mühendislikdergisi
Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Cilt: 2, Sayı: 1, 5-17
Haziran 2011

Elastik bağlı çerçevelerin kesme kuvvetini dikkate alarak lineer analizi

Halil GÖRGÜN [*], **Senem YILMAZ, Sevgi Seval KARACAN**

Dicle Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 21280, Diyarbakır

Özet

Bu makalede, kayma deformasyonlarının etkisi de göz önüne alınarak elastik bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin lineer analizi ele alınmış ve bu konuda tasarım amaçlı bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu amaçla, önce diferansiyel denklemler kullanılarak ve kayma deformasyonları hesaba katılarak uçlarında dönel yaylar bulunan bir eleman için rijitlik matrisi bulunmuştur. Daha sonra, üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı yük için ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur. Bazı problemleri değişik şekillerde çözerek, ilgili bilgisayar programının doğruluğu sonuçların uyumu ile gösterilmiştir. Bu araştırmadaki yöntemle literatürdeki bazı örnekler ele alınmış ve sayısal sonuçların literatürdekilerle uyum içinde oldukları görülmüştür

Anahtar Kelimeler: *Kayma deformasyonları, Elastik bağlı çubuklar, Düzlemsel çerçeveler, Lineer analiz.*

[*] Yazışmaların yapılacağı yazar: Halil GÖRGÜN. hgorgun@*dicle.edu.tr*; Tel: (412) 248 80 30 (3523)

The linear analysis of frames composed of flexibly connected members considering shear deformations

Extended abstract

In the analysis and design of reinforced precast concrete frames, and steel frames the real behaviour of beam-to-column connections are generally idealized either pinned or fully rigid. The rigid connection idealization indicates that relative rotation of the connection does not exist and the end moment of the beam is entirely transferred to the columns. In contrast to the rigid connection assumption, the pinned connection idealization indicates that any restraint does exist for rotation of the connection and the connection moment is zero. Although these idealizations simplify the analysis and design process, the predicted response of the frame may be different from its real behaviour

The current paper considers the linear structural analysis of planar frames with flexibly connected members taking into consideration the effect of shear deformations and a computer program has been prepared for the pertinent design purposes. To accomplish the foregoing goal, first using pertinent differential equations the stiffness matrix of a member with rotational springs at the ends has been found, taking shear deformations into consideration. Then, the fixed end forces have been found for a uniformly distributed load, a concentrated load, a linearly distributed load, a symmetric trapezoidal distributed load and a nonsymmetrical triangular distributed load. Solving some problems in different ways, the validity of the pertinent computer program has been proved by the close match of the results. Some examples from the literature have been treated by the present method and a perfect match has been observed between the corresponding numerical results.

Keywords: *Shear deformations, Flexibly connected members, Planar frames, Linear analysis*

Giriş

Genellikle düzlem çerçeve tipi yapıların analiz ve tasarımları kiriş-kolon birleşim noktalarının ya tam mafsallı ya da rijit oldukları varsayımları ile yapılır. Fakat, prefabrike betonarme ve çelik yapılardaki gerçek düğüm noktaları üzerinde yapılan deneysel çalışmalar göstermiştir ki, mafsal olarak kabul edilen bağlantılar bir miktar dönme rijitliğine ve rijit bağlantılar ise bir miktar esnekliğe sahiptir. Yani, bağlantıların çoğu mafsal davranış ile rijit bağlantı arasında bir davranış gösterir. Genellikle bu davranış literatürde yarı-rijit (semi-rijid) olarak adlandırılır. Yapı analiz ve tasarımları sırasında bu gerçek davranışın hesaba katılması ile büyük ölçüde ekonomi sağlanabilir. Literatürde çelik yapılarda %13'e varan ekonomi sağlandığı belirtilmiştir Anderson ve diğerleri (1993). Ayrıca bağlantı davranışının çerçeve stabilitesi üzerindeki etkisi de göz ardı edilmemelidir. O halde, bağlantı davranışının bir şekilde matematiksel olarak modellenerek yapı analiz ve tasarıma katılması gerekmektedir. Öyleyse, kiriş ve kolonların bağlantı noktalarında birbirlerine lineer elastik dönel yaylarla bağlı imiş gibi düşünmek oldukça uygun bir yaklaşım olur. Böylece, eşdeğer dönel yay sabitlerini deneysel v.b. yöntemlerle yaklaşık olarak bulup analiz yapmak mümkün olacaktır.

Ancak, günümüzde teknolojinin ilerlemesi ile çok yüksek dayanımlı malzemelerle çok narin yapıların yapılması olanak kazanmıştır. Ayrıca kat döşemelerinin ince tutulması isteği ve yüksek katlı binalarda alt kat kolon boyutlarının büyümesi sonucunda hacim kaybı olması gibi nedenlerden dolayı çerçevelerle birlikte perde duvarları gibi yatay yük taşıyıcı elemanlara ihtiyaç duyulmaktadır. Özellikle, yanal yük etkisinin büyük olduğu deprem bölgelerinde, yanal rijitliği yapı rijitliğine göre daha büyük olan perde duvarların kullanılması ile bu tür hacim kayıplarının önüne geçilmesi mümkündür.

