



## **Sınıf Ortamında Rutin Olmayan Matematik Problemi Çözme: Didaktik Durumlar Teorisine Dayalı Bir Uygulama Örneği**

**Mustafa GÖK,\* Abdulkadir ERDOĞAN\*\***

**Öz:** Matematik öğretim programlarında ve matematik eğitimi literatüründe rutin olmayan problem çözme eylemine büyük önem verilmesine rağmen çalışmalar öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarılarının oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Çıkış noktası kavramsal öğrenmenin şartlarını belirlemek olan Didaktik Durumlar Teorisi (DDT) rutin olmayan problem çözme etkinlikleri için önemli bir potansiyele sahiptir. Bu çalışmanın amacı teorinin söz konusu potansiyelini sınıf ortamı bağlamında incelemektir. Çalışmada öncelikle problem çözmeye ilişkin literatür, DDT'nin prensipleri ve kavramları verilerek, problem çözme yaklaşımı sınıf ortamı bağlamında tartışılmış, sonrasında bu prensip ve yaklaşımlar bir uygulama örneği ile desteklenmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bu uygulama bir devlet ortaokulunun 6. sınıfında okuyan 24 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Yaklaşık 2 ders saatinde gerçekleştirilen uygulamanın verileri video kaydı ve öğrenci çalışma kağıtları aracılığıyla toplanmıştır. Veriler teorinin belirlediği aşamalara göre analiz edilmiştir. Tasarlanan ortamın öğrencilerin sezgisel stratejiler geliştirmesini desteklediği ve öğrencilerin tasarlanan ortamda karşılıklı etkileşim içinde ve muhakeme yoluyla yeni bilgilere ulaştıkları görülmüştür. Ayrıca DDT'nin sınıf ortamında öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarıyla ilgili ortam tasarımı, öğretmen ve öğrencilerin rolleri açısından birçok avantaj sağladığı belirlenmiştir.

**Anahtar Kavramlar:** Didaktik Durumlar Teorisi, sınıf ortamında problem çözme, rutin olmayan problem, 6. sınıf

\*Araş. Gör., Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi, mustafagok@yyu.edu.tr, Tuşba/Van.

\*\*Doç. Dr., Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi, abdulcadirerdogan@anadolu.edu.tr, Tepebaşı/Eskişehir



## **Non-routine Mathematical Problem Solving in Classroom Environment: An Example Based Upon Theory of Didactical Situations**

**Abstract:** Despite the fact that great importance is attached to the practice of solving non-routine problems in mathematics curriculums and literature of mathematical education, studies show that the success of the students in non-routine problem solving is considerably low. Theory of Didactical Situations (TDS), starting point of which is to define the conditions of meaningful learnings, has a substantial potential for non-routine problem solving activities. The aim of this study is to analyze the aforementioned potential of the theory in a classroom environment. Within the scope of the study, first of all, literature in relation to problem solving and the approach of problem solving were discussed in terms of classroom environment by giving the principles and concepts of TDS, and in the sequel, these principles and approaches were supported through an application example. This application through which qualitative research method were used was conducted with 24 students who studying their 6th grade education in a public school. Data of application which was performed in approximately 2 courses were collected via video records and students' work sheets. The data were analyzed in accordance with the steps specified by theory. It was seen that the designed environment has supported the students in terms of developing heuristic problem solving strategies and students have reached new knowledge in the designed environment by interacting with each other and through the way of reasoning. Additionally, environment design of TDS in relation to problem solving activities in classroom environment is reported to have provided a lot of advantages for the roles of teachers and students.

**KeyWords:** Theory of Didactical Situations, problem solving in classroom environment, non-routine problem, 6th grade



## Giriş

Literatürde matematiksel problemler genellikle rutin ve rutin olmayan problemler olarak sınıflandırılmaktadır (Altun, 2011; Ernest, 1992; Schoenfeld, 1992). Rutin problemler günlük yaşamda herkesin sıklıkla karşılaşılabileceği kar-zarar, yol-zaman hesabı gibi çoğunlukla dört işlem becerilerini içermektedir (Altun, 2011). Rutin problemlerin aksine rutin olmayan problemler ise, kolay bir şekilde çözülemeyen, problemin çözüm yöntemini bulmak için bazı sezgisel (heuristic) stratejileri uygulama ve yaratıcı düşüncenin işe koşulmasını gerektiren problemler olarak tanımlanmaktadır (Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009; Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; English, 1996; Schoenfeld, 1992; Ernest, 1992; Buchanan, 1987).

Schoenfeld (1992) problem ve problem çözme terimlerinin uzun bir süre birbiriyle çelişen ve çok anlamlı olarak kullanıldığını belirtmiştir. Blum ve Niss (1991) problemi, içerisinde bir takım açık uçlu sorular barındıran bir durum olarak tanımlamıştır. Blum ve Niss'e göre bu sorular, bireylerin ilgisini çekmekte ancak bireyler bahsedilen soruları yanıtlamak için herhangi bir metot ya da algoritmaya o an sahip bulunmamaktadır. Çoğunlukla bilişsel bir süreç olarak görülen (Jonassen, 2011) problem çözme ise matematiksel bir durumu analiz etme, sentezleme, değiştirme ve revize etme gibi birçok yaklaşımı içeren bir süreçtir (Lesh & Zawojewski, 2007).

Problem çözme konusundaki çalışmalarıyla tanınan Macar matematikçi Polya (1957) matematik öğretiminde rutin problemlerin gerekli olduğunu ancak öğretimde sadece bunlarla sınırlı kalarak rutin olmayan problemlerin kullanılmamasının telafisi mümkün olmayan bir hata olduğunu belirtmiştir. Polya (1957), problem çözme sürecinin problemin anlaşılması, çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi, seçilen stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi şeklinde dört aşamadan oluştuğunu belirtmiştir. Ayrıca Polya, problem çözme becerisinin bazı stratejilerin kullanımını gerektirdiğini vurgulamış ve bu tarz



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

stratejilerden bazılarını tanımlamıştır. Sezgisel (heuristic) problem çözme stratejileri olarak ifade edilen bu stratejilerden bazıları şunlardır: problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol etme, model inceleme, şekil çizme, sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma. Polya'nın tanımladığı bu stratejiler farklı problemlerde farklı şekillerde kullanılacak stratejiler olup problem çözme etkinliğine stratejik yaklaşımın önemini ön plana çıkarmakta ve problem çözme stratejilerinin ne derece zengin olabileceğini göstermektedir.

Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, uzun süredir matematik dersi öğretim programlarının en önemli amaçlarından birisidir. Stanic ve Kilpatrick (1989) sadece yapılandırılmış rutin olmayan problemler vasıtasıyla öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceğini vurgulamış ve problem çözmenin matematik dersi öğretim programlarının hedeflediği kazanımların gerçekleştirilmesinde bir araç olarak hizmet edebileceğini belirtmiştir. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) problem çözme ile matematik öğrenimini ayırmanın mümkün olmadığını vurgulamış, bu yüzden matematik dersi öğretim programlarının problem çözmeden izole edilmemesi gerektiği belirtilmiştir. Türkiye'de 2013 yılından itibaren uygulanmaya başlanan ortaokul matematik dersi öğretim programında da (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013), problem çözmeye büyük önem verilmektedir. Programda rutin olmayan problemlere mutlaka yer verilmesi gerektiği belirtilmiş, Polya'nın (1957) belirlediği problem çözme aşamalarına ve stratejilerine atıf yapılmıştır.

Problem çözme ile ilgili tüm bu vurgulara rağmen, eğitim sisteminde öğrencilerin özellikle rutin olmayan problem çözme becerilerinin yeterince geliştirilemediği görülmektedir. Farklı ülkelerde yapılan çalışmalarda öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde büyük güçlükler yaşadığı ve problem çözme stratejilerini doğru ve etkili bir şekilde kullanamadıkları ifade edilmektedir (De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998; Lester, Garafolo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992). Diğer yandan Elia ve diğerlerinin (2009)



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

çalışmasında bazı öğrencilerin birkaç stratejiyi doğru kullanabilmelerine rağmen bu stratejileri yeni durumlara adapte edemedikleri belirlenmiştir.

Türkiye’de de benzer durumlar gözlemlenmektedir. OECD’nin yayınladığı PISA 2012 raporunda Türk öğrencilerin problem çözme becerisinin çok zayıf olduğu belirtilmiştir. Özellikle ileri düzeyde problem çözme becerisinin incelendiği kategoride OECD başarı ortalaması %11 iken Türkiye’de bunun %2 civarında seyrettiği görülmüştür (OECD, 2014). Türk öğrencilerin problem çözme becerilerinin yeterince gelişmediği yapılan ulusal çalışmalarda da vurgulanmıştır. Erdoğan (2015) altıncı sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözebilmek için gerekli stratejilere sahip olmadıklarını, kullandıkları birkaç stratejiyi de, yeni durumlara adapte edemeyecek şekilde dar bir bağlamda ve katı bir şekilde kullandıklarını göstermiştir.

Problem çözme stratejilerinin öğretimini konu alan yukarıdaki çalışmalarda bu stratejilerin formal bir biçimde öğretilmesinin değil, uygun öğrenme ortamlarında sunulan problem durumlarının çözümünde kullanılacak etkili birer yöntem veya araç olarak kullanımının ön plana çıktığı görülmektedir. Lester ve Mau (1993) sınıf ortamında matematik öğretiminin küçük grupların birlikte çalıştığı bir ortamda gerçekleştirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Bunun için zor olmayan ve çözümünde öğrencilerin birlikte çalışabilecekleri kadar karmaşık zengin problemler geliştirilmesi gerektiği belirtilmiştir. Lester (1994) öğrencilerin problem çözme performanslarının dramatik bir şekilde yetersiz olduğunu, bu yüzden problem çözme üzerine yapılacak araştırmalarda bireylerden ziyade grup ya da bütün sınıf üzerine odaklanılması gerektiği belirtilmiştir. Aynı çalışmada sınıf ortamında öğretmenin rolünün yeterince incelenmediği ve öğretmen davranışları, öğrenci-öğretmen, öğrenci-öğrenci etkileşimi gibi tanımlamaların olmadığı vurgulanmıştır.

Sınıf ortamında yapılacak grup çalışmalarının, matematik öğreniminde sosyal bir destek mekanizması sağladığı belirtilmiştir (Baki, 2006). Verschaffel ve diğerleri (1999),



problem çözme stratejilerinin öğretimi için oluşturulacak öğrenme ortamına vurgu yapmakta ve oluşturdukları öğrenme ortamının temel amacını öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde daha aktif, daha stratejik ve daha motive bir şekilde araştırmalarını sağlamak olarak açıklamaktadırlar. Söz konusu araştırmacılar çalışmalarında tasarladıkları öğrenme ortamının bileşenlerini üç başlıkla toplamaktadırlar. Bu başlıklar şu şekilde özetlenebilir:

- ✓ Farklı çözüm yaklaşımlarına izin veren, öğrencilerin yaşantıları ile uyumlu ve sezgisel problem çözme stratejilerini gerektiren problemleri belirleme,
- ✓ İyi bir öğretim planı tasarlama (problemin tüm sınıfa tanıtımı, grup tartışması, bireysel çalışma, tüm sınıf tartışması, vb.),
- ✓ Matematiksel problem çözme ile ilgili bir sınıf kültürü oluşturma (bireysel düşünceleri, stratejileri açıkça ifade etme, tartışma, bir matematik probleminin kalitesi ile ilgili yeni ölçütler belirleme, öğretmen ve öğrencinin rolünü yeniden tanımlama, vb.).

Görüldüğü üzere problem çözmeye ilişkin literatürde tüm sınıfın problem çözme sürecine katılımı ön plana çıkmakta, öğrencilerin ve öğretmenin rolü bu bağlamda oluşturulmaktadır.

Ülkemizde problem çözme ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır (Arslan ve Altun, 2007; Yazgan, 2007; Durmaz ve Altun, 2014). Bu çalışmalarda ilkokul ve ortaokul düzeyindeki öğrencilerin, problem çözme stratejileri öğretildikten sonra, bu stratejileri ne ölçüde kullanılabildikleri (Arslan ve Altun, 2007; Yazgan, 2007) ve her hangi bir problem çözme eğitimi almamış ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini ne ölçüde kullanılabildikleri (Durmaz ve Altun, 2014) gibi durumların incelendiği görülmektedir. Bu çalışmalarda öğrencilerin problem çözümüne etkin bir şekilde katılımını destekleyecek biçimde sınıf ortamının nasıl tasarlanabileceği, problem çözme sürecinde öğretmen ve öğrencilerin rollerinin ne olması gerektiği gibi sınıf ortamında problem çözme sürecini doğrudan etkileyebilecek konulara değinilmediği görülmektedir. Bu türden çalışmalara



duyulan ihtiyaç bu çalışmanın çıkış noktası olarak ifade edilebilir. Bu doğrultuda Didaktik Durumlar Teorisinden yararlanılmıştır.

