

ÖĞRENME EĞRİLERİ FORMÜLASYONU: PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİ ve MALİYET FONKSİYONLARI

Recep GÜNEŞ*

Özet: Üretim yönetimi işlemlerinde, tarihsel maliyet bilgileri işletmelerin kapasite, işgücü, hammadde kullanımları gibi bir çok alanlarının planlamalarında kullanılırlar. Tipik olarak öğrenme eğrileri de, üretim maliyeti ile kümülatif üretim çıktıları arasında öğrenmeye bağlı olarak ortaya çıkan etkileri gösteren bir konudur. Bu nedenle, öğrenme eğrileri de işletmelerde üretim, planlama ve kontrol modeli olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada, öğrenme eğrilerinde tahmin edilmesi gereken parametrelerin, çeşitli yol veya metotlar kullanılarak tek mamul üretim ortamında, parametreler tahmin yöntemleri ortaya konulmaya çalışılmıştır.

İşletmelerde tüm ekonomik kararlar geleceğe yönelik olarak planlanır. Ekonomik konuda karar veren yöneticiler şimdiden geleceği bilemeyeceklerinden, gelecek ile ilgili tahminleri bir dereceye kadar geçmiş verilere dayandırmak zorundadırlar.

I.Giriş

Üretim yönetiminde tarihsel (geçmişe dayalı) maliyet bilgileri genellikle ileriye dönük olarak kapasite, işgücü ihtiyacı, hammadde kullanımı ve diğer üretim kaynaklarının planlanmasında kullanılır. Yöneticiler tarihsel bilgileri, maliyet projeksiyonlarının başarısı açısından planlama ve kontrol amaçlı olarak kullanırlar. Üretimde, planlanan dönemler süresince verimlilik konusunda gelişme beklendiğinde, öğrenme eğrilerinin kullanımı gelecekteki maliyet veya kaynak ihtiyacının belirlenmesinde önerilen bir konudur¹.

II.Öğrenme Eğrisi

Öğrenme olgusu genellikle, bir birim mamul üretimi için geçerli olan ortalama zamanın, kümülatif üretim miktarı iki katına çıktığında sabit bir oranda azalması olarak tanımlanır². Bu tanımdaki temel varsayım, üretimin başlangıç aşamasından sonra, üretim faktörlerinin bazılarının birbiri arasındaki uyumun gelişmesi olarak kabul edilir. Faaliyet hacmine bağlı olarak değişken gider kabul edilen direkt işçilik, direkt hammadde ve değişken genel üretim

* Doç.Dr. İnönü Üniversitesi İİBF., İşletme Bölümü

¹ - Simunt, Timonby.L. "A comparison of learning curve analysis and moving average ratio analysis for detailed operational planning". Decision Science, cilt ,17 ,1986 s. 475-495

²-Chen, T.J. "Modeling learning curve learning complementarity for resource allocation and production scheduling". Decision Science, cilt ,1 , s. 170-186

giderinin karakteristik özellikleri ile yönetici ve işçilerin işe uyumu öğrenme faktörünü ortaya çıkarır. Thomas bu uyumu aşağıdaki şekilde ifade etmiştir³.

- Üretim işlemlerinin tekrarlanması ile işçilerin işe alışması,
- Genel olarak koordinasyon, iş organizasyonu ve mühendislik ilişkilerinin gelişmesi,
- Alt birimlerde daha etkili ve verimli üretim süreci geliştirme,
- Daha etkili hammadde temininin geliştirilmesi,
- Daha etkili ve verimli araçların geliştirilmesidir.

Bu maddelere bakıldığında öğrenme, işletme organizasyonunun üretim yönetimi açısından, işlemlerin tekrarlanmasından elde edilen etkinliğin gelişmesi olarak ortaya çıkar. Çünkü, insanın doğası olarak, organizasyonda yaptığı işlemler tekrarlandıkça bu işlemler kolaylaşacak ve öğrenme olgusu ortaya çıkacaktır.

Tipik olarak öğrenme çrisi, üretim maliyeti/zamanı ile öğrenme etkisine bağlı olarak kümülatif çıktı arasındaki ilişkiyi ifade eder. Bu ifade;

$$Y = aX^b \quad (1)$$

şeklinde formülle edilmektedir.

Burada;

Y= Kümülatif olarak ortalama işçilik giderleri veya zamanı,

a= Başlangıç üretimi için belirlenen veya tahmin edilen direkt işçilik giderleri veya süresi,

b= Öğrenme rasyosu, olarak ifade edilir.

Yukarıdaki denklemin logaritması alındığında, fonksiyon, logaritmik fonksiyon halini alır ve eğrisel fonksiyon olarak gözüken (1) no'lu denklem, logaritma fonksiyonu açısından lineer olarak ortaya çıkar.

Öğrenme eğrilerinin en önemli varsayımlarından birisi, gider veya zamanın sabit bir şekilde azalması için üretim miktarının iki katına çıkması gerekmesidir. Bu varsayıma göre;

$$Y_1 = a_1^b \text{ ve } Y_2 = a_2^b \text{ olduğunda ve her iki denkleme oranladığımızda;}$$

³ -Gulledge, Thomas R. "Production rate, learning and program cost: Survey and bibliography". Engineering Cost and Production Economics, Cilt 11, 1987 s.223-236

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2^b}{a_1^b} = 2^b$$

olacaktır. Bu denklemi genelleştirdiğimizde;

olarak ifade edilebilir. Burada değeri üretimi iki katına çıkarmak için birim başına gerekli olan zaman diliminin oransal ifadesi olarak tanımlanır⁴. Diğer bir ifade ile öğrenme faktörünü ifade etmektedir. Denklem 2'nin logaritması alınarak s cinsinden çözüldüğünde;

olacaktır. b öğrenme rasyosu veya öğrenme üssü olarak tanımlanır ve bu değer -1 ile 0 (sıfır) arasında bir değerdir⁵. ve b değeri arasındaki ilişki tablo 1 de özetlenmiştir.

