Çelen, A., Delice, B., Koç, Ö., & Çeziktürk, Ö. (2023). Matematiksel yapı örneği olarak çember ve daire üzerine kavram yanılgılarının incelenmesi. *Journal of Sustainable Educational Studies (JSES)*, (Ö2), 123-133.

JSES

Journal of Sustainable Educational Studies

e-ISSN: 2757-5284

Geliş/Received: 01.02.2023 Kabul/Accepted: 26.03.2023

Makale Türü (Article Type): Araştırma Makalesi/Research Article

Matematiksel Yapı Örneği Olarak Çember ve Daire Üzerine Kavram Yanılgılarının İncelenmesi[1]

Aybike ÇELEN[2]

Berna DELİCE[3]

Özgenur KOÇ[4]

Özlem ÇEZİKTÜRK[5]

Özet

Öğretim sürecinde karşılaşılan kavram yanılgıları belirlenmelidir ve tedbir alınmalıdır. Kavram yanılgılarının matematiksel yapı olarak incelendiği çalışmalar literatürde görülmemektedir. Matematiksel yapı sistematik, elemanlarının belli bir düzene göre sıralandığı matematiksel kurallar içeren bir örüntü veya diziliş olarak düşünülebilir. Bu çalışmada lise düzeyindeki öğrencilerin matematik yapı örneği olarak çember ve daire üzerine kavram yanılgıları incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda lise düzeyindeki hazırlık, 9, 10, 11 ve 12.sınıf düzeylerinden seçilen farklı cinsiyetlere sahip toplam 43 öğrenci ile çalışma yapılmıştır. Çalışmada nitel ve nicel yöntem bir arada kullanılarak karma yöntem benimsenmiştir. Veri toplama aracı olarak çember ve daire kavramlarının tanımlarına ve özelliklerine dair açık uçlu ve çoktan seçmeli soruların yer aldığı 19 soruluk bir anket uygulanmıştır. Verilerin analizi kısmında öğrenciler ayrı ayrı değerlendirilmiş; cevaplar "doğru", "kabul edilebilir", "yanlış", ve "boş" olmak üzere kategorize edilerek incelenmiştir. Açık uçlu sorulardan temalar çıkartılmış; veriler frekans analizleriyle incelenmiştir. Bu araştırmada matematiksel yapıların elemanları incelenirken ne küçük eleman olan noktaya dikkat çekilerek başlanmasının önemi ortaya çıkmıştır. İlişkilendirmelerin, bağlam bilgilerinin, yapı eşleştirmelerinin, benzer ve farklılıklarının ortaya çıkarılmasının önemine dikkat çekilmektedir.

Anahtar Sözcükler: Kavram; kavram yanılgısı; çember; daire

Investigation of Misconceptions on Circle and Circular Region as an Example of Mathematical Structure

1 Bu çalışma 16 Aralık 2022 tarihlerinde FSMVU Eğitimde Mükemmeliyet Araştırmaları Kongresi'nde (EMAK-2022) sunulan sözlü bildirinin genişletilmiş hâlidir.

2 Yüksek Lisans Öğrencisi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, İstanbul-Türkiye, celenaybike@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9898-3409

3 Yüksek Lisans Öğrencisi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, İstanbul-Türkiye, beernaa.00@outlook.com, ORCID: 0000-0002-0105-3564

4 Yüksek Lisans Öğrencisi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, İstanbul-Türkiye, ozge.koc269@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2277-8169

5 Dr. Öğretim Üyesi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, İstanbul-Türkiye, ozlemcez@yahoo.com, ORCID: 0000-0001-7045-6028

Abstract

Misconceptions encountered in the teaching process should be identified and precautions should be taken. There are not studies in the literature that investigates misconceptions as mathematical structures. A mathematical structure is systematized elements within certain pattern and covers a pattern with mathematical rules in order. In this study, it is aimed to examine the misconceptions of high school students about circle and circle as an example of mathematical structure. In this context, a study was conducted with a total of 43 students of different genders selected from high school preparatory, 9th, 10th, 11th, and 12th grades. In the study, a mixed method was adopted by using qualitative and quantitative methods together. As a data collection tool, a 19-question questionnaire including open-ended and multiple-choice questions about the definitions and properties of the concepts of circle and circle was applied. In the analysis of the data, the students were evaluated separately; The answers were analyzed by categorizing them as “correct”, “acceptable”, “false”, and “blank”. Themes were extracted from the open-ended questions; The data was analyzed by frequencies. In this research, it is pointed that the smallest element point should be stressed. Relating, contextualizing, isomofisms, similarities and differences are important features to discover.

Keywords: Concept; misconception; circle; circular region

1. GİRİŞ

Kavram öğretimi, matematik eğitimi sürecinde büyük bir öneme sahiptir. Bu süreçte sıklıkla birtakım hatalar yaşanabilir, zorluklarla karşılaşılabilir ve sonuç olarak yanlış öğrenmeler gerçekleşebilmektedir. Bu yanlış öğrenmelerin sebeplerinin başında ise kavram yanılgıları yer almaktadır. Ayrıca soyut kavramların öğrenilmesinin zorluğu matematiğin öğrenilmesini de zorlaştırmaktadır. Oluşan bir kavram yanılgısı sadece o öğrenmeyi değil ilerleyen süreçlerdeki öğrenmeleri de etkilemektedir. Çünkü matematik kümülatif bir bilimdir.

Matematiksel yapılar basit matematik kavramlarının elemanlarından oluşan belirli bir düzene göre sıralanmış matematiksel ilişkilerle örülmüş yapı özelliği gösterirler. Bu tanımla literatürde sık görülen tanım birbirinden biraz farklıdır. Temelde kümeler, vektör uzayları, gruplar, halkalar, vs. matematiksel yapı olarak görülmektedir. Bu çalışmada basit matematiksel yapılar ele alınacaktır. Bunlardan çember ve daire geometrideki önemli basit yapılardır. Her iki konuda da yapılan birçok araştırma kavram yanılgılarının olduğunu göstermektedir (Cantimer ve Şengül, 2017; Özerbaş ve Kaygusuz, 2012; Nakiboğlu, 1999).

