forall k \quad (8)$$

(7) ve (8) nolu kısıtlar, her firmaya en az KKS kadar karlı kalıp atanmasını sağlar.

$$\sum_l x_{ijkl} - \sum_l a_{ijkl} + S1n_{ijk} - S1p_{ijk} = 0 \quad \forall i, j, k \quad (9)$$

(9) nolu kısıt grubu, yeni kalıp atamalarının mümkünse en az firma değişikliği ile gerçekleştirilmesini sağlar (Hedef 1).

$$x_{ijkl} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, l, k \quad (10)$$

$$\alpha_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \quad (11)$$

$$S1n_{ijk}, S1p_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (12)$$

(10)-(12) karar değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır.

### Amaç Fonksiyonu

$$enkz1 = \sum_i \sum_j \sum_k S1n_{ijk} + \sum_i \sum_j \sum_k S1p_{ijk} \quad (13)$$

Model#1'in amaç fonksiyonu (13), hedef 1'den negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

Model#2:

(1)-(12)

$$\sum_i \sum_j \sum_k S1n_{ijk} + \sum_i \sum_j \sum_k S1p_{ijk} = z1_{enk} \quad (14)$$

(14) nolu kısıt, model#1'in çözümü sonucunda elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerinin ( $z1_{enk}$ ) korunmasını sağlar.

$$\sum_l x_{ijlk} - \sum_l x_{i'j'lk} + S2n_{ii'jj'hk} - S2p_{ii'jj'hk} = 0 \quad (f_{ih} = 1 \text{ ve } f_{i'h} = 1) \quad \forall i > i', i, i', j \leq \beta_i, j' \leq \beta_{i'}, h, k \quad (15)$$

(15) nolu kısıt grubu, mümkünse aynı gruba ait kalıpların aynı firmaya atanmasını sağlar (Hedef 2).

$$S2n_{ii'jj'hk}, S2p_{ii'jj'hk} \geq 0 \quad \forall i > i', i, i', j \leq \beta_i, j' \leq \beta_{i'}, h, k \quad (16)$$

$$enkz2 = \sum_i \sum_{i'} \sum_j \sum_{j'} \sum_h \sum_k S2n_{ii'jj'hk} + \sum_i \sum_{i'} \sum_j \sum_{j'} \sum_h \sum_k S2p_{ii'jj'hk} \quad (17)$$

Model#2'in amaç fonksiyonu (17), hedef 2'den negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

Model#3:

(1)-(12)

(14)-(16)

$$\sum_i \sum_{i'} \sum_j \sum_{j'} \sum_h \sum_k S2n_{ii'jj'hk} + \sum_i \sum_{i'} \sum_j \sum_{j'} \sum_h \sum_k S2p_{ii'jj'hk} = z2_{enk} \quad (18)$$

(18) nolu kısıt, model#2'in çözümü sonucunda elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerinin ( $z2_{enk}$ ) korunmasını sağlar.

$$\sum_l x_{ijlk} - \sum_l x_{i'j'lk} + S3n_{ijj'k} - S3p_{ijj'k} = 0 \quad \forall i, j \leq \beta_i, j' \leq \beta_{i'}, j > j', k \quad (19)$$

(19) nolu kısıt grubu, mümkünse bir kalıbın kopyalarının aynı firmaya atanmasını sağlar (Hedef 3).

$$S3n_{ijj'k}, S3p_{ijj'k} \geq 0 \quad \forall ijj'k \quad (20)$$

$$enkz3 = \sum_i \sum_j \sum_{j'} \sum_k S3n_{ijj'k} + \sum_i \sum_j \sum_{j'} \sum_k S3p_{ijj'k} \quad (21)$$

Model#3'in amaç fonksiyonu (21), hedef 3'den negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

Model#4:

(1)-(12)

(14)-(16)

(18)-(20)

$$\sum_i \sum_j \sum_{j'} \sum_k S3n_{ijj'k} + \sum_i \sum_j \sum_{j'} \sum_k S3p_{ijj'k} = z3_{enk} \quad (22)$$

(22) nolu kısıt, model#3'in çözümü sonucunda elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerinin ( $z3_{enk}$ ) korunmasını sağlar.

$$\left( \sum_i \sum_{j \leq \beta_i} \sum_l x_{ijlk} * p_{ij} \right) / o_k + S4n_k - S4p_k = e_k \quad \forall_k \quad (23)$$

(23) nolu kısıt grubu, her firmaya mümkünse hedef doluluğu kadar kalıp atanmasını sağlar (Hedef 4).

$$S4n_k, S4p_k \geq 0 \quad \forall_k \quad (24)$$

$$enkz4 = \sum_k S4n_k + \sum_k S4p_k \quad (25)$$

Model#4'in amaç fonksiyonu (25), hedef 4'den negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

Model#5:

(1)-(12)

(14)-(16)

(18)-(20)