Tablo: 1 *s ve s Arasındaki İlişki*

<i>s</i>	<i>s</i> · Log / Log2
1.00	0.000
0.95	-0.074
0.90	-0.152
0.80	-0.234
0.80	-0.301
0.75	-0.415
0.70	-0.515
0.65	-0.621
0.60	-0.73
0.55	-0.861
0.50	-1.000

Kaynak: Ostwald, P.F. Cost Estimating s.210

III. İşletmelerde Öğrenmeye Konu Olan İşlemler

Bir işletmede her bir üretim aşamaları öğrenme etkisine konu olmayabilir veya öğrenme teorisinin varsayımlarına uygunluk göstermeyebilir. Öğrenme etkisine konu olan faaliyetleri kar planlaması ve üretim kontrolü içerisinde, üretim ile ilgili giderler olarak kabul edebiliriz. Bu faaliyetleri genel bir sınıflandırma içerisinde değerlendirdiğimizde;

1- Öğrenmeye konu olan faaliyetler genellikle daha önce yapılmış veya mevcut üretim sistemi ile üretilmemişlerdir. Öteden beri süre gelen üretim faaliyetleri öğrenme eğrisine konu değildir.

⁴- Ostwald, P.F. Cost Estimating, 2.ci baskı, Prentice Hall inc. New Jersey, 1989 s.210

⁵- Chen, T.J. a.g.m. s. 170-186. Ostwald, P.F. a.g.k s.210

2-Faaliyet : Yeni işçi , yeni işveren veya faaliyete alışık olmayan çalışanlar tarafından yapılan faaliyetlerdir. Her hangi bir üretim faaliyeti işletme tarafından uzun süreden beri yapılıyorsa öğrenmeye konu olmayacaktır.

3- Mamul üretiminde kullanılan hammadde ve malzeme, işletmede dana önce herhangi bir mamulde veya modelde kullanılmadığı taktirde öğrenme faktörü içerisine girebilir. Eğer hammadde malzeme düzenli bir şekilde kullanılıyor ise öğrenmeye konu değildir.

4- Üretimin süresi kısa süreli ise, üretim öğrenmeye konu değildir, ancak bunun tersine üretim süresi uzun süreli olan işlemler öğrenmeye konu olmaktadır.

Genel olarak öğrenme faktörüne konu olan işlemleri özetlediğimizde, ilgili üretimin önceden yapılıp yapılmadığı, üretimin süresi ve hammaddenin önceden kullanılıp kullanılmamasının önem kazandığı görülmektedir. Bu değerlerle işletmede yönetimin üretim-yönetim ve kontrol konularında, üretilecek mamul hakkındaki bilgi ve deneyimlerde önem kazanmaktadır. Belirtilen konularda deneyimli bir yönetim, üretim süresinin ve maliyetlerinin azalmasına neden olabilir.

IV.Öğrenme Eğrisi Parametrelerinin Hesaplama Yöntemleri

Geleneksel olarak tek değişkenli öğrenme eğrileri üretim maliyeti veya üretim zamanı gibi bağımlı değişken ile kümülatif üretim çıktısı gibi bağımsız değişkenler üzerinde yoğunlaşmaktadır. Öğrenme eğrileri üzerine yayınlanan ilk yayınlardan⁶ günümüze kadar bir çok tek değişkenli modeller türetilmiştir⁷. Bu modellerden bir çoğu genellikle iktisat ilmi ile ilgili konuları kapsadığından geniş olarak burada değinilmeyecektir. Ancak, öğrenme eğrisi fonksiyonu içerisindeki parametrelerin hesaplanmasında kullanılan yöntemler kısa da olsa açıklanmağa çalışılacaktır.

Öğrenme eğrilerinin kullanılmasında en önemli problem a ve b parametrelerinin tahmin edilebilmesidir. a parametresinin hesaplanması : (1) İlk üretim üretilmiş ise bu parametre doğrudan tarihsel verilerden elde edilebilir, (2)çeşitli istatistik ve matematik teknikler kullanılarak tahmin edilebilir, (3) veya mühendislik (analitik) yöntem sonucu hesaplanabilir⁸. Ancak, a ve b parametrelerinin tahmin edilmesinde bir çok güçlüklerin var olduğu ortadadır. Çeşitli yöntemlerin ortaya çıkardığı hata payları veya

⁶ - Wright, T.P. "Factor affecting the cost of airplanes", Journal of Aeronautical Sciences, February, 1936 s. 122-128

⁷ - Geniş bilgi için bakınız Badiru, A.B. " Computational survey of univariate and multivariate learning curve models". IEEE Transaction Engineering Management, cilt 38, sayı 2, mayıs 1992, s. 176-188

⁸ - Mühendislik yöntemi için bakınız: Büyükmirza K. Maliyet ve Yönetim Muhasebesi, Genişletilmiş 4. baskı. 72 TDFO Ltd. Şti. Ankara, 1995, s.306-311)

Billion'un⁹ ileri sürdüğü gibi benzer işletmelerin öğrenme faktörleri, ilgili işletmenin parametreleri olarak kabul edilmesi, finansal planlama ve karar vermede önemli ölçüde hatalara neden olabilir. Maliyet tahminleri genellikle ilk üretimden önce veya devam eden üretimlerde üretilecek mamullerden önce tahmin edilir. Bu durumda ilk üretimin maliyeti veya zamanının yanlış tahmin edilmesi, gelecekte üretilecek üretim maliyet veya zamanının yanlış tahmin edilmesine neden olacaktır¹⁰.

Maliyet tahminleri genellikle ilk üretimden veya devam eden üretim süreçlerinde üretime başlanmadan önce yapılmak zorunda olduğundan üretimin ilk girdi miktarı veya diğer bir ifade ile a parametresi doğru tahmin edilmeyebilir¹¹. Parametrelerinin tahmini için kullanılan yöntemler aşağıda açıklanacaktır.

V.Yeni Açılan Üretim Süreci Aynı Öğrenme Oranının Kullanılması

Benzer üretimlerde aynı öğrenme faktörünün kullanılması, aynı tür mamullerin aynı üretim süreci ile üretileceği varsayımına dayanmaktadır. Bu nedenle b parametresinin hesaplanmasında, daha önce benzer mamul üreten işletmelerin b parametresi doğrudan kullanılır. Bu varsayımda, üretimler aynı tür olsa dahi, farklı işletmelerdeki farklı yönetim biçimi, üretim teknolojisi ve üretim faktörlerinin üretim maliyeti üzerindeki etkileri dikkate alınmamaktadır. Yapılan deneysel sonuçlar da bu yöntemin varsayımlarının birbirleri ile çatıştığını ortaya çıkarmıştır¹². Örneğin, her ne kadar direkt hammadde malzemenin öğrenmeye karşı hassas olmadığı düşünülse de¹³ işletmeler arasındaki finansal yapının farklı oluşu, satın alma işlemlerinde nakit sıkıntısı çeken işletmelerin diğer işletmelere nazaran öğrenme açısından daha az etkili olurlar. Bu nedenle işletmelerde en azından üretim süreçleri birbirinden farklı olacağından bir işletmede hesaplanan öğrenme faktörü diğer işletmelerde kullanılamaz. Ancak, genel olarak bir çok işletme tarafından %80 öğrenme faktörü geniş olarak kullanıldığı ortaya çıkarılmıştır¹⁴. a değerinin , ilk tahmin edilmesinde bazı yöntemler geliştirilebilir. Örneğin standart maliyet sistemi