Düzlem içi rijitlikleri yüksek olan ve kesme duvarları olarak da adlandırılan bu perde duvarları, yapı planında uygun yerleştirildikleri takdirde, yatay yüklere karşı dayanımı da ekonomik olarak sağlamaktadırlar. Mimari nedenlerle perdelerde bir dizi boşluklar bırakılmaktadır. Bu tip perdelere de boşluklu perdeler denilmektedir. Bina çerçeveleri daha çok kayma deformasyonları, perde elemanları daha çok eğilme deformasyonları yaptıkları halde boşluklu perdelerde her iki tip deformasyon da önemli olmaktadır. Ayrıca bazı hallerde bağlantı kirişlerinin ve perdelerin yükseklikleri, açıklıklarının yanında oldukça büyük değerler aldığında kayma şekil değiştirmelerinin etkisi de önemli olmaktadır.

Yapılan bu çalışmada, yukarıdaki etkiler dikkate alınarak QBASIC dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programında rijitlik matrisi yöntemi kullanılmıştır. Yöntemi uygulayabilmek için kayma şekil değiştirmeleri de hesaba katılarak lineer analize ait eleman rijitlik matrisinin teşkili ve ankastrelik uç kuvvetlerinin elde edilmesi incelenmiştir. Elastik mesnetli bir çubuğun rijitlik matrisi diferansiyel denklemler yardımıyla elde edilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programı kullanılarak, elemanları birbirlerine elastik dönel yaylar ile bağlanmış olan çerçevelerin statik analizi yapılabilmektedir. Yapılan analizde dönel yayların lineer elastik davranış gösterdiği varsayımı yapılmıştır.

Diğer birçok bilim ve mühendislik konularında olduğu gibi yapı analizlerinde de analizcinin en etkili aracı lineerleştirmedir. Yüzyıllar boyunca yapı analizlerinde lineerleştirme yoluyla pek çok problemin yeter doğrulukta çözülmesi mümkün olmuştur. Ancak, günümüzde teknolojinin ilerlemesi ile çok yüksek dayanımlı malzemelerle çok narin yapıların yapılması mühendisleri nonlineer analiz uygulamasına yöneltmiştir. Özellikle nonlineer analize gerek duyulan problemler, çok özel bir nonlineer davranış gösteren malzemeler, yüksek dayanımlı malzemeler ile yapılan narin yapılar ve temas bölgesinin genişliği yüke bağlı olan yapı elemanları ile ilgili problemlerdir. Burada ikinci tür nonlineerlik yani, ikinci mertebe teorisinden doğan geometrik nonlineerlik incelenmiş ve bu yayını takip eden ikinci bir yayında ele alınmıştır.

Bu çalışmanın amacı, yapı sistemlerinin analizinde kayma deformasyonlarını hesaba katalarak birleşimlerin yarı-rijit olmasını göz önüne almak ve böylece birleşimlerin özelliğini hesaba katmaktır.

Yapılan kabuller

Bu çalışmada aşağıdaki kabuller göz önüne alınmıştır.
a. Yapı malzemesi lineer elastik, homojen ve izotroptur.
b. Kullanılan dönel yay modeli lineer elastik ve yay boyu sıfır alınmıştır.
c. Dönel yaylarda sadece bağıl dönmeler göz önüne alınmıştır.
d. Çubuk elemanı sabit kesitli ve doğru eksenlidir.
e. Dış yükler statiktir.

Önceki çalışmalar

Bu bölümde bu konularda daha önceden yapılan bazı çalışmalara değinilmiştir. Yapılan çalışmalar kronolojik olarak aşağıda sıralanmıştır:

Monforton ve Wu (1963) dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin lineer analizini matris yöntemle yapmışlar, kuvvetler ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntıyı çıkarıp, rijitlik matrisini elde etmişlerdir. Bazı yükleme durumları için ankastrelik uç kuvvetlerini de bulmuşlardır.

Livesly (1964) uçlarında dönel yaylar bulunan elemanların rijitlik matrisinin çıkarılmasını incelemiştir. Ancak ankastrelik uç kuvvetlerinin ne olacağı hakkında bir çalışma yapılmamıştır.

Romstad ve Subramanian (1971) dönel yaylarla bağlı çerçevelerin analizini yapmışlardır. Düğüm noktalarının mafsallı, tam rijit veya yarı rijit olması durumları için moment ve bağıl dönme ilişkisini bir grafikle vermişlerdir. Konuyla ilgili deneysel çalışmalar da yapan aynı yazarlar moment-dönme ilişkisini bir grafikle vermişlerdir.

Ackroyd ve Gerstle (1983) dönel yaylarla bağlı çerçevelerin elastik stabilitesini incelemişlerdir. Bir çerçevenin elastik burkulma kapasitesinin daha rijit bir bağlantı seçilerek önemli ölçüde artırıldığı sonucuna varmışlardır.