(22)-(24)

$$\sum_k S4n_k + \sum_k S4p_k = z4_{enk} \quad (26)$$

(26) nolu kısıt, model#4'in çözümü sonucunda elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değerinin ( $z4_{enk}$ ) korunmasını sağlar.

$$\sum_l \sum_k x_{ijlk} * l + S5n_{ij} - S5p_{ij} = y_{ij} \quad \forall_i, j \leq \beta_i \quad (27)$$

(27) nolu kısıt grubu,  $i$ . kalıbın  $j$ . kopyasının mümkünse tercih edilen tonaja sahip gruba atanmasını sağlar (Hedef 5).

$$S5n_{ij}, S5p_{ij} \geq 0 \quad \forall_{ij} \quad (28)$$

Model#5'in amaç fonksiyonu (28), hedef 5'den negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

$$enkz5 = \sum_i \sum_j S5n_{ij} + \sum_i \sum_j S5p_{ij} \quad (29)$$

Model#5'in amaç fonksiyonu (29), hedef 5'ten negatif ve pozitif yönlü sapmaların toplamının enküçüklenmesidir.

#### 4. Deneysel Sonuçlar (Computational Results)

Geliştirilen matematiksel model öncelikle örnek bir problem kullanılarak ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Daha sonra uygulamanın yapıldığı fabrikadan alınan veriler kullanılarak türetilen farklı özelliklere sahip test problemleri çözülmüş ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Tüm testler Intel (R) Core (TM) i7- 5700HQ CPU@2.70 GH işlemcisi, 8 GB belleği ve Windows 10 işletim sistemine sahip bir bilgisayarda yapılmıştır. Matematiksel model GAMS 24.1.3 ile kodlanmış ve çözücü olarak Cplex kullanılmıştır.

##### 4.1. Örnek Problem (Sample Problem)

Türetilen örnek problemde iki adet firma (k), beş adet kalıp (i), üç farklı tonajda makine (l) ve üç adet uzmanlık (r) vardır. Firmaların her bir tonaj grubunda sahip oldukları makine sayıları Tablo 1’de ve kalıp ile ilgili problem parametrelerinin değerleri Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 1:** Makine sayıları (number of machines)

$l$	$k$	$z_{lk}$
1	1	1
3	1	2
1	2	1
2	2	4
3	2	1

**Tablo 2:** Kalıp ile ilgili problem parametreleri (problem parameters related to mold )

$i$	1	2	2	3	3	3	4	5	5
$j$	1	1	2	1	2	3	1	1	2
$d_{ij}$	40382	17546	17546	17340	17340	17340	41174	15007	15007
$t_{ij}$ (sn)	50	45	45	45	45	45	35	48	48
$n_{ij}$	2	1	1	1	1	1	2	1	1
$p_{ij}$ (sa)	280,4	219,3	219,3	216,8	216,8	216,8	200,2	200,1	200,1
$m_{ijl}$ (l)	1 ve 2	1 ve 2	1 ve 2	2 ve 3	3	3	1	2 ve 3	2 ve 3
$y_{ij}$	1	2	2	3	3	3	1	3	3
$g_{ir}$ (r)	1 ve 2	3	3	3	3	3	1	1	1
Grup No (h)	0	1	1	1	1	1	0	0	0
$a_{ijkl}$ (l;k)	(1;1)	(2;2)	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(3;1)	(1;2)	(2;2)	(2;2)

Planlama dönemi olarak 1 aylık süre seçilmiştir. Firma bilgileri Tablo 3’te verilmiştir.

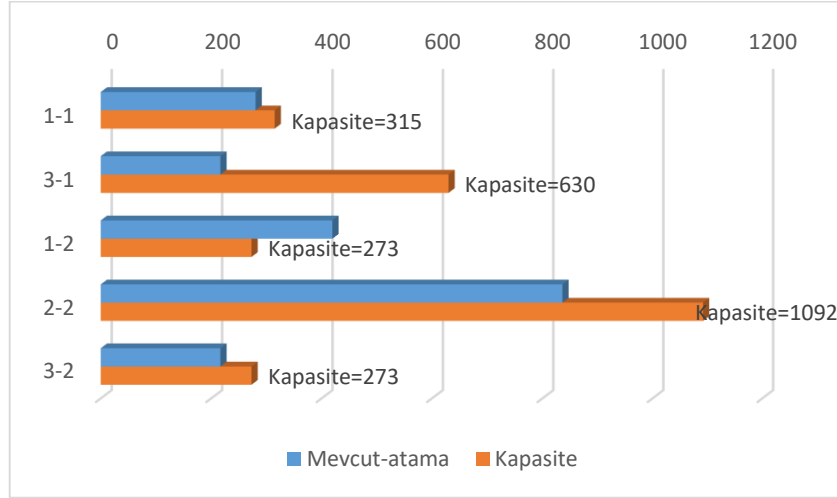
**Tablo 3:** Firma ile ilgili problem parametreleri (problem parameters related to firm)

$k$	$u_{kr}$	$e_k$	$OEE_k$	$ACG_k$	$GVS_k$	$VCS_k$
1	1, 2 ve 3	0.45	0.75	20	3	7
2	1 ve 3	0.90	0.65	20	3	7

Mevcut atamaların her bir tonaj grubu-firma (l-k) bazında ne kadar kapasite kullandığı Şekil 1’de verilmiştir. Şekil 1’den de görülebileceği gibi 2. firmanın, 1. tonaj grubunda kapasite aşımı söz konusudur.