### **Didaktik Durumlar Teorisi**

Didaktik Durumlar Teorisi, en genel anlamda, problem temelli bir öğretim yaklaşımıdır. 1970’li yıllardan itibaren geliştirilmeye başlanan DDT, yapılandırmacı yaklaşımı temel almakta (Laborde, 2007; Artigue, 1994) ve sınıf içinde kavramsal öğrenmenin şartlarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Teorinin çıkış noktasını, matematikçiler tarafından bir kavrama yüklenen anlamın öğrenciler tarafından keşfedilmesini ve yapılandırılmasını sağlayacak bir problem durumunun ya da durumlar zincirinin tasarlanabileceği düşüncesi oluşturmaktadır (Erdoğan ve Özdemir Erdoğan, 2013). Bu durumlar matematiksel bir bilginin epistemolojik bir modeli olarak nitelendirilebilir (Bosch, Chevallard & Gascon, 2006). Bu model, hedef bilginin ortaya çıkmasında epistemolojik şartları üzerinde toplayan öğretimsel bir araçtır (Ligozat & Schubauer-Leoni, 2009).

Teorinin en temel kavramlarından birisi durum kavramı olup, teoride üç tür durumdan bahsedilmektedir (Brousseau, 2002; Warfield, 2014). Bunlardan birincisi didaktik durumlardır. Didaktik durumlarda öğretmen tarafından öğretilecek bilgi ve öğretim sürecinde öğrencilerden beklenen davranışlar açıkça belirtilmektedir. İkincisi, herhangi bir öğretimsel amacın güdülmediği didaktik olmayan durumlardır. Üçüncüsü ise, öğretmenin hedeflediği bilgi ve kazanımların bir süreliğine dahi olsa öğrenciler tarafından açıkça görülmediği a-didaktik durumlardır (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Teorinin konu edindiği durumlar a-didaktik durumlardır (Erdoğan, 2016). Bu durumlarda amaç, yeni bir bilgi kazanmaları için öğrencileri önceden tasarlanmış bazı parametrelerle karşı karşıya getirmektir. Bu parametreler öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğrencilerin adaptasyonunu gerektiren bir ortamın (milieu) bileşenlerindedir (Ligozat & Schubauer-Leoni, 2009). Bu yönüyle ortam kavramı teorinin bir diğer önemli kavramıdır. Teoride ortam kısaca, bir öğrenme durumunda öğrenci



üzerine etki eden ve öğrencinin etkileşim içinde bulunduğu her şey olarak tanımlanmaktadır (Brousseau, 2002). A-didaktik durumlarda tasarlanan ortamlar a-didaktik ortamlardır. Bu tür ortamlarda öğrenci-öğretmen etkileşiminden daha çok öğrencilerin bilginin kaynağı olabilecek nesnelere etkileşimi sayesinde bilgiyi keşfetmeleri ve yapılandırmaları amaçlanmaktadır (Laborde & Perrin-Glorian, 2005). A-didaktik ortamların öğrencilere çözüm yaklaşımları ve stratejileri için pozitif ya da negatif dönütler sunacak şekilde titizlikle tasarlanması gerekmektedir (Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016).

Bu bağlamda, a-didaktik durumlarda kullanılacak problemlerin iyi seçilmesi ve a-didaktik ortamın parametrelerinin iyi belirlenmesi büyük öneme sahiptir (Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013; Erdoğan, 2016). Teoride bunun için oyun bağlamından etkili bir şekilde yararlanılmakta ve oyun kavramı sistematik bir yaklaşımla ele alınmaktadır (Erdoğan, 2016). A-didaktik durum oluşturmak için kullanılacak problemler veya oyun öğrencilerin fikir yürütebileceği başlangıç stratejileri içermeli fakat öğrencilerin ilk anda göremeyeceği ilişki ve stratejilere dayanmalıdır. Öğrenci tasarlanan ortam ile etkileşim sonunda problemin çözümüne ulaşmalı (veya oyunun kazananı olmalı) ve çözüme eşlik eden (veya oyunu kazanmayı sağlayan) bilgiyi ortaya çıkarmalıdır (Bessot, 1994; Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016).

Brousseau (1997, 2002) a-didaktik ortamın merkeze oturtulduğu beş aşamalı bir öğretim süreci önermektedir. Bu aşamalardan ilki problemin sorumluluğunun öğrenciye devredildiği sorumluluk devretme (devolution) aşamasıdır. Bu aşamada öğretmenin öğrencilerin problemi (veya oyunu) doğru anladıklarından, problemi çözme (veya oyunu oynama) sorumluluğunu üstlendiklerinden ve çözüm arayışları için (veya oyunu kazanmak için) motive olduklarından emin olması ve bunun için gerekli öğretimsel tasarımı ortaya koyması esastır. İkinci aşama, öğrencilerin problemi çözme (veya oyunu kazanma) girişiminde buldukları ve sonunda örtük bazı stratejilere ulaştıkları eylem (action)





<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

aşamasıdır. Eylem aşamasında, öğrenciler problemin sınırlandırılmış biçimi için çözüm üretebilmekte veya oyun için bazı kazanma-kaybetme durumlarını keşfedebilmektedir (Ligozat & Schubauer-Leoni, 2009). Üçüncü aşama olan ifade etme (formulation) aşamasında eylem aşamasında elde edilen sezgisel stratejiler problemin çözümüne yönelik hipotezler şeklinde açıkça ortaya konulmaktadır. Ancak ortaya konulan bu hipotezlerin ne kadar geçerli olduğu bilinmemektedir. Doğrulama (validation) aşaması olan dördüncü aşamada bu hipotezler sınıftaki bütün öğrencilerin katıldığı tartışmalar sonucunda ya kanıtlanarak onaylanmakta ya da çürütülerek reddedilmektedir. Bu dört aşama sonunda elde edilen bilgiler hedeflenen bilgilerdir. Ancak bu bilgiler kurumsal bir statü kazanmamıştır. Son aşama olan kurumsallaştırma (institutionalization) aşamasında, öğretmen, ortaya çıkan bu yeni bilgiyi gerekli açıklamalarla ve ilişkilendirmelerle sınıfın bilgisi haline dönüştürmekte ve ona kurumsal bir statü vermektedir.

Yukarıdaki beş aşamadan eylem, ifade etme ve doğrulama a-didaktik aşamalar olup, bu aşamalarda öğretmenin rolü grup içi ve gruplar arası tartışmayı organize etmekle ve öğrencilerin ortamın parametreleri ile karşılaşmasını sağlamakla sınırlıdır (Erdoğan, 2016). Böylelikle hedeflenen bilgiyle ilgili stratejilerin geliştirilmesinde, seçilmesinde ve doğrulanmasında öğretmenin rolü en aza indirilmekte ve öğrencinin ortamdan aldığı dönütlerle bilgide ilerlemesi amaçlanmaktadır.

### **Didaktik Durumlar Teorisinin Rutin Olmayan Problemlerin Çözümü İçin Kullanımı**

Yukarıda açıklandığı şekliyle, DDT, seçilecek rutin olmayan problemlerin belirlenmesi, problem çözme için etkin bir öğrenme ortamının oluşturulması ve sürdürülmesi için belirli bir yaklaşım sunmaktadır. DDT'nin yaklaşımı ile Polya'nın (1957) ve Verschaffel ve diğerlerinin (1999) problem çözme yaklaşımları arasında tablo 1'deki gibi bir karşılaştırma yapılabilir.

Tablo 1. *Problem Çözme Yaklaşımlarının Bir Karşılaştırması*

Polya (1957)	Verschaffel ve diğerleri (1999)	Brousseau (1997)
Problemin anlaşılması	Problemin zihinsel bir temsili kur	Sorumluluk Devretme
Çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi	Problemi nasıl çözeceğine karar ver	Eylem
Seçilen stratejinin uygulanması	Gereken hesaplamaları yap	Eylem
	Elde edilenleri yorumla ve bir cevabı formüle et	İfade Etme
Çözümün değerlendirilmesi	Çözümü değerlendir	Doğrulama-Kurumsallaştırma

Tablo 1’de görüleceği üzere, Verschaffel ve diğerlerinin (1999) problem çözme yaklaşımları Polya (1957) ile büyük ölçüde örtüşmektedir. Aynı tabloda Polya’nın problem çözme yaklaşımının Brousseau’nun belirlediği aşamalarda bir karşılığının olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, Polya bir bireyin izleyebileceği bilişsel süreçleri tanımlarken, Brousseau sınıf ortamında gerçekleşebilecek süreçleri tanımlamakta ve bu süreçte öğrenci ve öğretmene ayrı roller biçmektedir. Örneğin, Polya’nın “Problemin anlaşılması” aşaması öğrencinin problemi anlayıp anlamadığı sorusunu akla getirirken, Brousseau’nun “sorumluluk devretme” aşaması öğretmenin problemin anlaşılması ve öğrencinin problemi çözme sorumluluğunu üstlenmesi için ne yaptığı sorusunu akla getirmektedir. Çünkü sorumluluk devretme aşaması büyük oranda öğretmenin sorumluluğundadır. Benzer şekilde “çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi” ifadesi öğrencinin uygun stratejiyi seçip seçmediği sorusunu akla getirirken, “eylem” ifadesi, öğrencinin uygun stratejileri geliştirmesi için öğretmenin ortamı hangi parametrelere göre hazırladığı ve bu parametreleri nasıl etkinleştirdiği sorusunu akla getirmektedir. Kısaca, DDT bir bireyin yaşaması gereken bilişsel süreçleri belirlemekle yetinmeyip, sınıf ortamında yaşanılması gereken didaktik süreçleri ve paylaşması gereken didaktik rolleri de modellemektedir.

Tablo 1’de Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarında bulunmayan ama Verschaffel ve diğerleri (1999) ile Brousseau’da (1997) sırayla “elde edilenleri yorumla ve bir cevabı formüle et” ve “ifade etme” şeklinde yer alan ve önceki aşamalarda öğrencinin problemin çözümüne ilişkin keşfettiği deneyimlerinin sentezlenmesi sonucu problemin çözümüne yönelik bir hipotezin sunulması olarak belirtilen aşama problemin çözümünde



anahtar bir görevinin olmasının yanı sıra öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin deneyimlerinin sınıfla paylaşılarak tartışılmasını sağlamada kolaylaştırıcı bir rol üstlendiği görülmektedir. Yine tablo 1’de Polya (1957) ve Verschaffel ve diğerlerinde (1999) “çözümün değerlendirilmesi” ifadesi çözümün doğru ya da yanlış olduğu izlenimini hatırlatırken Brousseau’nun (1997) problem çözme yaklaşımındaki doğrulama aşaması ifade etme aşamasında öğrencilerin sunduğu hipotezlerin sınıf tartışmalarında hedeflenen bilgiyi ortaya çıkarmak için öğretmene ortam tasarımında nasıl bir yol haritası izlenmesi gerektiğine dair ipuçları vermektedir. Diğer yandan sadece Brousseau’nun (1997) problem çözme aşamalarında bulunan kurumsallaştırma aşaması çözümün değerlendirilmesinden çok öte bir yaklaşım olup, öğrenciler tarafından bulunan bilgi parçalarının öğretmen tarafından bağlamdan çıkarılarak matematiksel bir boyut kazandırılmasını ifade etmektedir.

Sonuç olarak DDT’de esas vurgu öğretmen ve öğrencilerin ortak aktivitesindedir (Sensevy & Mercier, 2007). Bu bağlamda teoride bilimsel bir camia gibi hareket eden (araştıran, fikir üreten, keşfeden, bir fikri doğrulamak veya çürütmek için tartışmalar yapan) sınıf ortamı ön plana çıkarılmaktadır. Bu çalışmada söz konusu sınıf ortamı oluşturma yaklaşımının rutin olmayan problemlerin çözümünde etkin bir biçimde kullanılabileceği ve bu sayede öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir.

### **Bir Uygulama Örneği**

Sınıf ortamında rutin olmayan problem çözme etkinlikleri için alternatif bir yaklaşım olarak DDT’nin nasıl bir katkı sağlayabileceğini somut bir şekilde tartışabilmek için bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Uygulamada şu sorulara cevap aranmıştır:

1. Sınıf ortamında rutin olmayan bir problemin çözüm sürecinde DDT’nin belirlediği her bir aşama nasıl gerçekleşmektedir?
2. Sınıf ortamında rutin olmayan bir problemin çözüm sürecinde öğrenciler DDT’nin belirlediği her bir aşamada hangi problem çözme stratejilerini kullanmaktadır?



3. DDT'nin belirlediği farklı aşamalarda öğrencilerin kullandığı bu stratejiler süreç içinde nasıl değişmekte ve gelişmektedir?

## Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırmalar gözlemciyi dünyanın tam merkezine koyan yerleşik aktivitelerdir. Bundan dolayı nitel araştırmacılar, olguların doğal ortamında çalışırlar ve olguları anlarlar ya da insanların onlara ne gibi anlamlar yüklediğini yorumlayabilirler (Denzin & Lincoln, 2005).