Yu ve Shanmugan (1985) yarı-rijit bağlı çerçevelerin stabilitesi üzerinde çalışmışlar ve bu tür yapıların elastik göçme yükünün bulunması için bir rijitlik matrisi yöntemi sunmuşlardır. Bu yöntem, bağlantıların yarı-rijit davranışlarının göz önüne alınması yanında ayrıca eksenel rijitliği, geometrik değişiklikleri ve $P-\Delta$ etkisini de göz önüne almaktadır. Araştırmacılar, yaptıkları deneyler ile teorik analizlerinin geçerliliğini ölçmüşler ve yöntemlerinin kabul edilebilir doğrulukta olduğu sonucuna varmışlardır. Bu çalışmanın sonucunda düğüm noktalarının rijitlik derecesinin artırılması ve takviyelendirme ile göçme yükünün artırılabileceği kanısına varmışladır.

Stelmack ve diğerleri (1986) lineer dönel yaylarla bağlı çelik çerçeveler için olan analitik yöntemlerin geçerliliğini kanıtlamak amacıyla deneysel çalışmalar yapmışlardır. Deneyler sonucunda bu çerçeve analiz yöntemlerinin iyi sonuçlar verdiği sonucunu elde etmişlerdir.

Cunningham (1990) çelik yapılarda dönel yaylı bağlantılar hakkında bir çalışma yapmıştır. Yapılan bu deneysel çalışmadan kiriş-kolon bileşiminin karakteristik özellikleri elde edilmiştir. Bu çalışmada kiriş ve bağlantı için verilen bir momente karşılık gelen dönmeyi veren grafik elde edilmiş ve değişik bağlantıları olan çelik elemanlar için sonuçlar bir grafikle özetlemiştir.

Aksoğan ve Dinçer (1991) Kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak rijit bağlı çubuklar için rijit uçların varlığının ikinci mertebe analizine etkilerini değişik ara yük durumlarını da inceleyerek ele almışlardır.

Aksoğan ve Akkaya (1991) Elastik bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin lineer analizini ele almışlar ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır. Önce, uçlarında dönel yaylar bulunan bir eleman için rijitlik matrisini bulmuşlar ve daha sonra tekil yük, üniform yayılı yük, doğrusal yayılı yük, simetrik olmayan üçgen şeklinde yük ve simetrik yamuk şeklinde yük için ankastrelik uç kuvvetlerini elde etmişlerdir.

Aksoğan ve Görgün (1993) lineer davrana yarı-rijit bağlı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar. Çeşitli ara yükler için ankastrelik uç kuvvetlerini elde edip bu konuda bir bilgisayar programını hazırlamışlardır.

Aksoğan ve diğerleri (1993) uçlarında rijit bölgeler bulunan elastik bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin nonlineer analizini, yayların nonlineer davranışının üçüncü dereceden bir polinom olduğu varsayımı ile yapmışlar ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Erdem ve Aksoğan (1994) uçlarında rijit bölgelere nonlineer dönel yaylarla bağlanmış çubuklardan oluşan çerçevelerin analizi üzerinde çalışmışlar ve bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Aksoğan ve Akavcı (1994) Uçlarında rijit bölgeler bulunan dönel yaylı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin stabilite analizi üzerinde çalışmışlar. Bu çalışmada, eleman elastisite modülüne, atalet momentine, uzunluğuna ve eksenel kuvvetine bağlı eleman rijitlik matrisi verilmiş ve her iki konuda da birer bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Aksoğan ve diğerleri (2005) Uçlarında rijit bölgeler bulunan ve nonlineer yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin geometrik nonlineerliği hesaba katarak analizi üzerinde çalışmışlar. Bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Görgün ve Yılmaz (2008) kesmenin etkisini de hesaba katarak yarı-rijit bağlı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar. Çeşitli ara yükler için ankastrelik uç kuvvetlerini elde edip bu konuda bir bilgisayar programını hazırlamışlardır.

Analiz

Yöntem

Bu çalışmada kullanılan yöntem, açı yönteminin geliştirilmiş şekli olan rijitlik matrisi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde yapıyı oluşturan her çubuk elemanı için i ve j uçlarındaki kuvvet ve yer değiştirme kolon vektörleri alt alta getirilirse

$$\left[p\right]=\left[k\right]\left[d\right]+\left[f\right] \tag{1}$$

şeklinde bir bağıntıdan yararlanılır. Burada $\left[p\right]$, $\left[k\right]$, $\left[d\right]$ ve $\left[f\right]$ sırası ile uç kuvvetleri kolon vektörü, eleman rijitlik matrisi, uç deplasmanları kolon vektörü ve ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörüdür.