Örnek problem, önerilen matematiksel model ile 0.22 saniyede çözülmüş ve elde edilen atamalar Tablo 4'te verilmiştir.

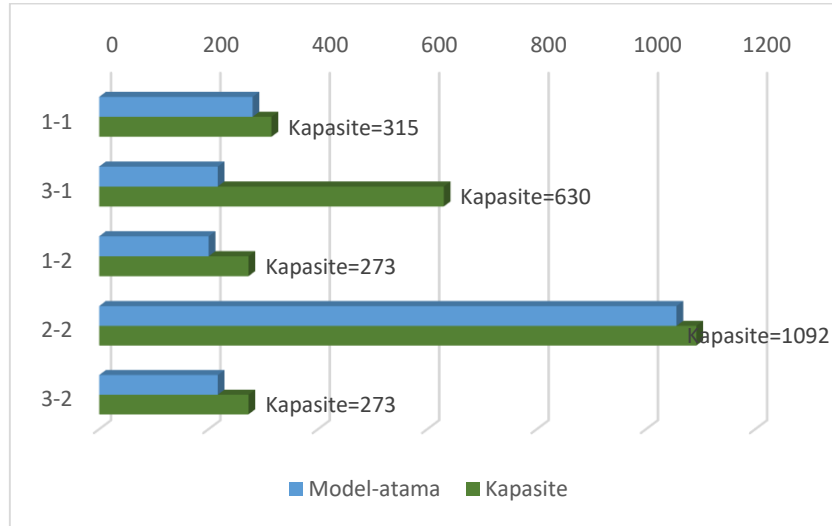


Şekil 1: Mevcut atamaların tonaj grubu-firma (l-k) bazında kapasite kullanımları

Tablo 4: Matematiksel model ile elde edilen atamalar (Assignments obtained by mathematical model)

$i$	1	2	2	3	3	3	4	5	5
$j$	1	1	2	1	2	3	1	1	2
$x_{ijk} (l;k)$	(1;1)	(2;2)	(2;2)	(2;2)	(3;2)	(3;1)	(1;2)	(2;2)	(2;2)

Tablo 4'ten de görülebileceği gibi sadece kalıp 2'nin 2. kopyasının (firma aynı kalmış tonaj grubu değişmiştir) ataması değişmiş ve böylece kapasite aşımı önlenmiştir. Matematiksel modelin çözümü sonucunda elde edilen atamaların tonaj grubu-firma (l-k) bazında kapasite kullanımları Şekil 2'de verilmiştir. Şekil 2'den de görülebileceği gibi modelin çözümü ile elde edilen atamalarda herhangi bir kapasite aşımı olmamıştır.



Şekil 2: Modelin çözümü ile elde edilen atamaların tonaj grubu-firma (l-k) bazında kapasite kullanımı

Matematiksel modelin çözümünde hiçbir kalıbın atandığı firma değişmediği için Hedef 1 sapmasız olarak gerçekleşmiştir. Üçüncü kalıp ile ikinci kalıp aynı gruba ait olduğundan mümkünse aynı firmaya atanmaları gerekmektedir. Üçüncü kalıbın üçüncü kopyası, ikinci kalıbın birinci ve ikinci kopyasıyla farklı firmalara atandığı için aynı gruba ait kalıpların aynı firmaya atanması hedefinden (hedef 2) toplam sapma değeri 2 (T.S.) olarak gerçekleşmiştir. Kopyası olan kalıplardan sadece üçüncü kalıbın üçüncü kopyası

diğer ikisinden farklı firmaya atandığından mümkünse bir kalıbın kopyalarının aynı firmaya atanması hedefinden (hedef 3) toplam sapma değeri 2 olarak gerçekleşmiştir. Her firmaya mümkünse hedef doluluğu kadar kalıp atanması hedefinin (hedef 4) gerçekleşme durumu incelendiğinde, ikinci firmanın %90 olan hedef doluluğunu yakaladığı birinci firmanın doluluğunun ise %45 olan hedefinin %8 üzerinde gerçekleştiği görülmüştür. Kalıpların tercih edilen tonaja atanması hedefi (hedef 5) incelendiğinde sadece üçüncü kalıbın birinci kopyasının ve beşinci kalıbın birinci ve ikinci kopyalarının tercih edilen tonaj gruplarına atanmadığı görülmüş, bu nedenle bu hedefe ait toplam sapma değeri 3 olarak gerçekleşmiştir. Her bir hedefe ait toplam hedef (T.H.) ve toplam sapma (T.S.) değerleri Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5: Toplam hedef ve toplam sapma değerleri (Total goal and total deviation values)**

