

Elastik bağlı çerçevelerin kesme kuvvetini dikkate alarak nonlineer analizi

Halil GÖRGÜN*, Senem YILMAZ, Sevgi Seval KARACAN

Dicle Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 21280, Diyarbakır

Özet

Bu çalışmada, kesme kuvvetini hesaba katarak uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizi yapılmış ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Önce, ikinci mertebe teorisi kullanılarak ve kayma deformasyonları hesaba katılarak uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklara ait eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir. Daha sonra, aynı etkiler altında diferansiyel denklemler yardımıyla üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı yük için ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur. Hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla incelenen örneklerde yay katsayılarının değişimine bağlı olarak bazı elastostatik büyüklüklerin değişimi grafiklerle sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Çerçeve sistemi, Doğrusal olmayan analiz, Kayma deformasyonu, Rijitlik matrisi, Bilgisayar programı

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Halil GÖRGÜN. hgorgun@dicle.edu.tr; Tel: (412) 248 80 30 (3523)

The nonlinear analysis of frames composed of flexibly connected members considering shear deformations

Extended abstract

In the current analysis and design of steel frames, and reinforced precast concrete frames the actual behaviour of beam-to-column connections are generally idealized either pinned or fully rigid. The rigid connection idealization indicates that relative rotation of the connection does not exist and the end moment of the beam is entirely transferred to the columns. In contrast to the rigid connection assumption, the pinned connection idealization indicates that any restraint does exist for rotation of the connection and the connection moment is zero. Although these idealizations simplify the analysis and design process, the predicted response of the frame may be different from its real behaviour

In this study, the nonlinear analysis of frames composed of members flexibly connected to

the nodes has been carried out taking into consideration the effect of shear deformations and a pertinent computer program has been prepared. First, using second order theory, the member stiffness matrix for a bar with rotational springs at the ends was obtained, taking shear deformations into consideration. Then, using pertinent differential equations, the fixed end forces were found for a uniformly distributed load, a concentrated load, a linearly distributed load, a symmetrical trapezoidal distributed load and a nonsymmetrical triangular distributed load. The validity of the implemented computer program was proved by solving some example problems in different ways and showing the match between the results. Problems in the literature, which were special cases of the problems treated in this study, were solved by the present computer program and the match of the results was observed. Using the implemented computer program and solving some examples, the variations of some elastostatic quantities with spring constants were examined and presented graphically.

Keywords: *Frame system, Nonlinear analysis, Shear deformation, Stiffness matrix, Computer program*

Giriş

Yapı sistemlerinde çerçeveler her zaman tam rijit ya da mafsallı olarak birbirlerine bağlı varsayımına uygun davranmazlar. Genel olarak yapı sistemlerinde çerçeveleri oluşturan çubuk elemanlarının birbirlerine ya tam rijit ya da mafsalla bağlı oldukları kabulü yapılarak çözüme gidilir. Bu basitleştirme taşıyıcı sistemlerin davranışlarının gerçek olmayan bir şekilde tahminine yol açmaktadır. Gerçekte ise birleşimler bu iki kabulün arasında bir yerdedir, yarı-rijittirler, yani dönmeye karşı bir miktar rijitliğe sahiptirler. Bu birleşimlerin gerçek davranışlarını açıklayabilmek için bire bir ölçekli deneysel çalışmalara gereksinim vardır. Örneğin prefabrik yapılar ve çelik konstrüksiyonda kirişlerin kolonlara birleşim yerlerinin tam rijit davranmadığı bilinmektedir. Özellikle prefabrik yapılarda ve çelik konstrüksiyonda kiriş-kolon birleşimleri uygulanan eğilme momenti M altında bir ϕ açısı kadar dönerler. Bu açı kiriş ve kolonların arasında ve başlangıç pozisyonuna göre olan görelidir. Bu birleşim deformasyonunun çerçeve stabilitesi üzerinde olumsuz bir etkisi vardır. Bu olumsuzluk deformasyonun çerçevenin yatay ötelenmesini artırmasından ve bu birleşimin bağlandığı elemanların etkili rijitliklerini azaltmasından kaynaklanmaktadır. Çerçeve yatay ötelenmesindeki artış elemanlardaki $P-\Delta$ etkisini artırarak çerçevenin genel stabilitesini etkilemektedir. Bundan dolayı kiriş-kolon birleşimlerinin moment-dönme özelliği yapı sistemlerinin analizinde önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca kat döşemelerinin ince tutulması isteği ve yüksek katlı binalarda alt kat kolon boyutlarının büyümesi sonucunda hacim kaybı olması gibi nedenlerden dolayı çerçevelerle birlikte perde duvarları gibi yatay yük taşıyıcı elemanlara ihtiyaç duyulmaktadır. Düzlem içi rijitlikleri yüksek olan ve kesme duvarları olarak da adlandırılan bu perde duvarları, yapı planında uygun yerleştirildikleri takdirde, yatay yüklere karşı dayanımı da ekonomik olarak sağlamaktadırlar. Mimari nedenlerle perdelerde bir dizi boşluklar bırakılmaktadır. Bu tip perdeler de boşluklu perdeler denilmektedir. Bina çerçeveleri daha