Elemana ait uç kuvvet-yer değiştirme ilişkileri eleman için eleman koordinat takımında yazılır. Yapı yer değiştirmeleri ve kuvvetleri için eleman koordinat takımı uygun olmayıp yapı için seçilen ortak koordinat takımına dönüşüm yapılarak her düğüm noktasında gerekli denge ve uygunluk koşulları sağlamak üzere yapı genel denklemleri

$$\left[P\right]=\left[K\right]\left[D\right] \tag{2}$$

şeklinde yazılır. Burada $\left[P\right]$ ve $\left[D\right]$ sırasıyla düğüm noktalarındaki dış yük ve deplasman kolan vektörler, $\left[K\right]$ ise sistemin rijitlik matrisidir. $\left[P\right]$ bilindiğine göre $\left[D\right]$ bu ifadeden bulunur.

Lineer analizde bir elemanın (1) denklemindeki eleman rijitlik matrisi $\left[k\right]$ sabit olup elemanın A, E, I, G, k, L ve yay sabitleri k_1 ve k_2 değerlerine bağlıdır. Geometrik nonlineer analizinde ise elemanın rijitlik matrisi yukarıda sayılanlara ek olarak eleman eksenel kuvveti olan N değerine de bağlı olup bu konu ikinci yayında işlenmiştir.

Rijitlik matrisi

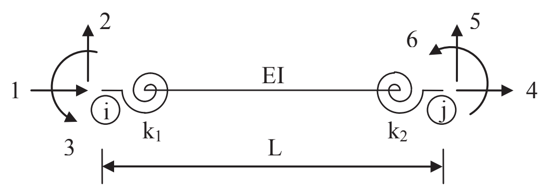
Uçlarında dönel yaylar bulunan ve kayma deformasyonları dikkate alan prizmatik elemanların lineer analizinde kullanılacak rijitlik matrisleri Görgün ve Yılmaz (2008) tarafından verilmiştir. O çalışmada literatürde pek çok çalışmada olduğu gibi yalnız bağıl dönmeler için elastik bağlılık ele alınmıştır. Bu tür elastik bağlar, dönel bir yay ile modellenerek, i ve j bağ noktalarının iki yanındaki kesitlerin bağıl dönmeleri sırasıyla θ_i ve θ_j ile bu bağ noktalarına etkiyen mesnet eğilme momentleri M_i ve M_j arasında

$$M_i = k_i \, \theta_i \qquad (3)$$

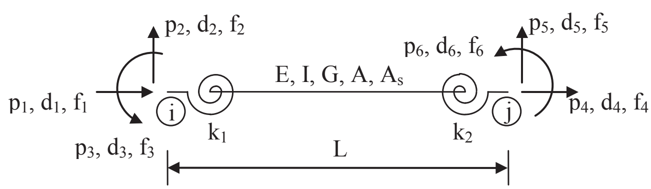
$$M_j = k_j \, \theta_j \qquad (4)$$

Şeklinde bir bağıntı kullanılır. Burada $k_i = k_1$ ve $k_j = k_2$ bağlantıların bir radyan dönmesi için gerekli eğilme momentini göstermektedir.

Elemanın her iki ucunda meydana getirilen tek tek birim deplasmanlar altında çubuk uçlarında oluşan tepkilere çubuk elemanın rijitlik etki katsayıları denir. Belirli bir doğrultuda birim deplasman oluşması için taşıyıcı sisteme bir kuvvet uygulamak gerekir. Ancak uygulamada, oluşacak deplasmanın ve uygulanacak kuvvetin doğrultu, yön ve uygulama noktalarının açık olarak belirtilmesi gerekir. Bunun için taşıyıcı elemanın bütün serbestlik dereceleri bir okla ve okun başı, kabul edilen işaret kuralına göre pozitif yönü göstermek üzere bir şekil üzerinde gösterilir. Kuvvetler ve ötelenmeler için doğru, dönmeler için eğri oklar kullanılır ve bütün oklar sıra ile numaralanır (Şekil 1, Şekil 2).



Şekil 1. Notasyon ve kodlama



Şekil 2. Eleman koordinatlarında eleman uç deplasmanları, uç kuvvetleri ve ankastrelik uç kuvvetleri

Şekil 1'de görülen, uçlarında lineer elastik dönel yaylar bulunan kayma deformasyonları dikkate alınan i ve j uçlu çubuk elemanın lineer analiz için rijitlik matrisi,

$$k=\begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

dır.