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. DDT'ye göre tasarlanmış bir sınıf ortamında problem çözme stratejileriyle ilgili herhangi bir eğitim verilmeyen öğrencilerin problem çözme stratejilerini nasıl kullandıkları ve tasarlanan ortamın problem çözme stratejilerinin kullanımını ne ölçüde desteklediği gibi sorulara cevap aranmıştır.

**Katılımcıların Seçimi:** Söz konusu uygulama bir devlet okulunda, rastgele seçilen altıncı sınıflardan birinde öğrenim gören 24 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Sınıfın matematik öğretmeninin teoriyi özümsemesi ve teorinin prensiplerine uygun bir şekilde uygulamayı gerçekleştirebilmesi belirli bir zaman ve farklı bir bağlam gerektirdiğinden, uygulama araştırmacılarından birisi tarafından gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara problem çözme stratejileriyle ilgili daha önce hiçbir ders anlatılmamış ve bu stratejiler araştırmacılar tarafından uygulama öncesinde katılımcılara öğretilmemiştir.

**Verilerin Toplanması ve Analizi:** Çalışmada sınıf ortamında bir rutin olmayan problem durumunun önce sınırlandırılmış biçimine sonra tamamına olacak şekilde çözüm aranmıştır.

Çalışmanın bir başka devlet okulunun altıncı sınıflarından birinde pilot uygulaması yapılmıştır. Böylece etkinlik için DDT'nin farklı aşamalarında ne kadar süre ayrılması gerektiği ve karşılaşılabilecek farklı öğrenci yaklaşımlarına yönelik tedbirler alınmıştır. Esas



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

uygulama 88 dakika sürmüştür. Veriler, öğretmen ile öğrenciler arasındaki etkileşime odaklı video kamera ve üzerinde problem durumunun yer aldığı öğrenci çalışma kağıtları aracılığıyla toplanmıştır.

Verilerin analizi için öncelikle video kayıtlarının dökümü yapılmıştır. Bu kayıtlar etkinlik kağıtlarından elde edilen verilerle birlikte DDT'nin aşamalarına göre analiz edilmiştir. Analiz sürecinde her öğrenciye bir numara verilmiş (Ö1, Ö2,...) ve öğrenci grup ve konuşmaları bu numaralara göre takip edilmiştir. Araştırmayı gerçekleştiren araştırmacı diyaloglarda Ö şeklinde kodlanmıştır.

### Etkinlik Tasarımı

**Öğrencilere Sunulan Rutin Olmayan Problemin Tasarlanması:** Bu çalışmada Brousseau ve ekibi tarafından geliştirilen özel problemlerden birini kullanmak yerine matematik öğretmenlerinin karşılaşılabileceği aşağıdaki problem seçilmiştir. (Tablo 2)

Tablo 2. Öğrencilere Sunulan Problem Durumu

*Sezar ve Esirler:* Bir savaş sonrası Sezar 100 esir ele geçirmiş, bunların her birini birer hücreye kapatarak başlarına birer muhafız bırakmıştır. Hücreleri açmak-kapamak için sadece bir anahtar kullanılmaktadır. Bu anahtarla herhangi bir hücrenin kapısı bir kez çevrildiğinde kapı açıksa kapanmakta, kapalıysa açılmaktadır. Doğum gününde Sezar, bu esirlerin bazılarını serbest bırakmak istemiştir. Bunun için aşağıdaki talimatları vermiştir. Bütün hücreler 1'den 100'e kadar numaralandırılsın ve kapıları kapatılsın. 1. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 1'den 100'e kadar tüm hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 2. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 2, 4, 6,...,100 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. 3. hücrenin muhafızı 3, 6, 9,...,99 numaralı hücrelerin kilitlerini bir kez çevirsin. Bu şekilde devam ederek 100. hücrenin muhafızı anahtarı alıp 100 numaralı hücrenin kilidini çevirsin. Bu işlemler sırasında esirler hücrelerinden çıkmamıştır. En sonunda Sezar esirlere "Hücre kapısı açık olanlar serbesttir" diye seslenmiştir. Buna göre hangi hücrelerdeki esirler kurtulmuştur?

Bu problem popüler matematik kaynaklarında "dolap problemi" olarak geçmektedir ve internette değişik versiyonlarına rastlamak mümkündür. Bu problemin bir versiyonunu Zembat (2008) sayıların nasıl algılandığını ve nasıl öğretilebileceğini örneklemek için kullanmıştır.

Sezar ve esirler başlıklı problem incelendiğinde problemin 6. sınıf öğrencilerinin rutin işlemlerle hemen çözemeyeceği kadar zor olduğu görülmektedir. Dolayısıyla problemin bu öğrenciler için rutin olmayan problem kategorisinde olduğu söylenebilir.

**Ortam Tasarımı:** Sınıf ortamında rutin olmayan problemin çözüleceği ortam, öncelikle öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla ifade edebileceği şekilde tasarlanmıştır. İlerdeki alt başlıkta açıklanacak olan oyun bağlamı iki öğrenciyle yürütüleceğinden öğrencilerin sıralarda ikişerli olarak oturmaları sağlanmıştır. Daha sonra bu ikişerli grupların bir kısmı 1.grup diğerleri 2.grup olacak şekilde bütün sınıf iki büyük gruba ayrılarak, oyun bağlamı gruplar arasında devam ettirilmiştir. Problemin DDT'nin farklı aşamalarında farklı bağlamlarda çözdürülmesi amaçlanmıştır. Tablo 3'te problemin çözümünde nasıl bir yol haritası izleneceği açıklanmıştır.

**Tablo 3. Problemin Çözümünde DDT'nin Farklı Aşamaları İçin Yol Haritası**

Aşamalar	Durumlar	Etkin aktör	Etkileşim
Sorumluk Devretme	Problemin sınırlandırılmış biçimini oyun bağlamında çözmek için başlangıç stratejisinin gösterilmesi Başlangıç stratejisi kullanılarak ilk 100 sayma sayı ile numaralanmış hücrelerden herhangi birindeki esirin kurtulup-kurtulmadığını belirleme	Öğretmen	Öğretmen-öğrenci
Eylem	Oyun bağlamında problemin sınırlandırılmış çözümlerinin analiz edilmesi (oyunlar önce sıra arkadaşıyla sonra gruplar arasında oynanmıştır). İlk 100 sayma sayıdan bazılarının çarpanlarını bulmaya yönelik stratejiler geliştirme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-ortam (öğrenci-öğrenci etkileşimi, grup içi tartışma)
İfade Etme	Problemin sınırlandırılmış çözümlerini sentezleyerek genel çözüme yönelik hipotezler elde etme. İlk 100 sayma sayıdaki karesel sayıları belirlemeye yönelik hipotez geliştirme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğretmen-öğrenci
Doğrulama	Oyun bağlamında onaylanan hipotezlerden genellemelere ulaşarak problemin tamamen çözümlenmesi. İlk 100 sayma sayıdaki karesel sayıları belirleme	Öğrenci (öğretmen rehber)	Öğrenci-öğrenci (bütün sınıf tartışması)
Kurumsallaştırma	Öğrenci çözümünün değerlendirilmesi ve farklı çözüm yaklaşımlarının gösterilmesi. Karesel sayıların tanımı ve özelliklerini açıklanması	Öğretmen	Öğretmen-öğrenci

Tablo 3'te görüleceği üzere, sorumluluk devretme ve eylem aşamalarında oyun bağlamında problemin sınırlandırılmış biçimi için çözüm aranması planlanmaktadır. Böyle bir yaklaşımla öğrencilerin kolaylıkla başlangıç stratejileri üretebilmesi ve problemin çözümünde ilerleyebilmeleri amaçlanmıştır. Yine bu yaklaşımın belli ölçüde sezgisel stratejilerin kullanımını destekleyeceği düşünülmektedir. Burada hedef bilgi öğrencilerin ilk 100 sayıdan herhangi birinin çarpanlarını belirlemek olarak ifade edilebilir. Ancak ifade etme aşamasıyla birlikte artık problemin tamamen çözümlenmesine yönelik girişimlerde bulunulması gerekmektedir. Burada problemin tam çözümüne ulaşabilmek için öğrencilerin daha



sistematiik bir şekilde problemi ele alacağı öngörülmektedir. Tam çözüme ulaşabilmek için öğrenciler birçok bilgi parçacığını birleştirmelidir. En son ulaşılacak hedef bilgi ise ilk 100 sayıdaki karesel sayılardır.

Tablo 3'te ayrıca, etkinliğin farklı aşamalarında öğretmen ve öğrencilerden beklenen davranışların aynı olmadığı görülmektedir. Sorumluluk devretme aşamasında öğretmen problem durumunu öğrencilerin anlayacağı şekilde açıklamaktadır. Yani bu aşama problemin öğrencilere okunması, problemin doğru anlaşılıp-anlaşılmadığına ilişkin kontrol amaçlı bazı öğrencilerin probleminden ne anladıklarını ifade etmelerinin sağlanması, eğer varsa yanlış anlamaların düzeltilmesi, grupların belirlenmesi, oyun bağlamının tanıtımı, oyunun nasıl gerçekleştirileceği, oyunda kazananın nasıl belirleneceği, puanlama ve oyunun başlangıç stratejisinin sunulması gibi süreçleri içermektedir. Dolayısıyla bu aşamada öğretmen problemin anlaşılması adına aktif bir tavır sergilemesi gerekmektedir. Burada öğrencilerden problemi anlamaya çalışma, anlaşılmayan noktaları öğretmene sorarak kavrama, oyunun kurallarını özümseme, oyun sürecinde sınırlılıkları fark etme, vb. şeklindeki yaklaşımlar beklenmektedir. Bu sayede öğrenme sorumluluğunun belli ölçüde öğrenciye aktarımının gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Eylem, ifade etme ve doğrulama aşamalarında öğretmenin rehber konumunda, bir gözlemci ve bir moderatör gibi hareket etmesi planlanmaktadır. Bu aşamalarda öğretmen ortamın a-didaktik yapısını bozmayacak şekilde oyun sürecinde yaşanan tıkanıklıklarda çözüme yönelik olmayan açıklamalarda bulunabilir. Eylem aşamasında öğrenciler önce belli bir süreliğine sıra arkadaşlarıyla oyunu (problemin sınırlandırılmış biçimini çözmeye) oynamaya çalışacaklardır. Sonra sınıf iki gruba ayrılacak ve gruplardan birer kişi seçilerek oyun sınıf huzurunda oynanarak probleme grup halinde çözüm aranacaktır. Eylem aşamasında oynanan oyunlarda öğrenciler problemin sınırlandırılmış biçimine bireysel çözüm aramakta ve sonra bu çözümleri tartışarak uzlaşmaya varmaktadır. Bu aşamada öğrencilerden beklenen, tasarlanan ortamla etkileşime girerek problemin çözümünde sezgisel



stratejiler üretmeleridir. İfade etme aşamasında bir önceki aşamadaki elde edilen deneyimler doğrultusunda problemin genel çözümüne ulaştıracak hipotezlerin öğrenciler tarafından sunulması sağlanacaktır. Doğrulama aşamasında bütün sınıf tartışmasında sunulan hipotezlerin ortamda elde edilen bilgiler kullanılarak ya da muhakemeler vasıtasıyla yeni bilgilere ulaşılarak öğrenciler tarafından onaylanması ya da çürütülmesi beklenmektedir. Tasarlanan ortamda tüm bu süreçler sonunda öğrencilerin hedef bilgiye informel bir şekilde ulaşmaları beklenmektedir. Son olarak kurumsallaştırma aşamasında öğretmen bu informel bilgiyi tasarlanan ortamdaki bağlamdan arındırarak matematiksel bir yaklaşımla formel bir yapı kazandıracak ve etkinlik tamamlanacaktır. Ayrıca bu aşama eğer varsa rutin olmayan problemin farklı çözüm yaklaşımlarının öğretmen tarafından gösterilmesi ve problemin daha ileri düzeylerinde nasıl çözülebileceğinin öğrencilerle tartışılmasını da içermektedir. Görüldüğü üzere bu son aşamada öğretmen yine aktif bir rol oynayacaktır.