çok kayma deformasyonları, perde elemanları daha çok eğilme deformasyonları yaptıkları halde boşluklu perdelerde her iki tip deformasyon da önemli olmaktadır. Ayrıca bazı hallerde bağlantı kirişlerinin ve perdelerin yükseklikleri, açıklıklarının yanında oldukça büyük değerler aldığı kayma şekil değiştirmelerinin etkisi de önemli olmaktadır. Böyle durumlarda çubuklar bağlantı noktalarında birbirlerine elastik dönel yaylarla bağlanmış gibi davranırlar. Bu gibi durumlarda eşdeğer dönel yay sabitleri deneysel ve benzeri yöntemlerle yaklaşık olarak bulunduğu yapı sisteminin analizini yapmak mümkün olmaktadır.

Bu amaçla yapılan bu çalışmada QBASIC dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programında rijitlik matrisi yöntemi kullanılmıştır. Yöntemi uygulayabilmek için kayma şekil değiştirmeleri de hesaba katılarak nonlineer analize ait eleman rijitlik matrisinin teşkili ve ankastrelilik uç kuvvetlerinin elde edilmesi incelenmiştir. Elastik mesnetli bir çubuğun rijitlik matrisi ikinci mertebe teorisi kullanılarak diferansiyel denklemler yardımıyla elde edilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programı kullanılarak, elemanları birbirlerine elastik dönel yaylar ile bağlanmış olan çerçevelerin statik analizi yapılabilmektedir. Bina çerçeveleri daha çok kayma deformasyonları yaptıkları için, bazı hallerde bağlantı kirişlerinin ve perdelerin kesit yükseklikleri, açıklıklarının yanında oldukça büyük değerler aldığı kayma şekil değiştirmelerinin etkisi de önemli olmaktadır. Diğer birçok bilim ve mühendislik konularında olduğu gibi yapı analizlerinde de analizcinin etkili aracı lineerleştirilmez. Yüzyıllar boyunca yapı analizlerinde lineerleştirme yoluyla pek çok problemin yeter doğrulukta çözülmesi mümkün olmuştur. Ancak, günümüzde teknolojinin ilerlemesi ile çok yüksek dayanımlı malzemelerle çok narin yapıların yapılması mühendisleri nonlineer analiz uygulamasına yöneltmiştir. Özellikle nonlineer analize gerek duyulan problemler, çok özel bir nonlineer davranış gösteren malzemeler, yüksek dayanımlı malzemeler ile yapılan narin yapılar

ve temas bölgesinin genişliği yüke bağlı olan yapı elemanları ile ilgili problemlerdir. Burada ikinci tür nonlineerlik yani, ikinci mertebe teorisinden doğan geometrik nonlineerlik incelenmiştir.

Bir boyutlu narin yapı elemanlarındaki eksenel kuvvetler ve iki boyutlu ince yapı elemanlarındaki düzlem içi kuvvetler belirli bir düzeyin altında kaldıkları sürece sistemin lineer davranışını bozmazlar. Ancak malzemenin elastisite modülü ile yapı elemanlarının mesnetleniş şekli ve atalet momentlerine bağlı olarak yük belirli bir düzeye çıkınca iç kuvvetler eğilme momentlerine katkıyla yapı elemanlarının rijitliğine etki ederek analizin nonlineer olmasına neden olurlar. Bu nonlineerlik yapı elemanlarının ve sonuç olarak yapının rijitlik matrisinin yük düzenine bağlı olarak değişmesinden kaynaklanır.

Bu çalışmanın amacı, yapı sistemlerinin analizinde kayma deformasyonları hesaba katılarak birleşimlerin yarı-rijit olmasını göz önüne almak ve böylece birleşimlerin özelliğinden ve elemanların $P-\Delta$ etkisinden kaynaklanan lineer olmayan davranışı da hesaba katmaktır.

Önceki çalışmalar

Bu bölümde bu konularda daha önceden yapılan bazı çalışmalara değinilmiştir. Yapılan çalışmalar kronolojik olarak aşağıda sıralanmıştır : -

Monforton ve Wu (1963) dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin lineer analizini matris yöntemiyle yapmışlar, kuvvetler ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntıyı çıkarıp, rijitlik matrisini elde etmişlerdir. Bazı yükleme durumları için ankastrelik uç kuvvetlerini de bulmuşlardır.

Livesly (1964) uçlarında dönel yaylar bulunan elemanların rijitlik matrisinin çıkarılmasını incelemiştir. Ancak ankastrelik uç kuvvetlerinin ne olacağı hakkında bir çalışma yapılmamıştır.