Dönel yayların, eksenel kuvvetin ve kayma deformasyonlarının elastik eğilme rijitliği üzerindeki etkisi göz önünde tutularak (Timoshenko kiriş teorisi) hesaplanan Denklem (5)'deki rijitlik etki katsayıları $k_{ij}\left(i=1,2,...6:j=1,2,...6\right)$ aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$k_{11}=\frac{EA}{L}=k_{44}=-k_{14}=-k_{41} \qquad (5a)$$

$$k_{22}=\frac{EI\chi_1}{L^3\Omega}=k_{55}=-k_{25}=-k_{52} \qquad (5b)$$

$$k_{23}=\frac{EI\chi_2}{L^2\Omega}=k_{32}=-k_{35}=-k_{53} \qquad (5c)$$

$$k_{26}=\frac{EI\chi_3}{L^2\Omega}=k_{62}=-k_{56}=-k_{65} \qquad (5d)$$

$$k_{33}=\frac{EI\chi_4}{L\Omega} \qquad (5e)$$

$$k_{36}=\frac{EI\chi_5}{L\Omega}=k_{63} \qquad (5f)$$

$$k_{66}=\frac{EI\chi_6}{L\Omega} \qquad (5g)$$

Denklem (5a-g)'de aşağıdaki kısaltmalar yapılarak lineer çözüm için eleman koordinatlarındaki eleman rijitlik matrisinin etki katsayıları matris formunda verilmektedir. Denklem (5a)'daki EA/L elastik eksenel rijitliktir.

$$\begin{aligned} \chi_1 &= 12\left\{1+\beta_1+\beta_2\right\} \\ \chi_2 &= 6\left(1+2\beta_2\right) \\ \chi_3 &= 6\left(1+2\beta_1\right) \\ \chi_4 &= 4\left\{1+3\left(\beta+\beta_2\right)\right\} \\ \chi_5 &= 2\left(1-6\beta\right) \\ \chi_6 &= 4\left\{1+3\left(\beta+\beta_1\right)\right\} \\ \Omega &= 1+12\beta\left(1+\beta_1+\beta_2\right)+4\left(\beta_1+\beta_2+3\beta_1\beta_2\right) \end{aligned} \qquad (6)$$

$$k=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & \frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & 0 & -\frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & \frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} \\ 0 & \frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_4}{L\Omega} & 0 & -\frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_5}{L\Omega} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & -\frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & 0 & \frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & -\frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} \\ 0 & \frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_5}{L\Omega} & 0 & -\frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_6}{L\Omega} \end{bmatrix} \qquad (7)$$

Örneğin lineer çözüm için yukarıda sayılan bütün etkiler ihmal edilirse $\left(\beta=\beta_1=\beta_1=0\right)$, bu durumda çok iyi bilinen

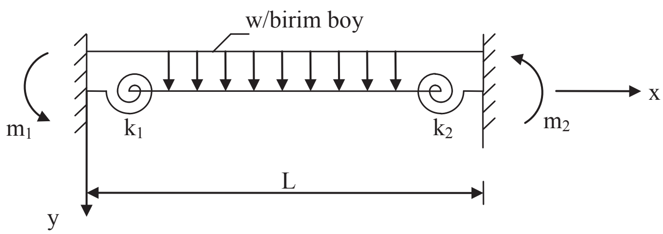
$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -6EI/L^2 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{8}$$

eleman rijitlik matrisi elde edilmektedir.
Burada kullanılan notasyon;
E : Elastisite modülü
G : Kayma modülü
A : Kesit alanı
I : Atalet momenti
L : Eleman boyu
$k_t = kGA = GA_s$
k : kesit şekline bağlı bir sabiti göstermektedir.
$\beta = EI/L^2k_t = EI/L^2GA_s$,
$\beta_1 = 1/4k_1$, $\beta_2 = 1/4k_2$

Ankastrelik uç kuvvetleri

Gerek bir önceki bölümdeki rijitlik matrisinin gerekse ankastrelik uç kuvvetlerinin bulunmasında moment eğrilik ilişkisinden elde edilen diferansiyel denklemler uygun sınır koşulları ile birlikte kullanılmıştır. İki bölgeyi gerektiren durumlar için bölgeler arasında süreklilik koşullarından yararlanılmıştır. Diğer arayük durumları için ankastrelik uç kuvvetleri Görgün ve Yılmaz (2008)'den alınabileceği için burada yalnız üniform (Şekil 3) ve tekil yük (Şekil 4) için geçerli olan ifadeler verilmiştir.

Üniform yayılı yük



Şekil 3. Üniform yüklü ankastre kiriş için ankastrelik uç momentleri.

$$m_1 = \frac{wL^2}{12\Omega}\left(1+12\beta+6\beta_2\right) \tag{9a}$$

$$m_2 = -\frac{wL^2}{12\Omega}\left(1+12\beta+6\beta_1\right) \tag{9b}$$

formülleri elde edilir. Burada,

$\Omega = 1+12\beta\left(1+\beta_1+\beta_2\right)+4\left(\beta_1+\beta_2+3\beta_1\beta_2\right)$

kısaltması kullanılmıştır.