⁹ - Billion, S.A. "Industrial learning curve and forecasting". Management International Review, 1966 s.65-79

¹⁰ - Woody, M.L. "Simulating learning curve parameter for managerial planning and control". Accounting and Business Research. Bahar, 1982 s.141-147

¹¹ - Summers, E.L.; Welsh, A.G. "How learning curve models can be applied to profit planning", Accounting for Managerial Decision Making içinde Editör: Jhon W. Buckley, Meanwhile Publishing Company Los Angeles s.164

¹² - Bakınız: Asher, Harold. Cost Quality Relationship in the Airframe Industry, (R 29) The Rand Corporation, 1965.

¹³ - Drury, Colin. Management and Cost Accounting, Chapman and Hall Ltd. London, 1988. s.639

¹⁴ - Summers E.L.; Welch, A.G. a.g.m. s. 160

uygulayan işletmeler veya bütçe yetkilileri ve üretim mühendisleri a değerini kolayca tahmin edebilirler.

VI. Benzer Faaliyetler İçin Aynı Öğrenme Faktörünün Kullanılması

Uçak üretimi endüstrisinde işçilik giderlerinin öğrenme faktörü %80 olarak bulunmuştur. Bu oran aynı tür üretimde kullanılabilceği gibi bütün faaliyetlerde bu oranın kullanılması uygun olacağı savunulmaktadır. Bu oran genellikle %80 olarak kabul edilmesine rağmen %60- 85 arasında değiştiği görülmektedir¹⁵. Bu yaklaşımda da benzer üretim faaliyetlerinde aynı öğrenme faktörü kullanılmaktadır. Buradaki varsayım benzer üretimler aynı öğrenme çevresine sahip olduğu varsayımdır. Bu yaklaşımın en önemli dezavantajı, farklı üretim işletmelerinde işçi karması, hammadde kullanımı, yönetim anlayışı ve diğer üretim faktörlerinin öğrenme eğrisini önemli ölçüde etkilemesidir.

VII. İki Nokta Yaklaşımı

İki nokta yaklaşımı üretim sürecindeki gözlemlenen iki noktayı dikkate alarak a ve b parametrelerin tahmin edilmesi yaklaşımıdır. Yaklaşımın bu özelliği ve öğrenme eğrisinin iç bükey şeklinde olmasından dolayı, sistemin içindeki diğer gözlemleri dikkate almadığı için doğru sonuçlar vermez. Öte yandan, sermaye bütçelenmesi analizleri, iç verimlilik veya projenin net şimdiki değer hesaplamaları gibi, projenin başlangıç safhasında hesaplanması gereken veriler olduğunda, öğrenme parametreleri, proje öncesi tahmin edilmek zorundadır. Bu durumda bu yaklaşımın fazla uygulama alanı bulunmamaktadır.

VIII. Parametre Model Yaklaşımı

Asher ve Baloff öğrenme eğrileri modeli parametrelerinin tahmin edilmesinde alternatif olarak parametre yaklaşımını önermektedirler. Her iki yazar uçak ve gemi endüstrisinde yapmış oldukları deneysel çalışmalarını sonucunda a ile b arasında negatif bir ilişkinin olduğunu ortaya koymuşlardır¹⁶. Bu modelde basit regrasyon analizi kurularak;

$$\text{Log} b = \text{Log} m + n \text{Log} a$$

şeklinde bir denklem oluşturmuşlardır. Bu denklem sonucu olarak m ve n sabit sayısı aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi sırasıyla 0.3457 ve -0.2207 olarak bulunmuştur. Bu modelde, yeni başlanan veya devam eden bir üretimin a değeri bilindiğinde b değeri kolayca hesaplanabilecektir.

¹⁵- Imhoff, A.E. " The learning Curve and its application", Management Accounting, February, 1978 s.44-46

¹⁶- Bu konu için bakınız: Asher, H. a.g.e. ve Baloff, M. " Estimating the parameters of the start up model - An empirical approach", Journal of Industrial Engineering, Nisan, 1967, s.248-253

Tablo :Regrasyon Sonuçları

Gözlem Sayısı	$\frac{m}{n}$	$\frac{n}{r}$	$\frac{r}{t}$	t sayısı
17	0.3457	-0.2207	0.883	7.27

Baloff ve Asher her endüstride m ve n değerleri olacağını gözlemiş ve böylece her bir endüstri için bu değerlerin ayrıca hesaplanmasını önermektedirler. m ve n parametreleri, a ve b parametrelerinin geçmiş verilerinin regrasyon analizi ile hesaplanır.

Yalnız, yukarıdaki tablolar 17 gözlem sonucunda elde edilen sonuçlardır. 20 gözlem sonucunda yapılan regrasyon analizinde $n = -0.30$ ve $m = 0.0392$ olarak belirlenmiştir. Bu deneylerin sonucu olarak öğrenme eğrisi denklemindeki a ve b parametreleri arasındaki ilişki var olduğu ortaya çıkmışsa da, bu ilişki endüstriden endüstriye değiştiği görülmektedir. Burada hemen belirtelim ki yaklaşımın anlamı ve uygulanabilirliği modeldeki a ve b arasındaki ilişkiye ve a parametresinin pratikte doğru tahmin edilmesine bağlıdır.

Parametre modeli yaklaşımında b parametresinin tahmin edilmesinde üç önemli basamak vardır¹⁷. Bunlar; (1) a ve b'nin gözlenen verilerinden bir regrasyon modeli için denklem türetmek, (2) a değerini yeni proje veya mevcut üretim sisteminden tahmin etmek, (3) 1 ve 2. basamaklardan faydalanarak b'yi tahmin etmek. Görüldüğü gibi 1. ve 2. basamaklarda belirli bir düzeyde belirsizlik ve risk bulunmaktadır. Dolayısıyla 1 ve 2'den gelen belirsizlik 3.cü basamakta tahmin edilen b parametresini etkilemektedir. Aşağıdaki tartışma her basamakta ortaya çıkan belirsizlikleri açıklayacaktır.