**Oyunun Tasarlanması, Kullanılması Beklenen Strateji ve Çözümler:** Problem durumu ilk 100 pozitif tam sayıda tek sayıda pozitif bölüneni bulunan sayıların (karesel sayılar) belirlenmesini içermektedir. Bunun bütün olarak incelenmesi mümkün olmadığından teoriye uygun olarak, oyun bağlamı eylem aşamasında problemin sınırlandırılmış biçimi için tekil çözümler üretecek şekilde tasarlanmıştır. Problemin sınırlandırılmış biçimiyle ilk 100 pozitif tam sayı içerisinde herhangi birinin bölenlerinin araştırılması kastedilmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin etkin katılımını destekleyecek şekilde problemin sınırlandırılmış biçimi bir yarışma dizayn edilerek oyun bağlamında öğrenciye sunulmuştur. Bu oyun iki kişi ile oynanmaktadır, ancak araştırılan hücredeki esirin kurtulmasına ilişkin oyuncular bireysel çözüm aramaktadır. Her oyuncu öncelikle 1'den 50'ye kadar olan doğal sayılardan rasgele birer tane seçmelidir. Oyuncular seçilen sayıların toplamındaki hücrede bulunan esirin kurtulup-kurtulmadığını belirlemeye çalışacaklardır. Bu süreçte oyuncuların karşılıklı etkileşimi bulunmamaktadır. Yani oyuncular araştırılan hedef hücreye ilişkin ayrı ayrı çözüm





yaklaşımı geliştirmektedir. Daha sonra oyuncular hedef hücreye ilişkin yapılan çözümleri kendi aralarında tartışarak birbirinin çözümlerini çürütecek ve kendi çözümlerini doğru kılacak argümanlar arayacaklardır. Bu tartışmalar sonucunda rakibini ikna eden oyuncu oyunu kazanacaktır. Yani bir hücrenin açık ya da kapalı olma durumunu doğru olarak belirleyen öğrencilerin bir puan kazanacakları açıklanacaktır.

Bu tür bir yaklaşım tercih edilerek öğrencilerin problem çözümünde bağımsız hareket edebilmeleri ve değişik hücre numaralarının incelenmesiyle farklı stratejiler geliştirmeleri hedeflenmiştir. Örneğin bazı öğrenciler küçük sayıları seçerek hücre numarası küçük hücrelerdeki esirlerin kurtulup-kurtulmadığını araştırabilir. Yani sezgisel olarak problemi basitleştirme stratejisini kullanabilirler.

Öğrenciler eylem aşamasında oyun sürecinde edindikleri kazanma kaybetme durumlarını sentezleyerek ifade etme aşamasında hipotezler sunacaklardır. Ortamın dinamik yapısının devam etmesi için oyun bağlamına iki gruba ayrılan öğrencilerin sundukları hipotezler de dahil edilerek, hipotezlerin puanlanacağı belirtilmiştir. Hipotezi sınıfça onaylanan grubun 1 puan ve rakip grubun hipotezini çürüten grubun 3 puanla ödüllendirilmesine karar verilmiştir. Görüleceği üzere daha fazla puan kazanmak için hipotez çürütmek gerekecektir. Bu sayede grupların vereceği hipotezlerin geçerliliği bütün sınıfın katılımıyla tartışılarak onaylanması ya da çürütülmesi sağlanacaktır. Hipotezlerin onaylanma ya da çürütülmesi sürecinde öğrencilerin eylem aşamasında gerçekleştirilen ve problemin sınırlandırılmış biçimine ilişkin bazı sonuçların elde edildiği oyun bağlamını aktif olarak kullanacakları düşünülmektedir. Özellikle onaylanan hipotezlerle sınıftaki bilginin değişerek gelişeceği ve bunun sonucunda problemin tamamen çözüleceği öngörülmektedir. Ayrıca problemin çözüm sürecinde sınırlandırılmış çözümlerin sentezlenerek tam çözüm elde edilmesi süreçlerinde problem çözme stratejilerinden birçoğunun bir gereklilik olarak ortamda kullanılabileceği düşünülmektedir. Tablo 4’te öğrencilerin farklı aşamalarda hangi stratejilere

başvurabilecekleri belirtilmiştir.

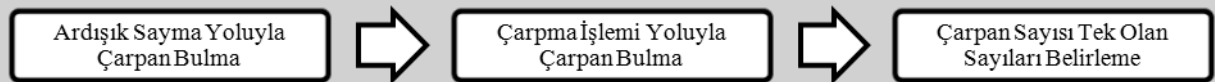
Tablo 4. DDT'nin Farklı Aşamalarında Beklenen Problem Çözme Stratejileri

DDT'nin Aşamaları	Kullanılabilecek Problem Çözme Stratejileri
Sorumluluk Devretme	Tablo yapma
Eylem	Tablo yapma, Deneme-Yanılma, Muhakeme, Problemi Basitleştirme
İfade Etme	Matematiksel Olarak İfade Etme, Muhakeme
Doğrulama	Tablo Yapma, Sistematik Liste Yapma, Deneme-Yanılma, Örüntü Arama, Muhakeme,
Kurumsallaştırma	Muhakeme, Örüntü Arama

Yukarıdaki stratejilere ek olarak, birçok aşamada gözlenebileceği öngörülen muhakeme stratejisinin ilerleyen aşamalarda daha formel bir niteliğe bürünebileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin DDT'ye göre tasarlanan bir ortamın farklı aşamalarında 3 farklı muhakeme yapabileceğini belirtmiştir. Bunlar:

- Entelektüel muhakeme, yani bir takım mantıksal (formel) çıkarımlarda bulunma,
- Semantik muhakeme, yani oyun bağlamından bazı sonuçlar çıkarma,
- Pragmatik muhakeme, yani bir durumu deneysel olarak test ederek doğruluğunu

araştırma şeklinde ifade edilebilir (Brousseau, 2002; Brousseau & Gibel, 2005). Şekil 1'de öğrencilerin genel çözüme ulaşabilmeleri için ortamdaki bilginin nasıl değişebileceğine yönelik bir yaklaşım verilmiştir.



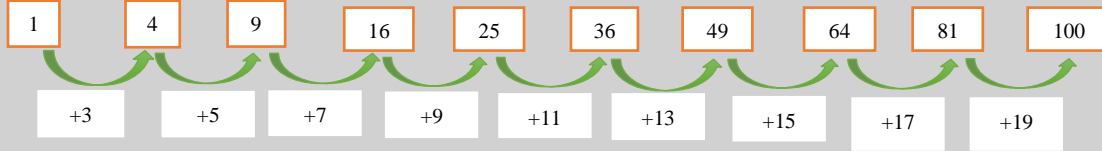
Şekil 1. Öğrencilerin Problemin Çözümünde Ulaşmaları Beklenen Aşamalar

Tablo 5'te ise öğrencilerin ulaşabilmeleri muhtemel üç farklı çözüm sunulmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerden Beklenen Çözüm Yaklaşımları

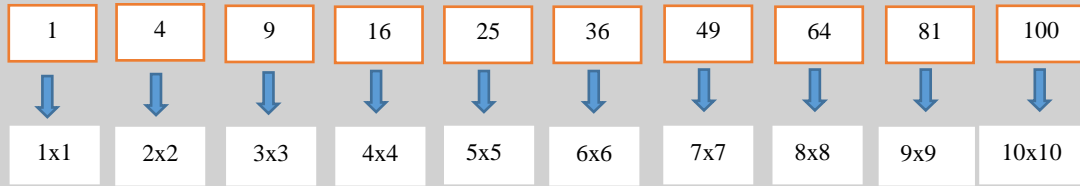
**Çözüm 1:** Öğrenciler, bir hücrenin kilidini hangi muhafızların çevirdiğini deneme-yanılma stratejisini kullanarak ardışık sayma yoluyla belirleyebilirler (1. muhafız tüm kilitleri, 2. muhafız 2, 4, 6,.. numaralı hücrelerin kilitlerini, vb. şeklinde inceleyerek). Örneğin, 16. hücrenin kilidini toplamda 5 muhafız çevirir. Bunlar 1, 2, 4, 8 ve 16 numaralı hücrelerin muhafızlarıdır. 24. hücrenin kilidini ise toplamda 8 muhafız çevirir. Bunlar, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24 numaralı hücrelerin muhafızlarıdır. 16. hücrenin kilidini çeviren muhafız sayısı tek, 24. hücrenin kilidini çeviren muhafız sayısı ise çifttir. Başlangıçta kapısı kapalı olan bir hücrenin kapısının açılması için kilidinin tek sayıda çevrilmesi gerekir. Dolayısıyla 16. hücrenin kapısı bu işlemler sonunda açılacakken 24. hücrenin kapısı kapalı kalacaktır. Öğrenciler bu tarz bir ilişkiyi özel durumlar üzerinde keşfettikten sonra sırasıyla 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 ve 100 numaralı hücrelerin kilidini açan muhafız sayısının tek sayı olduğunu yine deneme-yanılma stratejisiyle bularak problemin çözümüne ulaşabilirler.

**Çözüm 2:** Öğrenciler problemi basitleştirme stratejisini kullanarak öncelikle tek basamaklı doğal sayılardan kurtulanları deneme-yanılma stratejisiyle tespit edebilirler (1, 4, 9 numaralı hücreler). Daha sonra 20'ye kadar olanlar incelenerek bu aralıkta kurtulan esirlerin hücre numaraları belirlenir (16 numaralı hücre). Sonra kurtulan hücrelerin numaraları küçükten büyüğe doğru yazılarak aralarında bir örüntü olup-olmadığı incelenir. Bu sayede öğrenciler bu sayıların arasında var olan şekil 2'deki toplamsal örüntüye ulaşabilirler. Öğrenciler buradan hareketle 10 esirin kurtulduğu sonucuna ulaşabilirler.



Şekil 2. Toplamsal Örüntü Kurulması Yoluyla Problemin Çözümü

**Çözüm 3:** Öğrenciler deneme-yanılma stratejisi ile bazı kurtulan hücre numaralarına ulaşabilirler. (Örneğin 1, 4, 9, 16,... numaralı hücreler) Daha sonra bunlar arasında çarpımsal bir örüntü olduğunu fark ederek problemi çözebilirler. Sonuç olarak şekil 3'te görüldüğü gibi 10 esirin kurtulduğunu söyleyebilirler.



Şekil 3. Çarpımsal Örüntü Kurulması Yoluyla Problemin Çözümü

## Bulgular

Problem durumuna ilişkin DDT'nin farklı aşamalarında öğrenci ve öğretmen davranışları ve öğrencilerin bu aşamalarda kullandıkları problem çözme stratejileri aşağıda verilmiştir.

### Sorumluluk Devretme Aşaması

Bu aşama öğretmenin dersin amacını tanıtmasıyla başlamıştır.

Ö: ...Bir problem var. Bu problemi kendiniz çözeceksiniz....Ben size bazı talimatlar vereceğim. O talimatlara dikkat ederek oyun oynayarak belli bir sistem içerisinde problemi çözmeye çalışacaksınız. Eğlenceli bir şey aslında... Bana soru sormak yok. Hocam doğru mu? Ya da yanlış mı?

Bu sözlerle öğretmen kendisinin problemin çözüm sürecinde nasıl davranacağını ve öğrencilerden bu süreçte neler beklediğini ifade etmiştir. Sonra öğretmen problemi yüksek sesle okumuştur. Ardından rastgele seçtiği 3 farklı öğrenciden problemi kendi sözleriyle tekrar etmelerini istemiştir. İlk 2 öğrencinin problemi anlatırken problemin içerdiği bazı şartları atladığı görülmüştür. Öğrencilerin atladığı kısımlar öğretmen tarafından hatırlatılmıştır.



Öğretmen sonrasında oyunun kurallarını ve nasıl puanlanacağını açıklamıştır. Burada öğrencilerin oyunu öncelikle sıra arkadaşlarıyla sonra ise sınıf iki gruba ayrılarak gruplar arasında oynanacağı belirtilerek, gruplar oluşturulmuştur. Daha sonra öğretmen, oyunu 2 öğrenciyle sınıf huzurunda oynayarak oyunun nasıl oynandığını öğrencilere göstermiştir. Bu oyunlarda 12 ve 16 numaralı hücredeki esirlerin kurtulup kurtulmadığı araştırılmıştır. Bu oyunlarda öğretmen başlangıç stratejisi olarak ifade edilebilecek tablo yapma stratejisini kullanmıştır. Birinci oyunda gönüllü olan Ö11 tablo 6'da ifade edildiği gibi oyunu oynamıştır. Bu oyunda Ö11'in 1 ve öğretmenin 11 sayılarını seçmesiyle bunların toplamı olan 12.hücredeki esirin kurtulup-kurtulmadığı araştırılmıştır.

Tablo 6. Birinci Oyunda Ö11'in 12 Numaralı Hücre İçin Yanıtı

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	3.M	4.M	5.M	6.M	7.M	8.M	9.M	10.M	11.M	12.M
Hücre konumu	K	A	K	A	K	A	K	A	K	A	K	A	K

K:Kapalı, A:Açık, M:Muhafız

Ö11'in 12 numaralı hücrenin kapısını 1.M'den 12.M'ye kadar bütün muhafızların çevirmesi gerektiği şeklinde bir yaklaşımla oyunu tamamladığı görülmektedir. Öğretmen bu aşamada 12 numaralı hücre için çözümü gerçekleştirmiştir. Öğretmen ve öğrencinin yaptığı çözümler aralarında tartışılarak uzlaşmaya varılmıştır. Burada öğretmen 5.muhafızın 12 numaralı hücrenin kapısını çevirmeyeceğini iddia ederek oyunu kazanmıştır. Diğer oyun başka bir öğrenciyle benzer süreçler takip edilerek oynanmıştır.