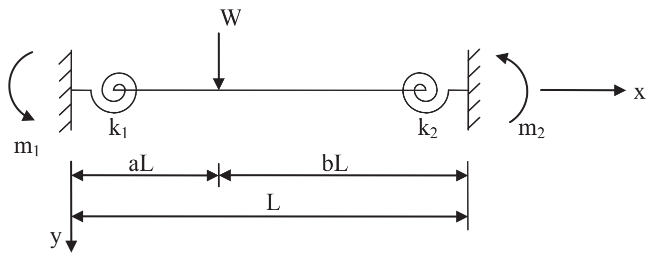
Özel bir durum olarak kesmenin ve dönel yayların etkisi terk edilirse $\left(\beta=\beta_1=\beta_1=0\right)$ bu durumda,

$$m_1 = \frac{wL^2}{12} \tag{9c}$$

$$m_2 = -\frac{wL^2}{12} \tag{9d}$$

ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

Tekil yük



Şekil 4. Tekil yüklü ankastre kiriş için ankastrelik uç momentleri

$$m_1 = WLa\frac{b\{b+2\beta_2(b+1)\}}{1+4(\beta_1+\beta_2+3\beta_1\beta_2)} \tag{10a}$$

$$m_2 = -WLb\frac{a\{a+2\beta_1(a+1)\}}{1+4(\beta_1+\beta_2+3\beta_1\beta_2)} \tag{10b}$$

formülleri elde edilir. Burada kesmenin etkili olmadığı görülmektedir, yani $\beta = EI/L^2GA_s$ formülde yer almamaktadır.

Özel bir durum olarak dönel yayların etkisi de terk edilir $(\beta_1 = \beta_1 = 0)$, $a = aL$, $b = bL$ ile değiştirilirse bu durumda,

$$m_1 = \frac{Wab^2}{L^2} \tag{10c}$$

$$m_2 = \frac{Wba^2}{L^2} \tag{10d}$$

Özel hal : $a = b = \frac{1}{2}$

$$m_1 = \frac{WL}{8} \tag{10e}$$

$$m_2 = -\frac{WL}{8} \tag{10f}$$

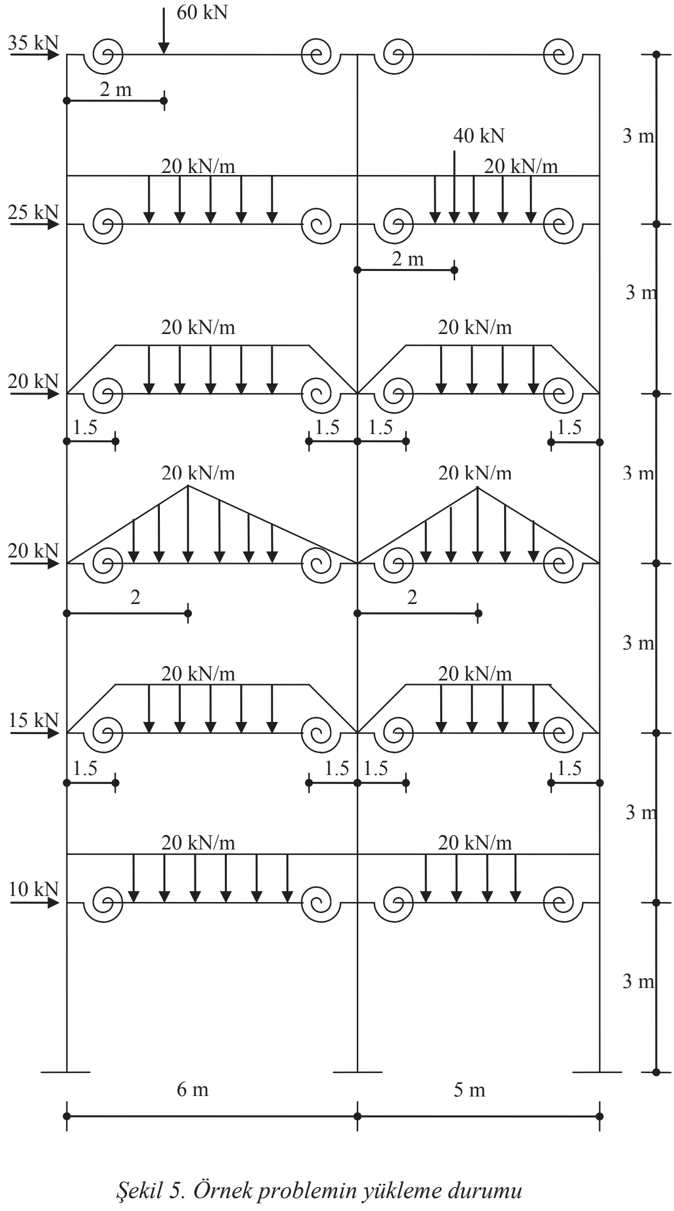
ankastrelik uç momentlerini veren formülleri elde edilir.

Bu bölümde bütün yükleme durumları için kesme kuvvetleri elemanın herhangi bir ucuna göre moment alınarak bulunabilir.