1. Basamakta tahmin denklemi gerçek fonksiyonu temsil etmeyen gözlenmiş datalardan fakat tahmin edilen fonksiyon a ve b arasındaki ilişkilerden ortaya çıkarılır. Bundan dolayı her bir örnekleme istatistiğinde olduğu gibi sapmalara maruz kalır. Bunun bir sonucu olarak, b'nin önceden belirlenen fonksiyona göre tahmin edilmesi sapmalardaki değişmelere neden olabilir. Sapmaların belirlenmesi regrasyon analizinde standart hatanın belirlenmesidir. 2.ci basamakta a önceden bilinmediği için a değeri tahmin edilir. a'nın gelecekteki proje veya işlemler için tahmin edilmesi açıkça bir belirsizliği ortaya çıkarır. 3.cü basamakta, b, a'nın bir fonksiyon olarak tanımlandığında, b'deki beklenen değişimler hem 1.ci basamak hem de 2.ci basamak sonuçlarından etkilenmektedir. Öğrenme etkisi $y = ax^b$ şeklinde tanımlandığında, y değişkeninin sonuçları, a ve x^b gibi iki tesadüfi değişkene bağlı olduğunda Y de bir tesadüfi değişken olarak ortaya çıkacaktır.

¹⁷ - Woody, M.L. a.g.m. s.143

IX.Regrasyon Modeli

Regrasyon Modeli bir çok istatistiksel yöntemlerde kullanıldığı gibi öğrenme eğrisinin parametrelerinin tahmin edilmesinde de kullanılmaktadır. Üretim de geçmiş deneyimlerin veya tarihsel bilgilerin regrasyon analizi yardımı ile a ve b parametreleri tahmin edilir. Ancak, bir üstel fonksiyon olan öğrenme eğrisi fonksiyonu logaritma tabanında logaritmik fonksiyona dönüştürülmesi gerekir. Buna göre;

$Y=ax^b$ fonksiyonu, $\log y = \log a + \log x$ şeklinde olacaktır. Buradan, regresyon denklemini sonucu olarak;

$$\log a = \frac{\sum (\log x)^2 \sum \log y - \sum \log x \sum (\log x \log y)}{n \sum (\log x)^2 - (\sum \log x)^2}$$

$$\log b = \frac{n \log x \log y - \sum \log x \log y}{n \sum (\log x)^2 - (\sum \log x)^2}$$

[M&MN]formülleri ile hesaplanır.

X.Simülasyon Yaklaşımı

Özellikle planlama ve kontrol açısından Y değerinin tahmin edilmesinde olasılık yaklaşımı önerilen bir model olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yöntemin önerilmesinin nedeni, a ve b değerlerinin tesadüfi değerler ile açıklanmış olmasıdır. Yöntemde bir çok istatistiksel analizler ve olasılık yaklaşımları kullanılarak, a parametresinin belirlenmesini tek bir değişkene bağımlı olmayı ortadan kaldırılır. Belirlenen a parametresinden hareket edilerek yine regrasyon analizleri yardımı ile b değeri hesaplanabilecektir. Bu açıklamaları sırası ile maddeler haline dönüştürdüğümüzde;

1- a ve b'nin geçmiş verilerine veya gözlenen değerlerine dayalı olarak b için bir regrasyon denklemini oluşturulur.

2- a parametresi için, a'nın istatistiksel dağılımına dayalı olarak tesadüfi sayılar oluşturulur.

3- 2.ci maddede ortaya atılan her bir a değerine göre 1.deki ortaya çıkarılan denklem yardımı ile b değeri tahmin edilir.

4- Bu tahmin edilen değerler ile istatistiksel analizler kullanılarak standart sapma tahmin edilir, ve;

5- Hesaplanan a ve b değerleri ile öğrenme fonksiyonu olan $Y = aX^b$ fonksiyonu elde edilir.

Konuyu açıklayabilmede kolaylık sağlayabilmek için bir örnek üzerinde anlatım yapmak daha yararlı olacaktır. Örneğin, işletmede 7300 \$ satın alınabilecek bir yarı mamulün aşağıdaki verilerle üretme veya satın alma

kararının nasıl olacağı tartışılmıştır. Mamulün işletmede üretilmesi halinde yapılacak giderler aşağıdaki gibidir.

Hammadde ve Malzeme	= 3500 \$/birim
Direkt İşçilik	= 10\$/DİS
G.Ü.G*	= 8\$/DİS
Fırsat Maliyeti	= 4\$/DİS

İşletmede yapılan mühendislik çalışmalarında ilk üretim normal sınırlar içerisinde 600 saatte verileceği ve 30 DİS sapma olacağı tahmin edilmektedir.

Öğrenme eğrisi fonksiyonundaki b değeri ise, yukarıda belirtildiği gibi a ve b arasında ilişkiden ve regrasyon analizleri sonucunda 0.267 olduğu hesaplanmıştır. İşletmenin ihtiyacı olan 120 birimlik yarı mamul için işletmede olasılık dağılımları geliştirilerek bu tablonun aşağıda gibi olduğu varsayılmıştır.

Tablo : 3 Üretim Yapılaşması Durumunda Maliyet Dağılımı, Sıklığı Ve Kümülatif Sıklığı

aralık \$	Sıklık	Kümülatif Sıklık	Kümülatif olasılık
<786.000	26	26	0.0026
786.001-801.000	229	225	0.0255
801.001-816.000	313	586	0.0586
816.001-831.000	865	1433	0.1433
831.001-846.000	1100	2533	0.2533
846.001-861.000	1536	4069	0.4069
861.001-876.000	2162	6231	0.6231
876.001-891.000	1549	7780	0.7780
891.001-906.000	1261	9041	0.9041
906.001-921.000	620	9661	0.9661
>921.000	339	10000	1.000

Tablodan hesaplanacağı gibi ortalama maliyet 865.213 ve standart sapma 30.860 \$ olarak hesaplanır

Yarı mamulün satın alma fiyatı;

120 birim x 7300 \$/birim= 876.000 \$ dir.

Yarı mamullerin üretim maliyeti ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

Direkt Hammadde 3500\$ x 120 birim = 420.000

Diğer Giderler 600(120)^{1+(-0.267)} x 22 = 441.178

Toplam 861.178 \$

*

Genel üretim giderlerinin direkt işçilik saati başına standart maliyeti

Satın alma maliyetini tablodaki üretim maliyetleri ile karşılaştırıldığında, üretim maliyetlerinin satın alma maliyetine göre 37.69 % (1-0.6321) fazla olma olasılığı bulunmaktadır. Diğer bir ifade ile satın almanın üretim maliyetine eşit olma olasılığı %62.31 olacaktır.