Bu oyunlarda öğretmen araştırılan hücre numaralarının kapılarını hangi muhafızların çevirebileceğini problemde geçen sınırlamalar bağlamında çözümlenmiştir. Örneğin öğretmen 12 numaralı hücre için 1'den başlanıldığında 1'er arttırıldığında 12'ye ulaşıp-ulaşılamayacağı, 2'den başlanıldığında 2'şer arttırıldığında 12'ye ulaşıp ulaşılamayacağı gibi bir yaklaşımla hücreyi çeviren muhafızları belirleyerek çözümü elde etmiştir.

Öğretmenin 2 farklı öğrenciyle oyunu oynamasıyla birlikte öğrencilerin oyunun nasıl oynanacağı ile ilgili bilgiyi elde ettikleri gözlemlenmiştir. Problem durumuna sınırlandırılmış biçimlerine oyun bağlamında çözüm aranmasının öğrencinin anlamasını kolaylaştırdığı ve

çözüme yönelik girişimde bulunmaya geçişi hızlandırdığı belirlenmiştir. Bu aşama 21 dakika sürmüştür.

### Eylem Aşaması

Bu aşama iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde öğrenciler oyunu sıra arkadaşlarıyla etkinlik kağıtları üzerinde 4-5 kez oynamışlardır. İkinci aşamada ise, daha önce iki gruba ayrılan sınıftaki gruplardan (etkinlik başında sınıf iki gruba ayrılmıştı) birer kişi seçilerek sınıf tahtasında oyun 5 kez oynanmıştır.

Birinci bölümdeki oyunlarda, öğrenciler birlikte belirledikleri hücre numarasındaki esirin kurtulup-kurtulmadığıyla ilgili çözümlerin doğruluğuna kendi aralarında tartışarak karar vermişlerdir. Bu oyunlarda araştırılan hücre numarası oyuncuların 1'den 50'ye kadar olan doğal sayılardan birini rasgele seçerek, bu iki sayının toplanması yoluyla belirlenmiştir. (oyunun nasıl oynandığına ilişkin detaylarla ilgili yöntem kısmına bakınız) Bu oyunlar neticesinde öğrencilerin elde ettikleri sonuçlar tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. *Problemin Sınırlandırılmış Biçiminde Öğrencilerin Sıra Arkadaşlarıyla Oyunlarının Sonuçları*

Araştırılan Hücreler	1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	21	22	24	26	50
1.Grup* Ö1								1					1					1			1
Ö2								1					1					1			1
2.Grup* Ö3						1	1	1		1											
Ö4					1	1	1	1		1											
3.Grup* Ö5												1					1		1		1
Ö6												1					1		1		1
4.Grup* Ö7										1		1				1					
Ö8										1		1				1					
5.Grup Ö9						1			1			1					1				
Ö10						1			1			1					1				
6.Grup* Ö11										1					0	1			1		
Ö12										1					1	0			0		
7.Grup Ö13						0				0		0									1
Ö14						1				1		1									1
8.Grup Ö15								0				1	1				1				
Ö16								1				1	1				1				
9.Grup Ö17		1		0	1								0								
Ö18		1		1	1								0								
10.Grup Ö19									1			1		1							0
Ö20									1			1		1							1
11.Grup Ö21	1		1					1								1					
Ö22	1		1					0								0					
12.Grup* Ö23																	0		0		
Ö24																	0		0		

Tablo 7’de görüldüğü üzere, öğrencilerin sıra arkadaşlarıyla oynadıkları oyunlarda 21 farklı hücredeki esirin kurtulup-kurtulmadığı incelenmiştir. Örneğin 5. gruptaki Ö9 ve Ö10; 8, 11, 14 ve 21 numaralı hücreleri incelemişlerdir. Tablo 7’de öğrencilerin genellikle 30’dan küçük sayıları inceledikleri görülmektedir. Bu aşamada öğrenciler toplamda 45 oyun oynamıştır. Bu oyunların %71’inde her iki oyuncu aynı çözümü yapmış ve çözümlerinin doğru olduğunu belirtmişlerdir. %22’sinde oyunculardan biri hücre numarasının açık olduğunu diğeri kapalı olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler yaptıkları çözümleri tartışarak birinin çözümünde uzlaşmışlardır. %7’sinde ise öğrenciler birbirini ikna edememiştir. Sonuç olarak, bu aşamada öğrencilerin %93’ü doğru çözümler üretmiştir. Bu sonuç problemin sınırlandırılmış biçimine ilişkin öğrencilerin birçok doğru yaklaşım geliştirdiklerini göstermektedir. Dolayısıyla öğrenciler bu sonuçları uygun yaklaşımlarla organize edilerek ya da sentezlenerek problemin çözümünde ilerleme olanağına sahip oldukları görülmektedir. Bu oyunlarda öğrencilerin tablo yapma, deneme-yanılma ve muhakeme stratejilerini ağırlıklı olarak kullandıkları belirlenmiştir. Bunun bir örneği aşağıdaki diyalogdaki verilmiştir.

Ö11: *Başlangıçta kapalı. 1 açık olur. 20’ye ulaşabiliriz. 2’de kapalı olur. Yine 20’ye ulaşabiliriz. 4’te de yine 20’ye ulaşabiliriz. Açık. (eliyle bu şekilde devam eder hareketi yapıyor) 5’te kapalı. 10 açık. 20 kapalı.*

Ö12: *Hocam ben sıra sıra gittim. Başlangıç kapalı. Birinci açık, ikinci kapalı, dördüncü açık, altıncı kapalı, hocam sonra 12 iki katı olduğu için açık.*

Ö11: *12 ile 20’ye gidemeyiz hocam. on iki, on iki 24 olur. Daha fazla olur.*

Tablo 8. Ö11 (üstte) ve Ö12’nin (altta) 20 Numaralı Hücre İçin Çözümleri

Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	4.M	5.M	10.M	20.M							
Hücre konumu	K	A	K	A	K	A	K							
K:Kapalı, A:Açık, M:Muhafiz														
Muhafızlar	Başlangıç	1.M	2.M	4.M	6.M	12.M	13.M	14.M	15.M	16.M	17.M	18.M	19.M	20.M
Hücre konumu	K	A	K	A	K	A	K	A	K	A	K	A	K	A
K:Kapalı, A:Açık, M:Muhafiz														



Yukarıdaki diyalogda ve tablo 8’de görüldüğü üzere, 20 numaralı hücrenin kapısı için Ö12’nin açık, Ö11’in kapalı sonucuna ulaştığı görülmektedir. Ö11’in “birer, ikişer,..vs. 20’ye ulaşılabilir” şeklinde ardışık sayma kuralından yararlandığı Ö12’nin ise tam bir strateji oluşturamadığı görülmektedir. Ö11 stratejisinden hareketle Ö12’nin yaklaşımına itiraz etmekte ve 12’şer sayılarak 20 sayısına ulaşamayacağını belirtmektedir.

Tablo 7’deki oyunlar farklı bir açıdan ele alındığında, bu oyunlarda araştırılan hücre numaralarının %27’sinin 10 veya 10’dan küçük olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin küçük hücre numaralarını araştırmak istediklerini ve problemi basitleştirmeyi tercih ettiklerini göstermektedir.

Sınıfın iki gruba ayrıldığı gruplar arası öğrenci karşılaşmalarında sırayla 21, 28, 17, 27 ve 29 numaralı hücrelerdeki esirlerin kurtulup-kurtulmadıkları araştırılmıştır. Bu oyunlarda grupların ulaştıkları çözümler tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. *Gruplar Arasında Oynanan Oyunların Sonuçları*

Araştırılan Hücreler	21	28	17	27	29
Grup 1	0	1	1	1	1
Grup 2	1	1	1	1	1

1: Doğru çözüm 0: Yanlış çözüm

Tablo 9’da sınıf huzurunda oynanan bu oyunlarda gruplardan biri %100 başarı gösterirken, diğeri %80 başarı göstermiştir. Grup 1 araştırılan hücrelerden 21 numaralı hücreye ilişkin çözümlerinde bu hücrenin kapısını 1.M, 3.M, 9.M ve 21.M çevirdiğini belirtmiştir. Grup 2’de Ö1 kodlu öğrenci 9.muhafızın 21 numaralı hücrenin kapısını çevirmeyeceğini ileri sürerek oyunu kazanmıştır. Bu oyunlardan 27 numaralı hücrenin araştırıldığı gruplar arası oyun şu şekilde gerçekleşmiştir.

Ö14: *Başlangıçta kapalı hocam. Birer birer 27’ye kadar gidilebilir. 2’de gitmiyor. 3 gidiyor hocam. 3’te kapalı. 9 gidiyor. Açık. Sonra da 27 gidiyor kapalı.*

Ö: *Sen ne diyorsun aynı mı?*

Ö2: *Hocam 27. hücreyi çevirebilecek muhafızlar 1, 3, 9, 27’dir. 1’de açık oluyor. 3’te kapalı, 9’da açık, 27’de kapalı oluyor.*



Yukarıdaki diyalogda, 27 numaralı hücrenin kapısını çeviren muhafızları belirlerken Ö14'ün deneme-yanılma stratejisini kullandığı görülmektedir. Bu stratejinin ardışık sayma yoluyla gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır (Şekil 1). Buna karşın Ö2'nin bu hücreyle ilgili muhafızları doğrudan söylediği görülmektedir. Bu durum öğrencinin muhafızları belirlerken hücre numarasının çarpanlarına odaklanmış olabileceğini göstermektedir.

Diyalogda Ö14'ün “birer birer 27'ye gidilebilir. 2'de gitmiyor.” ifadelerinden 1'den başlayıp birer arttırılarak 27'ye ulaşılabileceği ve 2'den başlayıp ikişer arttırılarak 27'ye ulaşamayacağını fark ettiği anlaşılmaktadır. Öğrencinin bu yaklaşımı burada pragmatik muhakeme (Brousseau, 2002; Brousseau & Gibel, 2005) kullanıldığına işaret etmektedir.

Eylem aşamasında öğrenciler problem çözme stratejilerinden tablo yapma, deneme-yanılma ve muhakeme stratejilerini kullanmışlardır. Bu aşamada öğretmen rehber pozisyonunda öğrencileri oyun oynamaya teşvik etmiştir. Öğretmen, oyun sonrası uzlaşılmayan noktalarda öğrencilerin çözümlerini karşılaştırırken birbirine soru sormaları için onları motive etmiş, sınıf huzurunda oynanan oyunları organize etmiştir. Bu aşama 35 dakika sürmüştür.

### İfade Etme Aşaması

Ö: Şimdi herkes hipotezi düşünsün. Hipotez savaşları başlıyor. Bir grup hipotez verecek diğer grup onu çürütmeye çalışacak.

Öğretmenin bu sözleriyle ifade etme aşaması başlatılmıştır. Bu aşamada öğrenciler, eylem aşamasındaki oyunlarda kazanma ve kaybetme sonuçlarından edindikleri fikirleri matematiksel hipotezlere dönüştürmüş ve tahtaya yazmıştır. Tablo 10'da bu hipotezlerden bazıları verilmiştir.

Tablo 10. Grup 1 (Ö16) ve Grup 2'deki (Ö1, Ö6, Ö12) Öğrencilerin Sunduğu Bazı Hipotezler

Ö6'nın hipotezi	Ö12'nin hipotezi
Çıkan sayı hangi sayının katıysa muhafız sayısını bulup kurtulup-kurtulmadığını bulabiliriz.	Bu oyunda başarılı olmak için o sayıdan küçük katları bulmak gerekir. Mesela 20. sayı açılmaz. Çözümünü göstereyim.



Muhafız	B	1	2	4	5	10	20
Hücre 20	K	A	K	A	K	A	K
B: Başlangıç 1:1.muhafız A: Açık K: Kapalı							
<b>Ö1'in hipotezi</b>				<b>Ö16'nın hipotezi</b>			
Kapıyı açan muhafız sayısı tek ise kapı açık olur yani esir serbest bırakılır.				Çiftler kurtulmaz, tekler kurtulur. Asal sayılar kurtulmaz.			

Tablo 10 incelendiğinde problemi çözmek için Ö6 ve Ö12'nin iki farklı hipotezle araştırılan sayının çarpanına, Ö1'in muhafız sayısının tek olması gerektiğine odaklandığı görülmektedir. Tablo 10'da ayrıca Ö12'nin hipotezini bir örnekle desteklemesi ve örneğin sonunda "gördüğünüz gibi kapalı" açıklaması bu hipotezi ortaya çıkarırken semantik muhakeme kullandığını göstermektedir.

Bu aşamada hipotezler sınıfın 2 gruba ayrılmasıyla gruplar arasında bir yarışma oluşturularak verilmiştir. Hipotezler de sınıf dinamiğinin korunması doğrultusunda puanlamaya dahil edilmiştir. Hipotezini kanıtlayan grup 1 puan alırken, rakip grubun verdiği hipotezi çürüten grup 3 puan almıştır. Bu sayede ortamda sunulan bilginin tartışılması yoluyla doğrulanarak yeni bilgilere ulaşılması ve ortamdaki bilginin sürekli geliştirilmesi sağlanmıştır. Öğrencilerin sunduğu hipotezlerin tamamı tablo 11'de verilmiştir.