Hedef 1		Hedef 2		Hedef 3		Hedef 4		Hedef 5	
T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.
0	0	0	2	0	2	(0.45,0.90)	(0.08,0.00)	0	3

#### 4.2. Test Problemleri (Test Instances)

Geliştirilen modelin performansını test etmek amacıyla uygulamanın yapıldığı fabrikadan alınan veriler kullanılarak farklı boyutlarda 10 test problemi türetilmiştir. Türetilen test problemlerinin özellikleri Tablo 6'da verilmiştir. Tablonun sütunlarında sırasıyla test probleminin numarası, kalıp sayısı, her bir kalıp için mümkün olabilecek en fazla kopya sayısı, kopyalarıyla birlikte toplam kalıp sayısı, firma sayısı, uzmanlık sayısı, makine tonaj gruplarının sayısı ve grup sayısı yer almaktadır. Problemlerin çözümü ile elde edilen sonuçlar Tablo 7'de verilmiştir. Tablonun ilk sütununda problemin numarası, ikinci sütununda saniye cinsinden çözüm süreleri sunulmuştur. İzleyen sütunlarda her hedef için toplam hedef (T.H.) ve toplam sapma (T.S.) değerleri yer almaktadır.

**Tablo 6: Türetilen test problemlerinin özellikleri (Features of the generated test problems)**

no	kalıp (i)	kop. (j)	toplam kalıp sayısı	firma (k)	uzm. (r)	tonaj (l)	grup (h)
1	151	3	181	5	10	9	1
2	321	5	404	5	12	8	3
3	220	4	289	5	6	8	1
4	206	4	274	5	7	7	1
5	314	4	394	5	12	9	1
6	279	5	345	5	9	9	2
7	247	3	306	5	11	9	1
8	221	5	283	5	10	8	2
9	370	5	474	5	13	8	3
10	246	5	302	5	10	9	2

Problemlerin yapısı gereği, bazı firmalarda kapasite aşımı yaşandığından bu durumun kalıpların atandığı firmaları değiştirmeksizin çözümü mümkün değildir. Toplamda kaç kalıbın atandığı firmanın değiştiğini gösteren Hedef 1'in toplam sapma değerleri, toplam kalıp sayılarına bölünerek kalıpların atandığı firmaların değişim yüzdeleri her bir problem için sırasıyla %11, %1, %24, %15, %16, %9, %14, %17, %8, %2 olarak bulunmuştur. Görülebileceği gibi sapma değerleri %2 ile %24 aralığında yer almaktadır. Tablo 7'den görülebileceği gibi, tüm test problemlerinde, aynı gruba ait parçalar aynı firmaya atanmıştır bir başka deyişle, sıfır olan Hedef 2 değerine tüm test problemlerinde ulaşılmıştır. Kopya kalıplar, dört problem dışında, aynı firmaya atanmıştır (Hedef 3). Hedef doluluklar açısından bakıldığında, Tablo 7'den görülebileceği gibi tüm test problemlerinin çözümleri birlikte değerlendirildiğinde, en büyük sapma değeri %32 olarak gerçekleşmekle beraber 10 firma için ise hedef değer tam olarak tutturulmuştur (Hedef 4).

Problemlerin tümünde, kalıplar tercih edilen makine tonajlarına atanmıştır (Hedef 5). Dolayısıyla fabrikada kullanılabilir çözümler üretilmiştir.

**Tablo 7: Test sonuçları (Test results)**

no	süre (sn.)	Hedef 1		Hedef 2		Hedef 3		Hedef 4		Hedef 5	
		T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.	T. H.	T. S.
1	5.94	0	20	0	0	0	0	(0.29,0.24,0.27,0.27,0.29)	(0.18,0.15,0.00,0.00,0.24)	0	0
2	149.84	0	6	0	0	0	0	(0.31,0.25,0.33,0.31,0.31)	(0.03,0.00,0.09,0.04,0.00)	0	0
3	18.00	0	70	0	0	0	1	(0.33,0.31,0.31,0.31,0.31)	(0.28,0.07,0.01,0.04,0.02)	0	0
4	13.74	0	42	0	0	0	0	(0.31,0.33,0.33,0.31,0.31)	(0.08,0.04,0.08,0.04,0.01)	0	0
5	33.88	0	64	0	0	0	2	(0.28,0.31,0.31,0.31,0.31)	(0.04,0.06,0.01,0.01,0.00)	0	0
6	65.44	0	32	0	0	0	1	(0.28,0.31,0.25,0.31,0.31)	(0.03,0.05,0.01,0.04,0.06)	0	0
7	14.97	0	42	0	0	0	2	(0.33,0.28,0.33,0.31,0.31)	(0.32,0.04,0.04,0.01,0.06)	0	0
8	35.45	0	48	0	0	0	0	(0.33,0.31,0.25,0.31,0.31)	(0.28,0.11,0.02,0.07,0.05)	0	0
9	178.13	0	38	0	0	0	0	(0.33,0.31,0.25,0.33,0.31)	(0.04,0.01,0.00,0.00,0.00)	0	0
10	48.63	0	6	0	0	0	0	(0.28,0.31,0.25,0.31,0.31)	(0.03,0.00,0.00,0.04,0.05)	0	0