Hesaplanan standart sapmayı risk unsuru olarak göz önüne aldığımızda, üretim maliyeti 865.213 (Artı - Eksisi) 30.860 (834.353 < Y < 896.073) aralığında ortaya çıkacaktır. Buna göre üretim maliyetinin 846.000 \$'dan küçük olma olasılığı %25.33 ve 906.000\$ dan büyük olma olasılığı % 9.59 olarak hesaplanır. Şüphesiz üretme veya satın alma kararları yönetimin riske karşı davranışına bağlı olacaktır.

Tek nokta yaklaşımına karşı Simülasyon yönteminin avantajları,

Simülasyon yaklaşımı model parametrelerinin tahmininde belirsizliği ve olasılık dağılımlarını göz önüne alır. Bundan önceki bölümde belirtildiği gibi, tek nokta yaklaşımı sadece üretim maliyetlerinde tek bir değer belirler. Tek nokta yaklaşımında satın alma veya üretme kararları satın alma maliyeti ile tek bir tahmin edilen üretim maliyeti ile ilgilidir. Bir çok durumlarda bu yaklaşım, üretim maliyetlerindeki potansiyel değişmeyi göz önüne almadığı için yanlış bilgilendirmeye neden olabilir. Simülasyon yaklaşımı mamullerin maliyetlerinin olasılık dağılımlarını verir ve üretim maliyetlerindeki değişebilirliği göz önüne alır. Bu yaklaşımda satın alma ve üretme kararları, üretilen malların maliyetlerinin olasılık dağılımları ile yönetimin riske karşı davranışları karşılaştırılarak karar verilir.

Tek nokta yaklaşımındaki problem bir çok nokta varken sadece tek bir noktayı göz önüne almasıdır. Simülasyon yaklaşımı yöneticiye ek bilgiler sağlayacağından ve riske karşı anlamlı bilgiler vereceğinden yönetim kararlarında daha fazla kullanılmalıdır.

Sonuç olarak, öğrenme faktörü işletmelerin üretim planlaması ve kontrolü açısından önemli ölçüde kullanılabilirlik özelliğine sahip bir yöntem olduğu ortadadır. Yöntemin kullanılmasında en önemli problem parametreleri doğru bir şekilde tahmin edilmesinde ortaya çıkmaktadır. Tek nokta yaklaşımı olarak genelleştirdiğimiz doğru üzerindeki noktalardan hareket ederek parametrelerin tahmini, belirsizlik ve riski göz önüne almamasına rağmen, pratikte sıkça kullanıldığı literatür çalışmalarından anlaşılmaktadır. Ancak, risk ve belirsizlik bir çok yönetim kararlarında önemli problemlerden birisidir.

XI.Öğrenme Eğrisi Varsayımları Altında Üretim Maliyet Fonksiyonları

Genel anlamda öğrenme eğrisi literatüründe maliyet fonksiyonları x_i ci üretimin maliyeti veya üretim zamanı üzerine yoğunlaşmış olmasından dolayı zaman veya maliyet ilişkileri birim açısından ele alınmıştır. Birim açısından öğrenme eğrisinin matematik fonksiyonu $Y_i = a X_i^b$ şeklinde ifade edildiği daha önce belirtilmişti. Yani; X_i inci üretimin birim üretim zamanını veya

maliyeti Y_i değeri ile açıklanmaktadır. Burada, daha önce de belirtildiği gibi Y_i , X_i üretimin kümülatif işçilik giderleri veya zamanı; a ilk üretimin işçilik zamanı veya üretim maliyeti, b ise öğrenme üssü olarak bilinir ve $b -1$ ila 0 değerleri arasında değişmektedir.

Geleneksel lineer logaritmik fonksiyonlarda maliyet denklemleri "ortalama maliyet modeli" ve "birim maliyet modeli" olarak iki popüler matematiksel model bulunmaktadır¹⁸. Her iki model üzerinde yapılan matematiksel işlemlerde maliyet fonksiyonlarının, dolayısıyla hesaplanan maliyetlerin toplam ve birim açısından farklı olduğu ortaya çıkmaktadır. Bunun nedeni, kümülatif ortalama maliyetlerde, X inci üretime kadar toplam maliyetlerin toplam üretim miktarına bölünmesi ile hesaplanan X .ci üretimin ortalama maliyeti, üretimin maliyetinin ortalama değerlerinden hareket edilerek hesaplanmasıdır. Birim maliyet modelinde, her bir üretimin birim maliyeti spesifik X_i .ci üretim maliyeti olarak fonksiyonlardan hesaplama yoluyla elde edilir. Bu nedenle her iki modelde farklı maliyet ortaya çıkmaktadır. Daha ileride de görüleceği gibi üretim miktarının 20 veya 30 birimin altında olduğu zaman maliyet fonksiyonları farklı eğimde, bu üretim miktarların üzerinde ise birbirine paralel duruma gelmektedir. Her iki modeldeki maliyet fonksiyonları aşağıda tartışılmıştır.

XII.Ortalama Maliyet Modelinde Maliyet Fonksiyonu

Ortalama maliyet modeli birim maliyet modelinden daha popüler olan bir modeldir. Bu modelde, kümülatif ortalama birim maliyet ile kümülatif üretim hacmi arasındaki ilişki açıklanmaktadır. Bu ilişki, daha öncede belirtildiği gibi, üretim hacmi iki katına çıktığında, ortalama kümülatif birim maliyet/zaman azalmaktadır. Bu modelde birim maliyet;

$$y = aX^b$$

formülü ile ifade edilir. Formülde ortalama maliyet logaritmik fonksiyon açısından;

$$\log y = \log a - b \log X$$

şeklinde dir.

Ortalama maliyet modelinde toplam maliyet fonksiyonu, X .ci üretime kadar yapılan giderlerin toplamından oluşmaktadır. Yine ortalama değişimin varsayımından hareketle, toplam maliyet ortalama birim maliyet ile toplam üretim miktarının çarpımı sonucu elde edilmektedir. Buna göre toplam maliyet;

¹⁸- Badiru, A.B. a.g.m. s. 176-187

$$y = (aX^b)X = aX^{b+1}$$

şeklindedir.