Romstad ve Subramanian (1971) dönel yaylarla bağlı çerçevelerin analizini yapmışlardır. Düğüm noktalarının mafsallı, tam rijit veya yarı rijit olması durumları için moment ve bağlı dönme ilişkisini bir grafikte vermişlerdir. Konuyla ilgili deneysel çalışmalar da yapan aynı yazarlar moment-dönme ilişkisini bir grafikte vermişlerdir.

Ackroyd ve Gerstle (1983) dönel yaylarla bağlı çerçevelerin elastik stabilitesini incelemişlerdir. Bir çerçevenin elastik burkulma kapasitesinin daha rijit bir bağlantı seçilerek önemli ölçüde artırıldığı sonucuna varmışlardır.

Yu ve Shanmugan (1985) yarı-rijit bağlı çerçevelerin stabilitesi üzerinde çalışmışlar ve bu tür yapıların elastik göçme yükünün bulunması için bir rijitlik matrisi yöntemi sunmuşlardır. Bu yöntem, bağlantıların yarı-rijit davranışlarının göz önüne alınması yanında ayrıca eksenel rijitliği, geometrik değişiklikleri ve $P-\Delta$ etkisini de göz önüne almaktadır. Araştırmacılar, yaptıkları deneyler ile teorik analizlerinin geçerliliğini ölçmüşler ve yöntemlerinin kabul edilebilir doğrulukta olduğu sonucuna varmışlardır. Bu çalışmanın sonucunda düğüm noktalarının rijitlik derecesinin artırılması ve takviyelendirme ile göçme yükünün artırılabilceği kanısına varmışlardır.

Stelmack ve diğerleri (1986) lineer dönel yaylarla bağlı çelik çerçeveler için olan analitik yöntemlerin geçerliliğini kanıtlamak amacıyla deneysel çalışmalar yapmışlardır. Deneyler sonucunda bu çerçeve analiz yöntemlerinin iyi sonuçlar verdiği sonucunu elde etmişlerdir.

Cunningham (1990) çelik yapılarda dönel yaylı bağlantılar hakkında bir çalışma yapmıştır. Yapılan bu deneysel çalışmadan kiriş-kolon bileşiminin karakteristik özellikleri elde edilmiştir. Bu çalışmada kiriş ve bağlantı için verilen bir momente karşılık gelen dönmeyi veren grafik elde edilmiş ve değişik bağlantıları olan çelik elemanlar için sonuçlar bir grafikte özetlemiştir.

Aksoğan ve Dinçer (1991) Kayma deformasyonlarının etkisi göz önüne alınarak rijit bağılı çubuklar için rijit uçların varlığının ikinci mertebe analizine etkilerini değişik ara yük durumlarını da inceleyerek ele almışlardır.

Aksoğan ve Akkaya (1991) Elastik bağılı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin lineer analizini ele almışlar ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır. Önce, uçlarında dönel yaylar bulunan bir eleman için rijitlik matrisini bulmuşlar ve daha sonra tekil yük, uniform yayılı yük, doğrusal yayılı yük, simetrik olmayan üçgen şeklinde yük ve simetrik yamuk şeklinde yük için ankastrelük uç kuvvetlerini elde etmişlerdir.

Aksoğan ve Görgün (1993) yarı-rijit bağılı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar. Çeşitli ara yükler için ankastrelük uç kuvvetlerini elde edip bu konuda bir bilgisayar programını hazırlamışlardır.

Aksoğan ve diğerleri (1993) uçlarında rijit bölgeler bulunan elastik bağılı çubuklardan oluşan çerçevelerin nonlineer analizini, yayların nonlineer davranışının üçüncü dereceden bir polinom olduğu varsayımı ile yapmışlar ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Erdem ve Aksoğan (1994) uçlarında rijit bölgelere nonlineer dönel yaylarla bağlanmış çubuklardan oluşan çerçevelerin analizi üzerinde çalışmışlar ve bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Aksoğan ve Akavcı (1994) Uçlarında rijit bölgeler bulunan dönel yaylı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin stabilite analizi üzerinde çalışmışlar. Bu çalışmada, eleman elastisite modülüne, atalet momentine, uzunluğuna ve eksenel kuvvetine bağılı eleman rijitlik matrisi verilmiş ve her iki konuda da birer bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Aksoğan ve diğerleri (2005) Uçlarında rijit bölgeler bulunan ve nonlineer yaylarla bağılı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin geometrik nonlineerliği hesaba katarak analizi

üzerinde çalışmışlar. Bu konuda bir bilgisayar programı hazırlamışlardır.

Görgün ve Yılmaz (2008) kesmenin etkisini de hesaba katarak yarı-rijit bağılı çerçevelerin nonlineer analizi üzerinde çalışmışlar. Çeşitli ara yükler için ankastrelük uç kuvvetlerini elde edip bu konuda bir bilgisayar programını hazırlamışlardır.

Teorik çalışma

Bu çalışmada aşağıdaki kabuller göz önüne alınmıştır.