Çember ve daire konusunda literatürde araştırmalarla sabitlenmiş kavram yanılgıları mevcuttur. Cantimer ve Şengül’e (2017) göre çember tanımı ve örnekleri, merkez, yarıçap, çap, çember ve daire arası ilişkisinde kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir. Özerbaş ve Kaygusuz’a (2012) göre çember, daire, çap, yarıçap, merkez kavramları üzerine cinsiyet farklılığına bağlı kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Nakiboğlu (1999), kavramların zihinlerde doğru bir şekilde anlamlandırılmasından sonra kavramlar arasında ilişkilerin kurulabileceğini ve çeşitli sınıflandırmalara gidilebileceğini vurgulamıştır. Kavram yanılgısı zihinde bir kavramın yerine oturan ama bilimsel olarak o kavramın tanımından farklı olan, gerçekliği kanıtlanmış kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyen bilgiler olarak açıklanabilir.

Gronow (2015) matematiksel yapıları fark ettirmeyi ve problem çözmede bu yapıları kullanmaya öğrencileri teşvik etmenin gerekliliği üzerinde durmaktadır. İlişkilendirmelerin önemine dikkat çekmektedir. Matematiksel yapı farkındalığı, içeriğin birbiriyle doğru bir şekilde ilişkilendirilmesine yardımcı olabilmektedir.

Mason (2009, cited in Gronow, 2015) matematiksel yapıların süreçler ve kavramlarla birlikte verilmesinin öneminden bahsetmektedir. Öğretmene düşen, matematiksel yapıyı bağlantılarla, var olan örüntülerle, benzerlikle ve farklılıklarla ve genelleme stratejileriyle birlikte vermektir. Ayrıca matematiksel yapı bilgisi öğrencilerde güven eksikliğini de azaltmaktadır.

Gronow (2015) matematiksel yapıların parçalarını şöyle listeler: önceki öğrenme ve gelecek öğrenme ilişkisi, örüntü tanıma, benzerlikler ve farklar, özellikleri genellemek ve bir durumu genellemek.

Mason (2009) matematiksel yapıyı şu şekilde tanımlamaktadır: ilişkilerdeki genel elemanların özellikleriyle bilinmesi veya bu elemanların alt kümelerindeki elemanların ilişkileriyle bilinmesi. Mason’a (2009) göre, matematiksel yapı bilinmesi aslında zihin yapı taşlarının oluşumuyla da direk ilişkilidir. Bu noktaya ilk dikkati çeken Piaget olmuştur.

Wells (2017) matematiksel yapı için bir araya yığılmış bilgi tanımını kullanmaktadır. Piaget ise kuralları olan, elemanlarının özelliklerinden bağımsız dönüşüm sistemleri tanımını kullanmaktadır (Wells, 2017). Piaget'e göre matematiksel bir yapı ilişkilendirme ile daha basit yapılardan oluşur.

Branca (1974) daha bilinen tanımı kullanarak basit matematiksel yapıları dışarda bırakır: gruplar, halkalar, alanlar ve vektör uzayları ifadesini kullanır. Zoltan Dienes (aktaran Branca, 1974) matematiğin düzenli bir yapı ile ilişkilerin kristalleşmesinden ve deneyimle oluştuğunu belirtir. Ve matematiğin en önemli tarafının yapı ve örüntü olduğunu vurgular. Dienes Piagetvari bakışıyla şunu da söyler: Öğrenme problemi aslında sorunun yapısı ile öğrenenin düşüncesinin yapısı arasındaki en uygun eşleştirmeyi bulmaktır.

Mason (2009) insan aklının benzerlikleri farkları ayrımsayarak ortaya çıkardığını belirtir. Yapı örnekleri olarak şunları verir: örüntüler, çocukların aritmetiği, açı toplamları, kuadratikler, çarpma yapısı, geometrik yapı. Yani bir bakıma basit matematiksel yapılara dikkati çekmektedir.

Watson ve Mason (2006) varyasyon teorisine atıfta bulunurlar ve öğrenmenin sadece bir varyasyon varsa gerçekleşebileceğini belirtirler. Örüntü kullanımının varyasyonun rasgele olmadığını göstermesi açısından önemli olduğu vurgulanır. Her aşamada bir şeyi değiştirip sonuca vardırmanın önemine dikkat çekerler.

Bredow (2019) yapının önce çözülmesi gerekliliğinden bahseder ki öğrenci argümantasyon oluşturabilsin. Bunu Mason (2009) da vurgular. Argümantasyonun oluşabilmesi için matematiksel yapıların yansıtılmasının, incelenmesinin ve gözlemlenmesinin önemine dikkat çekilir.

Alston ve Maher (2016) benzer matematiksel yapılara dikkat çekerler ve benzerliğin izomorfizm oluşturabilmek ve iki yapıyı da iyi çözebilmek için birinin yapısından ilham almak gerekliliği üzerinde dururlar. Üç hipotez kurarlar: 1. Zihin yapı taşları matematiksel yapıları destekler 2. Matematiksel yapılara odaklanılan öğrenme ortamlarında en iyi öğrenme izlenilir. 3. Grupla öğrenme matematiksel yapıların öğrenilmesini kolaylaştırır.

Yoon (2015) belli bir zaman içinde matematiksel yapının belli özelliklerinin çözülmesini bir "AHA" anı olarak nitelendirir. Ve bu anlarda yeni yapıların eskilerin yerine oluşturulduğunu belirtir. Araştırmalarında öğrencilerin hangi matematiksel yapıları oluşturdukları ve probleme hangisini daha ilintili gördükleri üzerine çalışmışlardır.

Mulligan ve Mitchelmore (2009) matematiksel yapı farkındalığının matematiksel başarı için elzem olduğunu belirtirler, özellikle küçük öğrencilerde. Daha başarılı öğrencilerin daha soyut notasyonlarla iyi gelişmiş yapılar oluşturabildiklerine dikkat çekerler. Ve bu sayede daha derin anlamaya sahip olabildikleri belirtilir. Fakat bu konuda yeterince araştırma olmadığını ve özellikle olan araştırmaların da küçük yaştaki çocukları ve öğrencileri çok kapsamadığını özellikle belirtirler. Parça bütün ilişkileri, uzamsal yapı özellikleri, örüntüler ve ilişkiler üzerinde dururlar. Bu makalede Mason (1996) aynılık ve farklılık olgularına dikkat çeker bir matematiksel yapının anlaşılmasında önemli iki nokta olduğu vurgulanır. Onlar küçük öğrenciler için PASA diye bir test geliştirmişlerdir. Bu test 39 soruluk bir testtir ve sonuçta öğrencinin yapısal sınıflandırması şu aşamalarla ortaya çıkar: yapı öncesi, ortaya çıkan yapı, kısmi yapı, yapısal gelişim ve ileri yapısal gelişim.