Yine bu modelde herhangi bir i nci mamulün birim maliyet i inci üretimin maliyet/zamanı ile $i-1$ inci üretimin maliyeti veya zamanı arasındaki fark olarak hesaplanmaktadır. Bu ifade marjinal maliyeti gibi algılanırsa da herhangi bir i mamulünün birim maliyetidir. Buna göre i nci mamulün birim maliyeti;

$$y = aX^{b+1} - a(X-1)^{b+1}$$

şeklinde formüle edilebilir. Burada;

Y_i = i inci üretimin birim maliyeti/zamanı

aX^{b+1} = X inci üretimin birim maliyeti/zamanı

$a(X-1)^{b+1}$ = $X-1$ inci üretimin birim maliyeti/zamanını

göstermektedir.

Marjinal maliyet tanımsal olarak üretimdeki bir birim artışın toplam maliyette meydana getirdiği artış olarak tanımlanmaktadır. Matematiksel olarak ise toplam maliyet fonksiyonunun i .ci türevi marjinal maliyeti ifade etmektedir. Ortalama maliyet modelinde marjinal maliyet;

$$Mc = \frac{d(Y)_i}{dx} = (s+1)aX^s \text{ şeklinde formüle edilir.}$$

Öğrenme eğrisi analizlerinin en önemli uygulamaları birim maliyetleri veya direkt işçilik zamanının tahmin etmek olduğuna göre ilk üretimin zaman (K) 1.000 direkt işçilik saati ve %85 öğrenme faktörüne göre, çeşitli düzeydeki üretim zamanları kümülatif ortalama toplam, birim ve marjinal maliyet olarak tablo 4'de gösterilmiştir¹⁹.

¹⁹ - Ta10blodaki b değeri $0.83 = 2^b$ ve $\log 0.83 = s \log 2$ denklemleri çözülerek -0.2367 olarak bulunmuştur.

Tablo 4: Ortalama Maliyet Modelinde Toplam, Birim Ve Marjinal Maliyet Hesaplama Örneği

Üretim Miktarı	Kümülatif ort. birim maliyet	toplam maliyet	Birim Maliyet	marjinal maliyet
1	600	600	600	439.8
2	498.6	997	397	365
3	477.4	1347	345	327
4	414.3	1657	315	303.7
5	390.4	1952	294	286
6	371.8	2231	297	272.5
..
30	241.9	7257	178	177.3
40	224	11834	164.8	164.2
50	211	8763	155	154.7
100	175.4	10555	128.7	128.6
Formül	aX^b	aX^{1+b}	$aX^{1+b} - a(x-1)^{1+b}$	$(1+b)aX^b$

XIII. Birim Maliyet Modeli Açısından Maliyet Fonksiyonları

Birim maliyet modeli X inci üretimin spesifik birim maliyeti açısından konuyu ele almaktadır. Diğer bir ifade ile, öğrenme eğrisi varsayımına göre her i.nci üretim bir önceki üretimin direkt işçilik zamanı veya maliyeti açısından daha düşük olacağından, her bir i.nci mamulün maliyeti önem kazanmaktadır. Bundan dolayıdır ki, ortalama maliyet varsayımlarını göz önüne almaz.

Birim maliyet modelinde öğrenme eğrisi fonksiyonu, ortalama modelin fonksiyonu gibi olduğu kabul edilir. Ancak, rotasyonlar birim maliyet modeli cinsinden ifade edilmektedir. Bu modelde toplam maliyeti her bir X.ci mamul maliyetlerinin toplamı olarak kabul edildiğinden;

$$\text{Toplam Maliyet} = y = \sum_{i=1}^n aX^b = a \sum_{i=1}^n X^b$$

şeklinde ifade edilmektedir. Yine yukarıda açıklanan kümülatif ortalama ve birim maliyet varsayımlarına göre birim maliyet;

$$y_{ori} = a \sum_{i=1}^n X^b / X$$

şeklinde ifade edilir²⁰.

²⁰ - Marjinal maliyet toplam maliyet fonksiyonunun türevinden elde edilmiştir.

Maliyet fonksiyonlarının sürekliliği veya 20 veya daha fazla birimlerde ²¹ maliyet fonksiyonlarına integral çözümü uygulanması daha iyi bir yaklaşım olacaktır. Bu yaklaşımda maliyet fonksiyonları;

$$T.C = \int_c^x aX^b dx = \frac{aX^{b+1}}{b+1} \text{ olacaktır.}$$

Birim maliyet modelinde ortalama birim, toplam, kümülatif ortalama ve marjinalite açısından ilk üretimin 600 birimlik direkt işçilik saati ve 0.267 öğrenme üssü varsayımlarına göre aşağıdaki tabloda hesaplanmıştır.

Tablo 5: Birim Maliyet Modelinde Toplam, Ortalama Ve Kümülatif Ortalama Maliyet Hesaplama Örneği

Üretim Miktarı	Birim Maliyet	Toplam Maliyet	Kümülatif Birim Maliyet
1	600	600	600
2	498.6	1098.6	549
3	477.4	1546	515
4	414.3	1960	490
5	390.4	2350	470
6	371.8	2722	453
..
30	241.9	9418	317
40	224	11834	296
50	211	14.000	280
100	175.4	23517.7	235
Formül	$Y = aX^b$	$Y = \sum_{i=1}^x y_u$	Y_T / X

Birim maliyet modelinde, maliyetlerin hesaplanmasında matematiksel olarak integral yaklaşımı uygulanabilir. Bu yaklaşımda her hangi bir K kadar olan üretimin toplam maliyeti birim maliyet fonksiyonunun integral çözümü ile hesaplanmaktadır.

Integral yaklaşımında ilk yaklaşım birim öğrenme eğrisinin 0'dan K'ya kadar integralinin alınması ile; ikinci yaklaşım ise ilk üretimin orta noktası yani