## 5.Sonuç ve Öneriler (Conclusions)

Bu çalışmada, farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu ÇK-GAP ele alınmıştır. Farklı yeteneklere sahip firmaların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olması durumları ÇK-GAP literatüründe ilk defa bu çalışmada incelenmiştir. Ele alınan problem için 0-1 karma tamsayı bir hedef programlama modeli geliştirilmiştir. Hedeflerin öncelikleri birbirinden farklı olduğundan öncelikli hedef programlama yaklaşımı kullanılmıştır. Geliştirilen modelin performansı farklı özelliklere sahip test problemleri kullanılarak test edilmiştir. Problemler, GAMS’de kodlanmış ve çözücü olarak Cplex kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar geliştirilen modelin gerçek hayat problemlerinin çözümünde başarıyla kullanılabileceğini göstermiştir.

Önerilen matematiksel model sadece uygulamanın yapıldığı fabrikaya özel değildir. Benzer özelliklere sahip işletmelerde de kullanılabilir yapıdadır. Daha büyük boyutlu problemlerle karşılaşılması durumunda matematiksel modeli çözmek mümkün olmayabilir, bu durumda problemin çözümü için sezgisel çözüm yöntemlerine başvurulması önerilmektedir.

Bu çalışma, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu tarafından 2016-1216 nolu proje olarak desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Fisher, M.L., Jaikumar, R., Van Wassenhove, L.N. 1986, “A Multiplier Adjustment Method for the Generalized Assignment Problem”, Management Science, 32, 1095-1103.
- [2] Cohen, R., Katzir, L. and Raz, D. 2006, “An Efficient Approximation for the Generalized Assignment Problem”, Information Processing Letters, 100, 162-166.
- [3] Martello, S. and Toth, P. 1981, “An Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, Proceedings of the 9th IFORS Conference, Hamburg, Germany.
- [4] Martello, S. and Toth, P. 1990, “Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations”, John Wiley and Sons, Chichester, England.
- [5] Wilson, J.M. 1997a, “A Simple Dual Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, Journal of Heuristics, 2(4), 303-311.

- [6] Cattrysse, D.G., Salomon, M. and Van Wassenhove, L.N. 1994, “A Set Partitioning Heuristic for the Generalized Assignment Problem”, *European Journal of Operational Research*, 72, 167-174.
- [7] Lorena, L.A.N. and Narcisio, M.G. 1996, “Relaxation Heuristics for a Generalized Assignment Problem”, *European Journal of Operational Research*, 91, 600-610.
- [8] Narcisio, M.G. and Lorena, L.A.N. 1999, “Lagrangian/Surrogate Relaxation for Generalized Assignment Problems”, *European Journal of Operational Research*, 114, 165-177.
- [9] Haddadi, S. 1999, “Lagrangian Decomposition Based Heuristic for the Generalized Assignment Problem”, *INFOR*, 37(4), 392-402.
- [10] Haddadi, S. and Ouzia, H. 2001, “An Effective Lagrangian Heuristic for the Generalized Assignment Problem”, *INFOR*, 39(4), 354-356.
- [11] Trick, M.A. 1992, “A Linear Relaxation Heuristic for the Generalized Assignment Problem”, *Naval Research Logistics*, 39, 137-152.
- [12] Cattrysse, D.G. 1990, “Set Partitioning Approaches to Combinatorial Optimization Problems”, PhD Thesis, Katholieke University Leuven, Department Wetuigkunde, Centrum Industrieel Beleid, Belgium.
- [13] Osman, I.H. 1995, “Heuristics for the Generalized Assignment Problem: Simulated Annealing and Tabu Search Approaches”, *OR Spectrum*, 17, 211-225.
- [14] LeBlanc, L.J., Shtub, A., Anandalingam, G. 1999, “Formulating and solving production planning problems”, *European Journal of Operational Research*, 112, 54-80.
- [15] Diaz, J.A. and Fernandez, E. 2001, “A Tabu Search Heuristic for Generalized Assignment Problem”, *European Journal of Operational Research*, 132, 22-38.
- [16] Higgins, A.J. 2001, “A Dynamic Tabu Search for Large-Scale Generalized Assignment Problem”, *Computers & Operations Research*, 28 (10), 1039-1048.
- [17] Yagiura, M., Iwasaki, S., Ibaraki, T., Glover, F. 2004, “A very large-scale neighborhood search algorithm for the multi-resource generalized assignment problem”, *Discrete Optimization*, 1 (1), 87–98.
- [18] Woodcock A. J. and Wilson J. M. 2010, “A hybrid tabu search/branch & bound approach to solving the generalized assignment problem”, *European Journal of Operational Research*, 207 (2), 566-578.
- [19] Karsu, Ö. and Azizoglu, M. 2014, “Bicriteria Multiresource Generalized Assignment Problem”, *Naval Research Logistics*, 61, 621-636.
- [20] Yang, Z. and Niu, Z. 2013, “Energy Saving in Cellular Networks by Dynamic RS–BS Association and BS Switching”, *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 62, 9.
- [21] Chu, P.C. and Beasley, J.E. 1997, “A Genetic Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, *Computers and Operations Research*, 24(1), 17-23.
- [22] Wilson, J.M. 1997b, “Genetic Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, *Journal of the Operational Research Society*, 48(8), 804-809.
- [23] Lorena, L.A.N., Narciso, M.G. and Beasley, J.E. 2002, “A constructive Genetic Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, *Evolutionary Optimization*.
- [24] Liu L., Mu H., Song Y., Luo H., Li X., Wu F. 2012, “The equilibrium generalized assignment problem and genetic algorithm”, *Applied Mathematics and Computation*, 218, 6526-6535.