- a. Yapı malzemesi lineer elastik, homojen ve izotropdur.
- b. Kullanılan dönel yay modeli lineer elastik ve yay boyu sıfır alınmıştır.
- c. Dönel yaylarda sadece bağılı dönmeler göz önüne alınmıştır.
- d. Çubuk elemanı sabit kesitli ve doğru eksenlidir.
- e. Dış yükler statiktir.

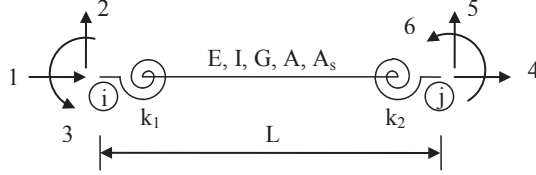
Doğal olarak geometrik nonlineerlik hesaba katıldığı veya dönel yayların nonlineer davrandığı durumlarda süperpozisyon geçerli değildir.

Bu çalışmada kullanılan yöntem, rijitlik matrisi yöntemi diye bilinen, matris formülasyonuna dayanır. Bu yöntem, açı metodu diye bilinen ve deplasmanları bilinmeyen alarak matris formülasyonu kullanan klasik metodun geliştirilmiş şeklidir. Bir taşıyıcı elemanın $N \times N$ adet rijitlik etki katsayısını içeren kare matrise rijitlik matrisi denir. Rijitlik matrisi serbestlik derecesi N olan bir taşıyıcı sistemde, N adet düğüm deplasmanını sisteme etkileyen yük vektörüne bağlayan bir katsayılar matrisidir.

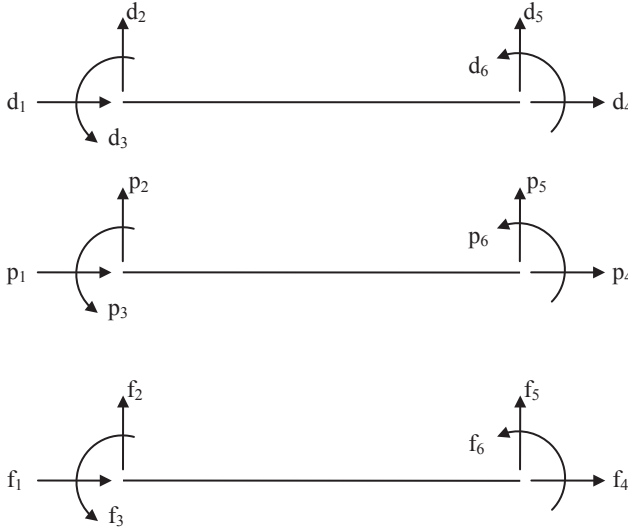
Elemanın her iki ucunda meydana getirilen tek tek birim deplasmanlar altında çubuk uçlarında oluşan tepkilere çubuk elemanın rijitlik etki katsayıları denir. Belirli bir doğrultuda birim deplasman oluşması için taşıyıcı sisteme bir kuvvet uygulamak gerekir. Ancak uygulamada, oluşacak deplasmanın ve uygulanacak kuvvetin doğrultu, yön ve uygulama noktalarının açık olarak belirtilmesi gerekir. Bunun için taşıyıcı

Elemanın bütün serbestlik dereceleri bir okla ve her bir serbestlik başı, kabul edilen işaret kuralına göre pozitif yönde göstermek üzere bir şekil üzerinde

gösterilir. Kuvvetler ve ötelenmeler için doğru, dönmeler için eğri oklar kullanılır ve bütün oklar sıra ile numaralanır (Şekil 1, Şekil 2).



Şekil 1 İşaret kabulü



Şekil 2. Eleman koordinatlarında eleman uç deplasmanları, uç kuvvetleri ve ankastrelik uç kuvvetleri

Bir deplasmana karşılık gelen rijitlik matrisi elemanlarını hesaplamak için o deplasmana birim ve diğerlerine sıfır değer verip hesaplamak gerekir.

$$\begin{bmatrix} P_i \\ \dots \\ P_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ \dots & \dots \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_i \\ \dots \\ d_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_i \\ \dots \\ f_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bir çubuk elemanın i ve j uçlarındaki kuvvet ve deplasman kolon vektörleri alt alta getirilirse eleman rijitlik denklemi,

veya $[p] = [k][d] + [f]$ sembolik formda elde edilir. Burada k'ya eleman rijitlik matrisi ismi verilir. Rijitlik etki katsayılarının, çubuğu uç deplasmanlarını uç kuvvetlerine bağladığı

görülmektedir. Eleman rijitlik matrisi, sistemi oluşturan her eleman için yazılır. Burada $[p]$, $[k]$, $[d]$ ve $[f]$ sırası ile uç kuvvetleri kolon vektörü, eleman rijitlik matrisi, uç deplasmanları kolon vektörü ve ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörüdür.

Taşıyıcı sistem için ortak bir koordinat takımı seçilir, her bir çubuk elemanı için elde edilmiş olan uç kuvvet deplasman ilişkisinin bu ortak koordinat takımında yazılır.