Novotna (2008) öğretmenlerin de öğrenciler kadar yeni yapılarla karşılaşması gereği üzerinde dururlar. Standart olmayan matematiksel yapıların sınıfta uygulanmasa bile karşılaşılması gerekliliğini vurgularlar. Yapısal ilişkiler söz konusu olduğunda her öğrencinin aynı şekilde cevap vermediğinin bilinmesi gerekliliği üzerinde de dururlar.

Çeziktürk (2022) derlemesinde matematiksel yapı öğrenmede bir sıra olabileceği üzerinde durur: Bu sırasında analiz, linkler, örnekler, sınırlar, istenmeyen duraksama, zorluklar, yeniden başlama, diğer olanaklar ve sonuç gibi aşamaları içeriyor olabileceğine vurgu yapar. Burada analizle yapının elemanları ve parçaları belirlenir. Linkler ile bu elemanlar arası ilişkiler belirlenir. Örnekler ile daha önceden görülmüş örneklere benzerliği incelenir. Sınırlar ile yapının olası sınırları belirlenir. Zorluklar ile bu yapıyı anlamada ortaya çıkan zorluk aşamaları netleştirilir. İstenmeyen duraksamada bazen yapı bu şekliyle çözülemeyebilir ve belirli bir süre geçmesi gerekebilir. Bu süre geçtikten sonra tekrar yapıya dönüldüğünde yeniden başlanılır, diğer olanaklar ve ortaya çıkan ihtimaller değerlendirilir ve sonuçta yapı nerdeyse çözülmüştür. Bu aşamaları analitik geometri, İslam geometri örüntüleri ve origami modelleri gibi örneklerden yola çıkarak ve diğer basit matematiksel yapı öğrenmelerine bakarak ve inceleyerek oluşturmuştur.

Literatürde çember ve daire konusunda kavram yanılgıları ile ilgili veriler bulunmakla birlikte çember ve daireyi matematiksel yapı olarak gören araştırmalara fazla rastlanmamaktadır. Bu araştırmanın bu açığı kapatması beklenmektedir.

Araştırma sorusu:

- Çember ve dairenin basit matematiksel yapılar olarak ele alınmasında kavram yanılgıları nasıl değişmektedir?

2. YÖNTEM

Bu çalışmada, yukarıdaki veriler doğrultusunda, ortaöğretim hazırlık, 9, 10, 11 ve 12. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan çember ve daire üzerine kavram yanılgılarının, eksik algılamaların tespiti ve bu konudaki çözüm önerileri üzerinde durulmuştur. Nitel destekli nicel yöntemlerden tarama (survey) modeli kullanılmıştır. Örneklem üzerinden detaylı ve gerçekçi veriler elde etmek bu yöntemin kullanılmasının gerekçesidir. Bu amaçla öğrencilere uygulanmak üzere bir anket geliştirilmiştir. Bunun için hazırlanan anket 3 yüksek lisans öğrencisi ve 1 akademisyen tarafından uzman görüşüne tabii tutulmuştur. Ortak düşünceler doğrultusunda hazırlanan 19 soruluk anket değerlendirilmiştir. Hazırlanan anket kız-erkek karışık olmak üzere hazırlık, 9, 10, 12. sınıf düzeyinde onar öğrenci, 11. sınıf düzeyinde 3 öğrenciye uygulanmıştır. Veri analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır ve elde edilen verilerden frekanslar, temalar çıkartılacak ayrıca yorumlanmıştır. Veri toplama aracı olarak anket kullanılmıştır.

2.1. Araştırmanın Modeli/Deseni

Nitel destekli nicel yöntemlerden tarama (survey) modeli kullanılmıştır. Örneklem üzerinden detaylı ve gerçekçi veriler elde etmek bu yöntemin kullanılmasının gerekçesidir.

2.2. Evren-Örneklem/Çalışma Grubu

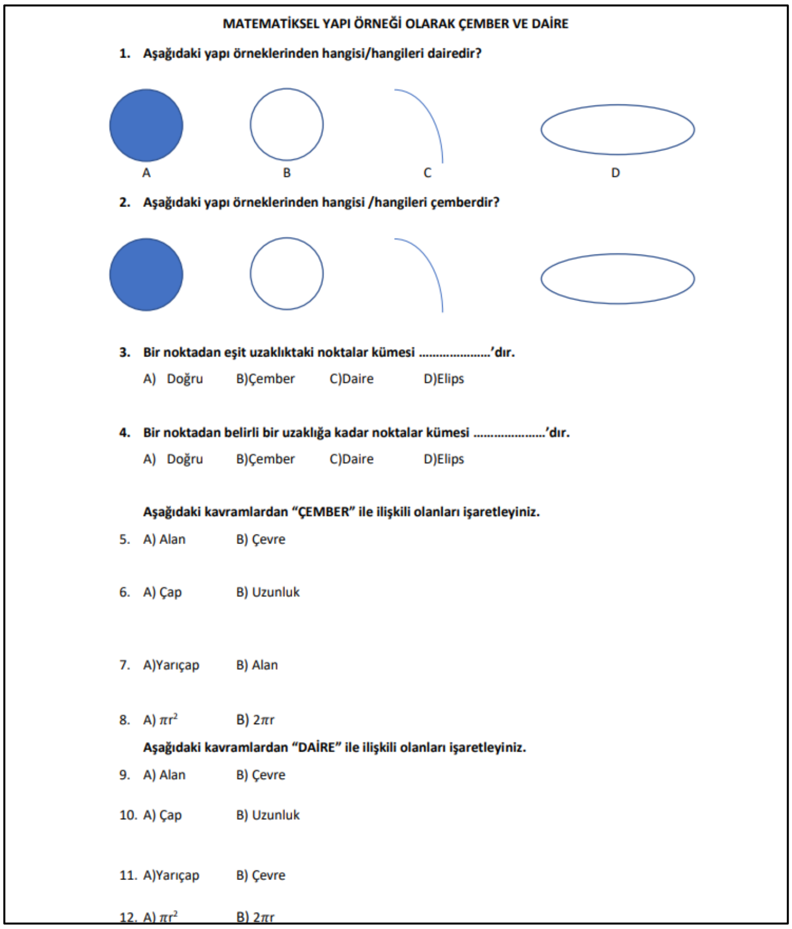
Örneklem İstanbul'da özel bir kolejin Anadolu lisesinde 2022-2023 öğretim yılında öğrenim görmekte olan hazırlık, 9, 10, 11, 12. sınıf düzeylerinde toplam 43 öğrenciden oluşmaktadır. Kız-erkek karışık olmak üzere hazırlık, 9, 10, 12.sınıf düzeyinde onar öğrenci, 11.sınıf düzeyinde 3 öğrenci ile çalışılmıştır.