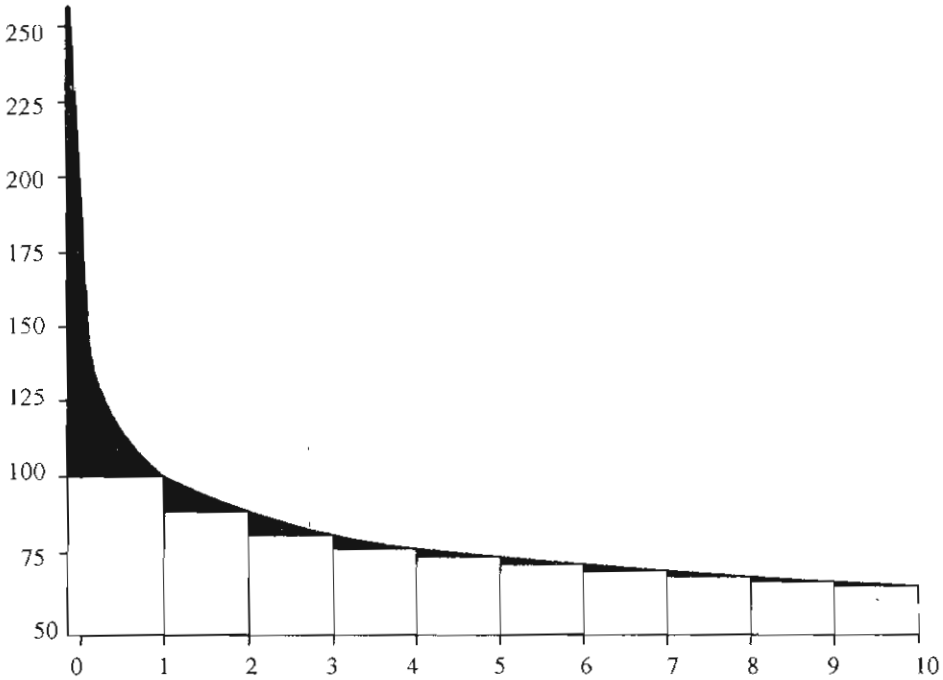
²¹ _ Oswald, P.F. a.g.k. s.213

0.5 ile $K+0.5$ arasındaki integralin alınması ile maliyet fonksiyonu oluşturulur. Buna göre;

$$Y_1 = \int_0^K AK^b dx = \frac{AK^{1+b}}{1+b}$$

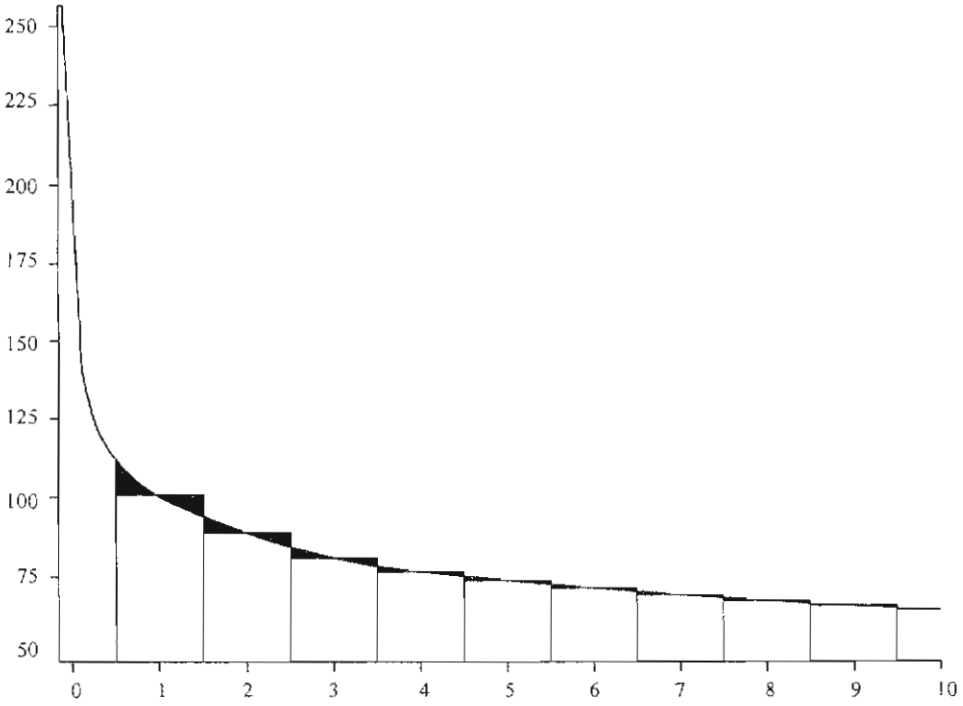
$$Y_2 = \int_{0.5}^{K+0.5} AK^b dx = \frac{A}{1+b} [(K+0.5)^{1+b} - 0.5^{1+b}]$$

formülleri ile ifade edilebilir²². Bir çok araştırmalar her iki modelin avantaj ve dezavantajlarını üzerine bir çok araştırma yapılmış ise de; iki yaklaşım arasındaki farklar şekil 1 ve şekil 2 ile açıklanmağa çalışılacaktır.



Şekil 1: *Fonksiyon 1'in Grafiks gösterimi*

²² - Jeffrey, D.C. ve diğerleri. "The unit learning curve approximation of total cost". Computers Industrial Engineering, cilt 12, no: 13 1987, s.206



Şekil 2: *Fonksiyon 2 Nin Grafiksel Gösterimi* (Kaynak : Jeffery D. Camm Ve Diğerleri S.206

Şekil 1 ve 2 den de açıkça görüldüğü gibi, birim maliyetlerinin hesaplanmasında TC'deki hata payı TC_2 'ye göre daha yüksektir. Bu hata payları ilk üretimlerde daha yüksek olmasına rağmen, üretim miktarı artışları hata payları azalmaktadır.

İntegral yaklaşımında ortaya çıkarılan hata payları sadece K değerine ve yeni üretime bağlı olmayıp, öğrenme üssüne de bağlı olmaktadır. K değeri (belirli bir üretim miktarı) düştükçe ve öğrenme üssü arttıkça gerçek maliyet ile öğrenme eğrilerine göre hesaplanan maliyet arasındaki hata payı artacaktır. Bunun nedeni, öğrenme eğrilerinde her K kadar üretilen mamullerin maliyetleri toplamı, öğrenme eğrisinin altında kalan alana eşitlenerek hesaplanmakta, yani integral çözüm alınmaktadır. Bu nedenle, örneğin ilk üretimin maliyeti 0 ile 1 arasındaki integral alana eşit olduğunda yukarıdaki grafikte de görüldüğü gibi 1 birimin gerçek üretim maliyetinden farklıdır. Aynı şekilde, öğrenme üssünün 1'e yakın olması (1 değeri hesaplamalarda dikkate alınmaz) eğrinin şekli ilk üretimlerde daha dik sonraki üretimlerde daha yatay olacaktır. Bu ilişkilerden dolayı, K değeri büyüdükçe ve b değeri küçüldükçe hata payı azalır. Bu hata paylarını minimuma indiregebilmek için integral çözümlemenin 0 ila 1 arasında değil 0+0.5 ile K+0.5 arasında çözümleme yapılması önerilmektedir.