Sistemi oluşturan elemanlar için rijitlik matrisleri oluşturulduktan sonra sistem rijitlik matrisi kodlama tekniği kullanılarak elde edilir.

Sistem koordinatlarında verilen D yer değiştirmeleri eleman rijitlik denklemlerinde yerine yazılır ve her eleman için yazılan uygunluk denklemleri, denge denklemlerinde

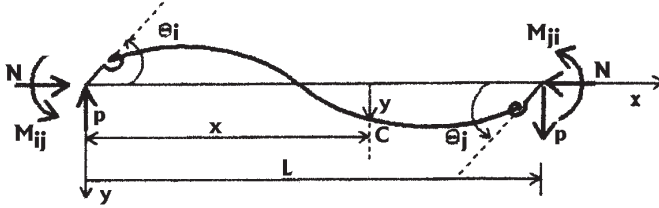
yerine konularak ve düğümlere etkileyen dış yükler ve deplasmanlar alt alta getirilerek

$$[P]=[K][D] \quad (2)$$

sistem denge denklemleri elde edilir. Burada P ve D sırasıyla düğüm noktalarındaki dış yük ve deplasman kolan vektörler, K ise sistemin rijitlik matrisidir. P bilindiğine göre D bu ifadeden bulunur.

Uçlarında dönel yaylar bulunan çubuğun rijitlik etki katsayıları eksenel kuvvetin basınç ve çekme olması halinde incelenecektir.

Şekil 3'te görülen doğru eksenli sabit kesitli L uzunluğundaki çubuğun eğilme ve kayma rijitlikleri sabittir.



Şekil 3. İşaret kabulü

Bilindiği gibi dolu kesitlerde eğilme ve kayma rijitlikleri sırasıyla,

$$k_m = EI \quad (3)$$

$$k_t = kGA = GA_s \quad (4)$$

Burada;

E: elastisite modülünü,

G: kayma modülünü

I: atalet momentini

A: kesit alanını

k: kesit şekline bağlı bir sabiti göstermektedir.

Çubuğun i ucuna etkileyen N, P, M_{ij} uç kuvvetleriyle, j ucuna etkileyen N, P, M_{ji} uç kuvvetlerinin pozitif yönleri, ayrıca eksene dik y yer değiştirmeleri, θ_i ve θ_j uç dönmeleri ve M,

T kesit tesirlerinin pozitif yönleri Şekil 3'te gösterilmiştir.

Denge denklemlerinden eğilme momenti için,

$$M = -M_{ij} + Px \pm Ny \quad (5)$$

formülü elde edilir. Burada $N > 0$ 'dır. Eksenel kuvvet basınç olması halinde N pozitif çekme durumu olması halinde eksi işaret olarak alınmıştır.

Diferansiyel denklemler sonucu eksenel kuvvetin basınç olması halinde oluşan genel denklem

$$y = A \sin(\alpha x) + B \cos(\alpha x) + \frac{M_{ij}}{N} - \frac{P}{N} x \quad (6)$$

şeklinde dir.

Burada $\alpha^2 = \frac{N/EI}{(1-N/GA_s)}$ olarak tanımlanmıştır.

Yapılan tüm hesaplamalarda düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubukların kayma deformasyonlarının etkisi de göz önünde tutularak, nonlinear analize ait eleman rijitlik matrisi etki katsayıları hesaplanmıştır.

i ve j uçlu çubuk elemanlarının rijitlik matrisi,

$$k = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \quad (7)$$

olduğuna göre aşağıdaki kısaltmalar yapılarak aksel kuvvetin basınç olması halinde eleman rijitlik matrisinin etki katsayıları matris formunda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \psi &= \alpha L, \quad \delta = 1 - N/GA_s, \quad \beta_1 = \frac{1}{4k_1}, \quad \beta_2 = \frac{1}{4k_2} \\ \chi_1 &= \psi^3 \delta^2 \left\{ (1 - \psi^2 \beta_1 \beta_2) \sin \psi + \psi (\beta_1 + \beta_2) \cos \psi \right\} \\ \chi_2 &= \psi^2 \delta (\psi \beta_2 \sin \psi - \cos \psi + 1) \\ \chi_3 &= \psi^2 \delta (\psi \beta_1 \sin \psi - \cos \psi + 1) \\ \chi_4 &= \psi \left\{ (1 + \psi^2 \delta \beta_2) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\} \\ \chi_5 &= \psi (\psi \delta - \sin \psi) \\ \chi_6 &= \psi \left\{ (1 + \psi^2 \delta \beta_1) \sin \psi - \psi \delta \cos \psi \right\} \\ \Omega &= \psi \left\{ \delta (\psi^2 \beta_1 \beta_2 - 1) + \beta_1 + \beta_2 \right\} \sin \psi \\ &\quad - \left\{ 2 + \psi^2 \delta (\beta_1 + \beta_2) \right\} \cos \psi + 2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$k_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & \frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} \\ 0 & \frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_4}{L\Omega} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$k_{ji} = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & -\frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} \\ 0 & \frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_5}{L\Omega} \end{bmatrix} \quad (10)$$