**Tablo 11. Öğrencilerin Sunduğu Hipotezler**

Hipotez No	Öğrenci	Hipotezler
H1	Ö1	Bir hücrenin kapısını çeviren muhafız sayısı tek sayıdaysa o esir kurtulur. Kapı açılır.
H2	Ö12 ve Ö6	Çıkan sayı hangi sayıların katıysa muhafız sayısını bulup, o hücredeki esirin kurtulup-kurtulmadığını bulabiliriz (sayının çarpanları kastediliyor)
H3	Ö5, Ö11 ve Ö16	Asal sayılar kurtulamaz. Çünkü 2 tane muhafız çeviriyor.
H4	Ö19 ve Ö16	Tek numaraya sahip hücredeki esirler kurtuluyor. Çift numaradakilere kurtulmuyor.
H5	Ö20	Çift numaralı hücredekiler kurtulur. Tek numaradakilere kurtulamaz.
H6	Ö1	1. hücredeki kesinlikle kurtulur.
H7	Ö16	9. hücredeki de kurtuluyor.
H8	Ö19	8. hücredeki kurtulamaz.
H9	Ö19	7 kurtulur.
H10	Ö20	11 kurtulur.
H11	Ö19	4 numaralı hücredeki esir kurtulamaz.
H12	Ö10	Sonu 7 olanlar kurtulamıyor.
H13	Ö11	Sonu 2 olanlar kurtulamaz.
H14	Ö6	Hücre numarası 4 ve 4 ün katı olanlar kurtulabilir.
H15	Ö10	Şimdi hocam 1 ile 4 arasında 3 sayı var. 4 ile 9 arasında 5 sayı var. 9 ile 16 arasında 7 sayı var. Burada bir örüntü var.

Tablo 11'de görüleceği üzere, öğrenciler toplamda 15 hipotez sunmuşlardır. Burada Ö5 ve Ö11'in sunduğu H3 hipotezinde asal sayıların 2 tane pozitif çarpanı olduğundan



kurtulamayacağı bir çıkarsama içerdiğinden entelektüel muhakeme olarak ifade edilebilir. Ö10'un ise kurtulan hücre numaralarına odaklandığı ve bir örüntü arama gayretinde olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin hipotez sunmaya başlamasıyla birlikte, o hipotezleri kanıtlama sürecinin başladığı gözlenmiştir. Bu yüzden bu çalışmada ifade etme aşamasıyla doğrulama aşamasının iç içe geçtiği görülmüştür.

### Doğrulama Aşaması

Bu aşamada öğrencilerin ürettiği hipotezler kanıtlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte tablo 11'de ifade edilen H1, H2, H3, H6, H7, H8 ve H15 sınıf tartışmaları sonucunda doğrulanırken H4, H5, H9, H10, H11 ve H14 sınıf tartışmalarında çürütülmüştür. H12 ve H13 hipotezleri sınıfça ne doğrulanmış ne de çürütülmüştür. Bu hipotezlere öğrencilerin ilgisiz kaldığı görülmüştür. Tablo 12'de bazı hipotezlerin doğrulama süreci verilmiştir.

Tablo 12. Öğrencilerin Sunduğu H4 ve H1 Hipotezlerine İlişkin Sınıf Ortamında Doğrulama Süreci

Çürütülen Bir Hipotez Örneği	Onaylanan Bir Hipotez Örneği
Ö19: Tek numaraya sahip hücredeki esirler kurtuluyor. Çift numaradakilere kurtulmuyor.	Ö1: Kapıyı açan muhafız sayısı tek ise kapı açık olur. Yani esir kurtulur...3 muhafız kapıyı açıyorsa o zaman kapı açık olur. Açık, kapalı, açık.
Ö12: Hocam dediler çiftler kurtulamaz. Hocam ben bunu çürütmek için bir çift sayının kurtulduğunu açıklayacağım.	Ö: 3 tane muhafız kapıyı açıyorsa ...Bir saniye arkadaşımız açıklasın. Bir daha söyle.
Ö: Kaçı göstereceksin.	Ö1: Hocam kapıyı açan muhafızın sayısı yani 3 ise ya da 5 ise falan ee şey olur. Açık olur. Esir kurtulur.
Ö11: Hocam uzatmaya gerek yok. 16 zaten kurtulmuştu.(Daha önceki oyunlarda bir öğrenci 16. hücrenin açık olduğunu belirtmişti.)	Ö: Şöyle mi diyorsun? Herhangi bir hücrenin kapısını açan muhafız sayısı tek sayıdaysa o zaman kapı açık olur diyorsun (bu hipotez H1 şeklinde tahtaya yazıldı)
	Ö1: Evet
	Ö20: (Diğer gruptan bir öğrenci) Hocam çürütebilir miyim? 100 nasıl oluyor onu açıklasın.
	Ö4: (Birkaç dakika sonra Ö1 ile aynı grupta olan Ö4 bu soruya cevap veriyor.) Hocam bulduk hocam. 100. hücre açık.
	Ö20: Açan kişi tek mi?
	Ö4: Evet 9 kişi (muhafız kastediliyor) açıyor. (Hücre kapısının çevrilmesi kastediliyor)

Tablo 12'de oyun sürecinde 16. hücredeki esirin kurtulduğu bilgisinin daha önce onaylandığı ifade edilerek sınıfın bilgisi olduğu görülmektedir. Ö11 bu bilgiyi kullanarak H4 hipotezini çürütmüştür. Dolayısıyla burada semantik muhakeme kullanılmıştır. Tablo 12'deki diyalogda Ö1 hipotezini sunduktan sonra öğretmen bunu H1 şeklinde yazmıştır. Ö1'in bir



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

hücrenin kapısını çeviren herhangi tek sayıdaki muhafız için kapının açık olduğunu ifade etmesi entellektüel muhakeme kullandığını göstermektedir. Birinci grupta bulunan Ö20'nin bu hipoteze itiraz ettiği görülmektedir. Hipotezlerinin doğruluğunu kanıtlamak için ikinci grupta bulunan Ö1 tahtaya kalkarak 100 numaralı hücreyi çeviren muhafız sayısının tek olduğunu bu yüzden bu hücredeki esirin kurtulduğunu belirtmiştir. Ö1 çözümü şu şekilde gerçekleştirmiştir: 1A-2K-4A-5K-10A-20K-25A-50K-100A dolayısıyla 100 numaralı hücre açıktır. Burada Ö1'in entellektüel muhakeme yaparak ortaya koyduğu hipotezi pragmatik muhakemeyeyle 100 numaralı hücre için kanıtladığı görülmektedir. Burada 100 numaralı hücreyi çeviren muhafızların küçükten büyüğe doğru ifade edilmesi sistematik liste yapma stratejisinden yararlandığını göstermektedir.

Bu noktaya kadar oynanan oyunlarda problemin sınırlandırılmış biçimi için çözümler üretilebilse de öğrencilerin problemin tam çözümünün elde edilmesine yönelik sistematik davranmadıkları anlaşılmaktadır. Aşağıdaki diyalog bu durumu özetlemektedir.

Ö: *Hangi sayılarla ifade edilen hücredeki esirler kurtulmuş, hangileri kurtulamamış. Bunun bir formülü var mı?... Kim özetleyecek.*

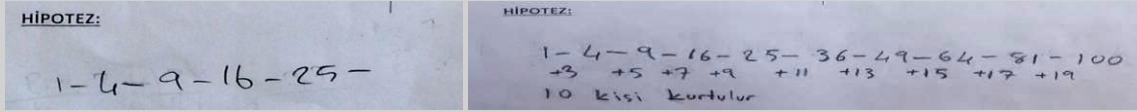
Ö10: *16, 100, 9, 4, 1 numaralarındaki hücrelerde bulunanlar kurtuldu.*

Ö12: *Hocam söyleyin işte...(Tüm kurtulan hücreleri öğretmenin söylemesini istiyor)*

Ö: *Ben söylemeyeceğim dedim ya siz bulacaksınız...Kurtulan sayılara odaklanalım. Acaba bunların bir ortak özelliği ya da formülü var mı?*

Bu diyalogda Ö10 kurtulan esirlerin hücre numaralarını düzensiz olarak vermiştir. Öğrencinin bu yaklaşımı problemin sistematik olarak ele alınmadığını göstermektedir. Bu durum sınırlandırılmış çözümlerin sentezlenerek bir örüntü bulunmasını da zorlaştırmaktadır. Bu diyalogdan sonra Ö10'nun da aralarında bulunduğu bir grup öğrencinin kurtulan hücre numaralarına odaklanarak, bunları sistematik liste yapma stratejisini kullanarak küçük numaradan büyüğe doğru organize ederek incelemeye başladığı gözlenmiştir. Yani bu öğrenciler ilk 30 sayı içindeki kurtulan esirleri tekrar deneyerek bulmuşlardır. Bu sayede 1-4-

9-16-25 numaralı hücrelerin kurtulduğu bilgisine ulaşmışlardır. Bu hücre numaraları arasında Ö10 aniden toplamsal bir örüntü olduğunu fark etmiştir. Daha sonra toplamsal örüntüden yararlanarak kurtulan esirlere ait diğer hücreler de tespit edilmiştir. Tespit edilen bu hücre numaralarındaki esirlerin kurtulup-kurtulmadığı yine deneysel yolla kontrol edildikten sonra H15 hipotezi geliştirilerek problem tamamen çözülmüştür. H15 ortaya çıkma sürecinde Ö10'nun kağıdında yazılanlar şekil 4'te ve sınıfta yaşanan diyalog aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. Ö10 Kodlu Öğrencinin Problemin Çözümü İçin Yanıtı

Ö10: Hocam buldum ama emin değilim.

Ö: Söyle.

Ö10: (bir süre sonra oturduğu yerden havaya sıçrayarak) Buldum. Şimdi hocam 1 ile 4 arasında 3 sayı var. 4 ile 9 arasında 5 sayı var. 9 ile 16 arasında 7 sayı var. Bu şekilde bir örüntü var. (Aynı gruptan başka bir öğrenci;)

Ö16: Hocam kurtulan sayıların sırayla aralarında tek sayı kadar fark var.

Daha sonra bu grup çözümlerini şekil 4'te gösterildiği gibi geliştirerek problemi tamamen çözmüşlerdir. Daha sonra bulunan çözümü Ö10 tahtaya yazarak anlatmıştır. Bu çözüm sınıfça onaylanmıştır.

Öğrencilerin tablo 11'de belirtilen hipotezleri sınıf tartışmalarında onaylama sürecinde birçok problem çözme stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Tablo 13'de hangi hipotezde hangi stratejinin kullanıldığı verilmiştir.

Tablo 13. Hipotezlerin Doğrulama Sürecinde Kullanılan Problem Çözme Stratejileri

Hipotezler	Problem Çözme Stratejileri
H1	Entelektüel Muhakeme, Tablo Yapma, Deneme-Yanılma, Sistemantik Liste Yapma
H2	Deneme-Yanılma, Tablo Yapma
H3	Deneme-Yanılma, Pragmatik Muhakeme
H4	Tablo Yapma, Semantik Muhakeme
H5	Deneme-Yanılma, Pragmatik Muhakeme
H6	Entelektüel Muhakeme,
H7	Deneme-Yanılma, Pragmatik Muhakeme
H8	Tablo Yapma,
H9	Tablo Yapma,
H10	Tablo Yapma,
H11	Tablo Yapma

H12	-
H13	-
H14	Semantik Muhakeme
H15	Deneme-Yanımla, Problemi Basitleştirme, Sistemantik Liste Yapma, Entelektüel Muhakeme, Örüntü Arama

Bu tabloda problemin tamamen çözümünde H1 ve H15 hipotezlerinin kritik bir rol oynadığı görülmektedir. Bu hipotezlerin doğrulanma sürecinde birden çok problem çözme stratejisinin kullanıldığı görülmektedir. Problem çözme stratejilerinden örüntü arama stratejisinin tablo yapma, sistemantik liste yapma, deneme-yanımla gibi stratejilerin sonunda aniden ortaya çıktığı gözlenmiştir. Bu stratejinin kullanılmasıyla problemin tamamen çözüldüğü belirlenmiştir.

Bu aşamada öğretmenin sınıf yönetimine, hipotezlerden ne kastedildiğinin öğrenciler tarafından açıklanmasına ve tıkanıklık yaşanan durumlarda çözüme yönelik olmayan açıklamalarda bulunmaya yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir. Bunun örnekleri diyaloglarda “*Bir saniye arkadaşımız açıklasın. Bir daha söyle*”, “*Şöyle mi diyorsun?...*” ve “*Kim özetleyecek*” şeklinde görülmektedir.

Son olarak, öğrencilerin buldukları çözümün yöntem kısmında açıklanan muhtemel çözümlerden çözüm 2 ile hemen hemen aynı olduğu görülmüştür. Doğrulama aşaması ve ifade etme aşaması birlikte toplam 26 dakika sürmüştür.