Yapılan araştırmada ilk yaklaşımda hata yüzdesi %290 yaklaşırken ikinci yaklaşımda kabaca %3 dolayında olmuştur.²³

XIV.Yöntemlerin Karşılaştırılması

Yukarıda açıklanmaya çalışılan kümülatif ortalama maliyet ile birim ortalama maliyet modelleri arasındaki farklar, öğrenme eğrisi varsayımı olan üretimin "iki katına çıkması" durumunda ve başlangıç üretim zamanının 10 DİS; öğrenme faktörünün %80 olması durumunda sonuçlar aşağıda verilmiştir²⁴.

Tablo: 6 Kümülatif Ortalama Ve Birim Ortalama Maliyetlerin Karşılaştırılması

Sıra(1)	Kümülatif Üretim (2)	Üretim Aralığı (3)	Üretim Hacmi (4)	Küm.Ort. Zaman (5)	Küm.Top. Zaman (2x5)	Orta. zaman
1	1	0-1	1	10	10	10
2	2	1-2	.	8	16	6
3	4	2-4	2	6.4	25.6	4.8
4	8	4-8	4	5.2	40.96	3.89
5	16	8-16	8	4.10	64.54	3.07
6	32	16-32	32	3.28	104.96	2.46
7	64	32-64	64	2.62	167.68	1.96
8	128	64-128	128	2.10	268.80	1.57
9	256	128-256	...	1.68	430.08	1.26
10		256-		N:A	N:A	1.14*

Kaynak: Joyce. T.Chen

* N.A. bu sütundaki değerin hesaplanmadığını gösterir. Üretim miktarı 256 birimi aştığında öğrenme eğrisi X eksenine paralel olduğu, diğer bir ifade ile öğrenme olmadığı veya önemsiz olduğu varsayılmıştır. 1.14 değeri ise belirtilen varsayımdan dolayı 256.ci mamul ile 257.ci mamul maliyeti arasındaki fark olarak hesaplanmıştır.

XV.Sonuç

Son yıllarda özellikle yabancı literatürde öğrenme eğrilerinin yönetim kararlarında kullanma eğilimine yönelik yazılar oldukça yoğunlaşmıştır. Bunun nedeni geleneksel yönetim muhasebesinin işletmelerin ihtiyaçlarına cevap verememeleri ve 1980'li yıllardan sonra artan rekabet karşısında daha iyi bir yönetim muhasebesi bilgisine ihtiyaç duyulmasından ileri gelmektedir.

Genel olarak öğrenme eğrisi birim üretim ile bu üretim için gerekli olan sürenin, üretimin artmasına paralel olarak azalacağı varsayımına dayandırılır. Bu ilişki bir üstel fonksiyon ile ifade edilmeye çalışılmıştır. Ancak, bu ilişkinin

²³- Jeffrey D.C. ve diğerleri a.g m. s.207

²⁴-Chen, Joyce T. "Modeling learning curve and learning complementarity for resource allocation and production scheduling". Decision Sciences, cilt 14 . 1983 s.174

matematiksel ifadesinde kullanılan yöntemler, makalemizde belirtildiği gibi farklı yöntem ve teknikler kullanılarak açıklanmaya çalışılmaktadır.

Öğrenme eğrilerinde maliyet fonksiyonları açısından üretimin birim maliyeti veya zamanı üzerinde yoğunlaştığından zaman ve maliyet ilişkileri birim açısından ele alınmaktadır. Ancak, hesaplanan birim zaman veya maliyet, yönetim planlama ve kontrol üzerinde önemli etkiye sahip olmasına karşın, her bir hesaplama tekniğinin kendi içinde tutarsızlıkları da bulunmaktadır. Özellikle yöntemin uygulanmasında problem olarak ortaya çıkan parametre tahminindeki belirsizlikler ve risk, her yönetim kararında olduğu gibi öğrenme eğrilerinin de en önemli problemlerinden birini oluşturmaktadır.

Çalışmamızda, öğrenme eğrisi literatüründe parametrelerin tahmininde kullanılan yöntemler ve maliyet fonksiyonları genel olarak incelenmiştir. Çeşitli varsayımlar altında ortaya konulan parametre tahmin yöntemleri ve maliyet fonksiyonları, özellikle işgücü planlaması olmak üzere kar planlaması ve kontrolü maliyet tahminleri, fiyatlandırma kararları gibi işletmelerde bir çok yönetim kararlarında kullanılabilecek bir yöntem olarak görülmektedir.

Abstract: In operations management, historical cost information generally is used as a basis to project future capacity load, work-force requirement, materials usage, and other resource need for planning horizons. Typical learning curves present the relationship between production cost and cumulative output based on the effect of learning. Therefore, learning curve has been extensively used as a model in corporate planning and control.

In this study an attempt will be made to estimate the learning curve parameters using the various learning curve model or methods in a single product environment.

Kaynaklar

- Asher, Harold. **Cost Quality Relationship in the Airframe Industry**, The Road Company 1965
- Badiru, A.B. Computational Survey of Univariate And Multivariate Learning Curve Models. *IEEE Transactions On Engineering Management* Vol. 39, No 2, May 1992.
- Baloff, M. Estimating "The Parameters of The Start Up Model An Empirical Approach." *Journal of Industrial Engineering*, 1967.
- Büyükmirza, Kamil. **Maliyet ve Yönetim Muhasebesi**, 6 Baskı, Barış Yayınları, 1999
- Chen, T.J. Modelling Learning Curve Learning Complementarily for Resource Allocation And Production Scheduling. *Decision Science*. Vol.14.1983.
- Drury, C. **Management And Cost Accounting**, Chapman and Hall Ltd. 1988

- Dulledge, T. R. "Production Rate Learning And Program Cost"; *Survey And Bibliography. Engineering Cost And Production Economics*. Vol. 1. 1987
- Imhoff, A.E. "The Learning Curve And Its Application", *Management Accounting*, February 1978
- Jeffrey, D.C. Ve Diğerleri, The Unit Learning Curve Approximation Of Totalcost, *Computers Industrial Engineering*, Vol. 2 No. 3 1987
- Ostwald, P.F. **Cost Estimating**, Prentice Hall Inc. New Jersey, 1989
- Simothy, L.S. "A Comparison Of Learning Curve Analysis And Movinga" *Verage Ratio Analysis For Detailed Operational Planning, Decision Science*, Vol.17 1986
- Woody, M.L. "Simulating Learning Curve Parameter For Managerial Planning Control", *Accounting And Business Research*, Spring 1982