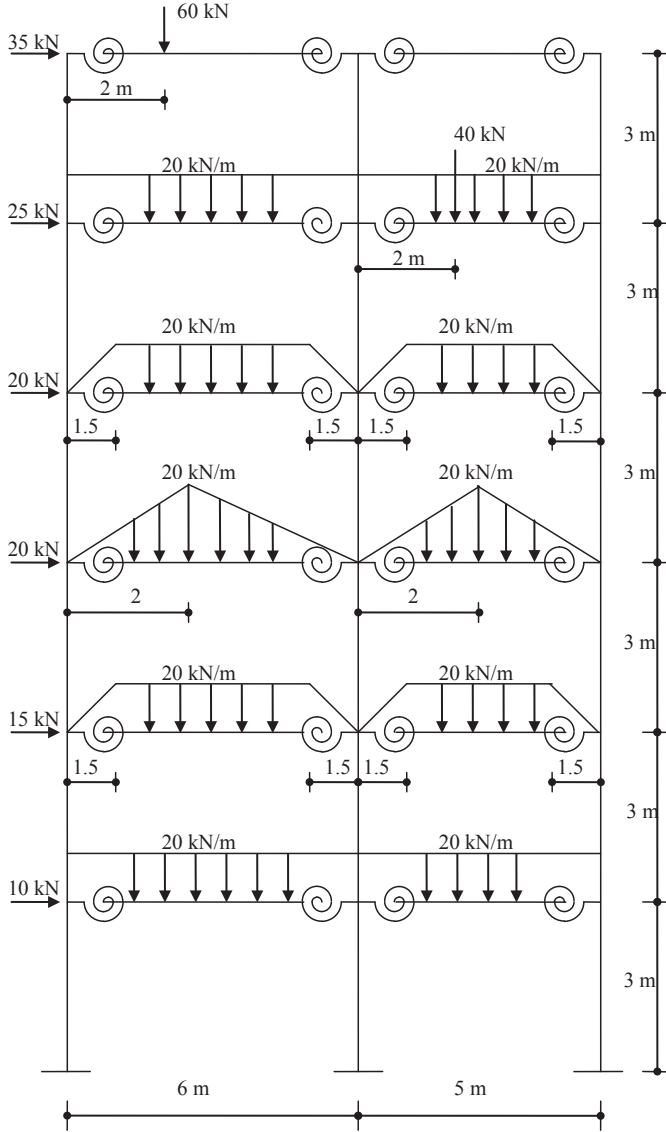
$$k_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & \frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} \\ 0 & -\frac{EI\chi_2}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_5}{L\Omega} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$k_{jj} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI\chi_1}{L^3\Omega} & -\frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} \\ 0 & -\frac{EI\chi_3}{L^2\Omega} & \frac{EI\chi_6}{L\Omega} \end{bmatrix} \quad (12)$$