### **Kurumsallaştırma Aşaması**

Bu aşamada öğretmen, öğrencilerin problemin çözümü için sundukları ve sınıfça onaylanan çözümü öğrencilerin ifade ettiği şekliyle tekrar açıklamıştır. Sonrasında öğretmen yöntem kısmında açıklanan çözümlerden çözüm 3’ü vererek farklı bir yaklaşımla da problemin çözülebileceğini göstermiştir. Bu aşamalar sonunda grupların puanları tablo 14’deki gibi ortaya çıkmıştır.

Tablo 14. *Grupların Oyun Sonunda Aldıkları Puanların Karşılaştırılması*

	Oyunlarda Toplanan Puanlar			Hipotezlerde Toplanan Puanlar				Toplam Kazanılan Puan
	Oyun 1	Oyun 2	Oyun 3	Oyun 4	Oyun 5	Onaylanan Hipotezler	Çürütülen Hipotezler	
Grup 1	0	1	1	1	1	4	0	8

Grup 2	1	1	1	1	1	4	5	24
--------	---	---	---	---	---	---	---	----

Burada dikkat çeken en önemli nokta grup 2'nin oyunlarda ve hipotezlerde daha fazla puan almasına rağmen problemin genel çözümüne grup 1'in ulaşmasıdır. Bu durum sınıf içi etkileşim aracılığıyla (grup içi ve gruplar arası) ortaya çıkan bilgileri grup 1'in de algılayıp sentezleyebildiğini göstermektedir. Aşağıdaki diyalogda öğretmen grupların aldığı puanları değerlendirirken bu noktaya dikkat çekmektedir. Ayrıca diyalogda öğretmen, farklı çözümleri ve problemin daha ileri bir düzeyinin nasıl çözülebileceğini öğrencilerin tartışarak karar vermelerini de sağlamıştır.

Ö: *Güzel hipotezleri bu grup verdi (ikinci grup), ama soruyu bu grup (birinci grup) çözdü. Puan olarak bu ikinci grup daha fazla yaptı ama çözüm birinci gruptan geldi...Arkadaşlar burada gerçekten bir örüntü var. 1.hücredeki esir kurtuluyor. 3 eklersek 4.kurtuluyor. 5 eklersek 9.kurtuluyor. Böyle böyle gidiyor. (Öğrencinin tahtada yaptığı çözümü gösteriyor) İkinci bir çözüm şöyle arkadaşlar. Karesel sayılar kurtuluyor. Bakın. (Tahtadaki kurtulan hücre numaralarını işaret ederek) Bir kere bir 1, iki kere iki 4, üç kere üç 9, dört kere dört 16, beş kere beş 25, altı kere altı 36, yedi kere yedi 49, sekiz kere sekiz 64, dokuz kere dokuz 81, on kere on 100 (bu açıklamalar bütün sınıfın katılımıyla gerçekleşmiştir), bakın ikinci çözüm. Şimdi size şunu soruyorum. 1000 tane esir olsaydı kaç kişi kurtulurdu.*

Ö12: *Hocam 100.*

Ö: *Neden 100?*

Ö12: *Çünkü 100'de 10 tanesi kurtulursa 1000'de 100 tanesi kurtulur.*

Ö: *Doğru buluyor musunuz?*

Öğrenciler: *Evet*

Ö: *Ben katılmıyorum buna.*

Ö4: *Neden hocam?*

Ö: *Arkadaşlar 30'un karesi kaç yapar. Otuz kere otuz 900. Bakın karesel sayılar kurtuluyor demiştim ben size, değil mi? 1000'den küçük en büyük karesel sayı 31 tane çünkü 31 kere 31 961 oluyor. 32 kere 32 bini geçiyor. Yani orantı geçerli değil. Bakın neden geçerli değil? 1'den 10'a kadar kaç sayı kurtuluyor, 3. O zaman 1'den 100'e kadar 30 tane mi kurtuluyor? Hayır, bak 10 tane kurtuluyor. Yani orantı geçerli değil.*



Görüldüğü üzere kurumsallaştırma aşamasında Ö10'nun kullandığı problem çözme stratejilerinden biri olan örüntü arama stratejisine öğretmen atıfta bulunarak tekrar çözümünü açıklamıştır. Sonra öğrencilerin de katılımıyla yöntem kısmında çözüm 3 olarak ifade edilen çarpımsal örüntüyle problemin çözümü verilmiştir. Etkinliğin sonunda aynı problem öğrencilere hücre sayısı 1000 olacak şekilde sorulmuştur. Burada da öğretmen kurtulan esir sayısını 30, 31 ve 32 sayılarını deneme-yanılma stratejisiyle incelenmiştir. Öğrenci yorumlarından sonra etkinlik sonlandırılmıştır.

### **Tartışma, Sonuç ve Öneriler**

Bu çalışmada, rutin olmayan bir problemin sınıf ortamında öğrenciler tarafından çözülmesi sürecinde DDT'nin sahip olduğu potansiyel araştırılmıştır. Çalışmada elde edilen bulgular, tasarlanan ortam, öğretmen-öğrenci davranışları ve rutin olmayan problemlerin çözümünde DDT'nin sahip olduğu avantajlar bağlamında tartışılacaktır.

### **Tasarlanan Ortam ve Öğretmen-Öğrenci Roller**

Bu çalışmada yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak a-didaktik bir ortam tasarlanmıştır. Bu ortamın parametreleri rutin olmayan problemin seçimi ve tasarımı, oyun bağlamı, öğretmen ve öğrenci rolleridir.

İlk olarak, Zembat'ın (2008) da belirttiği gibi çalışmada ele alınan problem ilk defa okuyanda şaşkınlık uyandıran ve çözümü hemen kestirilemeyecek bir problemdir. Bu yönüyle Sezar ve esirler başlıklı problem sınıf ortamında çözülebilecek ve öğrencilerin farklı stratejiler kullanmasını destekleyen zengin içeriğe sahip rutin olmayan bir problemdir. Öğrencilere sunulan problemde esir sayısının 100 seçilmesi belli ölçüde genel çözüme ulaşmayı güçleştirdiği söylenebilir. Diğer taraftan bu sayede problemin sınırlandırılmış çözümlerinin sentezlenerek öğrencilerin genel çözüme ulaşma sürecinde farklı sezgisel stratejiler kullanmaları teşvik edilmiştir. Çünkü öğrencilerin 1'den 100'e kadar bütün hücreleri deneme-yanılma stratejisiyle incelemeleri çok zor ve vakit alacak bir iştir. Bundan dolayı öğrenciler,



öncelikle problemi basitleştirerek ilk 30 sayıda kurtulan esirlerin hücre numaralarını bulmuşlardır. Sonra kurtulan esirlerin hücre numaralarına odaklanarak başka bir sezgisel strateji olan örüntü bulma stratejisiyle problem çözülmüştür.

İkinci olarak, bu çalışmada problemin sınırlandırılmış biçiminden işe başlanmış ve bu sınırlandırılmış problem için çözümler bireysel değil iki kişinin katıldığı bir oyun bağlamında araştırılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin aktif katılımını sağlamak mümkün olabilmiştir. Bu sayede öğrenciler probleme çözüm arama görev ve sorumluluğunu kolaylıkla benimseyebilmişlerdir. Oyun bağlamının tasarımı (iki kişi karşılıklı oyun, grup oyunu, puanlama, vb.) ve sınırlandırılmış çözümlerin kolaylıkla yapılabilmesi ortamdaki bilginin sürekli yenilenecek gelişmesini sağlamıştır. Bunun sonucunda sınırlandırılmış çözümlerin daha pratik yapılabileceği informel stratejiler geliştirilmiştir. Etkinliğin başında Ö11'in bir hücrenin kapısını çeviren muhafızları belirlerken (Tablo 6) hücre numarasına eşit ya da küçük bütün sayıları kullanırken, ilerleyen aşamalarda ardışık sayma yaklaşımını kullanması (tablo 8'e bakınız) bunun önemli işaretlerindedir. Yine Ö1'in etkinliğin ilerleyen aşamalarında araştırılan hücrenin muhafızlarını doğrudan bir anda söylemesi ilgili sayının çarpanlarına odaklandığının bir göstergesidir. Nitekim bazı öğrencilerin ifade etme aşamasında sunulan hipotezlerde problemin çözümüne yönelik araştırılan hücre numarasının çarpanlarına odaklanması gerektiğini belirtmeleri bu durumu kanıtlar niteliktedir.

Üçüncü olarak, öğretmenin tüm etkinlik boyunca ve teoride öngörüldüğü şekliyle, öğrencilere bilgi ve strateji bağlamında bir müdahalede bulunmaması öngörülmüştür. Sonuç olarak öğretmen, sadece çözüme yönelik olmayan açıklamalarda bulunmuş ve bu açıklamaların özellikle öğrencilerin tıkanıp noktalarında büyük bir öneme sahip olduğu anlaşılmıştır. Problemin çözümünde sınırlandırılmış çözümlerin özetlenmesi istenerek, rasgele bulunan esirlerin hücre numaralarının sistematik bir şekilde ele alındığında bu sayılar arasında gerçekte matematiksel bir ilişki olduğunun keşfedilmesi istenmiştir. Burada Ö10'un kurtulan





esirlerin hücre numaralarını “16, 100, 9, 4, 1 numaralarındaki hücrelerde bulunanlar kurtuldu” şeklinde ifade etmesi problemin çözümünde sistematik olarak hareket edilmediği şeklinde yorumlanabilir. Ancak bu açıklamadan sonra grup 1’in problemin genel çözümüne ulaşmak için daha sistemli bir davranış sergilediği görülmüştür. İfade etme ve doğrulama aşamalarının başında öğrencilerin problem çözme stratejilerinden sistematik liste yapma, tablo yapma, problemi basitleştirme ve muhakeme stratejilerini kullanıldığı görülmektedir. Bu yaklaşımlarla öğrencilerin problemin sınırlandırılmış çözümlerini bulunabilmelerine rağmen problemin genel çözümü için bu stratejilerinin yetersiz kaldığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin açıklamalarından sonra bazı öğrenciler kurtulan esirlerin hücre numaraları arasında bir örüntü aramışlar ve bu sayede problemin genel çözümüne ulaşmışlardır.

Öğrencilerin problemin çözümünün tıkandığı noktalarda, bu durumdan kurtulmak için girişimde buldukları ve bu süreçte sezgisel stratejileri kullandıkları söylenebilir. Brousseau sezgisel stratejilerin kullanımının öğretilmek yerine tasarlanan ortamda ihtiyaç hissedildiğinde ancak kullanılabileceğini belirtmektedir (Glaeser (1984–1985)’den akt. Brousseau, 2002). Bu problemin farklı bir versiyonuyla ilgili çözüm önerilerini ifade eden Zembat (2008), problemin öğrencilere nasıl çözdürülebileceği ile ilgili önemli bir noktanın altını çizmektedir:

“Tüm bu aşamalardaki altın kural öğretmenin sadece öğrencilerin yaptıklarını incelemesi ve yukarıda bahsi geçen şekilde doğrudan ve yönlendirici müdahalelerde bulunmaksızın dolaylı müdahale etmesidir” (Zembat, 2008, s. 55).

Zembat’ın kastettiği müdahale türü, öğretmenin uygun yerlerde uygun sorular sorarak ve öğrencilerin hem problem üzerine hem de kullandıkları stratejiler üzerinde düşünmelerini sağlayarak, problemin çözümüne götüren sayıları keşfetmelerini sağlayacak türden müdahalelerdir. Bu tarz müdahaleler, DDT’de belirli bir ortam tasarımı ve sistematik bir yaklaşım çerçevesinde ele alınmaktadır. Böylelikle, öğretmenlerin müdahaleleri sadece



öğretmenin bireysel yaklaşımının bir ürünü olmaktan çıkartılıp belirli bir anlam dünyası içine yerleştirilmektedir. Bu çalışma da, bunun önemli oranda sağlandığı söylenebilir.

Öğrenci rolleri açısından etkinlik değerlendirildiğinde, öğrencilerin özellikle sorumluluk devretme aşamasından itibaren kurumsallaştırma aşamasına kadar öğrenme sorumluluğunu üzerlerine alarak, problemin çözümünde ilerleyebildikleri söylenebilir. Tasarlanan ortamın öğrencilerin aktif katılımını sağlayarak birçok informel stratejiler geliştirmelerine imkan tanıdığı görülmüştür. Diğer önemli nokta ise öğrencilerin etkileşim içerisinde sınıfta bilgi üreten bir topluluk olarak hareket etmiş olmalarıdır. Bunun örneği doğrulama aşamasında öğrenciler arasında gerçekleşen yoğun etkileşim sayesinde (grup 1 ve grup 2 arasındaki etkileşim) ortamda paylaşılan bilginin tüm sınıfın bilgisine dönüşmesidir. Zira, bu aşamada grup 2 hem kendi hipotezlerini kanıtlamış hem de grup 1'in sunduğu hipotezleri çürütmüştür. Bu anlamda öğrencilerin problemin çözümünde daha aktif bir yaklaşım sergiledikleri söylenebilir. Ancak grup 2 problemin tam çözümünü bulamamış ve süreci dikkatle analiz eden grup 1 ortamda elde edilen bilgiyi kullanarak doğru çözüme ulaşmıştır. Dolayısıyla oluşturulan ortamın, akademik çevrelerde olduğu gibi, bir fikrin veya bir bilginin paylaşımını ve gelişimini desteklediği söylenebilir.