2.3. Verilerin Toplanması

Veriler hazırlanan 19 soruluk ankete katılmayı kabul eden 43 öğrencinin bulunduğu bir sınıfta öğrencilerin toplanarak kâğıt üzerinde bireysel yanıtlamalarla toplanmıştır.

2.4. Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak aşağıdaki anket kullanılmıştır. Anket özellikle çember ve daire matematiksel yapı olarak düşünerek oluşturulmuştur. Bu şekilde oluşturulmuş ankette tabii ki yapısal özellikler ön plana çıkmaktadır. Veri toplama aracı 5 sorusu açık uçlu, toplam 19 sorudan meydana gelmiştir. Bu sorular sondaki 5 sorudur. Baştaki ilk 2 sorularda yapı olarak çember ve daireyi seçmeleri beklenmiştir. 3. Ve 4. Sorularda tanım olarak çember ve daire verilmiştir. Sonraki 8 soruda önce çemberin sonra da dairenin elemanları ve özellikleri seçtirilmeye çalışılmıştır. 13. ve 14. sorular da yarıçap ve çap hakkındadır. Her ikisinin matematiksel yapının elemanı olmasıyla ilişkisi şekilsel olarak sorgulanmıştır (Şekil 1 ve Şekil 2).



MATEMATİKSEL YAPI ÖRNEĞİ OLARAK ÇEMBER VE DAİRE

1. Aşağıdaki yapı örneklerinden hangisi/hangileri dairedir?

A B C D

2. Aşağıdaki yapı örneklerinden hangisi /hangileri çemberdir?

3. Bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesi ………………’dır.

A) Doğru B)Çember C)Daire D)Elips

4. Bir noktadan belirli bir uzaklığa kadar noktalar kümesi ………………’dır.

A) Doğru B)Çember C)Daire D)Elips

Aşağıdaki kavramlardan "ÇEMBER" ile ilişkili olanları işaretleyiniz.

5. A) Alan B) Çevre

6. A) Çap B) Uzunluk

7. A)Yarıçap B) Alan

8. A) πr^2 B) $2\pi r$

Aşağıdaki kavramlardan "DAİRE" ile ilişkili olanları işaretleyiniz.

9. A) Alan B) Çevre

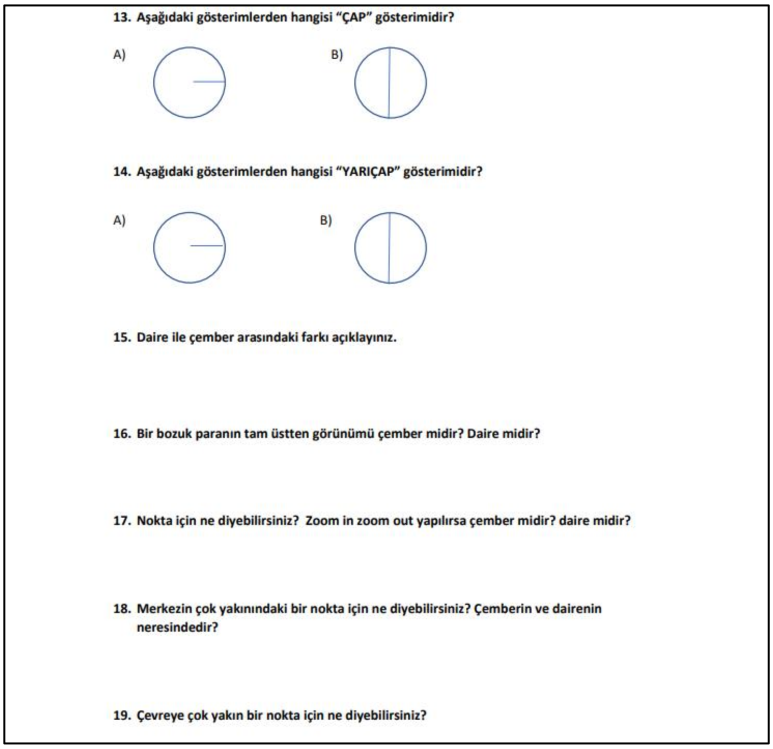
10. A) Çap B) Uzunluk

11. A)Yarıçap B) Çevre

12. A) πr^2 B) $2\pi r$

Şekil 1. Veri Toplama Aracı-1. Sayfa

Bu ankette planlandığı kadar çok veri toplanamamıştır. Bu şu sebeplerden kaynaklanmıştır. Çap ve yarıçap ın farklı gösterimleri sorgulanmak istenirken en genel gösterimleri sorgulanmıştır. Tanımlarda öğrencilerin birçok eksikleri olduğu gözlemlenmiştir. Anketin A ve B'li seçenek yapısının tam istenildiği gibi olamadığı fark edilmiştir. Buna rağmen, açık uçlu sorularda bazı üst düzey matematiksel yapılarla ilgili yakalanmaya çalışılan noktalarda ilginç öğrenci cevapları yakalanabilmiştir. Açık uçlu sorulardaki paranın farklı yönden görünüşü sorusu Edwin Abbott un Düzülke kitabındaki örnekten esinlenerek verilmiştir. Diğer açık uçlu sorulardaki nokta ve çemberdeki ve dairedeki nokta soruları ise analitik geometriden yola çıkarak analiz derslerindeki noktanın matematiksel komşuluğu konusuna atıfta bulunmaktadır.



Şekil 2. Veri Toplama Aracı- 2. Sayfa.

2.5. Verilerin Analizi

Veri analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen verilerden frekanslar ve temalar çıkartılmıştır. Verilerin frekansları ve temaları yorumlanmıştır.