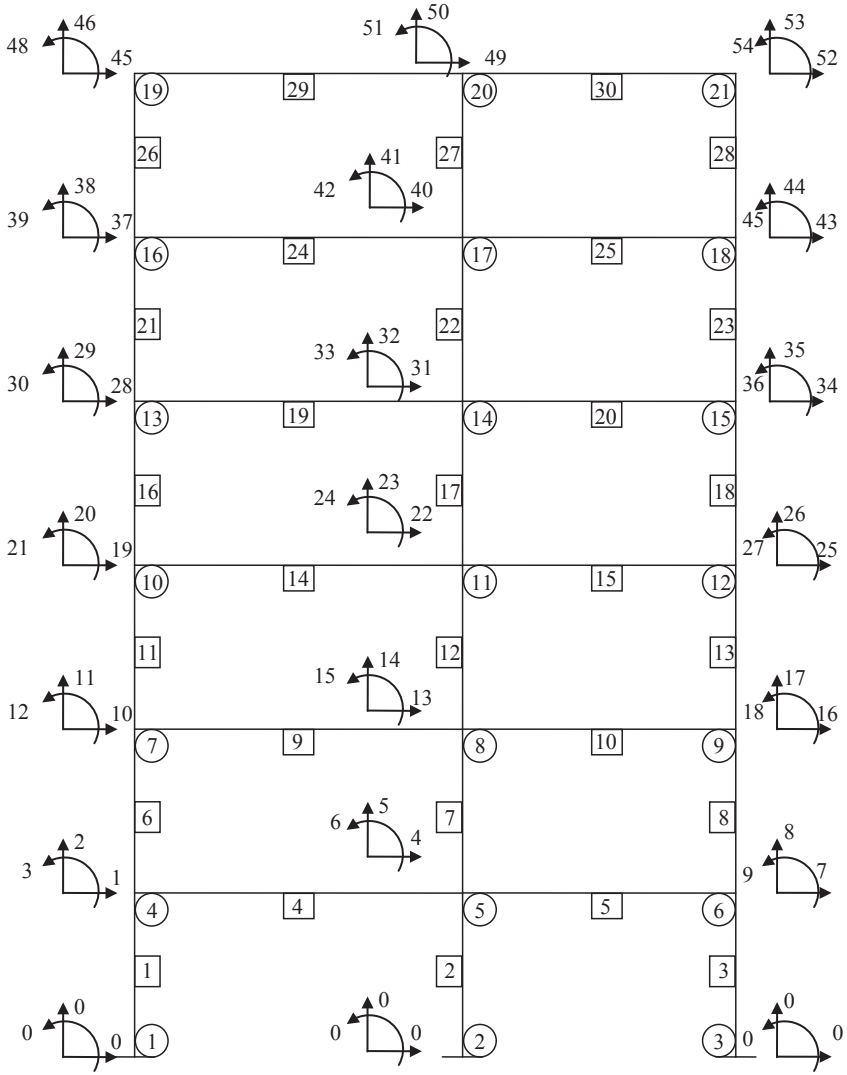
Sayısal sonuçlar

Hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla incelenen örneklerde yay katsayılarının değişimine bağlı olarak bazı elastostatik büyüklüklerin değişimi incelenerek grafiklerle sunulmuştur.

Hazırlanan bilgisayar programı ile örnek bir problem çözülerek veriler ve çıktılar tablolara halinde verilmiştir. Bu problemde, yatay yüklere maruz çeşitli ara yükler altında iki açıklıklı, altı katlı bir çerçeve incelenmiştir. Yükleme durumu Şekil 4'te kodlama şekli Şekil 5'te verilmiştir. Problem önce kayma deformasyonları ihmal edilerek çözülmüş lineer analize karşı gelen birinci iterasyon ile nonlinear analiz sonuçlarına yeterince yaklaşmış olan beşinci iterasyon sonucunda elde edilen eleman kesit tesirleri, Tablo 1'de verilmiştir. Daha sonra aynı problem kayma deformasyonlarının etkisini incelemek amacıyla yeniden çözülmüş olup sonuçlar aynı tabloda gösterilmiştir.



Şekil 4. Örnek problemin yükleme durumu



Şekil 5. Örnek problemin kodlama durumu

Tablo 1. Sonuçların karşılaştırması

Eleman no	Eleman uç momentleri (kNm)							
	Lineer $\nu = 0$		Kesmeli Lineer $\nu = 0.3$		Nonlinear $\nu = 0$		Kesmeli Nonlinear $\nu = 0$	
	M_i	M_j	M_i	M_j	M_i	M_j	M_i	M_j
1	86.50	-11.12	88.13	-11.79	88.40	-10.99	90.11	-11.67
2	114.37	43.51	114.38	43.04	116.28	44.24	116.38	43.78
3	108.96	32.78	109.19	32.05	110.75	33.01	111.07	32.27
4	-5.02	-118.33	-5.37	-118.23	-6.54	-119.74	-6.94	-119.68
5	-24.69	-109.62	-23.87	-108.94	-26.35	-111.35	-25.58	-110.72
6	16.13	0.12	17.16	0.66	17.52	0.86	18.61	1.43
7	99.50	90.51	99.06	89.77	101.85	92.53	101.47	91.84
8	76.83	61.91	76.89	61.45	78.35	62.90	78.45	62.47
9	-20.68	-119.12	-21.22	-119.15	-22.49	-120.89	-23.08	-120.98
10	-41.76	-115.71	-41.04	-115.20	-43.79	-117.89	-43.11	-117.43
11	20.57	25.46	20.56	25.47	21.63	26.62	21.65	26.69
12	70.37	73.18	70.42	73.26	72.14	75.01	72.25	75.15
13	53.80	56.63	53.75	56.55	54.98	57.88	54.96	57.83
14	-26.56	-92.49	-27.23	-92.66	-28.30	-94.10	-29.03	-94.32
15	-45.82	-100.85	-45.22	-100.48	-47.69	-102.85	-47.12	-102.53
16	1.11	-5.39	1.76	-4.75	1.68	-4.94	2.36	-4.25
17	65.14	79.88	64.63	79.50	66.78	81.65	66.29	81.28
18	44.23	55.03	43.94	54.92	44.97	55.69	44.70	55.62
19	-11.21	-100.06	-11.86	-100.14	-12.80	-101.52	-13.50	-101.65
20	-14.82	-91.13	-14.39	-90.90	-16.38	-93.00	-15.99	-92.81
21	16.59	14.86	16.61	14.92	17.74	16.07	17.75	16.11
22	34.99	35.50	35.03	35.54	36.25	36.81	36.36	36.96
23	36.10	41.96	35.98	41.92	37.31	43.11	37.20	43.06
24	-12.98	-107.38	-13.22	-107.22	-14.18	-108.22	-14.42	-107.83
25	45.81	-69.53	45.78	-69.45	45.06	-70.73	44.68	-70.55
26	-1.87	-1.56	-1.71	-1.34	-1.89	-1.46	-1.70	-1.05
27	26.08	31.80	25.91	31.66	26.36	32.09	26.19	31.89
28	27.57	22.99	27.53	22.95	27.62	23.15	27.49	23.06
29	1.56	-34.55	1.34	-34.47	1.46	-34.80	1.05	-34.57
30	2.76	-22.99	2.81	-22.95	2.71	-23.15	2.68	-23.06