### **DDT'nin Sunduğu Avantajlar**

Bu çalışmada ilk olarak, sorumluluk devretme aşamasında öğretmenin araştırma ve öğrenme sorumluluğunu öğrencilere aktarabildiği söylenebilir. Oyunun problem durumunun sınırlandırılmış biçiminde incelenmesiyle öğrencilerin problemin çözümüne daha kolay adapte olmalarının sağlandığı görülmektedir. Eylem aşamasında öğrencilerin problemin sınırlandırılmış biçimi için yüksek düzeyde başarı göstermeleri öğrenme sorumluluğunun doğru bir şekilde öğretmenden öğrenciye transfer edildiğinin göstermektedir.

Eylem aşamasında öğrenciler problem çözme stratejilerinden tablo yapma, deneme-yanılma ve muhakeme stratejilerini kullanmışlardır. Bu aşamadaki muhakemelerin genellikle



pragmatik muhakeme (Brousseau, 2002; Brousseau & Gibel, 2005) niteliğinde olduğu söylenebilir. Ayrıca tablo 7’teki oyunların neredeyse tamamında öğrencilerin 30’dan küçük numaralı hücrelerin açık olup-olmadığını incelemeleri sezgisel olarak problemi basitleştirme stratejisini kullandıkları şeklinde yorumlanabilir.

Bu çalışmada ifade etme aşamasıyla doğrulama aşamasının birlikte gerçekleştiği belirlenmiştir. Yoğun bir bilgi trafiğinin yaşandığı bu aşamalardaki tartışmalarda öğrenciler problemin sınırlandırılmış biçimi için gerekli olan “araştırılan hücrenin muhafızları belirleme= bir sayının çarpanlarını bulma” ve “kurtulan esirler için muhafız sayısının tek olması gerektiği= çarpanları tek olan sayma sayıları belirleme” şeklinde ifade edilebilecek bilgilere ulaştıkları görülmüştür. Bu bilgilerin sistematik bir şekilde yorumlanarak ve sentezlenerek rutin olmayan problemin tam çözümü Ö10’nun da aralarında bulunduğu grup tarafından elde edilmiştir. Burada Ö10 ve grubu öncelikle ilk 30 sayma sayı arasındaki karesel sayıları deneme-yanılma stratejisiyle bulmuşlardır. Bu sayede oyun bağlamında 1, 4, 9, 16 ve 25. hücredeki esirlerin kurtulduğu bilgisine ulaşılmıştır. Ö10 bunlar arasında toplamsal bir örüntü keşfederek bunu ilk 100 sayıya uygulamıştır. Bu çözümün yöntem kısmında belirtilen çözüm 2 ile aynı olduğu söylenebilir.

Bu aşamaya kadar bir diğer önemli nokta, eylem aşamasında pragmatik muhakemeler kullanılıyorken, doğrulama aşamasında entelektüel muhakemelerin görülmesidir. Bu çalışmanın en önemli sonuçlarından biri, DDT’ye göre tasarlanan ortamda kullanılan stratejilerin bilgedeki ilerlemeyle değiştiği ve verilen problemin sınırlandırılmış biçimi için elde edilen çözümlerin sentezlenerek problemin tam çözüme götüreceği şekilde problem çözme stratejilerinin adapte edilmesi şeklinde ifade edilebilir.

Bu çalışmada, problem çözme stratejileriyle ilgili hiçbir eğitimin verilmediği halde, öğrencilerin DDT’ye göre tasarlanan ortamda ihtiyaç hissetmeleri neticesinde birçok problem çözme stratejisini kullanmaları, sınıf ortamında problem çözme stratejilerinin öğretilmeden de



iyi düzenlenmiş ortamlarda kullanılabileceğini göstermiştir. Öğrenciler etkinliğin başında problem çözme stratejilerinden tablo yapma ve deneme-yanılma stratejilerini kullanırken, etkinliğin ilerleyen aşamalarında probleme daha sistematik yaklaşarak problemi basitleştirme, deneme-yanılma, sistematik liste yapma, örüntü arama ve muhakeme stratejilerini kullanarak problemi çözebildikleri görülmektedir. Çalışmanın bu yönüyle öğrencilere belli ölçüde eğitim verilerek rutin olmayan problem çözmeye ilişkin pozitif sonuçlar elde edilen çalışmalardan (Verschaffel vd., 1999; Stacey, 1989; Arslan & Altun, 2007; Yazgan, 2007; Baykul, 2010; Artut & Tarım, 2006) ayrıldığı söylenebilir. Diğer taraftan bu çalışma, problem çözme stratejilerine ilişkin herhangi bir eğitimin verilmediği ortaokul öğrencileriyle yapılan Durmaz ve Altun (2014) çalışmasından sınıf ortamının tasarımı, öğretmen ve öğrencilerin rollerine ilişkin belirgin bir yaklaşım sunması ve tablo yapma stratejisinin öğrenciler tarafından aktif bir şekilde kullanılabilmesi gibi noktalarda ayrılmaktadır. Bu çalışmada öğretmenin bilinçli olarak ortamı tasarladığında (problem seçimi, problemin sınırlandırılması, problemin tamamen çözülmesi, öğretmen ve öğrencilerin rollerinin açıklanması, zihinsel ya da somut materyallerin belirlenmesi, oyun bağlamının kurgulanması, oyun sürecinin yönetimi, hipotezlerin sunulması, sınıf tartışmalarının organize edilmesi gibi) farklı problem çözme stratejilerinin ortamda bir gereklilik olarak ortaya çıktığı, öğrencilerin problem çözümünde ilerleyebildiği ve bu sayede sınıfın problem çözme stratejileri bilgisinin sürekli geliştiği görülmüştür.

DDT'nin teorik çerçeve olarak kullanıldığı bu çalışmada, matematik eğitimi açısından rutin olmayan problemlerin çözümüne yönelik DDT'nin sunduğu bazı avantajlar şu şekilde ifade edilebilir:

1. DDT'nin oyun bağlamını kullanması problemin anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır.
2. Problemler öğrenciler için başlangıç stratejilerine sahip olacak şekilde tasarlandığından, yeni stratejilerin geliştirilmesine açıktır.



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

3. Problem durumuna oyun bağlamında çözüm arandığından tasarlanan ortam öğrencilerin aktif katılımını desteklemektedir.

4. Etkinlik öncesi DDT'nin farklı aşamalarına göre öğrenci ve öğretmen davranışlarının belirlenmesi dersin organizasyonunu kolaylaştırmaktadır.

5. Özellikle doğrulama aşamasındaki tartışmalarda ortamda yoğun bir bilgi trafiği yaşandığından bilginin yayılmasını ve öğrenilmesi kolaylaşmaktadır.

6. DDT'ye göre tasarlanan ortamlar problem çözme stratejilerinin kullanımını desteklemektedir.

Bu çalışmada, DDT'nin rutin olmayan problemlerin çözümlerinde etkili bir araç olarak kullanılabilmesi gösterilmiştir. Ancak bu çalışmada sadece bir problemin çözümü incelenmiştir. Farklı bağlamlarda değişik ünitelerdeki problemler DDT'nin yaklaşımlarıyla tasarlandıktan sonra sınıf ortamında çözdürülerek DDT'nin sunduğu avantajlar tam manasıyla ortaya konulabilir.

### **Makalenin Bilimdeki Konumu (Yeri)**

İlköğretim Bölümü/ Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

### **Makalenin Bilimdeki Özgünlüğü**

Literatürde Didaktik Durumlar Teorisi'nin kullanıldığı çalışmaların genellikle bir kavramla ilgili kavramsal öğrenmenin şartlarının belirlenmesi şeklinde gerçekleştirildiği görülmektedir. Ancak teorinin sınıf ortamında rutin olmayan problem çözümlerinde etkili olarak nasıl kullanılabilmesiyle ilgili çalışmalara rastlanmamıştır. Bu durum araştırmanın gerekliliğini ortaya koymakta ve DDT'nin etkin olarak nasıl kullanılabilmesinin gösterilmesi açısından çalışma literatüre yeni bir bakış açısı kazandırmaktadır.

### **Kaynaklar**

Altun, M. (2011). *Eğitim fakülteleri ve lise matematik öğretmenleri için liselerde matematik öğretimi* (17. Baskı). Bursa: Aktüel Alfa.



Arslan, Ç. ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems.

*İlköğretim Online*, 6(1), 50-61.

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser ve B. Winkelmann (Ed.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* içinde (s. 27-39). New York: Kluwer.

Artut, P. D. ve Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin, çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2), 39-50.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). Trabzon: Derya.

Baykul, Y. (Ed.) (2010). *Problem çözme stratejileri*. Konya: Gençlik.

Bessot, A. (1994). Panorama del quadro teorico della didactica matematica. *L'Educazione Matematica*, 15(4).

Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving modelling, applications, and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Bosch, M., Chevallard, Y. ve Gascon, J. (2005). Science or magic? The us of models and theories in didactics of mathematics. M. Bosch (Ed.), *Proceeding of the fourth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* içinde (s.1254-1263), Sant Feliu de Guixols: Universitat Ramon Llull.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970- 1990*. Dordrecht: Kluwer.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics, Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. New York: Kluwer.

Brousseau, G. ve Gibel, P. (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problem solving situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 13-58.



- Buchanan, N. K. (1987). Factors contributing to mathematical problem-solving performance: An exploratory study. *Educational Studies in Mathematics*, 18(4), 399-415.
- De Bock, D., Verschaffel, L. ve Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 65-83.
- Denzin, N. K. ve Lincoln, Y. S. (2005). *The sage handbook of qualitative research* (3. Baskı). Thousand Oaks: Sage.
- Durmaz, B. ve Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 73-94.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. ve Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem-solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 41, 605-618.
- English, L. D. (1996). Children's construction of mathematical knowledge in solving novel isomorphic problems in concrete and written form. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(1), 81-112.
- Erdoğan, A. (2016). Didaktik durumlar teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 413-430). Ankara: Pegem.
- Erdoğan, A. (2015). Turkish primary school students' strategies in solving a non-routine mathematical problem and some implications for the curriculum design and implementation. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-27.
- Erdoğan, A. ve Özdemir Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.



Ernest, P. (1992). Problem solving: Its assimilation to the teacher's perspective. J. P. Ponte, J.

F. Matos, J. M. Matos, ve D. Fernandes (Ed.), *Mathematical problem solving and new information technologies research in contexts of practice* içinde (s. 287-300). Berlin: Springer-Verlag .

Jonassen, D. H. (2011). *Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments*. New York: Routledge.

Laborde, C. (2007). Towards theoretical foundations of mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39, 137-144.

Laborde, C. ve Perrin-Glorian, M. J. (2005). Introduction teaching situations as object of research: Empirical studies within theoretical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 1-12.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.

Lester, F. K., Garofalo, J. ve Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes* (Final report to the National Science Foundation, NSF Project No. MDR 85-50346). Bloomington: Indiana University, Mathematics Education Development Center.

Lester, F. K. ve Mau, S. T. (1993). Teaching mathematics via problem solving: A course for prospective elementary teachers. *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 8-11.

Lesh, R. ve Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (2nd ed., s. 763–804). National Council of Teachers of Mathematics.

Ligozat, F. ve Schubauer-Leoni, M.-L. (2010). The joint action theory in didactics: Why do we need it in the case of teaching and learning mathematics? V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne ve F. Arzarello (Ed.), *Proceedings of the 6th Conference of European*





<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>

ISSN:1305-2020

Research in Mathematics Education (CERME 6) içinde (s. 1615–1624). Lyon: Institut National de la Recherche Pédagogique.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

OECD (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems* (Volume V). Paris: OECD Publishing.

Pantziara , M., Gagatsis, A. ve Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 39–60.

Polya, G. (1957). *How to solve It*. New Jersey: Princeton University.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics Teaching and Learning* içinde (s. 334-370). New York: MacMillan.

Sensevy, G. ve Mercier, A. (2007). *Agir ensemble: L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes: PUR.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics* 20, 147–164.

Stanic, G. ve Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. R. Charles, ve E. Silver (Ed.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* içinde (s. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. ve Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design Experiment With Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.



Warfield, V., M. (2014). *Invitationto didactique*. New York: Springer.

Yazgan, Y. (2007). Observations about fourth and fifth grade students' strategies to solve non-routine problems. *Elementary Education Online* 6(2), 249-263.

Zembat, İ. Ö. (2008). Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri içinde* (s. 41-60). Ankara: Pegem.