2.6. Araştırma ve Yayın Etiği

Yapılan çalışmada "*Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi*"nde uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin "*Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler*" başlıklı 2. bölümünde belirtilen eylemlerden de hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

2.6.1. Etik kurul izni

Kurul adı = Marmara Üniversitesi

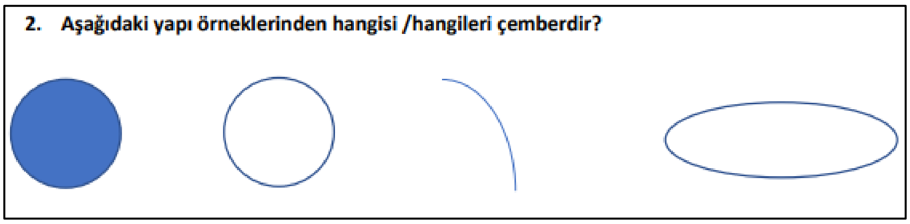
Karar tarihi = 08.02.2023/02-04

Belge sayı numarası = 487813

3. BULGULAR

1.soruya Ö1, Ö11, Ö35, Ö42'nin A ve B şıklarını işaretledikleri tespit edilmiştir. Bu soruya bu şekilde yanıt veren Ö35'in 15. sorudaki *"Daire ile çember arasındaki farkı açıklayınız."* Sorusuna *"aynı"* yanıtını verdiği; Ö42'nin *ise "çemberin içi boş"* şeklinde yanıt verdiği bulgular arasındadır. Bu durumda ilk soru için bu dört öğrencinin yapısal olarak çember ve daire üzerine kavram yanılgılarının olduğu tespit edilmiştir.

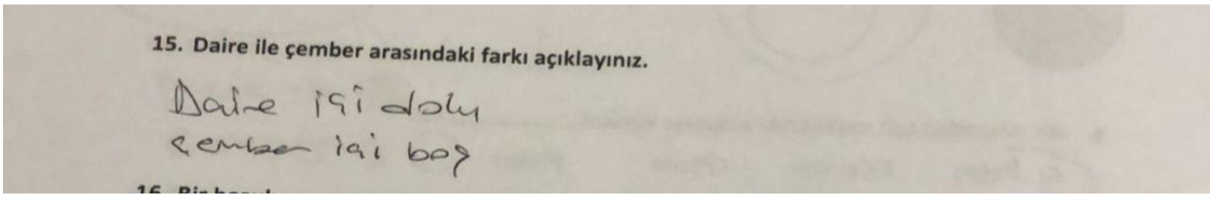
2. soruda yine yapısal olarak çember ve dairenin farkını araştırdığımız soruya Ö4 ve Ö42 1., 2. ve 4. Şekli seçerek kapalı olarak gösterilen çembersel veya dairesel şekillerin çember veya daire olabileceği yanıtını vermiştir.



Şekil 3. Anketteki İkinci Soru

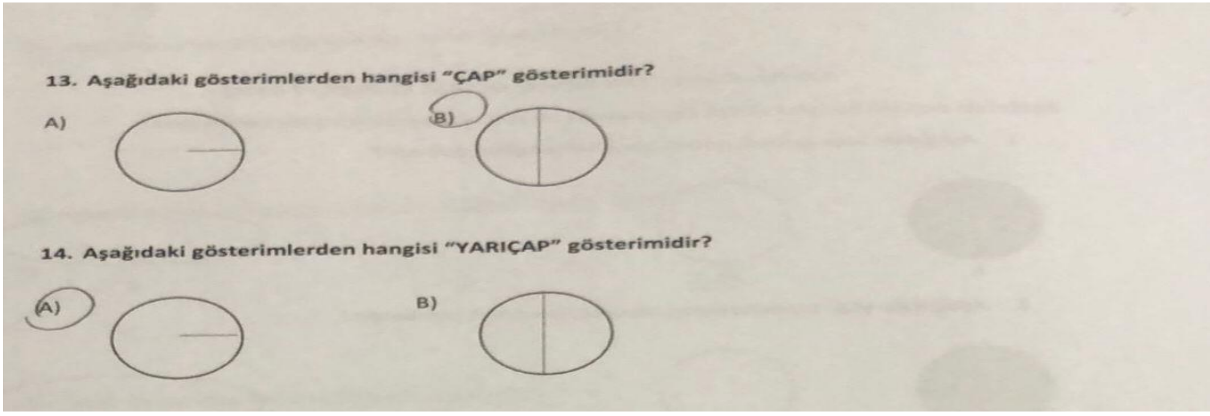
Fakat ankete katılan tüm öğrencilerin 2. Soruya kapalı şekil olarak gösterilmeyen 3. Şekil yayı seçmediği tespit edilmiştir.

2. soru için Ö5, Ö8, Ö23, Ö24, Ö31, Ö38, Ö43 öğrencilerinin yanıt olarak elips şeklini seçtiği tespit edilmiştir.



Şekil 4. Ö6 15. Soru Yanıtı

15. soru olan *"Daire ile çember arasındaki farkı açıklayınız."* Sorusuna Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25, Ö26, Ö27, Ö28, Ö29, Ö30, Ö31, Ö33, Ö36, Ö36, Ö38, Ö39, Ö40, Ö41, Ö43 öğrencilerin bu soruya *"dairenin içi dolu, çemberin içi boş"* yanıtlarını vermeleri üzerine daire ve çemberin yapısal olarak şekillerine göre yanıt verdiği tespit edilmiştir.

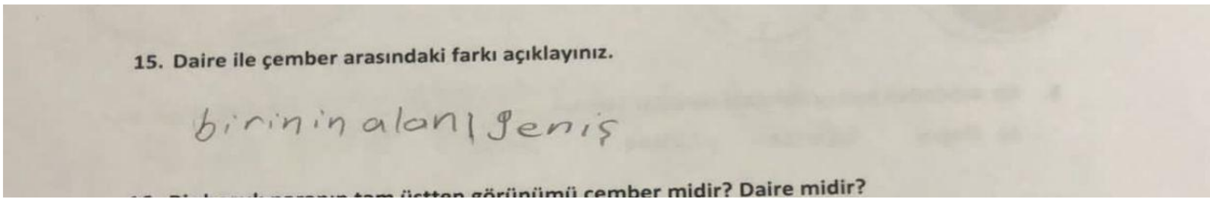


Şekil 5. Ö21 13 ve 14. Soru Yanıtları

13. soruyu tüm öğrencilerin "B" seçeneğini işaretlediği tespit edilmiştir. Bu da öğrencilerin çap gösterimini doğru olarak bildiği bilgisini vermiştir.

En genel gösterimler-en çok aşina olunanlar yarıçap ve çap olarak seçilmiştir. Yapısal farkındalık olsa da duruma bağlıdır.

Sorulara verilen yanıtlar dışında bazı öğrencilerin bireysel olarak yanıtlarında farklılıklar gözlemlenmiştir. Bunlardan bazıları şöyledir:



Şekil 6. Ö11 15. Soru Yanıtı

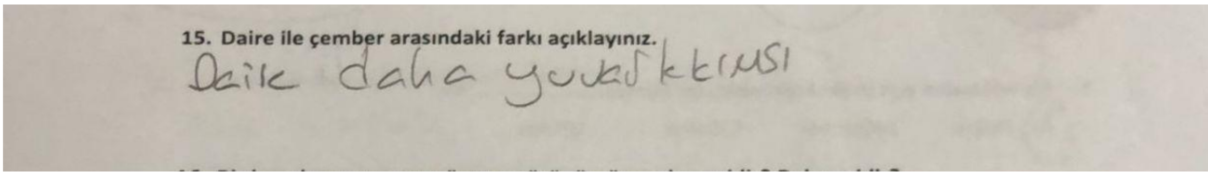
Ö11'in *"Daire ile çember arasındaki farkı açıklayınız."* Sorusuna *"birinin alanı daha geniş"* diye yanıt verdiği ve burada birinin diğerini kapsadığına vurgu yapılmıştır. Sonuç yine matematiksel yapı farkındalığıyla ilintilidir.

Ö11'in aralarındaki fark sorulduğunda birinin alanı daha geniş diye cevap vermesi yapısal farkındalıkta dairenin içi dolu olmasına imtinaden daha büyük gibi gözükmesi ile açıklanabilir. Aslında arada büyüklük küçüklük farkı düşünülmemelidir. Bu bir yapısal kavram yanılgısı olarak düşünülebilir.

Ö35 15. soru olan *"Daire ile çember arasındaki farkı açıklayınız."* Sorusuna *"aynı"* diye yanıt verdiği ve 1. Soru olan *"Aşağıdaki yapı örneklerinden hangisi/hangileri dairedir?"* sorusunda da *"A ve B"* şıklarını işaretlediği tespit edilmesi üzerine bu öğrencinin matematiksel yapı örneği olarak çember ve daire hakkında ciddi kavram yanılgısının olduğu gözlemler arasındadır.

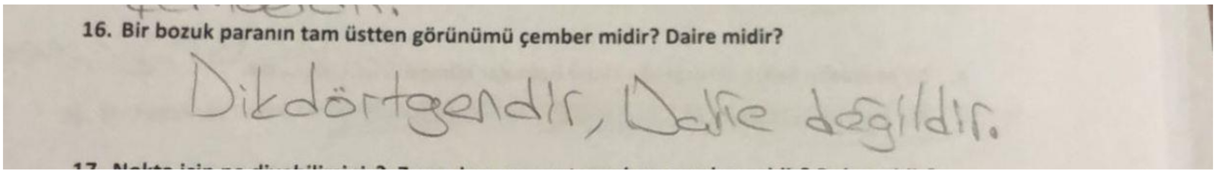
Ö43 15. Soruya *"daire başı ve sonu olmayan"* yanıtını vermiştir fakat 1. Soruyu doğru işaretlemiştir. Aynı öğrencinin 2. Soru olan *"Aşağıdaki yapı örneklerinden hangisi/hangileri çemberdir?"* sorusuna ise ikinci ve dördüncü şekli seçerek yanıtladığı görülmüştür. Bu yanıtlar doğrultusunda bu öğrencinin de çember ve daire üzerine kavram yanılgısının olduğu görülmüştür.

Ö5'in ise 15. Soruya aralarındaki farkı şekil ile göstererek yanıt verdiği görülmüştür.



Şekil 7. Ö17 15. Soru Yanıtı

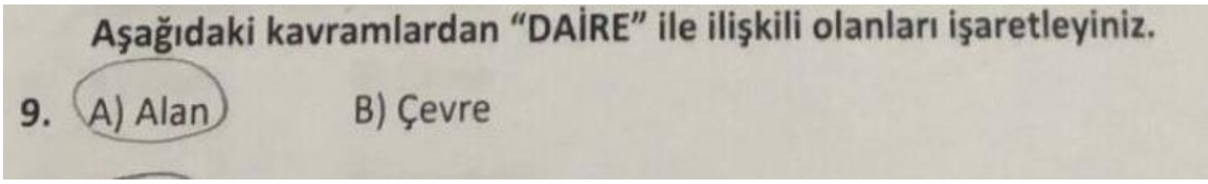
Ö17'nin 15. Soru için "daha yuvarlakımsı" yanıtını vermesi çember ve dairenin yapısal özelliklerini net olarak bilmediği kanısına varılmaktadır.



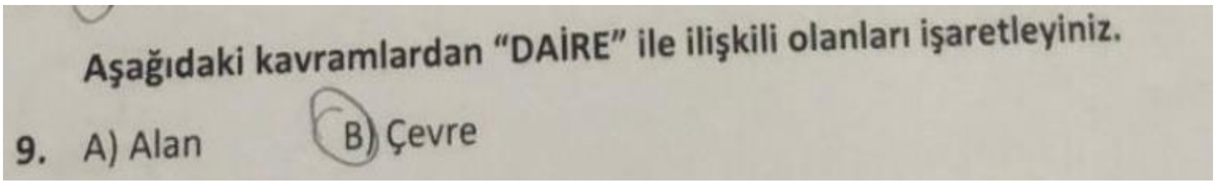
Şekil 8. Ö2 16. Soru Yanıtı

Ankette yer alan 16. soruyu öğrenciler cevaplandırırken (Ö2) bozuk paranın dik ya da yatay olma durumuna göre yanıtın değişeceğini belirtmiş olup *"dikdörtgen ya da daire"* şeklinde bir yanıt vermiştir. Yapıya bakış açısı farklılaştığında kavramın anlaşılması da farklılaşmaktadır.

Ankette yer alan 18. ve 19. soru için ileri matematiksel düşünce gerektiğinden öğrenciler ağırlıklı olarak cevaplandıramamışlardır. İleride analiz derslerinde bir noktaya epsilon komşuluğu gibi yapıların da çember ve daire bilgisiyle ilişkili olduğu düşünülmüştür. Bu sorular bu ışık altında ele alınmalıdır.