Sonuçlar ve öneriler

Bu çalışmada, kayma deformasyonlarının etkisi de göz önüne alınarak düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan çerçevelerin nonlineer analizi yapılmış ve bu konuda bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Önce, ikinci mertebe teorisi kullanılarak ve kayma deformasyonları hesaba katılarak uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklara ait eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir. Daha sonra, aynı etkiler altında diferansiyel denklemler yardımıyla üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı yük için ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur.

Bu çalışmada, uçlarında dönel yaylar bulunan düzlemsel çerçevelerin statik analizinde geometrik nonlineerlik incelenmiştir. Analizde kayma şekil değiştirmeleri de göz önüne alınmıştır. Hazırlanan bilgisayar programı ile geometrik nonlineer analizin, gerçek çözüme çok yakın sonuçlar veren rijitlik matrisi yöntemi kullanılması ile, kişisel bilgisayarlarla yapılabileceği anlaşılmıştır.

Yapılan çalışmada uçlarında dönel yaylar bulunan çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin değişik yay katsayıları ile çözülüp karşılaştırılmasıyla aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır.

a) Bilgisayar programında kullanılan deplasman yönteminin geometrik bakımdan lineer olmayan yarı-rijit birleşimli prefabrik ve çelik çerçevelerin analiz ve tasarımında kullanılabilecek etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir.

b) Yay katsayıları büyüdükçe uç momentler büyümekte, buna karşılık açıklık momenti küçülmektedir.

c) Yay katsayıları büyüdükçe, sistem deplasmanları küçülmekte, yay katsayıları limit olarak sonsuz büyük değerler aldığı zaman sistem her yayla bağlı noktada rijit bağlı imiş gibi davranmaktadır.

d) Sistemdeki yay katsayıları küçüldükçe, sistem deplasman değerleri büyümektedir. Yay katsayılarının sıfır limit değere varması durumunda sistem yay bulunan noktalarda mafsalla bağılıymış gibi davranmaktadır.

e) Problemin özelliğine göre kayma deformasyonları ve geometrik nonlineerlik eleman uç kuvvetlerini etkilemektedir.

f) Hazırlanan bilgisayar programı kullanılarak ek bir masraf yapılmadan giriş-kolon birleşimlerinin mevcut moment ve dönme kapasiteleri kullanılarak daha ekonomik bir tasarım imkanı sağlanmaktadır.

Kaynaklar

- Ackroyd, MR. ve Gerstle, K.H., (1983). Elastic stability of flexibly connected frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **109**, 1, 241-245.
- Aksogan, O., Akavcı, S.S. ve Görgün, H., (2005). Analysis of frames with flexible connections, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **20**, 1, 1-11.
- Aksogan, O. ve Akkaya, F., (1991). A Computer program for the analysis of flexibly connected frames, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **6**, 2, 25-41.
- Aksogan, O. ve Dinçer, R., (1991). Nonlinear analysis of planar frames with linear prismatic members having rigid end sections taking shear deformation into consideration, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **6**, 1, 125-137.
- Aksogan, O. ve Görgün, H., (1993). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **8**, 2, 117-129.
- Aziznamini, A. ve Radziminiski, J.B., (1989). Static and cyclic performance of semi-rigid steel beam-to-column connections, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **115**, 12, 2979-2999.
- Cunningham, R., (1990). Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork, *The Structural Engineer*, **68**, 5, 85-92.
- Görgün, H. ve Yılmaz, S., (2008). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members taking shear deformations into consideration, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **23**, 1, 15-28.

- Livesley, R.K., (1964). Matrix methods of structural analysis, Pergamon Press, Inc., New York, N.Y.
- Monforton, A.R. ve Wu, T.S., (1963). Matrix analysis of semi-rigidly connected frames, *Journal of Structural Division*, ASCE, **89**, 13-42.
- Romstad, K.M. ve Subramanian, C.V., (1970). Analysis of frames with partial connection rigidity, *Journal of Structural Division*, ASCE, **96**, 2283-2300.
- Stelmack, T.W., Marley, M.J. ve Gerstle, K.R., (1986). Analysis and tests of flexibly connected steel frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **112**, 7, 1573-1588.
- Yu, C.R. ve Shanmugam, N.E., (1986). Stability of frames with semi-rigid joints, *Comput. Struct.*,

mühendislik dergisi