- [25] Liu, Y.Y. and Wang, S. 2015, "A scalable parallel genetic algorithm for the Generalized Assignment Problem", *Parallel Computing*, 46, 98-119.
- [26] Li, T. and Luyuan, F. 1991, "Competition Based Neural Networks for Assignment Problems", *Journal of Computer Science and Technology*, 6(4), 305-315.
- [27] Monfred, M.A.S. and Etemadi, M. 2006, "The Impact of Energy Function Structure on Solving Generalized Assignment Problem Using Hopfield Neural Network", *European Journal of Operational Research*, 18, 339-348.
- [28] Lourenço, H.R.D. and Serra, D. 2002, "Adaptive Approach Heuristics for the Generalized Assignment Problem", *Mathware and Soft Computing*, 9, 209-234.
- [29] Özbakir, L., Baykasoğlu A., Tapkan P. 2010, "Bees algorithm for generalized assignment problem", *Applied Mathematics and Computation*, 215, 3782-3795.
- [30] Bozdoğan, A.Ö., Yılmaz, A.E. and Efe, M. 2010, "Performance Analysis of Swarm Optimization Approaches for the Generalized Assignment Problem in Multi-Target Tracking Applications", *Turk J Elec Eng & Comp Sci*, 18, No.6.
- [31] Tapkan, P., Özbakir, L. and Baykasoğlu, A. 2013, "Solving Fuzzy Multiple Objective Generalized Assignment Problems Directly via Bees Algorithm and Fuzzy Ranking", *Expert Systems with Applications*, 40, 892-898.
- [32] Sharkey, T. and Romeijn H.E. 2010, "Greedy Approaches For a Class of Nonlinear Generalized Assignment Problems", *Discrete Applied Mathematics*, 158, 559-572.
- [33] Rainwater, C., Geunes J., Romeijn H. E. 2009, "The generalized assignment problem with flexible jobs", *Discrete Applied Mathematics*, 157, 49-67.
- [34] Moccia L., Cordeau J. F., Monaco M. F., Sammarra M. 2009, "A column generation heuristic for a dynamic generalized assignment problem", *Computers & Operations Research*, 36, 2670-2681.
- [35] Krumke, S.O. and Thielen, C. 2013, "The generalized assignment problem with minimum quantities", *European Journal of Operational Research*, 228, 46-55.
- [36] Zheng, F., Cheng Y., Xu Y., Liu M. 2013, "Competitive strategies for an online generalized assignment problem with a service consecution constraint", *European Journal of Operational Research*, 229, 59-66.
- [37] Shtub, A., Kogan, K. 1998, "Capacity planning by the dynamic multi-resources generalized assignment problem (DMRGAP)", *European Journal of Operational Research*, 105, 91-99.
- [38] Toktaş, B., Yen, J. W., Zabinsky Z.B. 2006, "Addressing capacity uncertainty in resource-constrained assignment problems", *Computers and Operations Research*, 33(3), 724-745.
- [39] Mitrović-Minić, S., Punnen, A. P. 2009, "Local search intensified: Very large-scale variable neighborhood search for the multi-resource generalized assignment problem", *Discrete Optimization*, 6 (4), 370-377.
- [40] Li, J.Q., Borenstein, D. and Mirchandani, P.B. 2008, "Truck Scheduling for Solid Waste Collection in the City of Porto Alegre, Brazil", *Omega*, 36, 1133-1149.
- [41] Liang, Z., Li, Y., Lim, A. and Guo, S. 2010, "Load Balancing in Project Assignment", *Computers & Operations Research*, 37, 2248-2256.
- [42] Gaudioso, M., Moccia L. and Monaco, M.F. 2010, "Repulsive Assignment Problem", *Journal of Optimization Theory and Applications*, 144, 255-273.