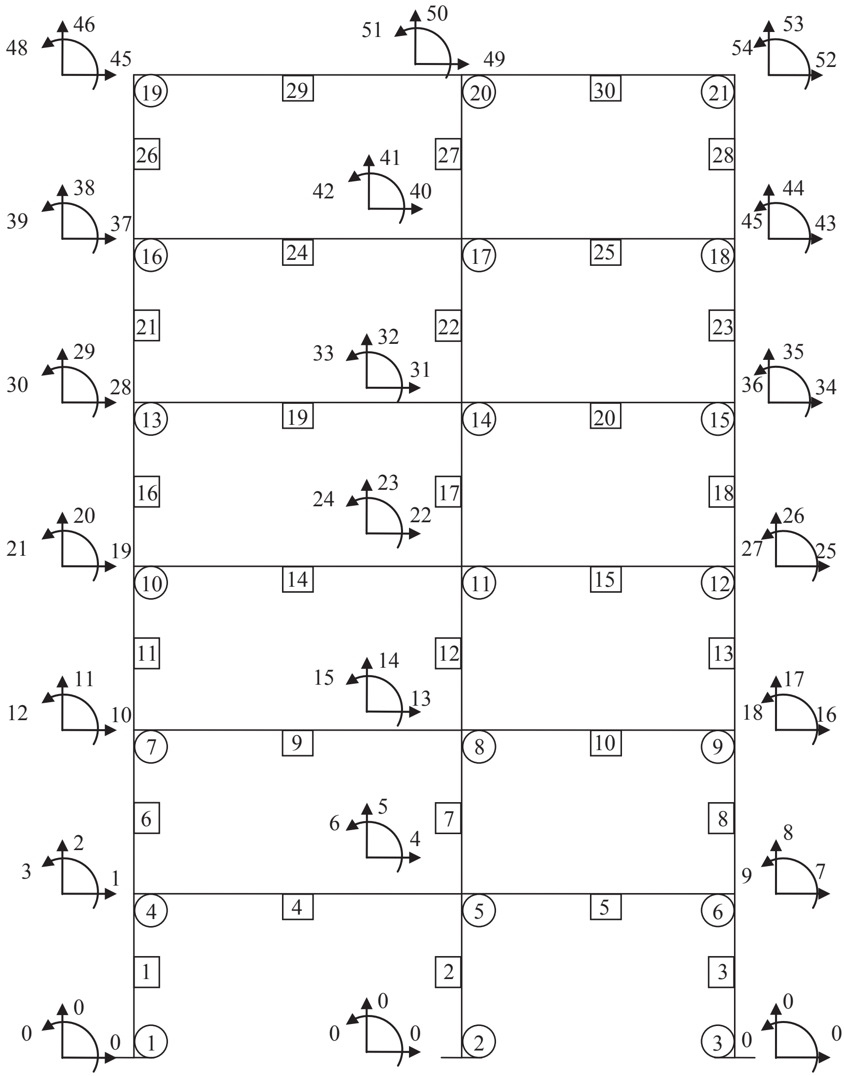
Sayısal sonuçlar

Hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla incelenen örneklerde yay katsayılarının değişimine bağlı olarak bazı elastostatik büyüklüklerin değişimi incelenerek grafiklerle sunulmuştur.

Hazırlanan bilgisayar programı ile örnek bir problem çözülerek veriler ve çıktılar tablolar halinde verilmiştir. Bu problemde, yatay yüklere maruz çeşitli ara yükler altında iki açıklıklı, altı katlı bir çerçeve incelenmiştir. Yükleme durumu Şekil 5'te kodlama şekli Şekil 6'da verilmiştir. Problem önce kayma deformasyonları ihmal edilerek çözülmüş lineer analize karşı gelen birinci iterasyon sonucunda elde edilen eleman kesit tesirleri, Tablo 1'de verilmiştir. Daha sonra aynı problem kayma deformasyonlarının etkisini incelemek amacıyla yeniden çözülmüş olup sonuçlar aynı tabloda gösterilmiştir. Tutarlı bir kıyaslama yapabilmek için aynı örnek bir sonraki yayında nonlineer çözüm için de kullanılmış ve sonuçlar orada verilmiştir.



Şekil 5. Örnek problemin yükleme durumu



Şekil 6. Örnek problemin kodlama durumu

Tablo 1. Sonuçların karşılaştırması

Eleman no	Eleman uç momentleri (kNm)			
	Lineer çözüm, kesme etkisi ihmal edilmiş $\nu = 0$		Lineer çözüm, kesme etkisi ihmal edilmemiş $\nu = 0.3$	
	M_i	M_j	M_i	M_j
1	86.50	-11.12	88.13	-11.79
2	114.37	43.51	114.38	43.04
3	108.96	32.78	109.19	32.05
4	-5.02	-118.33	-5.37	-118.23
5	-24.69	-109.62	-23.87	-108.94
6	16.13	0.12	17.16	0.66
7	99.50	90.51	99.06	89.77
8	76.83	61.91	76.89	61.45
9	-20.68	-119.12	-21.22	-119.15
10	-41.76	-115.71	-41.04	-115.20
11	20.57	25.46	20.56	25.47
12	70.37	73.18	70.42	73.26
13	53.80	56.63	53.75	56.55
14	-26.56	-92.49	-27.23	-92.66
15	-45.82	-100.85	-45.22	-100.48
16	1.11	-5.39	1.76	-4.75
17	65.14	79.88	64.63	79.50
18	44.23	55.03	43.94	54.92
19	-11.21	-100.06	-11.86	-100.14
20	-14.82	-91.13	-14.39	-90.90
21	16.59	14.86	16.61	14.92
22	34.99	35.50	35.03	35.54
23	36.10	41.96	35.98	41.92
24	-12.98	-107.38	-13.22	-107.22
25	45.81	-69.53	45.78	-69.45
26	-1.87	-1.56	-1.71	-1.34
27	26.08	31.80	25.91	31.66
28	27.57	22.99	27.53	22.95
29	1.56	-34.55	1.34	-34.47
30	2.76	-22.99	2.81	-22.95