Şekil 9. Ö13 9. Soru Yanıtı



Şekil 10. Ö16 9. Soru Yanıtı

Birçok öğrencide olduğu gibi-örn. Ö13 ve Ö16- 9. Soruya verilen yanıtlarda öğrencilerin daire kavramı hakkında doğru bir şeyler bildiklerinin göstergesidir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bazı kavram yanılgıları hakkında öğrencilerin ileri matematikte özellikle boyut kavramı konusunda çember sorusu ile alakalı bazı noktaların farkında oldukları fark edilmiştir. Örneğin dikine duran para ve dikdörtgen şeklinde görünür dediğinde aslında Düzülke de paranın yandan bakıldığında dikdörtgen görünmesiyle aynı noktaya dikkat çekmektedir. Bazı kavram yanılgılarının ise literatürle uyuştuğu gözlemlenmiştir. Bu araştırmada da (Cantimer ve Şengül, 2017; Özerbaş ve Kaygusuz, 2012; Nakiboğlu, 1999) çember ve dairenin tam olarak özellikleri netleşmemiştir. Her ikisi kavramsal olarak birbiriyle karıştırılmaktadır. Formüller, yarıçap ve çap doğru bilinmekle birlikte çemberin ve daireyi birbirinden ayıran özelliklerin net olarak ortaya konulamadığı fark edilmiştir.

Çember ve daire arasındaki fark sorgulandığında, çemberin içi boş dairenin içi dolu tanımı verilmektedir ki bu da yapıya ve yapının görsel özelliklerine dikkat çekmektedir. İlginçtir ki elipsi yanlışlıkla daire veya çember sanan öğrenciler olsa da bunların sayısı oldukça azdır. Ve daha da iyisi açık uçlu parça eğriler genelde hic ne çember ne de daire olarak düşünülmemiştir. Bunda her iki yapının kapalı birer yapı olduğunun farkındalığının olduğunu varsayabiliriz.

Önceki öğrenmelerin ve ilişkilendirmelerin önemine dikkat çeken Gronow (2015) bu ankette hiç bağlamsal örnek olmasa da bağlamların konunun daha iyi anlaşıldığına dair bir farkındalık noktası olabileceği üzerine öngörü çıkarmaktadır.

Müfredatta, incelendiğinde çemberin çevresi tanımı varken dairenin çevresinden hiç bahsedilmediği fark edilmiştir. Dairenin içine vurgu yapılırken, çevresi gibi kavramlar unutulmaktadır. Çemberin de çevresi tanımı yerine çemberin çevre uzunluğu kavramının kullanıldığı görülmüştür. Bu noktalara dikkat etmek gereklidir. Bir açıdan bir farkındalığı oluşturmaya çalışırken başka bir farkındalığı eksi şekilde etkilememek gerekmektedir.

Piaget ve Mason'a (2009) göre matematiksel yapılar zihindeki yapı taşları ile direk ilişkilidirler ve süreçlerin, bağlantıların vurgulanması matematiksel yapının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olabilir görüşü ortaya çıkmaktadır. Bu araştırmada da son sorulardaki az da olsa bazı öğrencilerin başarısı bize kavramlar arası süreçler ve bağlantılar verildiğinde anlamlı öğrenmenin daha yüksek düzeyde olduğunu göstermektedir.

Wells'in (2017) de anlamlı bir yığın olarak nitelediği matematiksel yapı farkındalığı bu araştırmada da belirlenmiştir. Fakat neredeyse her öğrenci için farklılık göstermektedir. Bu araştırmadaki farklı sınıf düzeylerinin çok olması bu konuda net bir bilgiye sahip olmayı zorlaştırmaktadır.

Bu araştırmada hem Branca'nın (1974) ileri yapıları, hem de Mason'un (2009) basit geometrik yapıları gözlemlenmiştir.

Watson ve Mason (2006) varyasyon teorisine dikkat çekmişlerdir. Bu araştırmada da ankette bir açıdan varyasyon içeren sorular içerilmeye çalışılmıştır. Ama eksik kaldıkları düşünülmektedir.

Bredow (2019) yapı çözümlemesinden bahsetmektedir. Bu araştırmada ise bazı elemanlar konusunda farkındalıklar var olduğu gözlemlenirken, bazı elemanların çok net bilinmediği fark edilmiştir. Örneğin çap ve yarıçap ve formüller bilinirken, çemberin ve dairenin içindeki noktaların geometrik adları vs. pek bilinememiştir. Yani yapı çözümlemesi eksik kalmıştır. Burda da müfredatta bazı yapı elemanlarının çok vurgulanıp bazılarının üzerinde çok durulmaması ile açıklanabilir.

Bu araştırmada ne Alston Maher'in (2016) izomorfizmleri olabilecek benzer yapılar, ne de Yoon'un (2015) AHA anları sayılabilecek anlar ankette verilmemiştir. Bu açılardan araştırma eksiklikler göstermektedir. İlerde farklı araştırmalarda özellikle matematiksel yapıların benzer yapılarla eşleştirilmesi ve anlık AHA noktalarına dikkat çekilebilir.

Mulligan ve Micthelmore (2009) testi bu araştırmada kullanılmamıştır. Matematiksel yapı farkındalığı anketle ölçülmeye çalışılmıştır. Fakat bu bir ölçme aracı değildir. Sadece bir veri toplama aracıdır. Bu unutulmamalıdır. Yeni araştırmalarda bu test kullanılarak yapı farkındalığı en azından küçük çocuklar için incelenebilir.

Novotna (2008) hatırlanılıp, öğretmenlerin de yapı farkındalıklarının oluşmasına dikkat edilebilir. Araştırmadaki üç araştırmacı okullarda matematik öğretmeni olarak çalışmaktadırlar. En başta onlardan bu yapı farkındalığının başlayacağı düşünülmektedir.

Çeziktürk (2022) matematiksel yapıların öğrenilmesi üzerine yazdığı derlemesinde yaptığı sıralama bu çalışmada gözlemlenmemiştir. Ama matematiksel yapıların farkındalığının artmasıyla öğrenilmesinin de kolaylaşacağı düşünülmektedir. O bağlamda bu sıra gözetiliyor olabilir diye düşünülmektedir.

Fakat başka bazı noktalar da analiz gibi aynı farkındalığı gösterememişlerdir. Nokta, merkez, çember ilişkilerinde bazı noktalarda kafalarının karıştığı gözlemlenmiştir.

Gronow, Mulligan ve Cavanagh (2017) bağlantılar, örüntülerin fark edilmesi, benzerliklerin ve farkların belirlenmesi ve genelleme başlıkları altında analitik ve yüzeysel olarak incelemelerinde kavram ve içerik bakımından anlamlı farklılıklar bulmuşlardır. Bir başka açıdan içerik öğrenilirken kavram eksik bilgi ile donatılmış olabilir. Yüzeyselliği azaltıp analitik düşünceyi geliştirmek için bu üstteki dört başlık altında her kavramın incelenmesi gerekebilir denmektedir. Bizim araştırmamızda da anket bazı şeyleri yakalamaya çalışsa da bazı açılardan eksik kalmıştır.