- [43] Beausoleil, R. and Miro, Y.V. 2013, "One-Side Oscillation Strategic Approach", *Revista de Matematica: Teoria y Aplicaciones*, 20(1), 35-48.
- [44] Zapfel, G. and Bögl, M. 2012, "Two Heuristic Solution Concepts for the Vehicle Selection Problem in Line Haul Transports", *European Journal of Operational Research*, 217,448-458.
- [45] Topcuoglu, H.R., Ucar, A. and Altin, L. 2014, "A hyper-heuristic based framework for dynamic optimization problems", *Applied Soft Computing*, 19, 236-251.
- [46] Srivastava, V. and Bullo, F. 2014, "Knapsack Problems with Sigmoid Utilities Approximation Algorithms via Hybrid Optimization", *European Journal of Operational Research*, 236, 488-498.
- [47] Gotsis A.G., Komnakos, D.I., Vouyioukas, D.D. and Constantinou, P. 2014, "Radio resource allocation algorithms for multi-service OFDMA networks: the uniform power loading scenario", *Telecommunication Systems*, 56, 467-480.
- [48] Fu, Y., Sun, J., LAi, K.K. and Leung, J.W.K. 2015, "A robust optimization solution to bottleneck generalized assignment problem under uncertainty", *Annals of Operations Research*, 233, 123-133.
- [49] Marchetti-Spaccamela, A., Rutten, C., van der Ster, S. and Wiese, A. 2015, "Assigning sporadic tasks to unrelated machines", *Math. Program., Ser. A*, 152, 247-274.
- [50] Korupolu, M., Meyerson, A., Rajaraman, R. and Tagiku, B. 2015, "Coupled and k-sided placements generalizing generalized assignment", *Math. Program., Ser. B*, 154, 493-514.
- [51] Lou, L., Chakraborty, N. and Sycara, K. 2015, "Distributed Algorithms for Multirobot Task Assignment With Task Deadline Constraints", *IEEE Transactions on Automation Science And Engineering*, Vol. 12, No. 3.
- [52] Conti, M., Crispo, B., Diodati, D., Nurminen, J.K., Pinotti, C.M. and Teemaa, T. 2015, "Leveraging Parallel Communications for Minimizing Energy Consumption on Smartphones", *IEEE Transactions on Automation Science And Engineering*, Vol. 26, No. 10.
- [53] Bender, M., Thielen, C. and Westphal, S. 2015, "Packing items into several bins facilitates approximating the separable assignment problem", *Information Processing Letters*, 115, 570-575.
- [54] Wang, Z., Lü, Z. and Ye, T. 2016, "Multi-neighborhood local search optimization for machine reassignment problem", *Computers & Operations Research*, 68, 16-29.
- [55] Aroca, J.A., Anta, A.F., Mosteiro, M.A., Thraves, C. and Wang, L. 2016, "Power-efficient assignment of virtual machines to physical machines", *Future Generation Computer Systems*, 54, 82-94.
- [56] Avella, P., Boccia, M. and Vasilyev, I. 2010, "A Computational Study of Exact Knapsack Separation for the Generalized Assignment Problem", *Computational Optimization and Applications*, 45, 543-555.
- [57] Lee, C. and Park, S. 2011, "Chebyshev Center Based Column Generation", *Discrete Applied Mathematics*, 159, 2251-2265.
- [58] Anghinolfi, D., Paolucci, M., Sacone, S. and Siri, S. 2011, "Freight Transportation in Railway Networks with Automated Terminals A Mathematical Model and MIP Heuristic Approaches", *European Journal of Operational Research*, 214, 588-594.
- [59] Benders, J.F. and Van Nunen, J.A. 1983, "A Property of Assignment Type Mixed Linear Programming Problems", *Operations Research Letters*, 2, 47-52.
- [60] French, A.P. and Wilson J.M. 2007, "An LP-based heuristic procedure for the generalized assignment problem with special ordered sets", *Computers & Operations Research*, 34, 2359-2369.