Sonuçlar ve öneriler

Bu çalışmada, kayma deformasyonlarının etkisi de göz önüne alınarak düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin lineer analizi yapılmış ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Önce, kayma deformasyonları hesaba katılarak uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklara ait eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir. Daha sonra, aynı etkiler altında diferansiyel denklemler yardımıyla üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı yük için ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur.

Bu çalışmada, uçlarında dönel yaylar bulunan düzlemsel çerçevelerin statik analizinde kayma şekil değiştirmeleri de göz önüne alınmıştır. Hazırlanan bilgisayar programı ile analizin, gerçek çözüme çok yakın sonuçlar veren rijitlik matrisi yöntemi kullanılması ile kişisel bilgisayarlarla yapılabileceği anlaşılmıştır.

Yapılan çalışmada uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin değişik yay katsayıları ile çözülüp karşılaştırılmasıyla aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır.

a) Yay katsayıları büyüdükçe uç momentler büyümekte, buna karşılık açıklık momenti küçülmektedir.
b) Yay katsayıları büyüdükçe, sistem deplasmanları küçülmekte, yay katsayıları limit olarak sonsuz büyük değerler aldığı zaman sistem her yayla bağlı noktada rijit bağlı imiş gibi davranmaktadır.
c) Sistemdeki yay katsayıları küçüldükçe, sistem deplasman değerleri büyümektedir. Yay katsayılarının sıfır limit değere varması durumunda sistem yay bulunan noktalarda mafsalla bağlıymış gibi davranmaktadır.
d) Problemin özelliğine göre kayma deformasyonları eleman uç kuvvetlerini etkilemektedir.

Kaynaklar

Ackroyd, MR. ve Gerstle, K.H., (1983). Elastic stability of flexibly connected frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **109**, 1, 241-245.

Aksogan, O., Akavcı, S.S. ve Görgün, H., (2005). Analysis of frames with flexible connections, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **20**, 1, 1-11.

Aksogan, O. ve Akkaya, F., (1991). A Computer program for the analysis of flexibly connected frames, *Çukurova Üniv., Müh.-Mim.Fak. Dergisi*, **6**, 2, 25-41.

Aksogan, O. ve Dinçer, R., (1991). Nonlinear analysis of planar frames with linear prismatic members having rigid end sections taking shear deformation into consideration, *Çukurova Üniv., Müh.-Mim.Fak. Dergisi*, **6**, 1, 125-137.

Aksogan, O. ve Görgün, H., (1993). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members, *Çukurova Üniversitesi, Müh.-Mim. Fakültesi Dergisi*, **8**, 2, 117-129.

Azizinamini, A. ve Radziminski, J.B., (1989). Static and cyclic performance of semi-rigid steel beam-to-column connections, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **115**, 12, 2979-2999.

Anderson, D., Colson, A. ve Jaspart, JP., October (1993). Connections and frame design for economy, New Steel Construction, 30-33.

Cunnigham, R., (1990). Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork, *The Structural Engineer*, **68**, 5, 85-92.

Görgün, H. ve Yılmaz, S., (2008). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members taking shear deformations into consideration, *Çukurova Üniversitesi, Müh.-Mim. Fakültesi Dergisi*, **23**, 1, 15-28.

Livesley, R.K., (1964). Matrix methods of structural analysis, Permagon Press, Inc., New York, N.Y.

Monforton, A.R. ve Wu, T.S., (1963). Matrix analysis of semi-rigidly connected frames, *Journal of Structural Division*, ASCE, **89**, 13-42.

Romstad, K.M. ve Subramanian, C.V., (1970). Analysis of frames with partial connection rigidity, *Journal of Structural Division*, ASCE, **96**, 2283-2300.

Stelmack, T.W., Marley, MJ. ve Gerstle, KR., (1986). Analysis and tests of flexibly connected steel frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **112**, 7, 1573-1588.

Yu, CR. ve Shanmugam, N.E., (1986). Stability of frames with semi-rigid joints, *Comput. Struct.*, **23**, 5, 639-648.

mühendislikdergi

mühendislikdergisi
Dicle Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi