

7. Sınıf Öğrencilerinin Silindirin Yüzey Alanı Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin ve Paylaşılan Bilgilerinin İncelenmesi

Duygu Altaylı Özgül*, Abdullah Kaplan**

Makale Geliş Tarihi:06/10/2016

Makale Kabul Tarihi:08/11/2016

Özet

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin "Dik silindirin yüzey alanını oluşturma" konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bu çalışmada grup halinde çalışan öğrencilerin paylaşılan bilgileri de (shared knowledge) incelenmiştir. Çalışma grubunu Sivas il merkezde bulunan bir devlet okulunda 2014-2015 eğitim öğretim yılında öğrenim gören dört 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrenciler, maksimum örnekleme yöntemine göre matematik başarı düzeyleri; yüksek, iyi, orta ve düşük olacak şekilde seçilmiştir. Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Veri toplama araçları, öğrencilerin konuyla ilgili soyutlama süreçlerini ortaya çıkaracak nitelikte olan üç problemin yer aldığı çalışma yaprakları, video kamera kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem notlarıdır. Veriler RBC+C modeline göre analiz edilerek, betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin silindirin yüzey alanı formülünü birlikte oluşturdukları (constructing) ve pekiştirdikleri (consolidation) görülmüştür. Ayrıca bireysel bilgiden grubun bilgisine doğru paylaşılan bilginin oluştuğuda gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Paylaşılan Bilgi, RBC+C Modeli, Soyutlama, Silindirin Yüzey Alanı

Investigation of the Abstraction Processes and Shared Knowledge on the Subject of the Surface Area of a Cylinder in 7th Grade Students

Abstract

This study aimed to investigate the processes of abstraction on the subject of "constructing the surface area of a right circular cylinder" in 7th Grade students. Furthermore, the study also investigated shared knowledge in the students studying as a group. The study group comprised 4 students attending the 7th Grade in a state school located in Sivas city center in the 2014-2015 school year. The students were selected through maximum variation sampling to be representative of high, good, moderate and poor levels. The study adopted the case study model, a qualitative research method. The data collection instruments were the worksheets, video camera records and unstructured observation notes for the three activities developed to reveal the students' processes of abstraction regarding the subject. The data were descriptively analyzed according the RBC+C model. The study results showed that the students had collaboratively constructed and consolidated the formula for the surface area of a cylinder. In addition, the construction of shared knowledge from individual knowledge to group knowledge was also observed.

Keywords: Abstraction, RBC+C Model, Surface Area of a Cylinder, Shared Knowledge

* Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Sivas, Türkiye, Email: duygu.altayli87@hotmail.com

** Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzurum, Türkiye, Email: kaplan5866@hotmail.com

1. Giriş

Matematikteki her konu bir önceki konuyla bağlantılı olduğu için matematiksel düşünceler ve bu düşünceler arasındaki ilişkiler öğrencilere fark ettirilerek öğretilmelidir. Soyutlamanın oluşabilmesi için matematiksel yapılar arasında bu ilişkilerin kurulması gerekmektedir (Pesen, 2008).

Soyutlama, matematik eğitimi de dahil olmak üzere birçok alanda geniş bir yer tutmaktadır. Soyutlama; öğrencilerin çalışma kağıtlarına, araçlarına, materyallerine, öğrencilerin ve öğretmenlerin geçmiş yaşantılarına bağlıdır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

TDK (2016) soyutlamayı, "Bir nesnenin özelliklerinden veya özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan zihinsel işlem, gerçeklikte ayırlamaz olanı düşüncede ayırma" olarak tanımlamıştır. Dienes (1963) ise soyutlamayı, farklı durumların ortak noktalarının alınarak sınıflama yapılması şeklinde ifade etmiştir.

Araştırmacılar soyutlamaya farklı bakış açılarıyla yaklaşmışlardır. Soyutlamanın bilişsel olduğunu düşünen Piaget'nin (1970) yansıtıcı (reflecting) soyutlama ile ilgili düşüncesinin, bu klasik yaklaşımın olağanüstü bir şekilde yayılmasını sağladığı görülmüştür. Yansıtıcı soyutlama, birbiriyle ilişkili davranış örneklerinin şemaları oluşturduğunu savunur. Bu süreçte, mantıksal olarak tutarlı ve yapıcı teorik modellerin oluşmasını sağlar.

Soyutlamanın bilişsel kısmı, var olan fikirleri daha karmaşık fikirlerin içine entegre etmektedir. Bu yüzden süreç somuttan soyuta doğru tek yönlü değildir. Soyutlama süreci sırasında somut ve soyut birbirinden ayrı değil tam aksine birbirine bağlıdır (Hershkowitz vd., 2001).

Soyutlamaya karşı diğer bir görüş de sosyokültürel yaklaşımdır. Bilişsel ve sosyokültürel yaklaşımın en belirgin ayırt edici özelliği insan davranışlarıyla ilgilenmesidir. Aktivite teorisine göre bağlam (context), insan hareketlerinin anlamını ve yapısını inceleyen faktörlerin birbirine bağlantılı halde toplanması şeklinde tanımlanabilir. Aktivite, bireysel olarak insan hareketinin analiz birimidir. "Aktiviteler" birlikte veya işbirliği ile gerçekleştirilen ve genel bir içerik ile ilişkilendirilen olaylar zinciridir. Buradaki genel içerik nesne tarafından düzenlenir. Nesne ise bir materyal veya soyut kavram (problem, düşünce gibi) olabilir. Aktiviteler, katılımcıların motiveleriyle yönlendirilir ve aktivitenin sonuçları (fikir, strateji, kavram) bir sonraki aktivite de kullanılabilir (Hershkowitz vd., 2001).

1.1. RBC Modeli

Soyutlamaya sosyokültürel bakış açısıyla yaklaşan Hershkowitz vd. (2001) soyutlamayı, "Önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı

oluşturmak üzere dikey olarak yeniden organizasyonu aktivitesi" olarak tanımlamıştır. Buradaki "aktivite" aktivite teorisinin bir parçasıdır. Ve bu bağlamda dikkate alınması gerekir.

İkinci terim olan "önceden edinilmiş matematik" ise iki noktaya atıfta bulunur. Bunlardan birincisi; önceki soyutlama sürecinin sonuçları üzerinde çalışılan soyutlama süreci aktivitesinde kullanılabilir. İkincisi ise çalışılan aktivite soyutlamanın ilk ham halinden başlar (Davydov, 1990).

"Yeni yapının yeniden organize edilmesi" bu cümle ise ileri matematiksel yapıları ihtiva eden matematiksel bağlantıları ima eder. İleri matematikten kasıt yeni bir hipotez kurma ve matematiksel genellemeleri yeniden keşfetmek, ispat veya problem çözümüne yönelik yeni strateji keşfetmektir (Hershkowitz vd., 2001).

"Dikey" terimi Gerçekçi Matematik Eğitiminden gelmektedir. GME 'de yatay ve dikey matematikleştirme vardır. Yatay matematikleştirme matematiksel olmayan durum ve matematiksel fikirler arasındaki ilişkiyi gösterir. Dikey matematikleştirme ise aktivitedeki matematiksel elementlerin yapılandırıldığı, organize edildiği, geliştirildiği daha soyut ve formal durumudur (Hershkowitz vd., 2001).

Soyutlama, zihinsel bir süreç olduğu için direkt olarak gözlemlenemez. Epistemik eylemler, öğrencilerin sözel veya fiziksel durumlarından zihinsel olayları gözlemlenebilir kılar (Dreyfus, 2007).

Soyutlama sürecinde; Tanıma (Recognizing), Kullanma (Building-with), Oluşturma (Constructing) olmak üzere üç epistemik eylem belirlenmiştir. Bu süreçler RBC olarak kısaca isimlendirilmiştir.

Tanıma (Recognizing): Bilinen matematiksel yapılardan biri olan tanıma, öğrencinin verilen matematiksel durumdaki doğal yapıyı farketmesi durumudur. Tanıma çoğunlukla deneysel düşünmenin bir basamağıdır. Fakat oluşturma süreci olmadan tanıma tek başına soyutlamayı gerçekleştiremez. Çünkü oluşturma teorik düşünmeyi gerektirir (Hershkowitz vd., 2001).

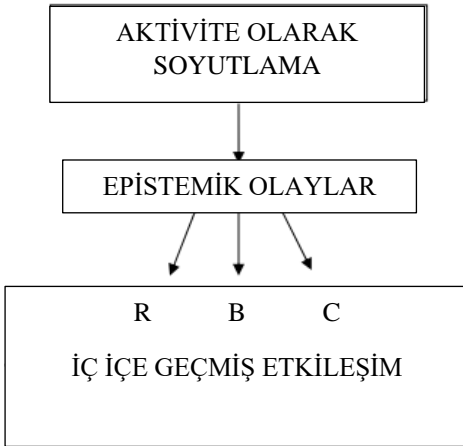
Kullanma (Building-with): Bu süreçte öğrenci mevcut bilgi yapısını kullanarak elindeki probleme geçerli bir çözüm bulur. "Kullanma" çoğunlukla öğrenci bir problemi çözerken, bir durumu anlarken veya açıklarken ortaya çıkar. Öğrenci bu durumda stratejilere, kurallara veya teoremlere başvurur. Öğrenciler, daha önceki aktivitelerde oluşturulmuş yapıları kullanırlar. Yani bu önceden oluşturulmuş yapı belki diğer katılımcıların aktivitelerinin bir sonucudur (Hershkowitz vd., 2001).

Oluşturma (Constructing): Bu üç epistemik eylemden en önemlisidir. Genellikle insanlar yeni stratejiler, kavramlar, methodlar oluştururlar. Ohlsson ve Lehtiren (1997) tarafından sunulan soyutlama görüşüne göre, oluşturma süreci teorik düşünme ve dikey olarak yeniden organize etmeyi gerektirir. Aktivite teorisine göre bu

matematiksel düşünceye sahip katılımcılar yapay dokuları birleştirerek yeni bir yapı oluşturabilirler (Hershkowitz vd., 2001).

Kullanma ile oluşturma arasındaki fark ise; oluşturma, bir amaca ulaşmak için (problem çözme, hipotez kurma) yeni bir yapının oluşturulmasıyken, kullanma var olan yapıları bir araya getirerek amaca ulaşmayı amaçlar. Öğrencilerin hazırbulunuşlukları hangisini kullanacağını belirler. Eğer öğrenci standart bir problem çözecekse, tanıma ve kullanma basamaklarını kullanır. Fakat standart olmayan bir problem ile karşılaşırda da nesnelere arasında ilişki kurarak yeni bir fenomenoloji bulur (Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2007).

Bu epistemik eylemler içiçe geçmiş bir haldedir. Başka bir deyişle "oluşturma" doğrusal bir tarzda sadece tanıma ve kullanmayı takip etmez. Fakat oluşturulmuş yapılarda zaten tanıma ve kullanma aynı anda gerektirir. Bu mekanizmaya dinamik içiçe geçmiş epistemik olaylar denir. "Oluşturma" çoğunlukla "kullanma" ve "tanıma"yı kapsar. Halbuki "tanıma" diğerleriyle içiçedir, "kullanma" ise "oluşturma" ile içiçedir (Hershkowitz vd., 2001; Dreyfus, 2007).



Şekil 1. RBC modelinin ortaya çıkışı (Dreyfus,2007)

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) çalışmalarında içiçe geçmiş oluşturma süreci ile pekiştirme sürecini araştırmışlardır. Sınıfta grup halinde olasılık konusu üzerinde çalışan öğrencilerin pekiştirme mekanizmalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada yapıyı oluşturma sırasındaki pekiştirme, yapıyı yansıtmaya sırasındaki pekiştirme, yapıyı daha sonraki soyutlama sürecinde kullanmak üzere uygun yapının tanınmasındaki pekiştirme olmak üzere üç mekanizma tanımlanmıştır.

Oluşturma süreci ile pekiştirme arasında güçlü bir bağlantı kurulduğundan dolayı RBC modeli pekiştirmenin (Consolidation) de eklenmesiyle RBC+C şeklini almıştır.

RBC modelinin çıkış noktası olan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, (2001) tarafından yapılan çalışmada 9. Sınıfa devam eden bir öğrenciyle fonksiyon konusu üzerinde problem çözerken bilgiyi oluşturma süreci incelenmiştir. Proje olarak yapılan bu çalışmada, soyutlamanın aşamaları ortaya konmuştur. Ayrıca her problem durumunda soyutlamanın gerçekleşmediği bazı problemlerin sadece tanıma ve kullanma basamağında kaldığı da tespit edilmiştir. Bu çalışmanın devamı niteliğinde olan bir başka çalışma da Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) yaptığı araştırmadır. Bu araştırmada da iki çift öğrencinin cebirle ilgili problem çözmelerindeki bilgiyi oluşturmalarını incelemiştir. Çalışmanın sonucunda epistemik olayların çiftler arasında nasıl dağıldığına dikkat çekilmiştir. Pekiştirmenin (Consolidation) teorik analizinin yapıldığı Dreyfus ve Tsamir (2004) tarafından yapılan çalışmada bir öğrencinin sonsuzluk kümelerini karşılaştırdığı veriler incelenmiştir. Ayrıca soyutlamanın öğrenciler tarafından uzun bir dönem boyunca benimsenmesinin pekiştirmeye örnek olacağı sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte "kullanma" olayının, pekiştirmenin en temel ve birinci sonucu olduğunu da iddia etmişlerdir. Herskowitz vd. (2006) çalışmasında, üç kişiden oluşan bir grup öğrencinin olasılık konusu üzerinde "paylaşılan bilginin" oluşturulması ve pekiştirilmesi süreçleri incelenmiştir. RBC modelinden yararlanılan bu çalışmanın sonucunda, grupça oluşturulan ortak yapının bir sonraki bilginin oluşturulmasına olanak sağladığı görülmüştür. Ayrıca öğrenciler arasında bilgi geçişlerinin de olduğu gözlenmiştir.

RBC+C modelinin etkinliğinin araştırıldığı çalışmalarda belli bir ünite üzerinde bir veya birden fazla öğrenciyle verilen problem durumları üzerinden bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu çalışmalardan biri de Monaghan ve Özmantar (2006) tarafından yapılmış olan 11. Sınıfa devam eden 20 öğrenci ile mutlak değer fonksiyonunun bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Araştırma sonuçları ile, oluşturulmuş yapının kalıcılığının sağlanması için pekiştirmenin yapılması gerekliliği ortaya koyulmuştur. Başka bir çalışmada Yeşildere (2006) tarafından hazırlanan tez çalışmasında farklı matematiksel güce sahip 8. Sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Örnek olay çalışması yönteminin kullanıldığı bu çalışmanın sonucunda, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde farklılıklar olduğu görülmüştür. Yine benzer bir çalışmada da Memnun ve Altun (2012) iki başarı düzeyi yüksek 6. Sınıf öğrencisiyle $y=kx$ doğru denklemini oluşturma sürecini RBC+C modelinden faydalanarak incelemiştir. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin doğru denklemini oluşturma sürecinde gerekli ön bilgileri tanıyıp kullandıkları ve doğru denklemini oluşturdukları görülmüştür. Kaplan ve Açıl (2015) tarafından yapılan çalışmada ise ortaokul 4. Sınıfa devam eden 3 öğrencinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Düşük, orta ve yüksek matematik seviyesine sahip öğrencilerle yapılan

bu çalışmada öğrencilerin tümünün tanıyabildikleri bilgiyi kullandıkları görülmüştür. Ayrıca tanıma basamağının soyutlama sürecinin temel eylemi olduğu da çalışmanın sonuçları arasında yer almaktadır.

Geometri konuları arasında yer alan geometrik cisimler ile ilgili literatürde yapılan çalışmalarda öğrencilerin bu konuyla ilgili yaşadıkları zorluklar dikkat çekmektedir. Genellikle öğretmen adayları ve öğretmenlerle yapılan bu çalışmalarda geometrik kavramlar ve tanımlar ile ilgili kavram yanlışlarının olduğu görülmektedir. (Gökbulut, 2010; Küçükaydın ve Gökbulut, 2013; Altaylı, Konyalıoğlu, Hızarcı ve Kaplan, 2014; Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, Soylu, Doğan, 2015). Literatür incelendiğinde ortaokul düzeyindeki öğrencilerle yapılan çalışmaların yetersiz oluşu ve öğrencilerin silindirin yüzey alanı konusunu soyutlama süreçleriyle ilgili yapılan çalışmaya rastlanılmamıştır. Araştırmacının matematik öğretmenleriyle yaptığı görüşmeler sonucunda; öğrencilerin özellikle "silindirin yüzey alanının formülünü oluşturma" konusunda zorluk yaşadıkları, ezber yolunu tercih ettikleri için öğrenmenin kalıcı olmadığı gibi sebeplerden dolayı öğrencilerin bu kazanımdaki zihinsel süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bilgiyi grup halinde oluşturmaları sağlanarak grubun paylaşılan bilgisi de resmedilmeye çalışılmıştır.

1.2. Araştırmanın Önemi

Öğrenciler problemleri çözmeye yarayan formülleri ezberlemek yerine bu formülleri geliştirdikleri zaman kavramlarla ilgili fikir ve ilişkiler hakkında kavramsal bilgiler kazanırlar ve matematik yapmanın gerçek süreçlerinden birine katılmış olurlar. Formüllerin geliştirilmesindeki bu kavramsal yaklaşım öğrencilerin bu araçları daha anlamlı bulmalarına ve çevrelerindeki nesnelerin farklı özelliklerini ölçmek için etkili yollar öğrenmelerini sağlar. Formülleri anlamlı bir şekilde geliştirdikten sonra öğrencilerin birbirinden kopuk matematiksel bilgi parçaları olarak ezberlemelerinin yerine formülleri mevcut bilgilerden çıkarabilirler. Böylece matematik onlar için daha anlamlı gelir (Walle, Karp, Williams, 2007).

Geometrik şekilleri birbirinden bağımsız, ayrı ayrı değerlendirmekten ziyade birbirine dönüştürerek, farklı şekillerin birarada olduğu durumlar halinde sunulmalıdır. Böylelikle öğrenciler yeni şekiller oluşturarak geometrik şekiller arasındaki ilişkilerin farkına varabileceklerdir. Türkiye'deki öğrencilerin Üçüncü Uluslar arası matematik ve fen araştırmasında (TIMMS) geometri sorularında düşük düzeyde olmasının sebebi olarak, öğretmenlerin öğrencileri geometrik bilgi ve kazanım sürecinde ezbere yönlendirmeleri gösterilebilir. Halbuki geometrik şekiller arasında ilişkiler ağı kurarak öğrendiklerinde, geometriyi günlük hayata daha fazla indirgemiş olurlar (Olkun ve Aydoğdu, 2003).

Bu yüzden öğrencilerin ne öğrendiklerinden ziyade nasıl öğrendikleri üzerinde durulmalı; bilgiyi nasıl oluşturduğu incelenmelidir. Bilgi oluşturma süreci zihinsel bir süreç olduğundan gözlenmesi mümkün olmayabilir. Bu yüzden bu süreçleri

gözlenebilir kılan epistemik eylemlere yoğunlaşılmalıdır. RBC+C modeli; öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde nasıl tepki verdikleri, bilgiyi nasıl oluşturdukları, hangi kısımlarda eksiklikler yaşadığı ve bilgilerinin kalıcı olup olmadığını, bir sonraki aktivitelere aktarılıp aktarılmayacağını tespit edilmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Ortaokul Matematik 7. Sınıf Öğretim programı Ölçme öğrenme alanı başlığı altında yer alan "Dik silindirin yüzey alanı" konusunda öğrenciler çoğunlukla ezberleme yolunu seçmektedir. Oysaki uzamsal olarak öğrencinin geometrik cisimlerin alanlarını hesaplariken zihinlerinde canlandırmaları, formüllerin nereden geldiğini anlamaları gerekmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin dik silindirin yüzey alanı formülünü grup halinde çalışarak birlikte *oluşturmaları* istenmiştir. Grup çalışması halinde yapılmasının nedeni, akran öğretimi ile bilginin çoğalarak büyümesini sağlamak ve iletişim kurma becerilerinin gelişmesine katkıda bulunmaktır. Çalışmanın bu yönüyle literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin "Dik silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturma" konusundaki soyutlama süreçleri incelenmiştir. Ayrıca bu çalışmada grup çalışmasından yararlanılarak; grup içerisindeki öğrencilerin bireysel bilgilerini bir araya getirmek suretiyle yapı oluşturma ve bu yapının problem durumunun çözümünde kullanılması amaçlanmaktadır. Oluşturulan yapıların bir sonraki aktivitede kullanılarak pekiştirilmesi dolayısıyla kalıcılığının sağlanması düşünülmektedir. Bu amaçlar doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. 7. sınıf öğrencilerinin dik silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçleri nasıldır?
2. Gruptaki öğrencilerin paylaşılan bilgileri (shared knowledge) nasıldır?

2. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizine yönelik bilgiler yer almaktadır.

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada farklı akademik başarı düzeyine sahip öğrencilerin dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturmaya yönelik bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Durum çalışmalarında bir veya birden fazla

durumun, derinlemesine incelenmesi ve yorumlanması amaçlanır (Merriam, 2003, s.40).

2.2. Çalışma Grubu

Bu çalışma, 2014-2015 öğretim yılı bahar döneminde, Sivas merkezde bulunan bir devlet okulunda 7. sınıfa devam eden dört öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu dört öğrenci maksimum çeşitleme örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Maksimum çeşitleme örnekleme yöntemi, çeşitlilik gösteren durumlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koymaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s.109). Öğrenciler belirlenirken matematik dersi öğretmenin görüşleri doğrultusunda öğrencilerin; çalışmaya katılmaya gönüllü olmaları, fikirlerini söylemekten çekinmemeleri ve matematik dersi yazılı sınav notları ortalamalarının yüksek (100-95), iyi (90-80), orta (75-60), düşük (55-40) seviyeyi temsil edecek şekilde seçilmiştir. Ayrıca öğrencilerin dik dairesel silindirin yüzey alanı konusunu daha önce okulda veya dershanede almamış olmasına dikkat edilmiştir.

Çalışmaya katılan öğrencilerin puanları ve bu puanlara göre başarı seviyeleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamıştır.

Tablo 1.

Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Özellikleri

| | Matematik Yazılı Not Ortalaması | Başarı Seviyesi |
|-------|---------------------------------|-----------------|
| Erkan | 98 | Yüksek |
| Seda | 85 | İyi |
| Buse | 65 | Orta |
| Kadir | 50 | Düşük |

2.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama yöntemleri olarak gözlem, görüşme ve döküman inceleme kullanılmıştır. Öğrencilerin soyutlama süreçleri video kamera ile kaydedilirken aynı zamanda araştırmacı tarafından da yapılandırılmamış gözlem yapılmıştır. Veriler

analiz edilirken bu gözlem notları, video kamera kayıtları ve öğrencilerin üzerinde çalıştıkları çalışma yapıları kullanılmıştır.

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak 7. sınıf Ölçme öğrenme alanı altında bulunan “Dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturur” ve “Dik dairesel silindirin yüzey alanı ile ilgili problemleri çözer” kazanımlarına yönelik hazırlanan üç tane problem kullanılmıştır. Problemler hazırlandıktan sonra, kazanımları ne kadar karşıladığını ve soyutlama süreçlerini ortaya çıkaracak nitelikte olup olmadığını belirlemek için matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Alınan öneriler doğrultusunda problemlere son hali verilmiştir. "Kutu probleminde" öğrencilerin; silindirin yüzeyinin iki daire ve bir dikdörtgenden

oluşturduğunu *tanıma ve kullanması*, dairenin ve dikdörtgenin alanını ayrı ayrı hesaplamaları ve dairenin yay uzunluğunun dikdörtgenin bir kenarına eşit olduğunu *tanıyıp kullanarak pekiştirmeleri* beklenmektedir. Böylelikle dik dairesel silindirin yüzey alanı formülünü *oluşturma* düzeyinde gerçekleştirmiş olacaklardır. "Silindir Oluşturalım probleminde" dikdörtgenin bir doğru etrafında 360° döndürülmesiyle oluşacak dik silindiri uzamsal olarak düşünerek yarıçapını belirlemeleri istenmiştir. Bu sayede önceki öğrenmelerini *tanıyıp, kullanarak pekiştirmeleri* amaçlanmıştır. Son olarak "Küp probleminde" de, bir küpün içine yerleştirilebilecek en büyük boyuttaki silindirin yarıçapını ve yüksekliğini belirleyerek silindirin yüzey alanını bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin küpün özelliklerini *tanıyıp kullanması* ve silindirin yüzey alanı formülünü *pekiştirmeleri* beklenmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan problemlere Tablo 2'de yer verilmiştir:

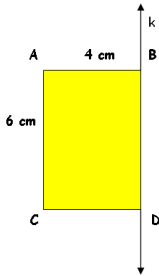
Tablo 2.

Çalışmada Kullanılan ProblemlerKUTU PROBLEMİ

Hediyelik eşya dükkanı olan Ahmet Bey dik silindir şeklindeki yarıçapı 3cm, yüksekliği 6 cm olan teneke kutuları desenli kağıtlarla kaplayıp hediye kutusu yaparak satmayı istemektedir. Buna göre bir silindir kutuyu kaplamak için toplam kaç cm^2 kağıt kullanmalıdır? ($\pi=3$ alınız)

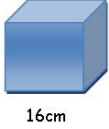
SİLİNDİR OLUŞTURALIM PROBLEMİ

Aşağıdaki şekildeki dikdörtgen k doğrusu etrafında 360° döndürülüyor. Yeni oluşan cismin yüzey alanı kaç cm^2 olur? ($\pi=3$ alınız)



KÜP PROBLEMİ

Yusuf küp şeklindeki oyuncakının içine silindir şeklindeki oyuncaklarından birini yerleştirmek istiyor. Küpün içine yerleşebilecek en büyük boyuttaki silindirin yüzey alanı kaç cm^2 'dir? ($\pi=3$ alınız)

**2.4. Veri Toplama Süreci ve Veri Analizi**

Uygulamaya başlamadan önce okul yönetiminden ve öğrenci velilerinden gerekli izinler alınarak, öğrenciler çalışmanın amacı ve süreç hakkında bilgilendirilmiştir. Rastgele seçilen bir sınıftan seçilen dört öğrenci ile sınıf dışında dikkatlerinin dağılmayacağı, okul idaresi tarafından ayarlanmış sessiz bir ortamda görüşmeler yapılmıştır. Veri kaybının yaşanmaması için görüşmeler video kamera ile kaydedilmiştir. Pekiştirmeye bakmak amacıyla her bir soru birer hafta arayla uygulanarak; kutu problemi 30 dakika, Silindir Oluşturalım problemi 25 dakika ve küp problemi 20 dakika olmak üzere toplamda 1 saat 15 dakikalık kayıt alınmıştır.

Grup çalışmalarında öğrenciler hep birlikte soruları yanıtlayarak, bireysel bilgiden grup bilgisine doğru gelişen paylaşılan bilginin oluşmasını sağlamıştır. Öğrenciler, çalışmanın başında görüşlerini doğru veya yanlış ayırt etmeksizin çekinmeden açıkça söylemeleri yönünde cesaretlendirilmiştir. Araştırmacı bir rehber görevi üstlenerek, sadece öğrencilerin zorlandıkları yerde ipuçları vererek sürecin devamlılığını sağlamıştır.

Verilerin analizinde video kamera kayıtları transkript edilerek, RBC+C modelinin Tanıma, Kullanma, Oluşturma ve Pekiştirme kategorilerine göre betimsel analiz yapılmıştır. Betimsel analizde, gözlem, görüşme ve döküman gibi veri toplama araçlarından elde edilen veriler konu ve temalara göre kategorileştirilir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s.224).

2.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenirliliği Lincoln ve Guba (1985); iç geçerliliği inandırıcılık, dış geçerliliği aktarılabirlik, iç güvenirliliği tutarlılık ve dış güvenirliliği ise teyit edilebilirlik olarak tanımlamışlardır (akt. Yıldırım ve Şimşek, s.264).

Lincoln ve Guba (1985), bir çalışmanın inandırıcılığını; uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi

yöntemlerin artıracağını belirtmiştir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 265). Bu çalışmada gözlem, görüşme ve döküman inceleme bir arada kullanılarak veri çeşitlenmesi sağlanmıştır. Ayrıca video kamera kayıtlarından elde edilen veriler ile öğrencilerin çalışma yaprakları, ölçme alanında uzman bir öğretim üyesi ve bir öğretim elemanına inceletilerek, veri analizi ve sonuçlara ulaşmada geçerli ve tutarlı sonuçlar alınmıştır.

Erlanson, Harris, Skipper ve Allen (1993) nitel araştırmalarda sonuçların aktarılabilişliğinin; ayrıntılı betimlemeye ve amaçlı örneklemeğe bağı olduğunu ileri sürmüşlerdir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2011, s.270). Bu çalışmada veriler, öğrencilerin ifadelerinde değişiklik yapılmadan doğrudan alıntılarla aktarılmış ve ayrıntılı bir şekilde betimlenerek okuyucuya yorum yapabilme fırsatı vermiştir. Ayrıca bu araştırmada, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılarak farklı özelliklere sahip öğrencilerle çalışılmıştır. Bu da çalışmanın dış geçerliliğini (aktarılabilişliğini) artırmaktadır.

Nitel araştırmalarda iç güvenilirlik, uygulamanın tekrar tekrar yapılmasıyla aynı sonuçların alınmasıyla ilişkilidir. Fakat nitel araştırmalarda ortam ve kişi ön planda olduğu için uygulamanın tekrarlanmasıyla aynı sonuçların alınması mümkün olmamaktadır. Bu yüzden uygulamadan sonra elde edilen veriler, araştırmacı tarafından analiz edildikten sonra aynı verilerin bir kısmı başka bir uzmana incelettilererek iki sonuç arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Farklılık görünen noktalarda araştırmacı ve uzman fikir alışverişinde bulunarak sonuçlara son hali verilmiştir. Böylelikle çalışmanın iç güvenilirliği (tutarlılık) büyük ölçüde sağlanmıştır.

Araştırmacı, objektifliğini koruyabilmek için verileri analiz ettikten bir süre sonra tekrar inceleyerek aynı sonuca varıp varmadığını kontrol etmiştir. Bu sayede araştırmanın dış güvenilirliği (teyit edilebilirlik) artırılmış olmaktadır.

3. Bulgular ve Yorum

Başarı düzeyleri birbirinden farklı dört öğrencilerle grup çalışması şeklinde yapılan görüşmelerde, öğrencilerin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçleri; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerine göre incelenmiştir. (E: Erkan, S: Seda, B: Buse, K: Kadir, A: Araştırmacı)

3.1. Kutu Problemi

Kutu problemini içeren çalışma kağıdı öğrencilere verilmiş ve öğrencilere grupça fikir alışverişinde bulunarak çözmeleri istenmiştir. Bu etkinlik yaklaşık olarak 30 dakika sürmüştür. Bu soruya yönelik öğrencilerin diyalogları aşağıda yer almaktadır.

1E) önce sessizce soruyu baştan okuyalım.

2B) tamam okudum, silindiri kaplayacak kağıdın ölçülerini bulabilmemiz için bize ne gerekli?

3S) yüzeyini kaplayacak kağıdın ölçülerini bulabilmemiz için silindirin yüzey alanını hesaplayabilmemiz gerekir.

4K) formülünü bilmiyoruz ki

(Dört öğrenci de bir süre sessizce düşündü)

5E) silindir hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır?

6B) daire ve dikdörtgenden oluşur, o zaman silindir bir dikdörtgen ve bir daireden oluşur.

7S) iki daire, alt tabanını unutuyorsun.

8B) evet iki daire ve bir dikdörtgenden oluşuyor silindir.

9S) her zaman dikdörtgen mi olmak zorunda, kare de olur.

10B) kare olmaz o zaman silindir olmaz

11E) kare de olsa olur bak şimdi (bir kağıdı kare şeklinde kesip yuvarlayarak silindir haline getirdi)

12S) kareden de silindir oldu bak

13E) zaten kare dikdörtgenin özel halidir. Tüm kenarları eşit olunca kare oluyor. Anladın mı?

14B) Tamam anladım

15S) soruya geri dönelim, silindiri oluşturan parçaları bulduk, şimdi onların alanlarını ayrı ayrı hesaplırsak silindirin alanını da hesaplamış oluruz değil mi?

16B) Dairenin alanı πr^2 di

17S) πr^2 den 27 buluruz, ama dikdörtgenin yüksekliği belli ama uzun kenarı belli değil onu nasıl yapıcak

18K) soru mu eksik acaba

19B) buldum πr^2 çarpı yükseklik dersek dikdörtgenin de alanını buluruz dairenin alanıyla toplarız.

20K) bencede öyle buluruz

21S) ama o zaman dairenin içini de dahil etmiş olmaz mıyız çünkü πr^2 dairenin alanının formülü, alana dairenin içi de dahil.

22B) hayır bak (silindir çizerek üzerinde gösteriyor) dairenin alanıyla yüksekliği çarparsak silindirin tamamının alanını bulmuş oluruz.

23S) hayır yanlış söylüyorsun hacim değilki bu, sen silindirin hacmini söylüyorsun.

24E) beni dinleyn bir dakika, silindirin açılımını çizdiğimizizde iki daire ve bir dikdörtgen değil miydi? Açık olan şekli tekrar kapattığımızda dikdörtgenin bir kenarı dairenin etrafını sarıyor.

(Şekil üzerinde kalemle çizerek gösteriyor)

25S) dairenin yayının uzunluğu dikdörtgenin uzun kenarıyla aynı evet

26 B) dairenin yay uzunluğunu bulursak dikdörtgenin uzun kenarını da bulmuş oluruz

27E) ben buldum $2\pi r$ den hesaplarız dairenin yay uzunluğunu

28S) durun hesaplayalım o zaman $2\pi r h$ dan 2.3.3.6 dan 108 buluruz dikdörtgenin alanını

29B) 108'e bide alt taban ve üst tabanın alanını eklersek silindirin tamamının alanını bulmuş oluruz.

30S) πr^2 den 27 bulmuştuk az önce bunu 2 ile çarpalım (hesaplama yapıyor) 54 buluruz.

31E) 54 ile de 108 i toplarsak 162 cm^2 buluruz.

32A) problemi doğru çözdünüz, şimdi sizden silindirin yüzey alanını veren genel formülü yazmanızı istiyorum.

33B) silindirin açılımını yapınca iki daire ve bir dikdörtgenden oluştuğunu gördük. Dairenin alanı πr^2 ama iki tane daire olduğu için iki ile çarpalım $2\pi r^2$ olur.

34S) buradaki dikdörtgenin de yüksekliği belli fakat diğer kenarının uzunluğu verilmemişti, bunun da dairenin yay uzunluğuna eşit olduğunu bulduk. Yay uzunluğu da $2\pi r$ dir. Bunu dikdörtgenin yüksekliğiyle çarparsak $2\pi rh$ olur.

35E) $2\pi r^2 + 2\pi rh$ silindirin yüzey alanını veren formüldür.

Öğrencilerin 6B,7S,8B deki ifadelerinden silindiri oluşturan geometrik şekilleri *tanıdıkları* görülmektedir. Buse'nin silindirin yan yüzeyinin sadece dikdörtgen olması gerektiği şeklinde düşünmesi (10B) onun bu konuda kavram yanlışlığına sahip olduğunu göstermektedir. Buse'ye 11E, 12S, 13E deki ifadelerle yanıt veren Erkan ve Seda karenin dikdörtgenin özel hali olduğu bilgisini *tanıma, kullanma ve pekiştirme* düzeylerinde gerçekleştirdiği söylenebilir. Buse'nin 16B deki ifadesinden dairenin alanını *tanıyıp kullanarak* sonuca ulaştığı görülmüştür. Dikdörtgenin alanını hesaplariken uzun kenarın uzunluğunu hesaplama da öğrencilerin 17S, 18K, 19B, 20K, 21S, 22B, 23S deki ifadelerden zorlandıkları anlaşılmaktadır. Buse'nin dairenin alanıyla yüksekliğinin çarpımının silindirin yüzey alanı olduğunu iddia etmesi (19B) ve bunu Kadir'in de desteklemesi (20K) üzerine Seda bunun yanlış olduğunu, böyle bir hesaplama ile silindirin hacminin bulunacağını (21S,23S) söyleyerek arkadaşının yanlış öğrenmesini engellemeye çalışmıştır. Erkan'ın dikdörtgenin bir kenarı ile dairenin yay uzunluğunun birbirine eşit olduğunu görmesi (24E) bilgisinin *tanıma, kullanma ve oluşturma* düzeylerinde olduğunu göstermiştir. Ayrıca bu fikri ortaya atarak paylaşılan bilgiye de önemli bir katkıda bulunmuştur. Diğer grup arkadaşları Erkan'ın bu ifadesinden yola çıkarak dairenin yay uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunluğu arasındaki ilişkiyi *oluşturmuşlardır* (25S, 26B, 27E). Ayrıca Buse'nin 22B ifadesinde görülen yanlışlığının 33B'deki ifadesinde konuyu anlayıp açıklama yapabilme düzeyine gelmesi *tanıma, kullanma ve pekiştirme* basamaklarını gerçekleştirdiği söylenebilir. Bu etkinlikte Erkan, Seda ve Buse'nin sürece etkin olarak katıldıkları ve silindirin yüzey alanını *oluşturdukları* görülmektedir (33B,34S,35E). Fakat Kadir'in süreç içerisinde pasif kalması ve fikirlerini paylaşmaması, onun soyutlama sürecinin tam olarak gerçekleşip gerçekleşmediği hakkında yeterli bilgi vermemektedir.

3.2. Silindir Oluşturalım Problemi

Silindir Oluşturalım probleminde öğrencilere bir doğru etrafında dikdörtgenin 360° döndürülmesiyle oluşacak şeklin yüzey alanı bulmaya yönelik problem durumu verilmiştir. 25 dakika süren bu etkinliğe ilişkin öğrencilerin ifadelerine aşağıda yer verilmiştir.

36S) yüzey alanını bulalım ilk önce yüzey alanı nasıl bulunuyordu

37B) $2\pi r^2 + 2\pi rh$

38B) şimdi $\pi=3$ vermiş ama yarıçapını vermemiş, ha vermiş

39S) şimdi 2.3 yarıçapımız kaç

- 40B) 4 çünkü 6 da yüksekliği
 41S) (seda formülde yerine koydu, işlemler yapıyorlar)
 42S) 240 sonucu doğru mu hocam
 43A) nasıl bir şekil çıkıyor ortaya peki?
 44S) (dikdörtgen şekil üzerinde eliyle döndürmeler yaparak) 180 270 360 aynı bu şekil hocam
 45A) ozaman nasıl silindir olacak
 46S) hocam 360 döndüğü zaman yine her zaman aldığı şekli almıyor muydu?
 47A) nasıl bir şekil olur o şekli çizin bakalım
 48S) 90 şöyle bir şekil olur(dikdörtgeni yan çevirerek çizdi) sonra 180 (tekrar yan çevirdi dikdörtgeni)
 sonra 270, sonra 360 hocam yine aynı şekil olur
 49E) hocam yine aynı şekil olur (sedanın çizdiği şekillerin aynısını yaptı)
 50A) dikdörtgen kaç boyutludur
 51 S ve E) iki boyutludur
 52A) oluşan şekil nasıl bir şekil peki
 53S) dikdörtgen
 54 S,B,K) önlerindeki kağıdı 90,180, 270 ve 360 derece döndürdüler)
 55E) böyle demedik ki hoca 3 boyutlu olacağı için (kağıdı rulo yaparak) 360 dedi
 56E) 90,180,360 (ruloyu elinde çevirerek)
 57B) k doğrusu burası bunun etrafında döndürelim
 58S) şöyle bir şey olabilir mi (k doğrusuna dikdörtgenin simetrisini çizerek) o zaman da kare oluyor
 ama
 59A) peki siz kağıdı çeviriyorsunuz ya böyle onun özel bir adı var mı?
 60B) dönme ve yansıma, tamam k doğrusunda döndürücez aynı şeyi (bir süre sessizce düşündüler)
 61B) şimdi hocam soruda k doğrusu etrafında döndürün diyor ozaman dikdörtgeni 360 derece
 doğrunun etrafında döndürürüz
 62A) yarıçapı kaç olur peki
 63B) yarıçapı 4 olur
 64A) neden 4 olur açıklar mısın?
 65B) humm çapı 4 ise yarıçapı 2 dir, yüksekliği de 6 dır
 66S) (yüksekliği göstererek) o zaman burası yarıçap olur çünkü k doğrusu etrafında döndürülüyor
 67E) hayır orası yükseklik oluyor da o zaman yarıçap 2 yaptysanız formülde de düzeltmeniz gerekir
 68K) yarıçap 4 olur ya
 69A) yarıçap 4 mü 2 mi
 70K) 4 değil mi hocam
 71 S) 4 evet

Gruptaki öğrencilerin dikdörtgenin k doğrusu etrafında döndürülerek oluşacak şekli düşünmeden hemen soruyu çözmeye yönelmeleri 38B,39S,40B,42S deki ifadelerden anlaşılmaktadır. Oluşacak şeklin gösterilmesi istendiğinde ise grup üyelerinin hepsi üç boyutlu olarak döndürmek yerine iki boyutlu dönme yaptıkları görülmüştür (48S, 49E, 54S, 56E). Bu durum yaklaşık 10 dakika kadar devam etmiştir. Öğrencilere ipucular verilmesine rağmen 56E deki ifadeye görülmektedir ki

Erkan kağıdı rulo yapmasına karşın elinde 360 derece çevirmektedir. Öğrencilerin üç boyutlu döndürmeyi *tanyamadıkları* açıkça görülmektedir. Bunun sebebi olarak da dönme ve yansıma konularını aşırı genellemiş olmaları gösterilebilir. Düşüncelerinin ardından Buse 61B deki ifadesinde görüldüğü gibi doğru sonuca vararak arkadaşlarına da göstermiştir. Ve 65B, 66S, 67E deki ifadelerden soruyu birlikte çözdükleri, üç boyutlu döndürmeyi *tanyıp kullandıkları* hatta *oluşturdukları* da söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin bir önceki problemde *oluşturdukları* silindirin yüzey alanı bilgisini bu problemde *kullanarak pekiştirdikleri* de görülmektedir.

3.3. Küp Problemi

Küp probleminde öğrencilerin bir küpün içerisine en büyük boyuttaki silindiri yerleştirmeyi uzamsal olarak düşünebilmeleri amaçlanmıştır. Bu etkinlik yaklaşık olarak 20 dakika sürmüştür. Bu probleme ilişkin sınıftaki öğrencilerin görüşlerine aşağıda yer verilmiştir.

- 81S) şimdi küpün bir tane ayırıtının uzunluğunu vermiş 16 olarak, silindiri nasıl yerleştirmeliyiz ki en büyük boyutta olsun?
- 82K) yan yerleştirelim o zaman daha büyük olur.
- 82E) değişmez ki, çünkü küpün her yüzeyi birbirine eşittir
- 83S) küp karelerden oluştuğu için, karenin de her kenarı birbirine eşit olduğu için silindiri yan veya dik koymamız sonucu değiştirmez.
- 84B) (kağıt üzerinde küp çizip, içine silindiri yerleştirmeye çalışıyor) dik koyduğumuzu farzedelim. Küpün bir kenarının uzunluğu 16'yımsı, o zaman silindirin üst tabanındaki dairenin çapını 15 alalım
- 85E) 15 alırsak yanlarda boşluk kalıyor (bi süre düşündükten sonra) niye tam sınırdan almıyoruz ki 16 cm alalım çapını
- 86S) doğru o zaman silindir en büyük boyutta olur
- 87B) haklısınız, silindirin çapı 16 cm ise yarıçapı 8 cm olur.
- 88S) yüksekliğini de en büyük almalıyız, bu durumda (kağıtta çizdikleri küp içindeki silindire bakarak) küpün her tarafı birbirine eşitse
- 89B) yüksekliği de 16cm alırız o zaman
- 90E) (bir süre düşündükten sonra) evet evet maksimum yükseklik 16 olur yani $h=16$ cm olur
- 91B) o zaman silindirin yüzey alanını bulabiliriz.
- 92K) formülü yazarız, yüzey alanı dikdörtgenin alanı ve iki tabanın alanının toplamından oluşur (kağıda $2\pi r^2 + 2\pi r h$ yazdı)
- 93B) (hesaplamaları kağıtta yaparak) 1152 cm^2 olur.

Kadir'in küpün kenarlarının birbirine eşit olduğunu ilk başta *tanyamadığı* (82K) daha sonra Erkan ve Seda'nın küpün özelliklerini *tanyıp kullanarak* (82E, 83S) Kadir'in yanlışını düzelttikleri görülmüştür. 84B ifadesinde Buse'nin küpün içine silindiri yerleştirirken kenarlardan boşluk bırakması Erkan'a mantıksız gelerek silindirin üst tabanının küpün kenarlarına teğet olmasını gerektiğini (85E) söylemiştir. Bu fikir soruda aslında sorulmak istenen ana fikir ortaya çıkararak, grupça paylaşılan

bilginin artmasını sağlamıştır. Bu etkinlikte Kadir'in silindirin yüzey alanı formülünü *tanıma, kullanma ve pekiştirme* düzeyinde göstermesi (92K), bu kazanımdaki soyutlama sürecinin *oluşturma* basamağında gerçekleştiği söylenebilir. Bu durum içiçe geçmiş epistemik olaylara örnek olarak verilebilir.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada 7. sınıfa devam eden; düşük, orta, iyi ve yüksek matematik başarısına sahip 4 öğrencinin silindirin yüzey alanı kazanımına yönelik hazırlanan etkinliklerdeki soyutlama süreçleri incelenmiştir. Soyutlamanın zihinsel bir süreç olmasından dolayı, elde edilen veriler Hershkowitz vd. (2001) tarafından ileri sürülen RBC+C modelinin; tanıma (Recognizing), kullanma (Building with), oluşturma (Constructing) ve pekiştirme (Consolidation) düzeyleri ele alınarak incelenmiştir.

Çalışmada farklı matematik başarı seviyelerine sahip öğrenciler seçilerek hem çalışmanın geçerliliği artırılmak istenmiş hem de öğrenciler arasındaki bilgi geçişlerinin daha belirgin olarak görülmesi sağlanmıştır. Soyutlamaya sosyokültürel bir bakış açısıyla yaklaşan RBC+C modelinde, bilginin oluşturulmasında zihinsel süreçlerin yanısıra öğrenciler arası etkileşim de ön planda tutulmuştur. Bu nedenle araştırmada, öğrencilerle bireysel görüşmeler yapmak yerine grup çalışması şeklinde akran öğrenimi yapılmıştır. Çalışmanın bulguları incelendiğinde; düşük matematik başarı seviyesine sahip olan Kadir'in, kutu problemi ve Silindir Oluşturulum probleminde pasif kaldığı, *oluşturma* basamağında olup olmadığına dair bir veriye rastlanmamıştır. Fakat küp probleminde tek başına silindirin yüzey alanının nasıl hesaplanacağını söyleyerek bilgiyi *tanıma, kullanma ve oluşturma* düzeylerinde kullanmıştır. Benzer duruma Hershkowitz vd. (2001) çalışmasında da rastlanmıştır. Diğer üç öğrenci ise ilk etkinlikte silindirin yüzey alanı formülünü *oluşturarak*, sonraki etkinliklerde de bu bilgilerini *tanyıp kullanıp pekiştirmişlerdir*. Akran öğrenmesinin bir başka olumlu yanı da öğrencileri de motive etmesi ve cesaretlendirmesidir. Nitekim Buse ilk etkinlikte söz almaktan çekinse de diğer etkinliklerde doğru veya yanlış olsun fikirlerini söylemekten çekinmemiştir.

Kutu probleminde öğrencilerin tamamının silindiri ve silindirin açık halini *tanyabildikleri* görülmüştür. Fakat Buse'nin, silindirin yan yüzeyinin sadece dikdörtgen olabileceği şeklindeki kavram yanılgısı, silindirin tanımını yeterince iyi bilmemesinden kaynaklanmaktadır. Bu sonuç bazı çalışmaların sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir (Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Doğan, 2015). Silindirin açık halini çizdikten sonra, öğrenciler dairenin alan formülünü *tanyıp kullanarak* dairenin alanını hesaplamışlardır. Ancak dikdörtgenin yüksekliğinin verilip, bir kenarının uzunluğunun verilmemiş olması öğrencileri düşünmeye sevk etmiştir. Buse dairenin alanının yükseklikle çarpılmasıyla silindirin yüzey alanının hesaplanabileceğini savunmuştur. Bu durum Buse'nin yüzey alanı ile hacimi birbirine karıştırdığını, yüzey alanı kavramını tam olarak *kullanamadığı* görülmüştür. Grupta

yüksek matematik başarısına sahip olan Erkan, bi süre sessiz düşündükten sonra dairenin yay uzunluğunun dikdörtgenin bir kenarına eşit olabileceğini söylemiştir. Seda ve Buse soruyu inceledikten sonra bu fikrin doğruluğuna karar vererek *oluşturma* basamağına geçiş yapmışlardır. Ayrıca bireysel bilgidен grubun bilgisine doğru paylaşılan bilgi (shared knowledge) da gözlemlenmiştir. Benzer sonuca Hershkowitz vd. (2007)'nin çalışmasında da rastlanmıştır.

Silindir Oluşturalım probleminde öğrencilerden, bir dikdörtgenin bir doğru etrafında döndürülmesiyle oluşan silindiri uzamsal olarak düşünüp yüzey alanını hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerin tümünün üç boyutlu döndürmeyi *tanyamadıkları* görülmüştür. Bir eksen etrafında döndürmek yerine dikdörtgenden ikiye katlayarak silindir yapmayı tercih ederek bunun doğru olduğunu iddia etmişlerdir. Araştırmacı tarafından verilen ipucular ile öğrenciler eksen etrafında dönme hareketini *tanyıp kullanmışlardır*. Ayrıca aradan bir hafta geçmesine rağmen öğrencilerin bir önceki etkinlikte *oluşturdukları* silindirin yüzey alanı bilgisini bu etkinlikte *kullanarak pekiştirdikleri* de görülmektedir.

Küp Probleminde bir küpün içine yerleştirilebilecek en büyük silindirin yüzey alanının ne olabileceği sorularak öğrencilerin bilgilerini *pekiştirmeleri* beklenmiştir. Kadir ilk başta küpün özelliklerini *tanyamamıştır*. Bu da küpün tanımını tam bilmediği veya ezberci yaklaşımla öğrendiğini gösterebilir. Daha sonra Erkan ve Seda'nın küpün özelliklerini *tanyıp kullanarak* Kadir'in yanılığını düzelttikleri görülmüştür.

Bu araştırma sonucunda yeni bir yapı oluşturmak için tanıma ve kullanma eylemlerinin gerekli olduğu görülmektedir. Ayrıca önceden oluşturulan eylemin tekrar kullanılmasıyla da pekiştirme eylemi ortaya çıkmaktadır. Bu epistemik eylemler soyutlama sürecinde sıralı değil de içiçe geçmiş halde bulunurlar. Nitekim çalışmanın bulgularında tanıma eyleminin kullanma ve oluşturma eylemleri ile içiçe olduğu gözlemlenmiştir. Bu yüzden tanıma eyleminin soyutlama sürecinin temel yapı taşı olduğu söylenebilir. Bu sonuç, Hershkowitz vd. (2007), Yeşildere (2006) ve Kaplan ve Açıl'ın (2015) ortaya koyduğu sonuçlarla örtüşmektedir. Bu çalışmada silindirin yüzey alanı kazanımına yönelik öğrencilerin soyutlama süreçleri incelenmiştir. İleride yapılacak olan çalışmalara, farklı konularda ve daha fazla gruplarla çalışılması önerilmektedir. Ayrıca bu çalışmada düşük matematik başarısına sahip olan Kadir isimli öğrencinin, soyutlama sürecine aktif olarak katılmadığı, fikir yürütemediği görülmüştür. Soyutlama sürecinin incelenmesi için öğrencinin matematik bilgisinin belli bir seviyede olması gerektiği söylenebilir. Bu yüzden soyutlama süreçleri incelenecek öğrencilerin matematik bilgisinin orta ve üst düzeyde olmasına dikkat edilmelidir.

Kaynakça

- Alkış-Küçükaydın, M. ve Gökbulut, Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 2(1), 102-117.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A., Hızarcı, S. ve Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 10, 4-24.
- Davydov, V. V. (1990). *Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in instruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula.* (J. Teller, Çev.) Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics (Orjinal çalışma basım tarihi 1972).
- Dienes, Z., P. (1967). On abstraction and generalization. *Harvard Educational Review*, 31, 281-301.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. ve Schwarz, B. (2001). Abstraction in context: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Dreyfus, T. ve Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model.* <http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf> adresinden, 12.11.2014 tarihinde alınmıştır.
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri.* Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- Hershkowitz, R., Hadas, N. & Dreyfus, T. (2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. Novatha, J., Moraova, H., Kratka, M. & Stehlikova, N (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (297-304). Prague : PME.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T. & Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's shared knowledge. *Mathematics Education Research*, 19(2), 41-68.
- Kaplan, A. ve Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 130-153.

- Memnun- Sezgin, D. Ve Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 171-200.
- Merriam, S. B. (2013). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (S. Turan, Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 233-258.
- Olkun, S. ve Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? Neyi sorgular? Örnek geometri soruları ve etkinlikler, *İlköğretim Online*, 2(1), 28-35.
- Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Ankara: Sempati Yayınları.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Türk Dil Kurumu (TDK) Sözlüğü. www.tdk.gov.tr adresinden 10.07.2016 tarihinde indirilmiştir.
- Van de Walle JA, Karp KS & Bay- Williams FM. (2010). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. 7th Edition. New York: Allyn and Bacon.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5.b.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Abstract

As every subject in mathematics is connected to the previous subject, mathematics teachers should help students to acquire an awareness of mathematical notions and the relationships between them. These associations between mathematical structures should be developed for abstraction to occur (Pesen, 2008). Abstraction is widely used in numerous fields including mathematics education. It is concerned with student worksheets, tools and materials, as well as, the past experiences of the students and teachers (Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001). Hershkowitz et al. (2001) defined abstraction as “an activity of vertically reorganizing previously constructed mathematics into a new mathematical structure.” The term “activity” in this sentence refers to the activity theory. The second term, “previously constructed mathematics,” cites two points: 1) The results of the previous abstraction can be used in the currently studied abstraction activity; 2) The currently studied activity begins from the initial form of the abstraction (Davydov, 1990). “Reorganization into a new structure” implies mathematical connections containing highly mathematical structures such as making a new hypothesis and reinventing a mathematical generalization, a proof, or

a new strategy for solving a problem (Hershkowitz et al., 2001). The term “vertical” was borrowed from Realistic Mathematics Education, which mentions horizontal and vertical mathematization. Horizontal mathematization indicates the relationships between non-mathematical situations and mathematical ideas whereas vertical mathematization is a more abstract and formal form where mathematical elements are structured, organized and developed (Hershkowitz et al., 2001). Abstraction comprises three epistemic actions: *Recognizing*, *Building-with* and *Constructing*, shortly named RBC. *Recognizing* is the student’s recognition of the natural structure in the given mathematical case. The *building-with* process involves finding a valid solution to the given problem by making use of the available knowledge structure. *Construction* is the most important of these three epistemic actions. People generally construct new strategies, concepts and methods (Hershkowitz et al., 2007). According to Ohlsson and Lehtiren (1997), abstraction requires theoretical thinking and vertical reorganization. In their study, Dreyfus, Hadas, Hershkowitz and Schwarz (2006) investigated the nested constructing and consolidation processes. The study aimed to identify the mechanisms necessary to the students studying as a group the abstraction process regarding the subject of probability for consolidation knowledge constructs. Three mechanism were identified through indicative epistemic actions: Consolidation during building-with the construct, consolidation during reflecting on the construct, and consolidation during the recognition of the appropriate construct to be used in the next abstraction process. Due to the strong connection between the constructing and consolidation processes, the RBC model has been modified to RBC+C with the inclusion of the consolidation process.

This study aimed to investigate the process of knowledge constructing in students with different levels of academic achievement for the construction of the formula for the surface area of a right circular cylinder. Therefore, the case study model, a qualitative research method, was employed in the study. This study was conducted with the participation of four students attending the 7th Grade in a state school located in Sivas city center in the spring semester of the 2014-2015 school year. These four students were selected through maximum variation sampling. In accordance with the opinion of their mathematics teacher, the student selection criteria were voluntary participation in the study, not refraining from expressing their opinions and having mathematics class written examination score averages representative of high (100-95), good (90-80), moderate (75-60) and poor (55-40) levels.

This study utilizes three group studies developed for the “Constructs the surface area formula of a right circular cylinder” and “Solves problems on the surface area of a right circular cylinder” achievements under the 7th Grade assessment unit as the data collection instruments. In Group Study 1, the students are expected to *recognize* and *build-with* the knowledge that the surface of a cylinder consists of two circles and a rectangle, to calculate the areas of the circle and the rectangle separately, and to *recognize*, *build-with* and *consolidate* the knowledge that the arc length of the circle

is equal to the length of one side of the rectangle. Thus, the students accomplish the construction of the surface area formula of a right circular cylinder. In Group Study 2, the students were asked to calculate the radius of a right cylinder formed by rotating a rectangle 360° around a line by thinking spatially, thus *recognizing*, *building-with* and *consolidation* previously learned knowledge. Finally, in Group Study 3, they were asked to calculate the surface area of the largest cylinder that could be fitted into a cube by calculating its radius and height, expecting the students to *recognize* and *build-with* the properties of a cube and to *consolidate* the surface area formula of a cylinder. In data analysis, the video camera records were transcribed and a descriptive analysis was carried out according to the Recognizing, Building-with, Constructing and Consolidation categories of the RBC+C model.

The statements of the students reveal their *recognition* of the geometric shapes that constitute a cylinder. Erkan's realization that one side of the rectangle and the arc length of the circle were equal showed that his knowledge encompassed *recognizing*, *building-with* and *constructing*. In addition, he also made a significant contribution to the sharing of knowledge by suggesting this idea. Other students in the group *constructed* the relationship between the arc length of the circle and the length of one side of the rectangle from Erkan's statement. Group Study 2 indicated that the students *consolidated* their knowledge of the surface area of a cylinder they had *constructed* in the previous activity by *building-with* it in this activity. In Group Study 3, Kadir *constructed* and internalized the surface area formula of a cylinder.

In the study, the students *recognized* the geometric shapes constituting a cylinder and *constructed* the knowledge that the areas of these figures made up the surface area of a cylinder when calculated separately. They *constructed* the knowledge on their own, as a group and without any external assistance, and thus achieved group interaction by transferring their own knowledge to each other. Although Kadir chose to remain silent in the first question, in the last question, he demonstrated that he had *constructed* the subject in his own mind through peer learning, which is a clear example of knowledge sharing from the individual to the group.