Örneklemin daha büyük ve çeşitli özelliklerin karşılaştırılabileceği şekilde bir örneklem olması sonuçları geçerlilik konusunda daha uygun duruma getirebilirdi diye düşünülmüştür. Yani bu araştırma daha büyük bir örneklem ile tekrarlanabilir.

Matematiksel yapı farkındalıklarının belirlenmesinde anketten ziyade ikili görüşmeler daha faydalı ve bilgi içeren olabilir.

Edwin Abbott'un düz ülke kitabında bahsettiği farklı perspektiflerden çember ve daire noktasına dikkat daha fazla çekilebilinir.

Çemberin ve dairenin yapısal elemanları hakkında tam olarak ne bildikleri ankette ayrı ayrı sorular halince incelenebilir.

Gerçek dünyadan çember ve daire özellikleri gösteren farklı örnekler verilip öğrencilerdeki yapı farkındalığı sorgulanabilir.

5. BEYAN

Araştırma ve Yayın Etiği: Yapılan çalışmada "*Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi*"nde uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin "*Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler*" başlıklı 2. bölümünde belirtilen eylemlerden de hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik Kurul İzni Beyanı:
Kurul adı = Marmara Üniversitesi
Karar tarihi = 08.02.2023/02-04
Belge sayı numarası = 487813

Araştırmacıların Makaleye Katkı Oranı Beyanı: 1. yazar katkı oranı: %40 (problemin açıklanması, araştırma analizi, bulguların sunumu, tartışma, sonuç, bildiri sunumu), 2. yazar katkı oranı: %20 (problemin açıklanması, araştırmanın analizi), 3. yazar katkı oranı: %20 (problemin açıklaması, araştırmanın analizi), 4. yazar katkı oranı: %20 (literatür incelemesi, problemin açıklanması, araştırmanın analizi)

Çıkar Çatışması Beyanı: Araştırmacılar arasında herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

Finansal Destek veya Teşekkür Beyanı: Bu çalışma için herhangi bir kurumdan finansal destek alınmamıştır.

6. KAYNAKÇA

Alston, A., & Maher, C. (2016). Mathematical structures and problem solving. *Middle school Research Related Studies*, *9*(1), 5-21, doi: 10.1050/08851700.1984.11670246

Branca, N. A. (1974). Learning mathematical structures, *ERIC ED* 092 384.

Bredow, F. (2019). The role of the teacher in the development of structurbased argumentations, *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht Univ. Utrecht, HAL-02398039.

Cantimer, G. G., & Şengül, S. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanılgıları ve hataları, *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi (GEBD),* 3(!), 17-27.

Çeziktürk, Ö. (2022). Learning mathematical sructurres, *Journal of Sustainable Educational Studies (JSES)*, (Ö1), 329-340.

Gronow, M. T. (2015). *Teachers' understanding and use of mathematical structure*. Masters degree thesis, Macquarie Univ, Australia.

Gronow, M., Mulligan, J., & Cavanagh, M. (2017). Teachers' understanding and use of math structure, In A. Downton, S. Livy, & J. Hall (Eds.), *40 years on: We are still learning! Proceedings of the 40th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 286-292).* Melbourne: MERGA.

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all, *Mathematics Education Research Journal*, 21, 2, 10-32.

Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development, *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 33-49.

Nakiboğlu, M. (1999). Öğretmen Adaylarının Kavram Geliştirme ve Kavram Öğretimi Stratejisine Yönelik Görüşleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, (*10), 63-72.

Novotna, J. (2008) Non -standard mathematical structures in mathematics teacher training, https://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG1/Papers/NOVOT.pdf

Özerbaş, M. A., & Kaygusuz, Ç. (2012). "Çember alt öğrenme" alanına ait kavram yanılgılarının belirlenmesi. *Gazi Ün. Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 78-94.

Watson, A., & Mason, J. (2006). Variation and mathematical structure, mathematics teaching Incorporating *Micro Math,* January, 194, 1-4.

Wells, R. B. (2017). Mathematical structures, Biological signal processing, 296-335. https://abstractmath.org/MM/MMMathStructure.htm

Yoon, C. (2015). Mapping Mathematical Leaps of Insight. In: Cho, S. (eds) *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer,* Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_51

7. EXTENDED ABSTRACT

It is thought that concept learning is of great importance in students' learning geometry and geometry. Elimination of misconceptions is important so that they do not negatively affect future new learning. In order to produce solutions that will facilitate concept learning, first of all, the needs for the methods to be applied in concept teaching should be determined. Although what is expected to be gained through concept teaching is clear, the importance given to cognitive goals in schools is higher than affective goals. Considering this situation, it is seen that some skills are ignored more especially in mathematics education. In order to develop students' conceptual skills, first of all, the relations between concepts should be explained in detail and with the well-planned activities, appropriate assignments, and teacher support, students can learn concepts correctly. In the light of the findings obtained from this research, various suggestions should be presented to prospective mathematics teachers, program developers working on the curriculum, instructors working in teacher education in education faculties, and researchers who will work on this subject in the future. It is important to keep the relationship between mathematical concepts and concept education intact. In addition, the use of concepts learned in primary school in later ages can positively affect new teachings. Who will be taught is an important issue. It may vary depending on the age and knowledge of the student. "How do the misconceptions change in treating the circle and the circular region as simple mathematical constructs?" This constitutes the main question of this research. This study was designed as a survey study, which is one of the qualitative research methods. A questionnaire of 19 questions was used in this study, which was conducted with 43 students, mixed between girls and boys. In this survey, the circle and the structural features of the circle were taken into consideration. There are questions to compare the circle and the circle. In addition, taking into account the answers given, their knowledge about the subject was tested. It was observed that they had difficulty in answering questions that required advanced mathematical knowledge. No comparisons were made on the gender factor in the study. It has been observed that students have more knowledge about diameter and radius notation. In addition, it is important to use the terms that students use in daily life in mathematics. For example, a student's response about the circle and the "round" structure of the circle, even though his answer is wrong, shows this. In this research, students used the expression "hollow" about the circle. The same students used the expression "full" for the circle. In line with these answers, it can be said that the students considered the circle and circular region its structural features. At the end of the whole research, it was shown that when one of the students answered the question, the understanding of the concept differs when the perspective on the structure differs.