- [61] Zhang, C.W. and Ong H.L. 2007, "An efficient solution to biobjective generalized assignment problem", *Advances in Engineering Software*, 38, 50-58.
- [62] Fisher, M.L. 1981, "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems", *Management Science*, 27(1), 1-18.
- [63] Fisher, M.L. 2004, "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems", *Management Science*, 50(12), 1861-1871.
- [64] Ross, G.T. and Soland, R.M. 1975, "A Branch and Bound Approach for the Generalized Assignment Problem", *Mathematical Programming*, 8, 91-105.
- [65] Guignard, M. and Rosenwein, M.B. 1989, "An Improved Dual Based Algorithm for the Generalized Assignment Problem", *Operations Research*, 37(4), 658-663.
- [66] Imai, A., Nishimura, E. and Current, J. 2007, "A Lagrangian Relaxation-Based Heuristic for the Vehicle Routing with Full Container Load", *European Journal of Operational Research*, 176, 87-105.
- [67] Jeet, V. and Kutanoğlu, E. 2007, "Lagrangian Relaxation Guided Problem Space Search Heuristic for Generalized Assignment Problems", *European Journal of Operational Research*, 182, 1039-1056.
- [68] Mazzola, J.B. and Neebe, A.B. 2012, "A Generalized Assignment Model for Dynamic Supply Chain Capacity Planning", *Naval Research Logistics*, 59(6), 470-485.
- [69] Posta, M., Ferland, J.A. and Michelon, P. 2012, "An Exact Method With Variable Fixing for Solving the Generalized Assignment Problem", *Computational Optimization and Applications*, 52, 629-644.
- [70] Jörnsten, K. and Nasberg, M. 1986, "A New Lagrangian Relaxation Approach to the Generalized Assignment Problem", *European Journal of Operational Research*, 27, 313-323.
- [71] Barcia, P. and Jörnsten, K. 1990, "Improved Lagrangean Decomposition: An Application to the Generalized Assignment Problem", *European Journal of the Operational Research*, 46, 84-92.
- [72] Amini, M.M. and Racer, M. 1994, "A Rigorous Computational Comparison of Alternative Solution Methods for the Generalized Assignment Problem", *Management Science*, 40(70), 868-890.
- [73] Yagiura, M., Yamaguchi, T and Ibaraki, T. 1999, "A Variable Depth Search Algorithm for the Generalized Assignment Problem", In *Metaheuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*; Kluwer Academic Publisher Boston; MA, 459-471.
- [74] Janak, S.L., Taylor M.S., Floudas C.A., 2006, "Novel and Effective Integer Optimization Approach for the NSF Panel-Assignment Problem: A Multiresource and Preference-Constrained Generalized Assignment Problem", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 258-265.
- [75] Alidaee, B., Gao, H. and Wang, H. 2010, "A Note on Task Assignment of Several Problems", *Computers & Industrial Engineering*, 59, 1015-1018.
- [76] Alidaee, B., Wang, H. and Landram, F. 2011, "On the Flexible Demand Assignment Problems Case of Unmanned Aerial Vehicles", *IEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 8, No.4.
- [77] Golfarelli, M., Rizzi, S. and Turrichia, E. 2013, "Multi-Sprint Planning and Smooth Replanning An Optimization Model", *The Journal of Systems and Software*, 86, 2357-2370.
- [78] Maleki, M., Majlesinasab, N. and Sepehri, M.M. 2014, "Two new models for redeployment of ambulances", *Computers & Industrial Engineering*, 78, 271-284.
- [79] Nauss, R.M. 2003, "Solving the Generalized Assignment Problem: An Optimizing and Heuristic Approach", *INFORMS Journal on Computing*, 15(3), 249-266.

- [80] Haddadi, S. and Ouzai, H. 2004, “Effective Algorithm and Heuristic for the Generalized Assignment Problem”, *European Journal of Operational Research*, 153, 184-190.
- [81] Cattrysse, D.G., Degraeve, Z. and Tistaert, J. 1998, “Solving the Generalized Assignment Problem Using Polyhedral Results”, *European Journal of Operational Research*, 108, 618-628.
- [82] Albareda -Sambola, M., van der Vlerk, M.H. and Fernandez, E. 2006, “Exact Solutions to a Class of Stochastic Generalized Assignment Problems”, *European Journal of Operational Research*, 173(2), 465-487.
- [83] Karsu, Ö. and Azizoglu, M. 2012, “The multi-resource agent bottleneck generalised assignment problem”, *International Journal of Production Research*, 50 (2), 309-324.
- [84] Savelsbergh, M.W.P. 1997, “A Branch-and-Price Algorithm for the Generalized Assignment Problem”, *Operations Research*, 45, 831-841.
- [85] Nemhauser, G.L., Savelsbergh, M.W.P. and Sigismondi, G.C. 1994, “MINTO, A Mixed Integer Optimizer”, *Operations Research Letters*, 15, 47-58.
- [86] Pigatti, A., de Aragoa, M.P. and Uchoa, E. 2004, “Stabilized Branch-and-Cut-and-Price for the Generalized Assignment Problem”, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 19, 389-395.
- [87] Avella P., Boccia M., Vasilyev I. 2013, “A Branch-and-Cut Algorithm for the Multilevel Generalized Assignment Problem”, *IEEE Access*, 1, 475 - 479.
- [88] Öncan, T. 2007, “A survey of the generalized assignment problem and its applications”, *INFOR*, 45 (3), 123-141.